AULA INVERTIDA Y TRABAJO COLABORATIVO EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON POLINOMIOS

ERIKA ALEJANDRA VACCA DÍAZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUNJA

2020

AULA INVERTIDA Y TRABAJO COLABORATIVO EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON POLINOMIOS

ERIKA ALEJANDRA VACCA DÍAZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Magister en Educación Matemática.

Director: Dr. José Francisco Leguizamón Romero

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUNJA

2020

Tabla de Contenido

Lista de figuras

Pág.

Lista de Tablas

Pág.

Resumen

El proyecto aula invertida y trabajo colaborativo en el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios surgió del análisis de aspectos metodológicos y motivacionales al interior del aula de matemáticas, dada la poca preocupación de los estudiantes por aprender y la dificultad que presentan algunas temáticas para su comprensión; también se evidenció poca apropiación de las propiedades de las operaciones aditivas y multiplicativas, confusión al operar variables con coeficientes y diferenciar términos semejantes. Por lo anterior, se buscó apoyar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Gimnasio Cambridge, basados en un cambio metodológico de clase, mediante la aplicación y desarrollo de actividades interactivas, material audiovisual y actividades diseñadas en torno al juego Free Fire, describiendo el aporte del aula invertida y trabajo colaborativo como estrategia metodológica, enmarcados en la teoría de las situaciones didácticas. La metodología utilizada tuvo un enfoque mixto y de estudio de caso descriptivo; inicialmente, se hizo una búsqueda referencial de la teoría de las situaciones didácticas, aula invertida, trabajo colaborativo, juego didáctico y polinomios algebraicos seguida del diseño de actividades que se asignaron en la plataforma virtual, utilizada actualmente por el Colegio, como las que se desarrollaron presencialmente. Cada actividad se llevó a acabo de acuerdo a los cuatro pasos de las situaciones didácticas: situación acción, donde se desarrolló la parte virtual apoyada con el aula invertida; la situación de formulación, espacio de socialización donde se ejecuta el trabajo colaborativo; la situación de validación, donde se aplicaron las actividades y por último; la situación de institucionalización, donde se formaliza el tema por parte del docente. Para el análisis de la información se utilizaron las categorías: planteamiento inicial de operación, operando coeficientes, agrupando términos, operando signos, justificación de procedimientos; lo anterior, basados en los dos momentos: situación acción y situación de validación. El cambio metodológico generó mejor disposición en los estudiantes, fortaleciendo sus procesos de aprendizaje.

Palabras clave: Estrategia de aprendizaje, Situaciones didácticas, Aula invertida, trabajo colaborativo, Operaciones Algebraicas.

Abstract

The Project “inverted classroom and collaborative work in the learning basic operations with polynomials” surged form the analysis of methodological aspects and motivations within the math classroom, given the low concern from part of the students in regard to the learning process and the difficulty that some topic present to the students. Additionally, it became evident the low appropriation of the properties of additive and multiplicative operations, confusion when solving variables with coefficients and differentiation of similar terms. Because of it, the aim was to support the learning process of eighth grade students of the Cambridge Gymnasium educational institution, based on a methodological change in class through the application and development of interactive activities, audiovisual material and activities designed around the Free Fire game, describing the contribution of inverted classroom and collaborative work as a methodological strategy, framed in the theory of didactic situations.

The methodology had a mixed approach and a descriptive case study. Initially, a referential search about didactic situations theory, inverted classroom, collaborative work, didactic game and algebraic polynomials was made, followed by the design of activities that were assigned in the virtual platform currently used by the College, similar to those developed in the classroom. Each activity was carried out according to the four steps of the didactic situations: action situation (where the virtual part supported with the inverted classroom was developed), the formulation situation (a space for socialization where collaborative work is carried out), the validation situation, (where the activities were applied and lastly), and the institutionalization situation (where the subject is formalized by the teacher). For the analysis of the information the following categories were used: initial approach of operation, operating coefficients, grouping terms, operating signs, justification of procedures; the above, based on two moments: situation of action and situation of validation. The methodological change generated better disposition in the students, strengthening their learning processes.

Key words: *Learning strategy, Didactic situations, Inverted classroom, collaborative work, Algebraic Operations.*

Introducción

Este trabajo tuvo como propósito fortalecer el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios, donde se desarrollarán habilidades y competencias propias de las matemáticas, que permitieran interpretar situaciones de modelación algebraicas, generando un ambiente activo y motivante, donde el estudiante fuera independiente y responsable en su proceso de aprendizaje, se fomentó la interacción entre estudiantes y entre estudiante-docente, dentro del aula. Lo anterior por medio de la aplicación de estrategias metodológicas contextualizadas que mostraron el algebra de una forma agradable.

El cambio de metodología propuesto pretendió invertir los momentos de la clase usual e integrar herramientas multimedia, fomentando la exploración de conocimientos, incentivando al estudiante a interactuar con sus compañeros y confrontar lo aprendido, pues promover el aprendizaje mediante el aula invertida y trabajo colaborativo ofrece al alumno la posibilidad de escuchar y de aprender de sus compañeros, de exponer sus puntos de vista y enseñar a los demás (Andrade y Chacón, 2018). Se vio la necesidad de involucrar a los estudiantes en este proceso de forma más activa, que pudieran evidenciar un mejor clima en las clases y fomentando la responsabilidad de su quehacer.

Desde la experiencia de los investigadores, se observó dificultad en la identificación y solución de situaciones con operaciones básicas entre polinomios algebraicos, en estudiantes de grado octavo del Colegio Gimnasio Cambridge GC, teniendo en cuenta que se evidenció poca apropiación de las propiedades de las operaciones aditivas y multiplicativas, confusión al operar variables con coeficientes y diferenciar términos semejantes, como también la falta de argumentación al realizar procedimientos. Se quiso fomentar el aprendizaje de los estudiantes sobre la temática mencionada, mediante estrategias que asociaran su realidad con estos conocimientos, haciendo uso de actividades interactivas de la plataforma Santillana que actualmente utiliza el colegio. Lo anterior pretendiendo propiciar un ambiente de aprendizaje óptimo.

La investigación se realizó desde un enfoque mixto con predominio cualitativo con alcance descriptivo, asumiendo como diseño de investigación, el estudio de caso; el cual estuvo conformado por cuatro estudiantes de grado octavo del colegio Gimnasio Cambridge GC, donde inicialmente se realizó un diagnóstico para determinar los preconceptos que los estudiantes tenían respecto a las operaciones básicas. Como instrumento de analisis y evaluación se utilizaron las actividades desarrolladas por los estudiantes en la plataforma y las actividades en forma taller de cada una de las operaciones con polinomios algebraicos.

Para este escrito se tuvo en cuenta como base teórica la teoría de las situaciones didácticas, al igual que como referente conceptual el tratamiento matemático de los polinomios algebraicos.

Descripción de la Problemática

Planteamiento del problema

El álgebra es considerada uno de los pilares básicos sobre los que se construye el edificio matemático (Trigueros, Reyes, Ursini y Quintero, 1996); su lenguaje y modo de expresión la hacen necesaria para acceder a otras ramas de las matemáticas, siendo ésta quien permite generalizar y formalizar procedimientos rigurosos, volviéndose importante en varios campos de aplicación; pero a su vez, es considerada difícil de aprender, debido posiblemente al exceso de simbología que implica una carencia de significado para el estudiante, asociando esa complejidad al aprendizaje de la noción de variable y las formas como puede ser entendida e interpretada (Guerrero, 2011).

El álgebra es un área compleja para los estudiantes debido a la ruptura que se da en el paso del pensamiento numérico al pensamiento algebraico, y a la forma como se presenta en las aulas, como una serie de procedimientos, reglas y generalizaciones abstractas, fuera de un contexto cercano al estudiante (Marín, 2015). Lo anterior se evidencia, al momento de representar simbólicamente números por letras o deducir expresiones algebraicas de problemas en el lenguaje cotidiano. Cualquiera que sea el caso, Torres, Valoyes y Malagón (2002), plantean que el álgebra no es una asignatura completamente separada de la aritmética, que es la versión considerada en el currículo, pues los procesos aritméticos son base para los procesos algebraicos, es decir, no se puede establecer un límite entre la aritmética y el álgebra.

Ciertamente la forma de orientar al estudiante es fundamental para el proceso de aprendizaje, como lo hace notar Marín (2015), agregando que “la ausencia de situaciones que involucran problemáticas cercanas a las relaciones sociales y culturales de los estudiantes, en la presentación y el desarrollo de actividades propuestas dificulta el aprendizaje de esta área” (p. 3). Pues el aprendizaje del álgebra debe posibilitar al estudiante la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde pueda tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, por lo que es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia.

Igualmente, desde la experiencia del investigador, se observó dificultad en la identificación y solución de situaciones con operaciones básicas con polinomios en estudiantes de grado octavo del Colegio Gimnasio Cambridge, teniendo en cuenta que se evidenció poca apropiación de las propiedades de las operaciones aditivas y multiplicativas, confusión al operar variables con coeficientes y diferenciar términos semejantes, como también la falta de argumentación al realizar los procedimientos de las operaciones.

Por lo anterior, el presente trabajo pretende dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo facilitar el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios (suma, resta, multiplicación y división) en estudiantes de grado octavo del colegio Gimnasio Cambridge (GC)?

Teniendo como base las siguientes sub preguntas que aportan a la solución de la pregunta de investigación.

¿Qué preconceptos tiene el estudiante para abordar las operaciones básicas con polinomios?

¿Cómo el aula invertida como estrategia aporta al aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios?

¿De qué manera las actividades aplicadas como estrategias fortalecen el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas?

Objetivos

Objetivo general

Analizar el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios (suma, resta, multiplicación y división) a través del aula invertida y el trabajo colaborativo como estrategia metodológica, en estudiantes de grado octavo del colegio Gimnasio Cambridge (GC).

Objetivos específicos

1. Determinar los preconceptos del estudiante al abordar las operaciones básicas con polinomios.
2. Describir el aporte del aula invertida como estrategia metodológica en el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios.
3. Mejorar el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios a través del diseño y aplicación de estrategias metodológicas con trabajo colaborativo.
4. Evaluar las actividades propuestas para el fortalecimiento de las operaciones básicas con polinomios.

Justificación

Este trabajo tiene como propósito fortalecer el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios, donde se desarrollen habilidades y competencias propias de las matemáticas, que permitan interpretar situaciones de modelación algebraicas, generado un ambiente activo y motivante, donde el estudiante es independiente y responsable en el proceso de aprendizaje de contenidos, se fomente la interacción entre estudiantes y entre estudiante y docente, dentro del aula. Lo anterior, por medio de la aplicación de estrategias metodológicas contextualizadas que reflejan la aplicación del álgebra de una forma lúdica.

El álgebra al ser un área fundamental para las matemáticas por sus nociones y estructura, tiene gran importancia a nivel escolar por la interdisciplinariedad que genera en otras asignaturas como la química, física y biología, es por eso que el álgebra es un área donde el estudiante debe comprender la noción de variable y las operaciones que en ella se trabajan, puesto que son importantes para la formación conceptual de la trigonometría, el cálculo y temas que la requieren dentro del proceso de formación en matemáticas (Guerrero, 2011). Como el álgebra escolar es un área que abarca muchos temas y conceptos, este trabajo abordará el tema de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) con polinomios, entendiendo como polinomio una expresión compuesta por constantes, variables y exponentes que están combinadas usando la suma, resta, multiplicación, pero no la división (Urbano 2011).

Al igual que otros temas en matemáticas, las operaciones con polinomios no están exentas de las dificultades que se presentan en el proceso de aprendizaje, de ahí que los estudiantes conozcan la utilidad de los polinomios no solo en función de lo que se haría el resto de la vida con ellos, sino en conocer que son útiles para que existan las cosas de uso diario, por ejemplo, las tecnologías. Se considera necesario que los estudiantes conozcan estas cuestiones mientras estudian este tema (Gamboa & Feria, 2015), si no, se va a seguir presentando la desmotivación y falta de interés que manifiestan hacia las matemáticas al momento de aprender (Gamboa y Feria, 2015).

Por otro lado, el cambio de metodología en el proceso de aprendizaje es importante, pues invertir los momentos de la clase e integrar herramientas multimedia, fomenta la exploración de conocimientos, incentiva al estudiante a interactuar con sus compañeros y confrontar lo aprendido, como dice Andrade y Chacón (2018), el promover el aprendizaje mediante el aula invertida ofrece al alumno la posibilidad de escuchar y de aprender de sus compañeros, de exponer sus puntos de vista y enseñar a los demás. Con la intención de obtener cambios significativos en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, se ve la necesidad de involucrarlos en este proceso de forma más activa, que puedan evidenciar un mejor clima en las clases y se fomente la responsabilidad de su quehacer, al igual que mejorar en los problemas de convivencia que se puedan presentar.

A fin de fortalecer el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios en el aula de clase por la dificultad propia del tema, se quiere motivar al estudiante mediante estrategias que asocien su realidad con estos conocimientos, haciendo uso de actividades interactivas de la plataforma Santillana que utiliza el colegio Gimnasio Cambridge y situaciones en forma de taller que involucra el juego Free Fire, con espacios de socialización y confrontación de la temática vista. Lo anterior para generar un ambiente de aprendizaje óptimo.

Antecedentes

Se hizo una recopilación de algunos de los trabajos de investigación que presentan alguna relación con el aprendizaje de las operaciones con polinomios algebraicos.

Al realizar la indagación de trabajos sobre polinomios algebraicos a nivel internacional, se encuentra el proyecto de Capcha Llacta (2016), sobre estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la institución educativa República Federal de Alemania, Lima 2016 donde se aplicaron estrategias didácticas que ayudaron a los estudiantes en la construcción de algoritmos y gráficas de los productos notables, mediante el recurso didáctico "ALGEOPLANO". Para este estudio se tuvo en cuenta a 128 estudiantes de la institución educativa estatal "República Federal Alemana", no obstante, se redujo a una muestra de 60 estudiantes agrupados de 30 estudiantes del grupo control y 30 estudiantes del grupo experimental.

La metodología que se aplicó en la investigación es de tipo cuantitativo con un enfoque cuasi- experimental, bajo la influencia de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y aprendizaje cooperativo de Jhonson y Jhonson. Se concluyó que el grupo experimental de la investigación en el pre test solo lograron dos niveles de aprendizaje: el de inicio y proceso, sin embargo en el post test se lograron tres niveles en proceso, satisfactorio y sobresaliente, haciendo notar que ningún estudiante se ubicó en el nivel de inicio, ello debido al uso de materiales en el proceso de aprendizaje, también se pudo manifestar que la media del post test del grupo control es menor que la del grupo experimental y dado que el nivel de significancia de la prueba t de student fue menor que el nivel de error (P-valor= 0,000≤ 0,05), se llegó a la conclusión, que las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje de productos notables, en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania, Lima, 2016.

A nivel nacional, se encuentra el trabajo presentado por Pérez (2017), el cual diseñó una estrategia didáctica que contribuyó al mejoramiento de la aplicación de la propiedad distributiva a través del uso del álgebra geométrica y la manipulación del material concreto en el campo de la aritmética, luego realizó la generalización del concepto en lenguaje algebraico. Este proyecto se aplicó a estudiantes de grado 10° de la institución Santa Elena, tomando como muestra de estudio el grado 10°2.

En cuanto a la metodología, utilizó la investigación acción educativa basándose en los tres momentos: la deconstrucción, la construcción y la evaluación, con el objetivo de encontrar e interpretar las dificultades que presentan los estudiantes al momento de aplicar la propiedad distributiva en operaciones con polinomios algebraicos. Como instrumento de recolección de información aplicó un test de tipo cualitativo y cuantitativo, teniendo como punto de partida fuentes secundarias, tales como los resultados de las pruebas externas, pruebas saber del grado 9° y prueba saber 11°, utilizándose esta información para el diagnóstico general. Como conclusiones determinó que a los estudiantes se les facilitaba interpretar y aplicar la propiedad distributiva cuando se trata de resolver ejercicios aplicados sólo a la aritmética; pero cuando se pedía utilizar la propiedad en la multiplicación de polinomios aplicada a situaciones problema relacionados en su entorno, se les dificultaba.

El trabajo realizado por Joya (2016), se centra en la triada didáctica profesor, estudiante y saber, propuesta en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, y la teoría del contrato didáctico que se presenta en la práctica de tipo comunicativo que inciden en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, dando respuesta a la pregunta de investigación ¿Qué manifestaciones del Contrato Didáctico pueden observarse en las Prácticas Comunicativas entre profesor y estudiantes, de un curso de grado séptimo de un colegio distrital de Bogotá?. Aplicado en el grado 7°1 conformado por 25 estudiantes del colegio Distrital de Bogotá, durante las clases de matemáticas de la docente.

La investigación fue de etnografía educativa, dirigida a la observación y descripción cualitativa de las sesiones de clase, donde se resaltan 12 situaciones referidas a efectos, cláusulas y prácticas comunicativas. Llegando a la conclusión de que las prácticas comunicativas de los estudiantes durante el desarrollo de las sesiones, evidencian la importancia de reconocer en la matemática los sistemas de signos, para transmitir información específica, como los efectos de las condiciones en las que actúa el docente en una situación de enseñanza. Teniendo en cuenta las implicaciones teóricas y episodios de las clases de matemáticas observadas en el curso 7°1, determinó que los efectos del contrato didáctico son condiciones en las que el profesor actúa sobre una situación de enseñanza, el cual no busca realizar juicios respecto al desempeño del docente en la enseñanza de números enteros, si no problematizar, describir y analizar el contrato didáctico que tiene lugar en el aula y que está demarcado por las actuaciones en relación con el objeto matemático de este tema.

En la misma línea de estudio se encuentra el trabajo realizado por Marín (2015), titulado La UDPROCO como mediación pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en grado octavo, desde la perspectiva de la educación matemática, donde diseña una mediación pedagógica para los procesos de enseñanza aprendizaje de los elementos introductorios al álgebra, en el grado octavo. Este proyecto se aplicó en estudiantes del grado 8°2 del colegio Bartolomé Mitre que estaba conformado por 35 estudiantes de estratos bajos.

La metodología fue una investigación mixta con un enfoque acción-reflexiva, lo anterior respaldado desde la teoría de la educación matemática crítica y el aprendizaje significativo, ya que al integrar las dos teorías quiso mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje. Para finalizar llegó a la conclusión que dentro de la didáctica de las matemáticas es necesario tomar en cuenta, además del saber, el docente y el estudiante, el contexto situacional en el cual se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje. Ya que los cambios conceptuales entre la aritmética y el álgebra propician una ruptura en los procesos de resolución de problemas y por ende, en un gran número de errores. El mayor cambio conceptual en el aprendizaje del álgebra se centra alrededor de su diferencia con la aritmética, especialmente en el significado de los símbolos e interpretaciones de las letras. Los errores de cálculo y uso incorrecto de fórmulas o procedimientos en el álgebra, en muchos casos son errores que se traen de la aritmética. Así, por ejemplo, los estudiantes que no dominan las operaciones con números enteros o con fracciones, traducen estos errores al campo algebraico.

Otro proyecto que complementa esta investigación es el realizado por Guerrero (2011), como una mediación para contribuir a la formación de los estudiantes mediante el uso de estrategias metodológicas para la enseñanza, que motiven el aprendizaje de las matemáticas. Aplicado en grado octavo de la Institución Educativa San Agustín, conformado por 12 hombres y 18 mujeres, con un nivel socioeconómico entre los estratos uno y dos.

Guerrero (2011), destaca en el proyecto una metodología basada en un enfoque cualitativo, apoyándose en una investigación etnográfica, por el entorno natural de los participantes y su contexto cultural que enmarca la población de la institución Educativa San Agustín. Todo bajo la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, que es de donde plantea las estrategias metodológicas que se aplicaron, siguiendo una estructura para una clase que consta de motivación inicial de la clase, explicación, ejercitación, retroalimentación y proceso de evaluación. Concluyendo que las actividades aplicadas despertaron una motivación extrínseca desde la orientación del docente, además de brindar al estudiante la posibilidad de participar activamente, dar sus ideas y preguntar cuando tenga dudas. Sin eliminar la seriedad de las matemáticas, a pesar de que se transmite el conocimiento de una forma más lúdica, es indispensable la planeación de la clase, las actividades y el proceso evaluativo para garantizar el éxito de los objetivos.

En cuanto al ámbito local, se encuentra el trabajo desarrollado por Calderón (2018), quien implementó la metodología del aula invertida para la construcción de conocimiento del concepto función en estudiantes de grado noveno del colegio Técnico Micro-empresarial ciudad del sol en el municipio de Sogamoso el cual tuvo como objetivo identificar los beneficios de usar la metodología del aula invertida en la enseñanza del concepto función.

La metodología utilizada por Calderón (2018), tuvo un enfoque fenomenológico dentro del paradigma cualitativo desde la perspectiva de (Corbetta, 2007), adquiriendo también está investigación un enfoque mixto tomando como referencia a (Creswell, 2013) ya que por la naturaleza de los datos y el enfoque fenomenológico es apropiada para el estudio desarrollado. Concluyendo que al implementar el aula invertida para el desarrollo de las clases se evidenció en los estudiantes un mayor grado de motivación por la clase y de responsabilidad con sus quehaceres, además de un alto nivel de satisfacción con el desarrollo de cada actividad, lo cual manifestaron con alegría durante cada sesión del desarrollo de la investigación. A demás de que la metodología de aula invertida presentó a los estudiantes una nueva manera de aprender y de resolver las dudas, lo cual fue de gran ayuda en los estudiantes que presentaban un menor desarrollo cognitivo en quienes se generó mayor autonomía, estudiantes que dejaron de ser actores secundarios en la realización de trabajos en grupo y pasaron a ser grandes protagonistas durante las clases.

A continuación, se muestra una tabla resumen de los aspectos más importantes de cada uno de los antecedentes que se tuvieron en cuanta en el desarrollo del proyecto.

TEORIA	TEMA	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	NOMBRE TESIS-ARTICULO	AUTORES	AÑO	CONTEXTO		
						L	N	I
Aprendizaje Significativo Investigación acción educativa.	Operaciones con expresiones algebraicas.	¿Cómo contribuir al mejoramiento del aprendizaje de la propiedad distributiva en operaciones con expresiones algebraicas, a través de estrategias didácticas que fortalezcan el aprendizaje en el proceso de lenguaje y la comunicación propia del área?	Estrategia didáctica que contribuya al aprendizaje de la propiedad distributiva en operaciones con expresiones algebraicas.	Pérez López Liliana Leonor.	2017		X	
teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y aprendizaje cooperativo de Jhonson y Jhonson. es de tipo cuantitativo con un enfoque cuasi-experimental,	Productos Notables	¿de qué manera las estrategias didácticas influyen en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la IE 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?	Estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la institución educativa República Federal de Alemania, Lima 2016.	Capcha Llanta Jorge Walter	2016			X

Investigación etnografía educativa, dirigida a la observación y descripción cualitativa de las sesiones de clase.	Números enteros.	¿Qué manifestaciones del Contrato Didáctico pueden observarse en las Prácticas Comunicativas entre profesor y estudiantes, de un curso de grado séptimo de un colegio distrital de Bogotá?	“El Contrato Didáctico y las Prácticas Comunicativas en el Aula de Matemáticas”	Joya Cruz Sindy Paola.	2016	**X**
Investigación mixta con un enfoque acción-reflexiva, respaldado desde la teoría de la educación matemática crítica y el aprendizaje significativo.	Operaciones con polinomios.	¿Cómo mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en el grado octavo a través de una unidad de producción de conocimiento “UDPROCO” como mediación pedagógica desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica?	La UDPROCO como mediación pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en grado octavo desde la perspectiva de la educación matemática.	Marín Idárraga Fredy Enrique.	2015	**X**

Teoría Aprendizaje significativo de Ausubel. Enfoque Cualitativo con una investigación etnográfica.	Expresiones algebraicas	¿Inciden las estrategias metodológicas en la motivación de los estudiantes para el aprendizaje de las matemáticas?	Incidencia Motivacional de las estrategias metodológicas aplicadas en la enseñanza de las expresiones algebraicas, en octavo grado, en un colegio de carácter oficial de la ciudad de Manizales	Guerrero Ocampo Diana Marcela	2011		**X**
Aula invertida y situaciones a-didácticas de Brousseau. Enfoque fenomenológico dentro del paradigma cualitativo desde la perspectiva de (Corbetta, 2007), con un enfoque de investigación mixto.	Concepto de función.	¿Cuáles son los beneficios de usar la metodología del aula invertida en la enseñanza de las funciones básicas?	Aula invertida: una estrategia para la enseñanza de funciones básicas.	Calderón Muñoz Rafael.	2018	**X**	

Marco Teórico

Con el propósito de diseñar una estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios, se tuvo en cuenta la teoría de las situaciones didácticas, adaptando el método del aula invertida, trabajo colaborativo, juego didáctico y polinomios algebraicos, entre las situaciones que se van a desarrollar en el aula.

Teoría de las Situaciones Didácticas

La teoría de las situaciones didácticas (TSD) tiene un enfoque constructivista que va dirigido a la enseñanza y aprendizaje de la matemática a partir de interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos. Este nuevo paradigma de la didáctica de las matemáticas nació cuando el investigador francés Guy Brousseau vio la necesidad de utilizar un modelo propio de la actividad matemática, que permita condicionar que aprenden y como aprenden matemáticas los estudiantes (Brousseau, 2007). De esta manera el origen de la TSD proporciona una regulación y mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas mediante la relación entre el saber escolar, profesor y alumno como se muestra en la siguiente figura.

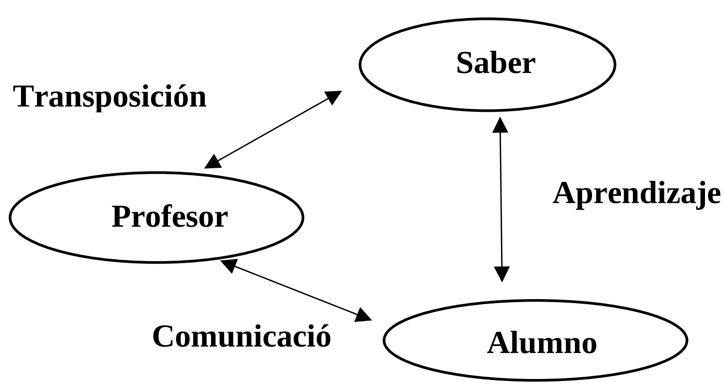


Figura 1. Relación didáctica.

Fuente. Libro Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas, (Brousseau, 2007).

En esta terna se pueden determinar los objetos a estudiar en el modelo sistemático de la didáctica fundamental, donde los tres pilares del triángulo forman una relación directa en la manera de enseñar en el marco de la TSD, siendo el saber lo epistemológico y ontológico, el alumno la parte psicológica y el profesor representando la parte funcional y pedagógica (D´amore & Fandiño, 2002); relacionadas dos a dos de tal forma que el profesor organiza el saber a enseñar en una serie de mensajes adaptados para facilitar la comprensión del conocimiento, de los cuales el alumno toma lo que debe adquirir para construir su propio conocimiento resaltando el proceso de aprendizaje, sin dejar de lado la relación profesor-alumno donde se tiende a motivar al estudiante a involucrarse y a hacerse cargo del proyecto didáctico que le concierne; apareciendo el medio didáctico como el conjunto de la interacción entre el saber, alumno y profesor (Brousseau, 2007).

Al hablar de la TSD se debe tener en cuenta dos tipos de situaciones, la primera, desde un enfoque tradicional que consiste en la relación profesor-estudiante, donde el docente provee los contenidos y los imparte al estudiante, quien recibe los conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados. Y el segundo, desde un enfoque constructivista contextualizado relacionando los tres sujetos: saber escolar, profesor y alumno, definiéndolo como el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento (Chavarría, 2006).

Para este proyecto se tendrá en cuenta el segundo punto de vista difundido por Brousseau, lo que hace necesario profundizar en conceptos que faciliten la implementación de la TSD para el desarrollo y análisis del mismo; definiendo una *situación* como un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio, el cual dispone como recurso para alcanzar o conservar un conocimiento (Brousseau, 2007). De modo que no todas las situaciones que se proponen son iguales debido a que algunas exigen todos los conocimientos y esquemas necesarios que tenga el estudiante, mientras que otras le permiten construir los conocimientos por sí mismos. Es decir, una situación es un entorno para el alumno diseñado y manipulado por el docente donde se le da la difusión y adquisición de conocimientos (Ramírez, 2009).

Como este trabajo tiene un trasfondo que es la matemática, es necesario comprender que una *situación matemática* es aquella que causa una actividad matemática en el estudiante sin intervención del profesor (Brousseau, 2007). Donde se interactúa alrededor de la creación, transformación e intercambio de conocimientos matemáticos, llegando así a la didáctica matemática que para Brousseau es la ciencia de las condiciones específicas de la difusión de conocimientos matemáticos útiles al funcionamiento de las instituciones humanas (Como se citó en Ávila, 2001). Entendiendo así, una *situación didáctica* como todo el entorno del alumno, incluidos el docente, y el sistema educativo diseñado para enseñar un conocimiento o controlar su adquisición, con la finalidad de lograr que el alumno se apropie de un saber constituido o en vista de constitución (Brousseau, 2007).

Para Brousseau la teoría de las situaciones didácticas se clasifica en cuatro más. En la primera, se identifica un estado inicial y final que corresponde a la solución de problemas (Vidal, s.f.), dentro de las cuales se tiene la *situación acción* que consiste en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber (Chavarría, 2006). El proceso se lleva a cabo sin la intervención del docente, pero esto no implica que éste se aísle del proceso, pues es el docente quien prepara el medio didáctico, plantea los problemas y enfrenta al estudiante a ese medio.

También se presenta la *situación de formulación* que consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes y se comparten experiencias en la construcción del conocimiento (Chavarría, 2006). En ese sentido hay un elemento que menciona Brousseau (1999), que es la necesidad de que cada integrante del grupo participe del proceso, es decir, que todos se vean forzados a comunicar las ideas e interactuar con el medio didáctico. Para esto se proponen dos fases, una centrada en el representante del grupo que pasa al tablero y que es el responsable de transmitir lo acordado entre ellos y la segunda centrada en la discusión en el equipo, donde cada estudiante expone a sus compañeros la estrategia que propone, poniéndola a discusión para que sea escogida y explicada ante los demás, de esta manera la retroalimentación permite cuestionar y dar o no la razón a cada una de las propuestas dadas dentro del grupo, logrando así la participación de todos los integrantes.

La tercera *situación es de validación,* que se da una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, donde se deben poner de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas, es decir, cada propuesta de los grupos debe ser sometida a consideración del otro grupo, el cual las sanciona y decide si las acepta, rechaza o en su defecto propone otra nueva (Panizza, s.f.). Esta validación del trabajo realizado no se aconseja que sea profesor-alumno ya que desfavorece las posiciones que deben tener los sujetos que discuten.

Estas tres primeras situaciones explicadas, corresponde al trabajo del estudiante debido a que es responsabilidad de él, la evolución y aprehensión del conocimiento en cada uno de los momentos (Vidal, s.f.). Abordando así a la última situación conocida como la *Institucionalización del saber* que representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica, pues es el profesor quien está a cargo. En esta situación los estudiantes ya han construido su conocimiento y, simplemente, el docente retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aportando observaciones y aclarando conceptos ante los cuales en la situación didáctica se tuvo problemas (Chavarría, 2006).

En el estudio de TSD estas cuatro situaciones complementan el proceso de aprendizaje de un saber matemático determinado, donde el objetivo es que el estudiante sea quien lidere cada una de las situaciones que le concierne. Para Brousseau (2007), estas situaciones deben desembocar en una situación a-didáctica. La cual inicia con la acción del maestro sobre el alumno, quien lo pone en contacto con un medio y al hacerlo le devuelve la responsabilidad de su aprendizaje, siendo esto la devolución del aprendizaje, con el objetivo que el estudiante se haga cargo de la construcción de su propio conocimiento, es decir, que llegue a la implicación y de esta manera a una situación a-didáctica, definiendo una situación a didáctica como la interacción entre el estudiante y un medio a propósito de un conocimiento, de tal forma que al ponerse en contacto con el medio ponga en juego sus conocimientos, pero también los modifique, rechace o produzca otros nuevos a partir de las interacciones que hace y del resultado de sus acciones (Sadovsky, s.f). Teniendo en cuenta lo anterior se puede decir que las situaciones a-didácticas complementan las situaciones didácticas ya que lo que se pretende es que el alumno al interactuar con la problemática la acepte como suya y produzca la respuesta de manera independiente de la mediación docente.

Lo anterior no quiere decir que el docente desaparezca del proceso, solo oculta la voluntad de enseñar rehusándose a intervenir dando lugar a la producción de conocimientos. Y para eso cada una de las situaciones debe presentarse mediante problemas que despierte el interés del estudiante donde las preguntas que se formulen no tengan respuesta inmediata, de tal manera que represente un reto para el estudiante (Chavarría, 2006).

En el desarrollo de una situación didáctica se presentan interacciones entre el estudiante, docente y saber, donde intervienen roles y acciones que hacen más acordes las clases; dentro de la TSD estas acciones son los acuerdos que realiza el docente con el estudiante, el cual establece los comportamientos entre los dos sujetos que se dan de manera implícita o explicita, pero también de actitudes vinculadas al objeto que se esté estudiando (Brousseau, 2007). Distinguiendo que en una situación didáctica al menos se presenta una situación problema y un contrato didáctico, el cual distribuye responsabilidades y derechos entre el docente y los alumnos, dejando en evidencia que el aprendizaje no se reduce a memorizar y repetir algoritmos en el caso de un saber matemático (Joya, 2016).

Definiendo así, el contrato didáctico como los comportamientos del profesor que son esperados por los estudiantes y los comportamientos de los estudiantes que el docente espera de ellos, determinados por reglas de lo que se debe hacer o exigir de la relación didáctica que se lleva a cabo (Joya, 2016). Donde se pueden evidenciar actitudes poco favorables que para Brousseau (2007), pueden interrumpir el proceso de construcción de conocimientos que está realizando el estudiante, catalogados como efectos o fenómenos didácticos que incluye la transposición didáctica, que puede entenderse como el resultado producido por una causa o consecuencia de una decisión (Ávila, 2001).

A juicio de Ávila (2001), el primero de ellos es el efecto Topaze que es donde el estudiante llega a la solución de un problema, no por sus propios medios, sino por la intervención del profesor en la solución del mismo. Un segundo efecto es el de *Jourdain* que hace referencia a los procedimientos que muestra el docente y que debe realizar el estudiante para una correcta solución, lo que no significa necesariamente la apropiación del objeto matemático, sino la repetición de procesos. También se presenta el deslizamiento *Meta-Cognitivo* que surge cuando una actividad ha fracasado y el docente utiliza instrumentos alejados del conocimiento matemático, provocando otras dificultades, alejando al estudiante de la intensión real de enseñanza y aprendizaje que se pretendía y limitándolo solo al uso de un nuevo instrumento. Y, por último, se encuentra el efecto *Abusivo de la Analogía* que es cuando el docente usa analogías o conceptos parecidos al objeto de estudio para que los estudiantes se apropien del saber, pero su uso repetitivo hace que generen ideas inadecuadas o malentendidos al considerar aspectos que pueden no ser convenientes para tratar el objeto matemático (Joya, 2016).

Desde el análisis de la participación del docente en la relación didáctica, se considera que las responsabilidades del estudiante y profesor son importantes para caracterizar cada uno de los contratos que se establecen en cada situación, debido a que esto permite la aparición de comportamientos y productos de cada alumno (Ávila, 2001), dando lugar a tipos de contratos que van desde los no didácticos, débilmente didácticos y fuertemente didácticos, que de acuerdo con Brousseau (2007), un *contrato no didáctico* es aquel donde el docente no tiene compromiso didáctico frente al estudiante, es decir, no está encargado de enseñarle algo, de tal manera que si el alumno cambia sus actos o creencias es de manera voluntaria y no por intervención del profesor. Identificando así cuatro tipos de contratos como este, el primero de ellos es el *contrato de emisión* donde el docente envía un mensaje sin preocuparse por las condiciones efectivas del estudiante, es decir no hay relación alguna entre el profesor y alumno, el segundo es el de *comunicación* este es un poco más exigente que el de emisión ya que el profesor tiene la responsabilidad de hacer llegar el mensaje, pero garantizando la buena recepción o interpretación de él. El tercer contrato conocido como *experto* es aquel donde el docente garantiza la validez del mensaje enviado, aquí el estudiante puede exigir al docente que establezca cierta autenticidad del saber; y el último contrato no didáctico es el de *producción del saber* donde el profesor garantiza una novedad en el mensaje enviado, y el estudiante puede solicitar al docente que aporte la prueba de validez del conocimiento a aprender (Brousseau, 2007).

A sí mismo, se puede identificar un contrato débilmente didáctico, que implica que el profesor acepte el compromiso de reestructurar u organizar el mensaje a enviar en función de algunas características teóricas del estudiante, aceptando responsabilidad en el contenido del mensaje, pero no en cuanto a sus efectos sobre el estudiante (Ávila, 2001). Contratos de este tipo se tiene el *contrato de información* que es donde el profesor dice el saber a estudiar, de tal manera que el estudiante tiene la responsabilidad de interpretarlo y usarlo como mejor le parezca. El siguiente es el de *utilización de los conocimientos* el cual le da más responsabilidad al docente, pues debe explicar al estudiante el empleo y utilidad de los conocimientos que se proponen, teniendo en cuenta que, en estos dos primeros tipos de contratos débilmente didácticos, el estudiante es el que determina si está bien informado o requiere más información del tema estudiado. Un tercer contrato es el de *iniciación o de control* que a diferencia de los anteriores, en este el docente además de proponer un saber debe proporcionar sus aplicaciones que lo justifiquen, determinando si el conocimiento se comprendió bien o solo se recibió; por último, se presenta el contrato de *instrucción o dirección de estudio* que además de comprender lo de los tres primeros, el docente debe indicar como adquirir el saber, proponiendo ejercicios que le permitan alcanzar los conocimientos, sin pasar a explicar el saber como tal, es decir, los ejercicios deben ser semejantes entre sí, de tal forma que la solución de uno permita ser transportada a la temática (Seruda & Ponce de León, 2014).

Desde el punto de Brousseau (2007), en los contratos débilmente didácticos el alumno es quien tiene la responsabilidad principal, pues es quien decide el uso de los medios puestos a su disposición por el docente; que a diferencia de los contratos fuertemente didácticos el profesor asume la responsabilidad del resultado efectivo de su acción sobre el alumno, modificando los conocimientos e intentando provocar un aprendizaje (Ávila, 2001). Dentro de este tipo de contratos hay tres más que se identifican con la teoría de las situaciones didácticas, como lo es el *contrato por revelación* que toma el saber antiguo implícitamente, sirviendo como contradicción al saber nuevo, para ser negado o rechazado; pasando al segundo que es el contrato de *situación de revisión* donde todos los saberes pasados son formulados, reconstruidos y justificados en una situación didáctica particular, de tal manera que el estudiante recurre a esos recuerdos, estableciendo relaciones en común entre los temas para hacerse entender. Algo semejante ocurre con el último tipo de contrato que es de *recuperación*, pero con la diferencia que aquí el saber antiguo es objeto de una nueva formulación, comentarios y nuevas explicaciones, es decir, se ponen en evidencia los inconvenientes de la mala o buena utilización de los conocimientos, dando un sentido personal del concepto matemático a estudiar, lo cual es crucial para el aprendizaje (Seruda & Ponce de León, 2014).

Clase invertida y trabajo colaborativo

Como fundamentación a la metodología de este proyecto que se centra en la teoría de las situaciones didácticas, se incorpora el modelo de flipped classroom o clase invertida, el cual fue propuesto por Lage, Platt y Treglia en el año 2000, que en un inicio consistió en grabar conferencias para que los estudiantes las revisaran antes de asistir a clases de economía que ellos dictaban. Este modelo consiste en invertir la estructura tradicional de la clase presencial expositiva a través de herramientas multimedia, donde la clase impartida por el profesor pueda ser atendida por el estudiante en horas extra-clases, de manera que las clases presenciales se conviertan en exploración y práctica de los conocimientos que se quieran desarrollar (Olaizola, 2014).

Por medio de este modelo de aprendizaje se espera que los estudiantes con ayuda del profesor y compañeros, puedan aplicar, analizar, evaluar y crear un entorno a un tema determinado, donde se implementa el trabajo interactivo, trabajo colaborativo, el aprendizaje basado en problemas y la realización de proyectos (Andrade y Chacón, 2018). De acuerdo con Olaizola (2014) el material multimedia que se distribuye a los estudiantes es creado o seleccionado por el docente, bien sea videos, presentaciones, infografía entre otros, con el objetivo de fomentar compromiso por su propio aprendizaje y al docente darle la responsabilidad de organizar la clase con el fin de guiar las actividades hacia la meta establecida.

En el aula invertida se considera un elemento central en el aprendizaje por la identificación de competencias que se desarrollaran en el estudiante, donde el docente debe seleccionar los contenidos que requieren ser aprendidos por instrucción directa o por medio de la multimedia, todo con una metodología centrada en el estudiante, donde el docente plantea tareas activas y colaborativas que impliquen actividades mentales superiores dentro del aula, para que el estudiante demuestre con la practica la aprensión del contenido, como se puede ver en la figura 2 (Martínez, Esquivel y Martínez, 2014).

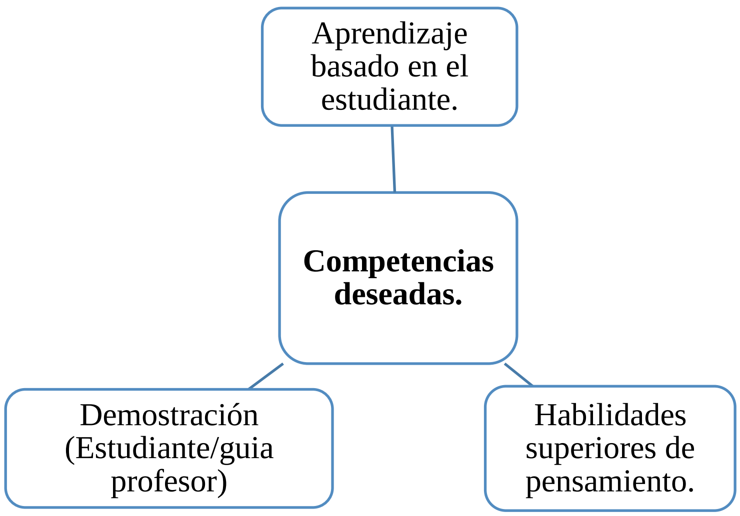


Figura 2. Elementos del aula invertida.

Fuente. Artículo Aula Invertida o Modelo Invertido de Aprendizaje: Origen, Sustento e Implicaciones, Martínez, Esquivel y Martínez (2014).

Ahora bien, la dinámica del aula invertida y el papel del docente son de gran importancia para que esta metodología funcione, debido a que los contenidos se deben presentar de forma dinámica al estudiante. Para esto se consideran unas sesiones o etapas de cómo se debe dividir la clase presencial o virtual para impartir los contenidos (Mora y Hernández, 2017).

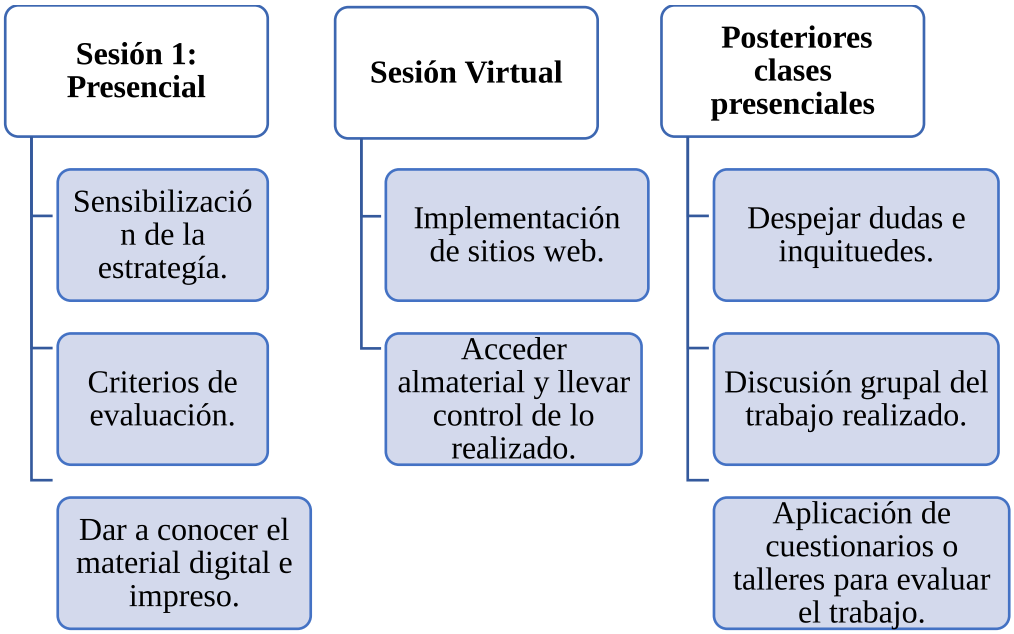


Figura 3. Dinámica del aula invertida.

Fuente: Adaptado de Mora y Hernández, 2017.

La Figura 3 muestra de forma general los componentes que debe tener la dinámica de la clase invertida dividida en dos sesiones, la primera sesión que corresponde a la presencial donde se resalta la sensibilización de la metodología, con el objetivo de motivar y acercar al estudiante a su propio aprendizaje, exponiendo los criterios de evaluación del trabajo a desarrollar, y llegando a un acuerdo mutuo de los tiempos y orden en que se desarrollará cada actividad. Por último, dando a conocer el material digital y presencial que se aplicará durante la actividad, lo que es importante realizar, porque de esa forma las actividades se ejecutarán de manera óptima.

Una segunda etapa es la clase virtual, la cual debe ir orientada a maximizar el tiempo de las clases presenciales, de tal manera que el material que se presenta esté en un sitio web, donde el estudiante pueda acceder a él las veces que sean necesarias, pero que además sea un medio para tener registro de las actividades desarrolladas por ellos (Mora y Hernández, 2017), llevando a un mejor aprovechamiento de las sesiones posteriores a la virtual, donde hay tres espacios de suma importancia durante la clase, que inicia con la solución de inquietudes respecto a lo desarrollado virtualmente; hay resaltar que este proceso se debe hacer al inicio y final de la clase para que haya mayor claridad en los temas; en segundo lugar, se realiza el trabajo grupal que tiene como objetivo dar un espacio donde los estudiantes socialicen los resultados obtenidos, llegando a la fase final de aplicación de lo aprendido mediante talleres o cuestionarios que el docente aplica.

No obstante, el papel del docente en esta metodología es importante porque es quien selecciona o prepara el material que se va a utilizar en las sesiones virtuales y presenciales. En opinión de Olaizola (2014), el aplicar esta estrategia requiere más trabajo del docente, debido a que se debe hacer un análisis de los temas a desarrollar junto con toda la producción de las actividades virtuales, como videos, blogs o talleres. El docente considera unas determinadas características si quiere implementar el aula invertida en las clases, iniciando por tener un amplio manejo de los contenidos a trabajar, aceptando sus propias limitaciones y promoviendo la investigación para resolver las dudas que surjan, mostrando disposición para el trabajo colaborativo y habilidades en el diseño de unidades de aprendizaje activo, como conocimientos de multimedia, navegación y uso de redes sociales; debe conocer las necesidades propias de cada estudiante, para aportar y facilitar el aprendizaje de forma efectiva (Martínez, Esquivel y Martínez, 2014).

El modelo de clase invertida además de considerar elementos multimedia, tiene su sustento teórico en el modelo constructivista de Vigotsky en cuanto al proceso de construcción colaborativa y resolución de problemas en trabajo conjunto (Martínez, Esquivel y Martínez, 2014). Por lo cual, el trabajo colaborativo en el ámbito escolar se asume como un modelo de aprendizaje interactivo, donde el estudiante construye junto a sus compañeros mediante un intercambio de esfuerzos, talentos y competencias que les permite lograr las metas establecidas, que como expresa Revelo, Collazos y Jiménez (2017), no importa solo el producto, sino los procedimientos y rutas para la construcción de nuevos conocimientos.

El trabajo colaborativo surge como marco de la teoría del constructivismo social, que considera que la esencia de aprendizaje en el ser humano es trabajar y aprender en forma conjunta, es decir, la persona involucrada aprende más de lo que aprendería por sí sola, gracias a la interacción de los integrantes del grupo, donde se contrasta los puntos de vistas hasta llegar a un acuerdo, de tal manera que se genera un proceso de construcción del conocimiento (Leguizamón, 2016). En el aprendizaje colaborativo los participantes se comprometen a aprender algo juntos, donde se comparte la autoridad y entre todos se acepta la responsabilidad de las acciones del grupo, cambiando la responsabilidad del docente y volviéndose un aprendiz en el proceso (Zañartu, 2011), donde la meta les concierne a todos, de ahí que el trabajo colaborativo responda a construir un aprendizaje interactivo, que demanda conjugar esfuerzos, talentos y competencias, que implica llegar al respeto de las contribuciones individuales de los miembros del grupo (Revelo, Collazos y Jiménez, 2017).

Juego didáctico

El juego didáctico siempre ha estado presente durante la evolución de la matemática como componente lúdico de un área abstracta y poco motivadora para los estudiantes, plantea Edo, Mercé, Deulofeu y Jordi (2006), que las matemáticas tienen características que algunos juegos utilizan como estrategia para realizar una mejor jugada, entre las que se encuentran algunas relaciones numéricas y geométricas. Entendiendo así por juego toda actividad cuya finalidad es lograr diversión y entretenimiento de quien la desarrolla. Pero en el campo educativo ayuda a crear situaciones de valor cognitivo que permite al estudiante explorar, investigar, resolver problemas, descubrir y reflexionar (Muñiz, Alonso y Rodríguez, 2014).

Incorporar el juego en el proceso de aprendizaje a juicio de Muñiz, Alonso y Rodríguez (2014) contribuye al desarrollo integral, emocional y social de los estudiantes, de manera que estas actividades lúdicas requieren esfuerzo físico y mental, pero las realizan con agrado debido a que no perciben el esfuerzo y si la distracción, donde se ponen a prueba los conocimientos del individuo, favoreciendo las destrezas, habilidades y capacidades de gran relevancia para el desarrollo personal y social del estudiante. De manera que el uso de los juegos también ayude a la compresión de conceptos o la adquisición de métodos de resolución de problemas.

Desde el punto de vista de Gairín (1990), el juego didáctico como recurso en el área de matemáticas se utiliza con el objetivo de desarrollar conceptos o estructuras conceptuales matemáticas, donde se práctica y experimenta algoritmos por medio de ejercicios que ayudan al desarrollo de habilidades de percepción y razonamiento lógico. En la opinión de Muñiz, Alonso y Rodríguez (2014), las principales razones para utilizar los juegos como recurso didáctico es que estas actividades son atractivas y aceptadas con facilidad por los estudiantes, con la intensión de que con ellas se desarrollen capacidades cognitivas que requieren atención, memoria y estimulación de la imaginación, las cuales se representan en tres niveles cognitivos que se pueden desarrollar por medio del juego: enactivo, icónico y simbólico.

En este proyecto el juego didáctico está relacionado con el concepto de gamificación, el cual procede de la palabra *game* (juego en inglés), construyendo el neologismo gamificación que hace referencia al uso de estrategias, elementos y reglas de un video juego en contextos no jugables (Castillo, Soberanes y Peña, 2016). Es decir, que mediante la gamificación se puede convertir tareas monótonas en juegos divertidos que lleva al estudiante a cambiar de mentalidad y concebir las ideas como un juego. Scolari señala, que por medio del juego se pueden crear experiencias interactivas a través de un objeto de aprendizaje considerando dos aspectos: el primero corresponde a los elementos digitales los cuales tienen un bajo nivel de tolerancia a la frustración, convirtiendo la recompensa en algo fundamental y segundo que la gamificación no se trata sólo de obtener puntos, pasar niveles o ganar insignias en un programa e-learning (Como se citó en Castillo, Soberanes y Peña, 2016).

Desde el punto de vista de Muñoz, Hans y Fernández (2019), con la gamificación se aplican dinámicas típicas de los juegos para potenciar la motivación y la respuesta de los individuos ante un determinado objeto de estudio. Una de las practicas es premiar a aquellos que se involucran en la actividad, para despertar y mantener el interés del jugador en todo momento, para ello se proponen las siguientes técnicas: plantear retos que se resuelvan de forma individual o grupal para conseguir unos objetivos recompensados, crear desafíos entre los estudiantes, acumular puntos para redimir en premios o incentivos académicos y pasar niveles en clasificaciones para quedar encima de otros jugadores. Todo en entorno a que se involucre al estudiante en el proceso educativo y para que esto se haga de manera correcta, los saberes se deben concebir en forma de juego, donde por medio de experiencias comprometidas e interactivas con un objeto de aprendizaje se fortalezca, retenga y aplique el conocimiento (Castillo, Soberanes y Peña, 2016).

Álgebra y polinomios algebraicos

Teniendo en cuenta que el componente matemático es parte del álgebra es importante iniciar a comprender un poco la historia hasta lo que se conoce hoy en día. Sus orígenes se remontan a los babilónicos y egipcios en el año 2000 a. c en registros encontrados en papiros cuya traducción resalta soluciones de problemas de ecuaciones de primer grado. Sin embargo, en el siglo II de nuestra era, el matemático Diofanto de Alejandría, en la obra Aritmética introdujo soluciones de ecuaciones cuadráticas, y un simbolismo algebraico al asignar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega “arithmos” que significa número (Ortiz, 2005).

En el siglo IX, el matemático persa musulmán Abu Abdallah Muḥammad ibn Mūsā al-Jwārizmī, conocido generalmente como al-Jwārizmī, introdujo en su obra Hisab al yabr ua al muqabala, las palabras álgebra, guarismo y algoritmo; donde la primera significa compensación o restauración de los dos miembros de la igualdad de una ecuación, y la segunda, reducción de términos semejantes. Entendiendo el concepto de álgebra de al-Jwārizmí como la teoría de las ecuaciones lineales y cuadráticas con una sola incógnita, y de la aritmética de binomios y trinomios relativos (Ortiz, 2005).

Ahora bien, el álgebra fue enriquecida por algebristas como John Widmann, que en 1889 ideo los signos (+) y ($-$); Christoff Rudolf que en 1525 uso el signo $\sqrt{\ }$; Robert Recorde que introdujo el signo ($=$); William Oughtred que en 1631 uso el signo ($\times$); en ese mismo año, Thomas Harriot comenzó a usar los signos $<>$. Otro aporte al álgebra fue el de René Descartes en 1637 adoptando la letra x para designar la incógnita y comenzó a usar los números enteros como hoy se conocen, para escribir los exponentes y por último, se tiene los aportes de Isaac Newton en 1676, quien generalizó la fórmula para desarrollar un binomio e hizo extensivo el procedimiento al caso de los exponentes negativos y fraccionarios (Puig, 2003). A propósito de lo anterior, Leguizamón, Jiménez y Suarez (1999), generalizaron un polinomial de la forma $(a_1 + a_2 + \cdots + a_p)^n$. A partir del desarrollo de un binomial mediante factoriales.

Las anteriores descripciones hicieron parte del avance del álgebra para lograr la generalización de cantidades ya sean conocidas o desconocidas unidas por signos de las operaciones aritméticas, llegando así al concepto de polinomio como una expresión de la forma $a_{n-1}x^{n-1} \ldots + a_1x + a_0$, donde n es un entero no negativo y cada coeficiente a_i es un número de $\mathbb{R}$. En el caso de que los coeficientes pertenezcan al conjunto de los números reales se dice que $P(x)$ es un polinomio real entero (Urbano, 2011).

Metodología

Teniendo en cuenta que se busca facilitar el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios en estudiantes de grado octavo del colegio GC, por la problemática evidenciada al momento de estudiar estos temas en el aula de clases, se propone un enfoque de investigación mixto, que desde el punto de vista de Hernández, Fernández y Baptista (2014), representa un conjunto de procesos que implican la recolección y análisis de datos cuantitativos y cualitativos, para lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio. En la opinión de Otero (2018), una investigación mixta implica una recolección, análisis e interpretación de datos cualitativos y cuantitativos que el investigador haya considerado necesarios para su estudio.

Teniendo en cuenta los anteriores autores, se considera que quien orienta mejor lo que se pretende realizar con el proyecto es Hernández, Fernández, & Baptista (2014), por lo que este enfoque permite realizar un análisis más amplio, ya que se consideran diversas fuentes y tipos de datos y análisis. Como expresa Johnson el enfoque mixto mezcla procesos cuantitativos y cualitativos, centrándose más en una de ellas o dándole la misma importancia (como se citó en Hernández, Fernández, & Baptista, 2014). Lo anterior, porque en este proyecto el enfoque escogido tiene un predominio cualitativo, pues al querer facilitar el aprendizaje de las operaciones básicas a través de diferentes herramientas didácticas, a este trabajo lo fundamenta un tipo de investigación descriptiva que según Monje (2011), busca describir situaciones o acontecimientos a partir de la visión de quienes han tenido dicha experiencia. Hernández, Fernández, & Baptista (2014), señalan que los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las caracteristicas y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis, permitiendo medir la información recolectada, para luego describir, analizar e interpretar las caracteristicas del fenomeno estudiado en la realidad del escenario planteado.

Según lo expuesto anteriormente, se propone un estudio de caso como diseño de investigación, que en la opinión de Yin la describe como una investigación empírica de un fenómeno, del cual se desea aprender dentro de su contexto real, convirtiendola en una herramienta que permite registrar y describir la conducta de las personas involucradas en el fenomeno estudiado (como se citó en lopez, 2013). A demás, se considera lo dicho por Mc kernan quien señala que un estudio de caso incluye el análisis de los datos recogidos durante el trabajo de campo y redactados en la culminación de un ciclo de acción o la participación de la investigación (como se citó en Mendoza, 2015). Centrando así este proyecto en estudios de caso descriptivo, donde se pretende identificar y describir los distintos factores que ejercen influencia en el fenómeno estudiado (López, 2013), considerando múltiples posibilidades para dar sentido a lo observado y no analizar unos factores prefijados (Leguizamón, 2016).

Este proyecto se desarrolló en el Colegio Gimnasio Cambridge de Tunja, de carácter privado, que se encuentra ubicado en el Km 3 vía a Combita vereda San Onofre. Esta institución cuenta con los niveles de primaria y básica secundaria, 79 estudiantes, 13 docentes de planta, 6 docentes catedráticos y 6 administrativos. El curso en el que se aplicaron las actividades es el grado octavo, formado por 4 estudiantes, 2 mujeres y 2 hombres. Los términos pactados inicialmente con los estudiantes fueron respetados durante el desarrollo de la investigación, también se otorgó el consentimiento para la presencia de cámaras de video durante las clases (Anexo 1). Y para la investigación se utilizó la letra (E) para señalar el estudiante y se enumeró a cada uno para proteger la identidad de los participantes, al igual que se resaltó el beneficio compartido del grupo y también para la institución. Otro aspecto ético importante de mencionar es el que tiene que ver con la fidelidad de los datos obtenidos en las actividades y encuestas aplicadas, se mantuvo la autenticidad de los datos así mostraran resultados contrarios a lo esperado.

Instrumentos de recolección de información.

Para la recolección de información se aplicaron a los estudiantes de grado octavo del colegio gimnasio Cambridge los siguientes instrumentos:

1. Prueba diagnostico “Free Fire retando tus conocimientos”: Esta prueba fue realizada por la docente y aplicada en primera instancia en grado noveno para su validación, la cual está compuesta por siete puntos, donde se pretendió constatar que conocimientos previos tienen los estudiantes para abordar el tema de operaciones básicas con polinomios algebraicos, de los cuales se evalúa propiedades de las operaciones, solución de operaciones aritméticas y solución de problemas planteados con situaciones del juego Free Fire. Para el análisis de cada punto se tuvo en cuenta la siguiente caracterización.

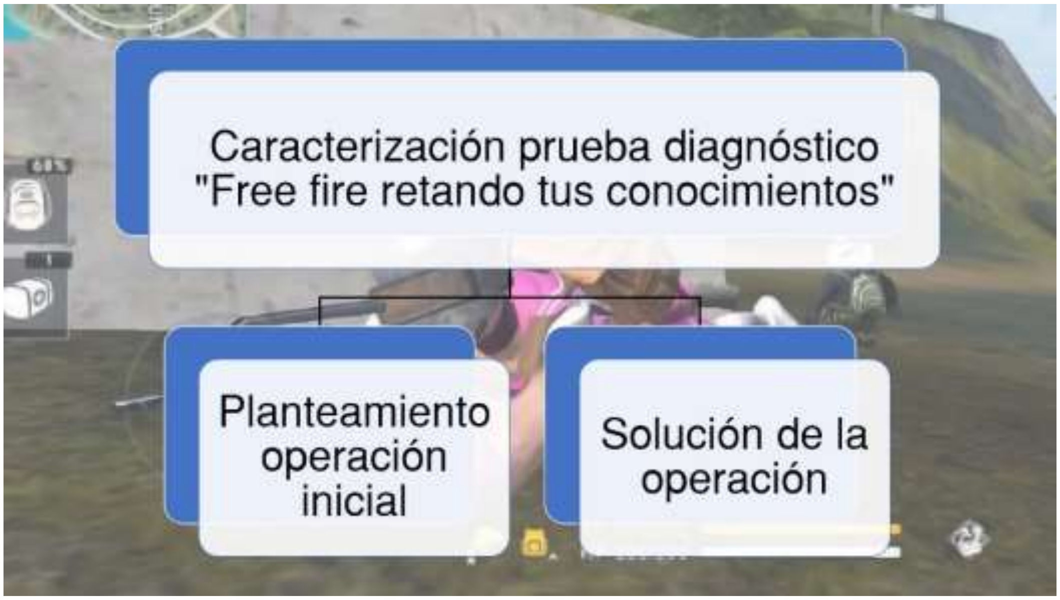


Figura 4. Caracterización prueba diagnostico “Free Fire retando tus conocimientos”.

Fuente. Elaboración propia.

Se debe aclarar que las características de planteamiento de problema y solución de la operación de la figura 4, en algunos puntos no va a aplicar una de las características debido a la forma como se planteó cada punto o literal. De igual forma después de socializada la prueba se formaliza algunos temas que son importantes para el desarrollo de las actividades.

2. Actividades didácticas: Se diseñaron y aplicaron cuatro actividades correspondientes a cada operación básica con polinomios algebraicos, donde cada una estaba contextualizada al juego Free Fire de uso comercial no didáctico distribuido por Garena. Se desarrollaron teniendo en cuenta la situación acción, formulación, validación e institucionalización que propone Brousseau en la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 2007). Para el análisis de estas actividades se tuvo en cuenta las cuatro situaciones ya mencionadas, y a su vez cada una de ellas se complementa de otras teorías y modelos didácticas como el aula invertida y trabajo colaborativo que ayudaron a fortalecer cada actividad aplicada, como se muestra a continuación.

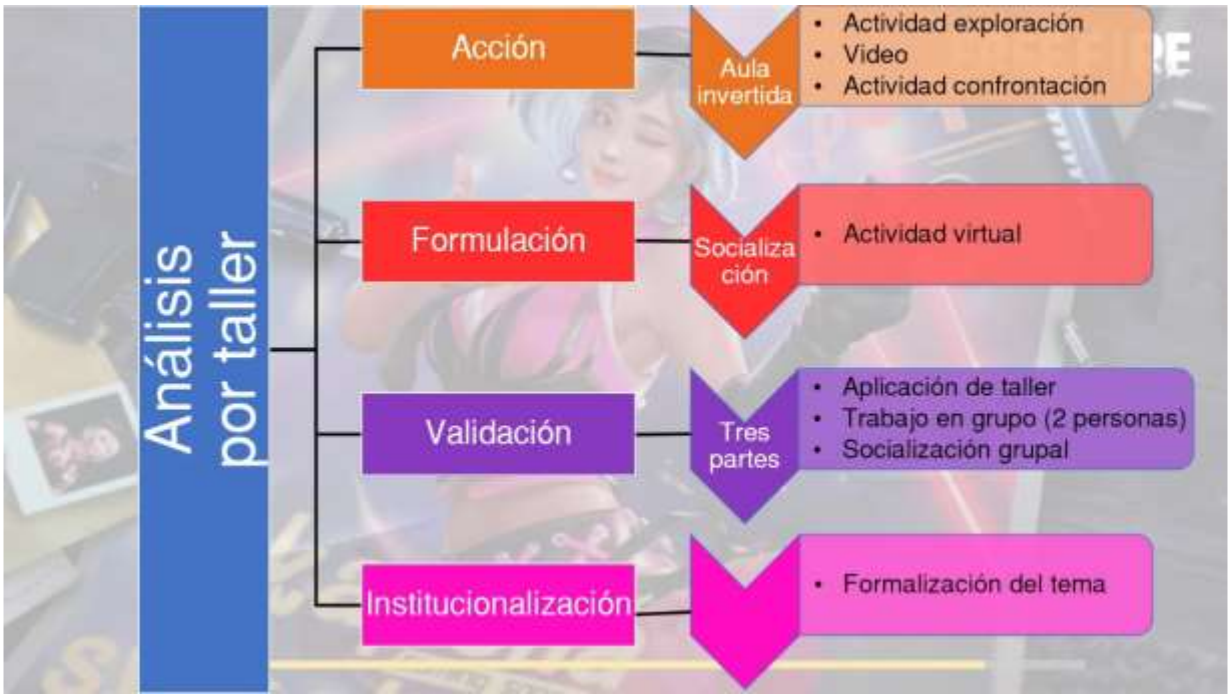


Figura 5. Orden para el análisis de cada taller aplicado.

Fuente. Elaboración propia.

Para la situación acción, se utilizó el modelo de aula invertida como estrategia didáctica para acercar al estudiante al tema de operaciones básicas con polinomios algebraicos, desarrollada en tres partes, como se muestra en la figura 6, donde dos de ellas son las actividades de exploración y confrontación, compuestas por ejercicios online de la plataforma Santillana que los estudiantes utilizaban en el momento, por lo cual el análisis de cada punto propuesto en estas dos etapas se realizó teniendo en cuenta las siguientes características, donde cada una se evaluó en acierto (AC) y error (Err).

Figura 6. Caracterización actividad virtual, situación acción.

Fuente. Elaboración propia.

En la situación de formulación entra en juego el trabajo colaborativo como ámbito de aprendizaje, que se dio al momento de socializar las actividades desarrolladas en la situación acción, permitiendo que los estudiantes compartieran e hicieran un intercambio de ideas de como desarrollaron cada punto propuesto. La situación de validación se compone de tres etapas que de acuerdo a la figura 5, la primera corresponde a un trabajo individual, es el momento donde cada estudiante solucionó los talleres; una segunda etapa fue de trabajo en grupos de dos personas, donde verificaron y unificaron procedimientos de las soluciones de los talleres; y una última que es una socialización general, donde cada grupo puso a juicio los posibles procedimientos y soluciones para cada punto de los talleres que se trabajó. De este modo se llegó a la situación de institucionalización dirigida por la docente, espacios al final de cada actividad para formalizar y aclarar inquietudes presentadas en los talleres de las cuatro operaciones básicas con polinomios.

A si mismo cada punto propuesto en los talleres con Free Fire, se analizó teniendo en cuenta la siguiente caracterización.

Figura 7. Caracterización para cada punto de los talleres con Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Cada característica que se muestra en la figura 7 permitió medir elementos importantes en el desarrollo de cada taller solucionado por los estudiantes, que a su vez cada una se evaluó en acertada (AC), error (Err) o no la desarrolló (N. D.) para consolidar la información obtenida por cada estudiante. A sí mismo en algunos puntos o literales se determinó que no todas las características aplican, pues esto dependió de cómo se planteó cada punto.

3. Prueba final "Free Fire Algebraic Polynomials": Se aplicó una prueba final que incluyó las cuatro operaciones básicas con polinomios algebraicos, contextualizados a situaciones del juego Free Fire, este último taller consta de siete puntos donde el último punto acercó al estudiante a que propusiera una situación, utilizando las operaciones y los elementos del juego.

4. Encuesta de opinión: Con esta encuesta se culminó el proceso de recolección de información y fue aplicada a los estudiantes para conocer la opinión de ellos sobre el desarrollo de las actividades aplicadas en el proyecto. Para el análisis de la encuesta se tuvo en cuenta la siguiente categorización.

Figura 8. Categorización para la encuesta de opinión aplicada.

Fuente: Elaboración propia.

Las preguntas de la uno a la tres corresponden a la categoría de trabajo en plataforma, la pregunta cuatro y cinco hacen referencia a la categoría comprensión de las situaciones planteadas y el juego Free Fire, en la categoría trabajo en grupo y socialización están las preguntas de la seis a la ocho y para la categoría de intervención docente y sugerencias las preguntas nueve y diez.

Proceso metodológico

Para cumplir con los objetivos propuestos en este proyecto se realizaron una serie de actividades qué ayudaron a dar un orden en todo el proceso de estudio y desarrollo de éste.

Se inició con una búsqueda referencial, para posteriormente seleccionar documentos con información necesaria sobre este tema, y así profundizar en la estructura matemática de las operaciones con polinomios algebraicos y la teoría de las situaciones didácticas. Después se diseñó y aplicó una prueba diagnóstica de los preconceptos necesarios para abarcar el tema de las operaciones básicas con polinomios, lo cual sirvió como base para fortalecer algunos temas y de esta manera iniciar con la aplicación de las estrategias del tópico a estudiar.

Para el segundo objetivo se inició con la selección de actividades online y el diseño del material audiovisual en donde se explicaron ejercicios que sirvieron como apoyo para introducir el tema de operaciones básicas con polinomios algebraicos; para esto, se utilizó la plataforma Santillana que los estudiantes disponen en el momento. Adaptando así, la estrategia del aula invertida para la primera parte de la investigación que corresponde a la situación acción y formulación dentro de la TSD.

Se diseñaron los talleres para cada una de las operaciones con polinomios algebraicos haciendo uso de la interfaz del juego Free Fire para la creación de situaciones problema que involucrarán la adición, sustracción, multiplicación y división de polinomios, la decisión de utilizar este juego fue por los elementos geométricos que tiene el diseño de la interfaz y que se puede asociar muy bien con conceptos del algebra como el que se está estudiando. Estas actividades se aplicaron y desarrollaron bajo la metodología del trabajo colaborativo, la cual complementa la situación de validación dentro de la investigación (figura 6). Terminando con el análisis de cada una de las estrategias aplicadas para facilitar el aprendizaje del tema estudiado, que se realizó bajo los criterios de un estudio de caso, describiendo cada una de las situaciones de la TSD para cada taller.

A continuación, en la figura 9 se muestra de una forma práctica el proceso metodológico que se va a llevar a cabo para el desarrollo de este trabajo.

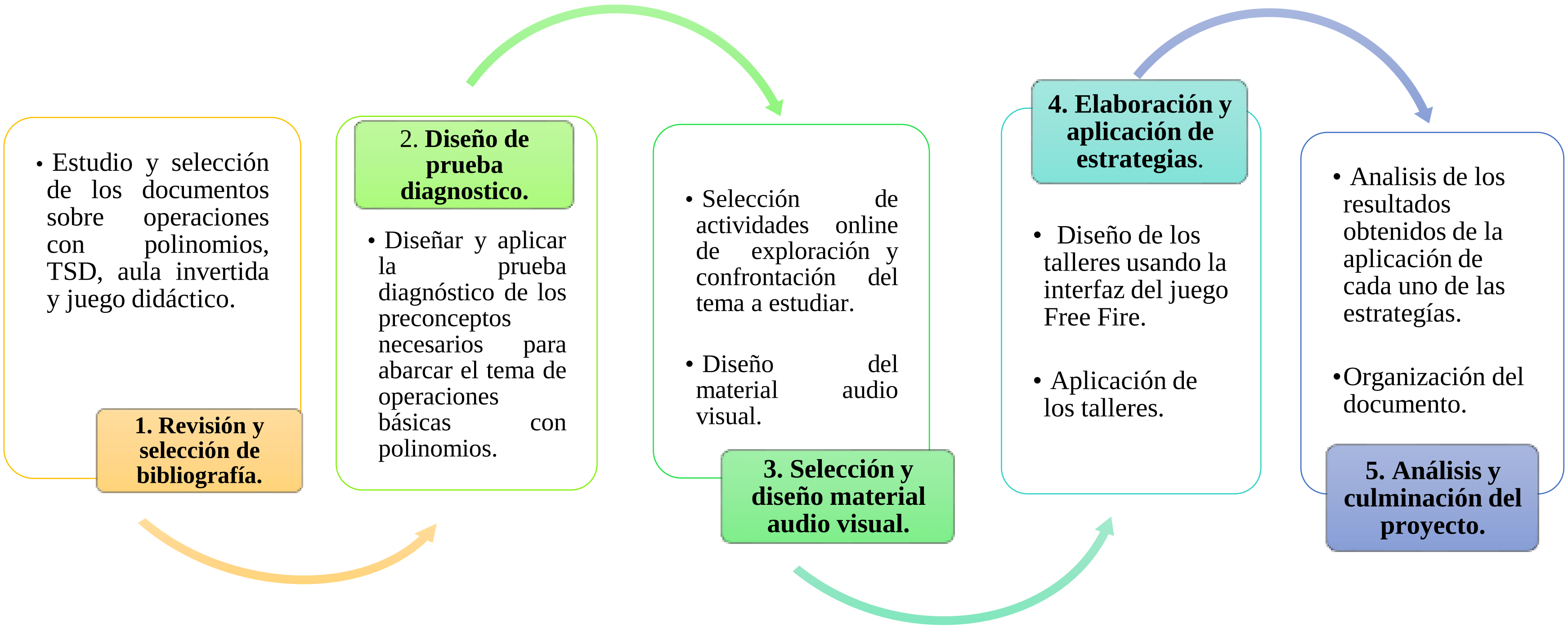


Figura 9. Proceso Metodológico.

Fuente: Elaboración propia.

Análisis y resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos después de aplicar los instrumentos que se propusieron para este proyecto, teniendo en cuenta cada una de las situaciones y etapas que se presentaron durante el desarrollo del mismo.

En la primera sesión se realizó la socialización del contrato didáctico que determinaba el propósito, compromisos y responsabilidades, que el estudiante y docente debían tener para el desarrollo de la investigación, tanto la explicación del sitio web que se utilizó y los materiales (ejercicios y videos) que debían desarrollar en la exploración como confrontación de la actividad. La socialización se realizó de forma grupal explicando cada aspecto, donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de dar su opinión respecto a cada uno de ellos; hay que resaltar que estas pautas son explícitas para los momentos y responsabilidades de cada sesión, así como los criterios de evaluación de las actividades trabajadas por los estudiantes, e implícitas que van surgiendo según la necesidad y desempeños de las clases.

La primera actividad aplicada fue la prueba diagnóstica “Free Fire retando tus conocimientos” (Anexo 2.) que se analizó respecto a los resultados obtenidos en cada punto, organizados según las características, planteamiento de la operación inicial y solución de la operación planteada. Encontrando para cada punto de la prueba los siguientes resultados, según las características de planteamiento operación inicial:

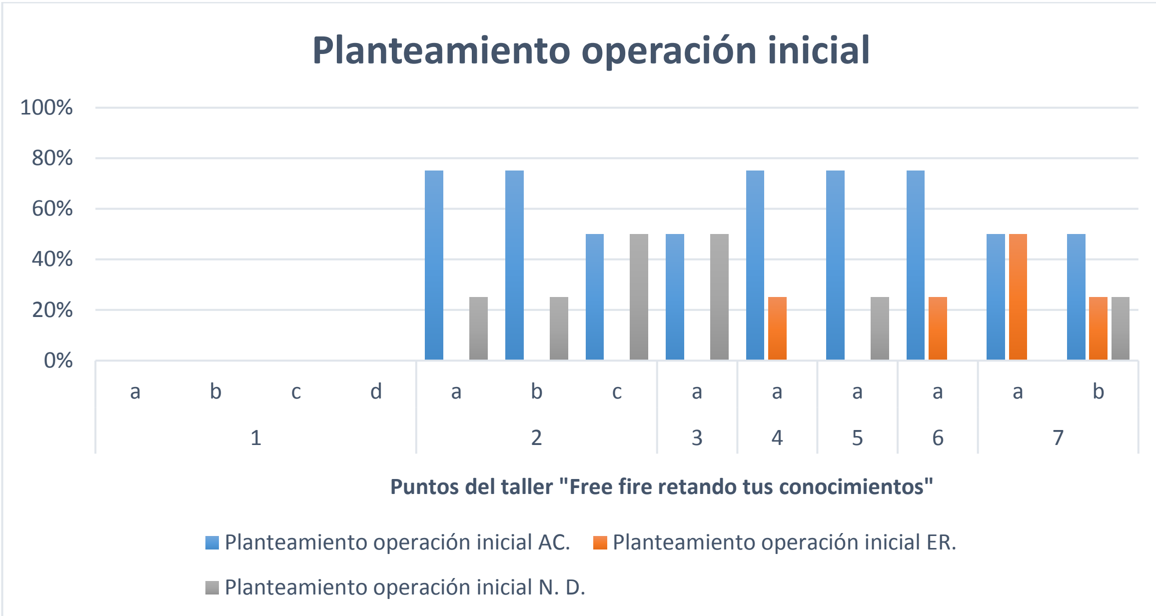


Figura 10. Resultados para la característica planteamiento operación inicial de la prueba diagnostico "Free Fire retando tus conocimientos".

Fuente. Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 10 en el punto uno no aplica esta característica porque aquí los estudiantes no debían plantear una operación, sino desarrollar la operación propuesta. Para el punto dos donde se planteó un problema acerca de la profundidad a la que puede llegar una persona, respecto a la altura que se encuentre el trampolín desde donde se lanza, se obtuvo que para el literal 2a donde se preguntaba la profundidad que alcanza en el agua una persona si se lanza desde un trampolín que está a una altura de 12 metros, el 75% de los estudiantes plantearon correctamente la operación inicial pero de diferentes maneras, se encuentra la solución del estudiante E2 que realizó un dibujo de los trampolines con las distancias que había entre ellos (figura 11), hasta encontrar la respuesta que equivale a 6 metros de profundidad, mientras que los estudiantes E1 y E4 coincidieron planteando un paralelo entre la altura y profundidad de las alturas, encontrando también la respuesta por este método; también se pudo observar que el estudiante E3 no realizó un planteamiento de la operación inicial pero si dio respuesta a la pregunta.

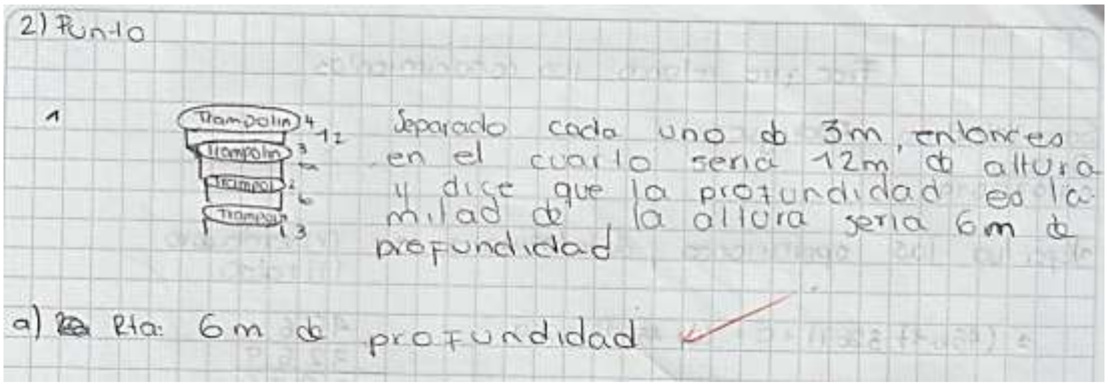


Figura 11. Solución planteada para el punto 2a por el estudiante E2.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E2.

En el literal 2b se encuentra que tres estudiantes, los mismos que acertaron en el punto anterior dieron respuesta a este literal desde lo planteado en el literal 2a, faltando el planteamiento de la operación inicial para esta pregunta del estudiante E3 presentado en la figura 10 Para el literal 2c se preguntaba: si los trampolines estuvieran separados dos metros entre sí, ¿de cuál trampolín debe saltar para alcanzar una profundidad de 8 metros en el agua?, se registra que el 50% de los estudiantes plantearon bien la operación inicial, en el caso del estudiante E2 propuso una multiplicación para encontrar la altura a la que se encontraba el trampolín y ya teniendo la altura hizo un conteo para determinar que es el trampolín 8, mientras que el estudiante E1 propuso un paralelo del número del trampolín respecto a la altura que se encuentra como se puede observar.

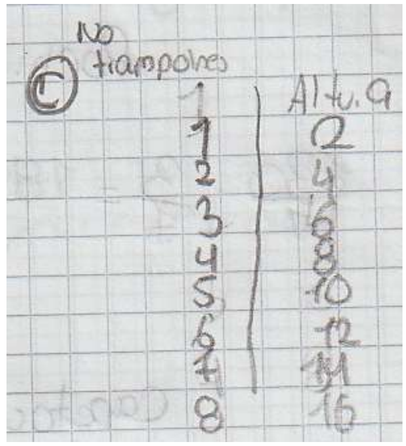


Figura 12. Solución planteada para el punto 2c por el estudiante E1.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E1.

Para este mismo punto se encontró que el 50 % de los estudiantes no plantearon una operación inicial para solucionar el punto 2c, pero en el caso del estudiante E4 dio una respuesta correcta, mientras que el estudiante E3 dio una respuesta equivocada, argumentando que la persona se lanza desde el trampolín 4 para alcanzar una profundidad de 8 metros, lo cual está mal por qué si cada trampolín está a dos metros y la persona que se lanza alcanza una profundidad de la mitad de la altura a la que se encuentra el trampolín, entonces debe lanzarse desde el trampolín número 8 que se encuentra a dieciséis metros para poder alcanzar la profundidad de 8 metros.

Para el punto tres se plantó una situación problema donde el estudiante tenía que encontrar la distancia que debía recorrer el jugador dos para llegar al punto verde señalado en el mapa, si la figura que se formó entre los jugadores y el punto tiene un perímetro de 120 m.

Figura 13. Información del punto 3, prueba diagnóstica “Free Fire retando tus conocimientos”.

Fuente. Interfaz juego Free Fire adecuado por la autora.

Se registra en este punto que un 50% de los estudiantes plantearon la operación inicial de manera correcta, en el caso del estudiante E4 propone una suma de las distancias entre los dos jugadores de 30 metros, y la distancia entre el jugador tres y el punto de llegada de 40 metros, después este resultado se lo resta al perímetro que forma la figura del recorrido que corresponde a 120 metros, dando como respuesta que el jugador 2 debe recorrer 50 metros para llegar al punto señalado. Este procedimiento también lo propuso el estudiante E2.

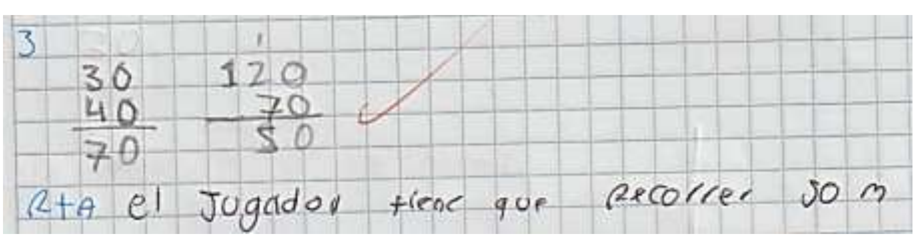


Figura 14. Solución planteada para el punto 3 por el estudiante E4.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E4.

Mientras que los estudiantes E3 y E1, registraron la respuesta, pero no plantearon la operación inicial. En el punto cuatro de la actividad se plantea a los estudiantes un problema, donde se debe encontrar el área de la zona segura que tiene el jugador para moverse sin perder la vida: de los resultados mostrados en la figura 10 se destaca que el 75% plantearon bien la operación inicial, utilizando la fórmula para hallar el área de una circunferencia, que corresponde al área de la zona donde se encuentra la mayoría de los jugadores, y después este resultado se lo resta al área de la zona segura, para determinar con qué área cuenta el jugador. Mientras que el estudiante E4 plantea una resta entre el área de la zona segura y el radio de circunferencia de la zona donde se encuentra la mayoría de los jugadores, planteamiento que estuvo mal porque primero se tenía que hallar el área de la zona donde se encuentran la mayoría de los jugadores y después si realizar la resta entre los polinomios que representan las áreas.

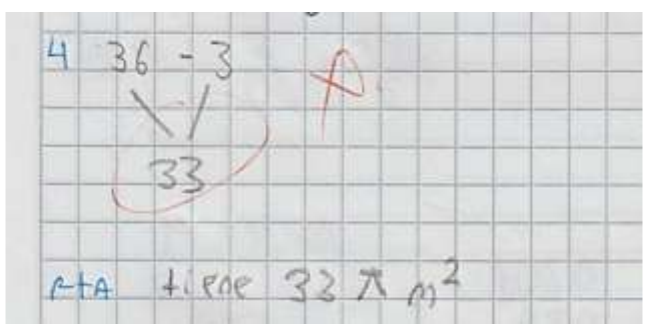


Figura 15. Operación planteada para el punto 4 por el estudiante E4.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E4.

En el punto cinco se evidencia que un 75% de los estudiantes plantearon bien la operación inicial para dar respuesta a la situación, proponiendo una división entre la distancia del camino que debían seguir y la distancia que pensaban recorrer en cada trayecto, hasta llegar al punto señalado en el mapa. Mientras que el estudiante E4 no propone una operación inicial para dar respuesta a este punto. En el punto seis se plantea una situación donde se debe encontrar los metros que el jugador debe recorrer entre Cape town y Riverside, se destaca que tres de los estudiantes plantearon las operaciones de manera correcta, en el caso de los estudiantes E1 y E4 propusieron iniciar dividiendo 1200 metros que es la distancia total recorrida entre ocho para encontrar la distancia que hay entre Riverside y Katulistiwa y para continuar hallando las otras distancias el resultado de la división lo restaron a la distancia total recorrida y así continuaron hasta encontrar la distancia entre Cape town y Riverside; mientras que el estudiante E2 propuso una regla de tres y una resta, siendo estos dos procedimientos válidos para dar solución a la situación planteada. El estudiante E3 planteo inicialmente una división entre el recorrido total y ocho, pero después propone una multiplicación entre 1200 metros y 322 metros que da un resultado diferente.

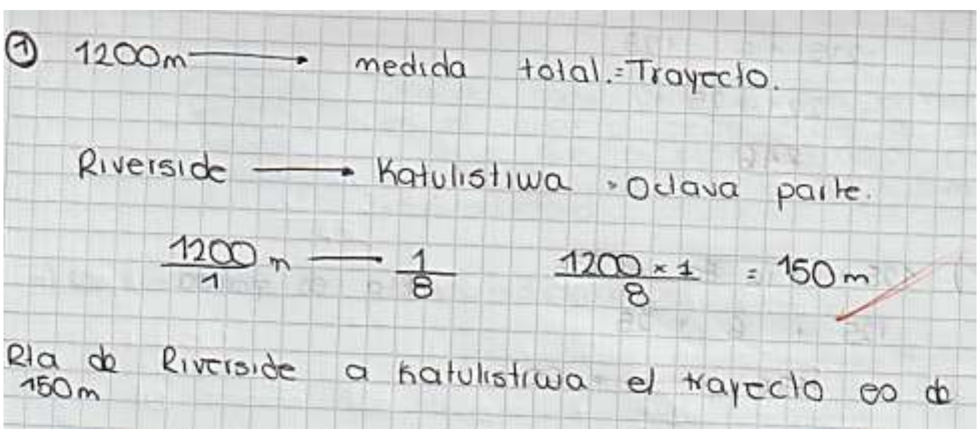


Figura 16. Solución planteada para el punto 6 por el estudiante E2.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E2.

En el último punto de la prueba diagnóstico compuesto por dos literales de respuesta múltiple, se evidenció que, para el literal 7a referente a determinar la afirmación correcta, el 50 % de los-estudiantes hicieron un análisis valido para la operación inicial, dando solución a las operaciones de los trayectos que se encontraban señalados en el mapa y comparando los resultados con las afirmaciones. Sin embargo, el estudiante E2 propone un polinomio con la información dada y el estudiante E3 plantea una resta y una suma con los datos que se dan en el problema, pero quitando operaciones, por lo que el planteamiento de la operación inicial está mal. Para el punto 7b se encuentra que el 50% de los estudiantes acertaron con el planteamiento de la operación para determinar la distancia que recorrió de ida y vuelta el jugador, sumando los resultados de las distancias de los trayectos que se muestran en el mapa, mientras que el estudiante E2 se equivocó en la operación que planteó debido a que le faltó proponer una suma o multiplicación para encontrar la solución, respecto al estudiante E3 no planteó una operación para este literal.

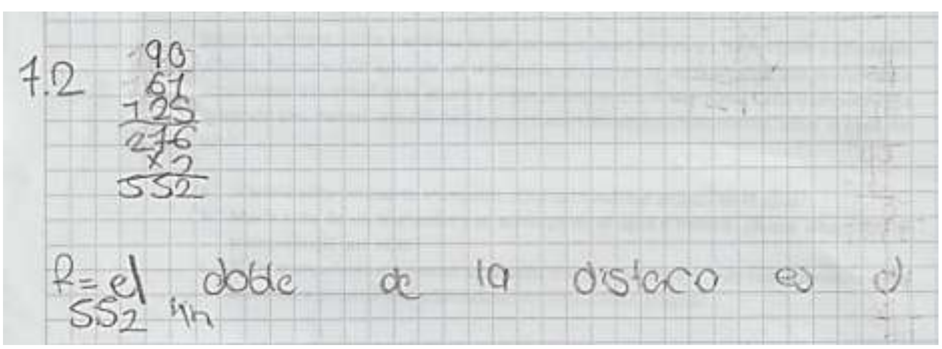


Figura 17. Solución planteada para el punto 7b por el estudiante E1.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E1.

Una segunda característica que se tuvo en cuenta para el análisis de la prueba diagnóstico fue solución de la operación planteada inicialmente, obteniendo los siguientes resultados generales.

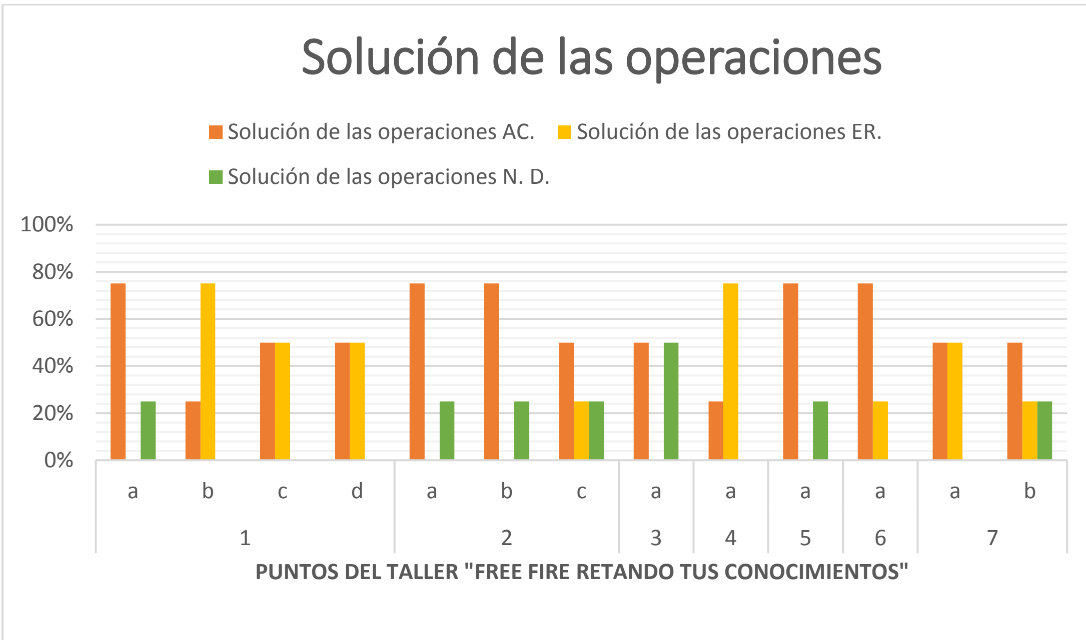


Figura 18. Resultados para la característica solución de las operaciones para la prueba diagnostico "Free Fire retando tus conocimientos".

Fuente. Elaboración propia.

Para el primer punto del taller se plantearon cuatro operaciones donde se debían resolver y verificar que la igualad se cumpliera o no. En el punto 1a, el 75% de los estudiantes resolvieron bien las operaciones, mientras que el estudiante E3 no realizó procedimiento y solo determinó si se cumplía o no la igualdad. Sin embargo, para el punto 1b el 25% solucionó de manera correcta la operación planteada, y un 75 % se equivocó realizando la resta en la segunda parte de la igualdad (Figura 19); en el punto 1c se evidenció que un 50% solucionó bien las igualdades, pero los estudiantes E3 y E4 no lo hicieron bien, pues realizaron las multiplicaciones a ambos lados de la igualdad, resultados similares se encontraron en el punto 1d, donde los estudiantes E1 y E2 resolvieron de forma correcta la operación, pero el otro 50% de los estudiantes se equivocaron solucionando las divisiones finales, como sucedió con el estudiante E4 que resolvió las divisiones que estaban dentro de los paréntesis bien, pero el resultado de esa división con el otro operador la realizó mal.

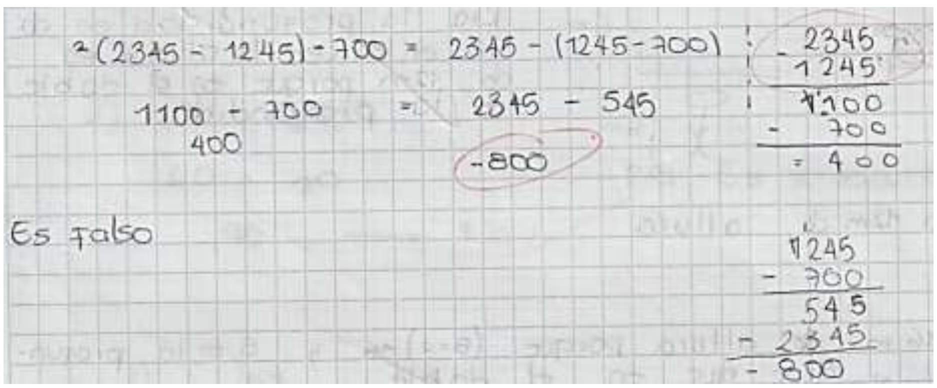


Figura 19. Procedimiento planteado para el punto 1b por el estudiante E2.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E2.

Para el segundo punto es importante aclarar que no hay procedimiento aritmético, pues los planteamientos que los estudiantes propusieron fueron intuitivos para solucionar el literal 2a y 2b, como se observa en la figura 11 y figura 12. Por lo tanto, los porcentajes de la característica de planteamiento de operación inicial es igual para estos literales, aunque para el literal 2c ya son diferentes debido a que se evidencia que un 50 % de los estudiantes por medio de lo propuesto inicialmente dieron solución de forma correcta, sin embargo el estudiante E3 no realza una operación aritmética ni intuitiva con evidencia, pero argumentó de forma incorrecta la solución de este literal y el estudiante E4 al no plantear una operación o forma de solucionar la situación, no desarrolló este literal del punto dos.

En el punto tres de la prueba se encontró que el 50% de los estudiantes resolvieron bien las operaciones que propusieron y acertaron con la respuesta a la situación, como se evidencia en la figura 14. Sin embargo, los estudiantes E1 y E3 al no plantear una operación inicial no solucionaron este punto. En cuanto al punto cuatro, el 25% de los estudiantes resolvió de forma correcta las operaciones que propuso, no obstante los estudiante E2 y E3 a pesar de que plantearon bien la operación inicial, al operar faltaron datos y una operación, lo cual no les permitió resolver este punto bien (Figura 20), y en el caso del estudiante E4, al plantear mal la operación inicial como se muestra en la figura 15, y aunque la resta que realizó está bien, la solución obtenida no corresponde a la situación planteada.

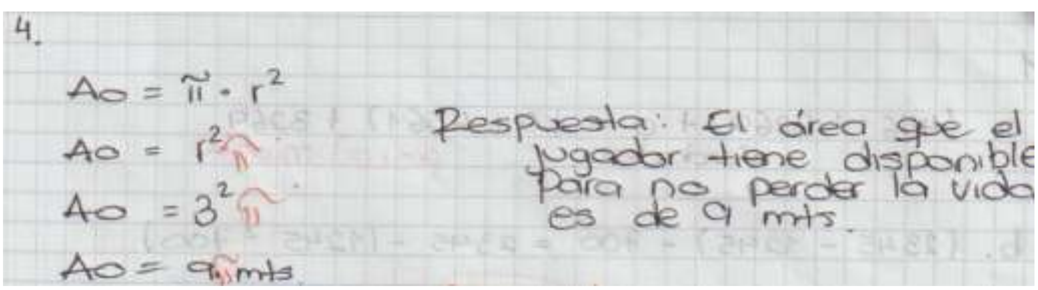


Figura 20. Procedimiento planteado para el punto 4 por el estudiante E3.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E3.

En cuanto al punto cinco, el 75% de los estudiantes resolvieron bien la división que habían propuesto (figura 21), pero el estudiante E4 al no plantear una operación inicial, no presenta respaldo a la respuesta que escribió, argumentando que el jugador hace trece intervalos durante el recorrido. Respecto al punto seis de la prueba, los estudiantes E1, E2 y E4 resolvieron de manera correcta las operaciones que plantearon inicialmente, como se puede observar en la figura 16. que corresponde a una parte de la solución del procedimiento que propuso el estudiante E2, mientras que el estudiante E3 al equivocarse desde la operación inicial que planteó, la respuesta que obtiene está mal para el problema propuesto.

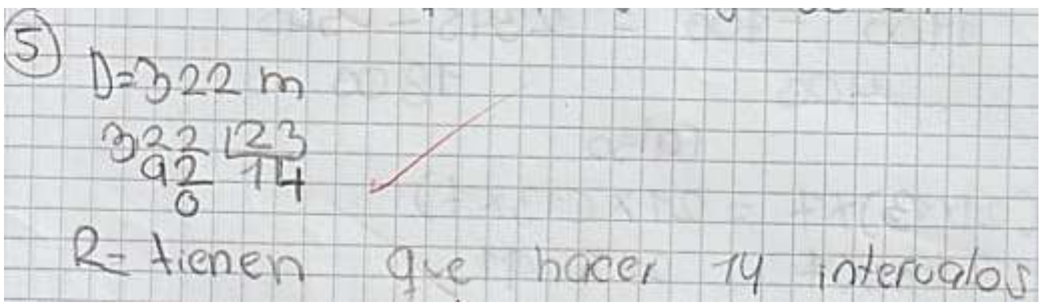


Figura 21. Procedimiento planteado para el punto 5 por el estudiante E1.
Fuente. Prueba diagnostico estudiante E1.

Respecto al punto siete de la prueba diagnóstico, los resultados evidencian que un 50% de los estudiantes desarrollaron las operaciones que plantearon para el punto 7a, sin embargo, el otro 50% se equivocó en la solución de la operación que propusieron, este fue el caso del estudiante E2 que escribió el polinomio que tenía que resolver de forma correcta, pero al solucionarlo, en las raíces multiplicó los subradicales 16 y 81 en vez de distribuir la raíz, para que no le diera un número tan grande (figura 22); en cuanto a el estudiante E3 al plantear mal la operación inicial, el procedimiento también está errado, pues quitó operaciones y todo el ejercicio cambio.

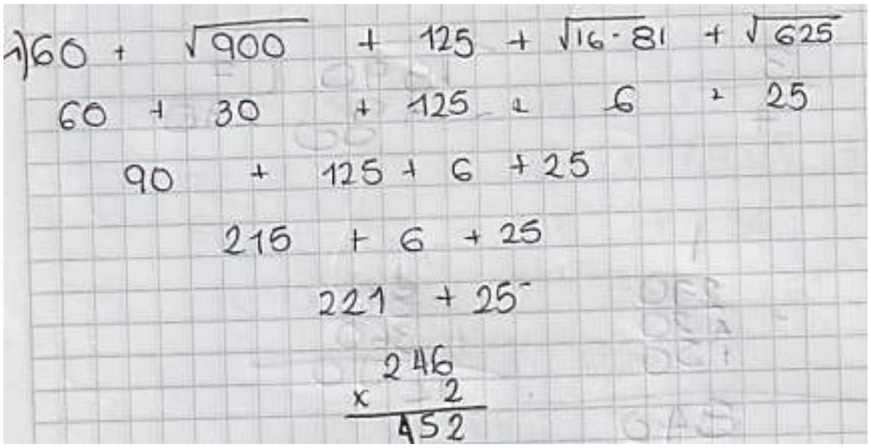


Figura 22. Procedimiento planteado para el punto 7a por el estudiante E2.

Fuente. Prueba diagnostico estudiante E2.

Para el punto 7b se registró que los estudiantes E1 y E4 resolvieron de forma correcta la suma y multiplicación que propusieron para hallar la distancia recorrida por el jugador; en cuanto al estudiante E2 no terminó de resolver el polinomio que abordo, y lo que desarrolló le quedó mal en la parte de solucionar raíces y para el estudiante E3 al no plantear una operación inicial, no se evidencia solución de este literal del punto siete, terminando así el análisis de la prueba. Después de aplicada la prueba diagnóstica la docente hizo socialización de los puntos propuestos y recordó algunos temas como propiedades de las operaciones, propiedades de la potenciación y radicación.

Las actividades didácticas se describen según las cuatro situaciones de la TSD como se muestra en la figura 5 Para el primer el tema de adición con polinomios algebraicos, en la situación acción, las actividades realizadas por los participantes se dieron en torno a la metodología de clase invertida desarrollada en la plataforma Santillana que el colegio utilizaba en ese momento, los siguientes resultados se obtuvieron después de organizar los datos según las categorías de la figura 6.

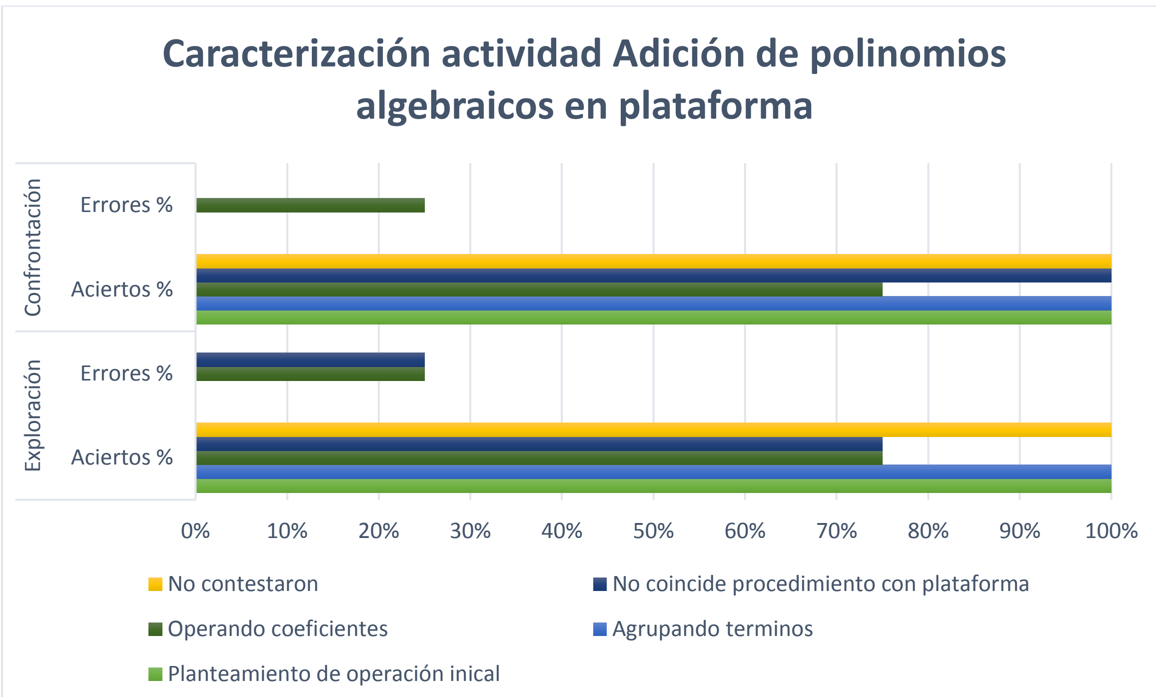


Figura 23. Caracterización taller de Adding polynomials with Free Fire, parte virtual de la situación acción.

Fuente. Elaboración propia.

En cuanto a la observación del video no se presentan resultados en la figura 23 dado que es un trabajo independiente del estudiante. Para esta sesión, se seleccionaron tres puntos que se asignaron en el orden expuesto en la Figura 5 de la metodología. El primer punto que corresponde a la exploración del tema, se debía encontrar la expresión algebraica que representaba el perímetro de las figuras. Para este aspecto los estudiantes debían relacionar la respuesta con el polígono representado, respaldado con procedimiento en el cuaderno; de acuerdo a la caracterización plasmada en la figura 23, se encontró que el 100 % de los estudiantes interpretaron de manera correcta el ejercicio realizando el planteamiento de la operación para hallar la expresión que representaba el perímetro del polígono, como se observa en la figura 24, realizando la relación de la expresión frente a la figura.

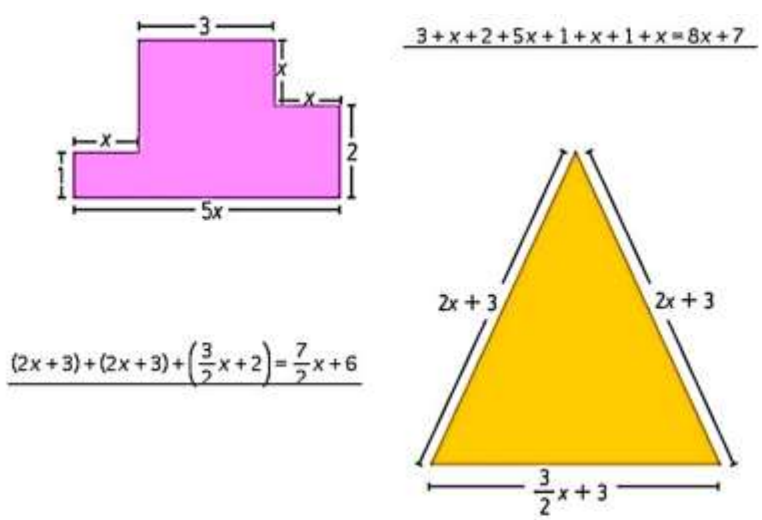


Figura 24. Solución punto 1 en plataforma Santillana.

Fuente. Usuario estudiante E1.

También se pudo constatar que todos los participantes realizaron bien la agrupación de términos respecto a los que tienen la misma variable y a los términos independientes para realizar la suma de los coeficientes, como se puede observar en la figura 25. en el procedimiento realizado por el estudiante E1 en el cuaderno. Se registró también que el 75% de los estudiantes realizaron bien la suma de coeficientes a excepción del estudiante E2 que se equivocó en la suma de términos independientes poniendo como resultado uno, seleccionando mal también el resultado en la plataforma. Se evidenció que tres estudiantes coincidieron en el procedimiento realizado en el cuaderno y en la plataforma, a diferencia del estudiante E4 que en el cuaderno le dio un resultado diferente al seleccionado en la actividad virtual.

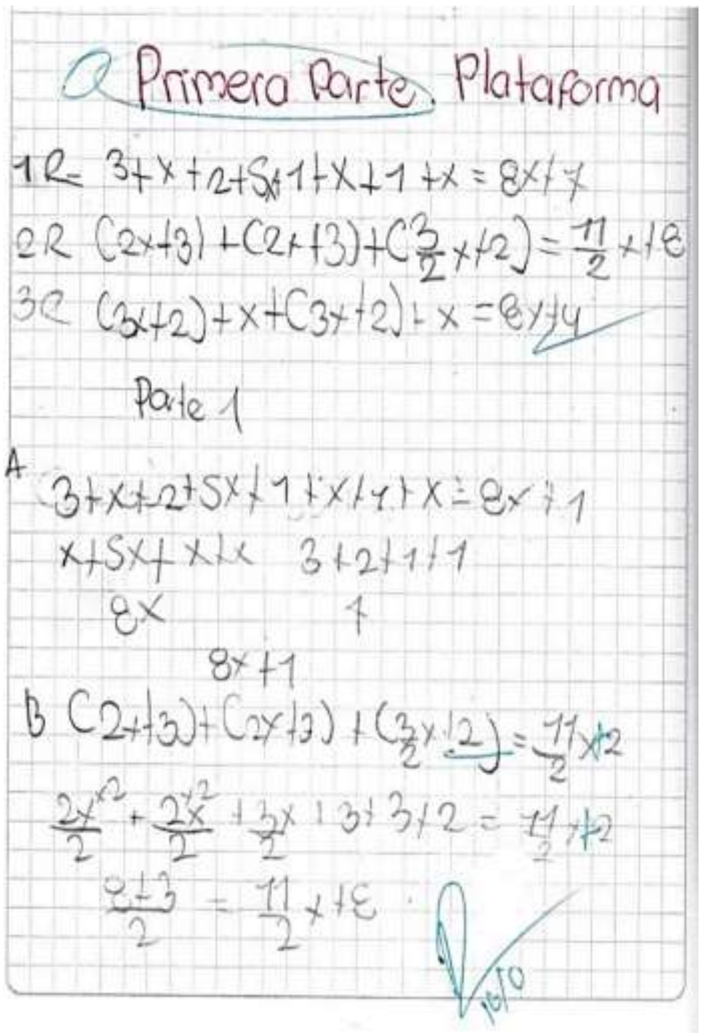


Figura 25. Solución planteada para el punto 1 por el estudiante E1, actividad de exploración.

Fuente. Cuaderno estudiante E1.

En la segunda fase de la situación acción, se envió por la plataforma de Santillana el link del video donde se explica la temática suma de polinomios (Vacca, 2019a). Este material audiovisual fue grabado por la docente, del cual los estudiantes posteriormente hicieron registro en el cuaderno, especialmente de los puntos que se explicaban en el video. Para la tercera fase se propusieron dos puntos, el primero que correspondía a completar unas operaciones con unos monomios dados y en el segundo se debían resolver las operaciones entre monomios que proponía el enunciado y arrastrar la respuesta correcta; se encontró que todos los estudiantes interpretaron bien lo pedido en los ejercicios; sin embargo, el 75% de los estudiantes operaron bien los coeficientes para comprobar el resultado, y un 25% se equivocó en la selección del monomio, pues al operar no comprobaba la igualdad, lo anterior para el punto dos de la actividad de confrontación. Estos mismos resultados se determinaron al momento de realizar la revisión del procedimiento en el cuaderno, debido a que el estudiante E3, aunque tuvo error en el procedimiento, su respuesta escogida en la plataforma fue correcta. Por último, se concluye que todos los estudiantes estuvieron muy motivados y fue óptima su participación.

Siguiendo con la situación de formulación propuesta por Brousseau (2007), después de la sesión virtual, el trabajo presencial se organizó de la siguiente manera: trabajo en grupos y socialización general. Se debe aclarar que, en los grupos de trabajo los estudiantes rotaron en las cuatro sesiones de clase. Para el tema de adición con polinomios algebraicos se formaron dos grupos, el grupo uno formado por el estudiante E2 y E3, y un grupo dos conformado por el estudiante E1 y E4; para el inicio de esta parte, los estudiantes realizaron una revisión del procedimiento que hicieron para solucionar la parte virtual, explicando cada uno y unificando procedimientos si ellos lo veían necesario, en el caso del grupo uno el método matemático que utilizaron los dos estudiantes fue el mismo, así que hicieron la socialización de cómo habían entendido y solucionado cada punto; para el grupo dos a los estudiantes no les coincidió el procedimiento en algunos puntos, por lo que los llevó a realizar una socialización cada uno de cómo había resuelto los puntos que no coincidían, decidiendo unificar un solo procedimiento para dar solución a los ejercicios.

En la solución general de las actividades virtuales, de cada grupo un estudiante pasaba al tablero a solucionar un punto explicando cómo lo resolvió, y si algún compañero tenía dudas debía apoyarse en los compañeros del grupo. Para el literal 1a del primer punto que fue socializado por el estudiante E3 (Figura 26) explica a sus compañeros como encontró el perímetro de la figura diciendo “primero agrupamos los términos que tenían variables y los que no, y los sumamos, para que diera el resultado”, procedimiento que fue aprobado por todos los compañeros.

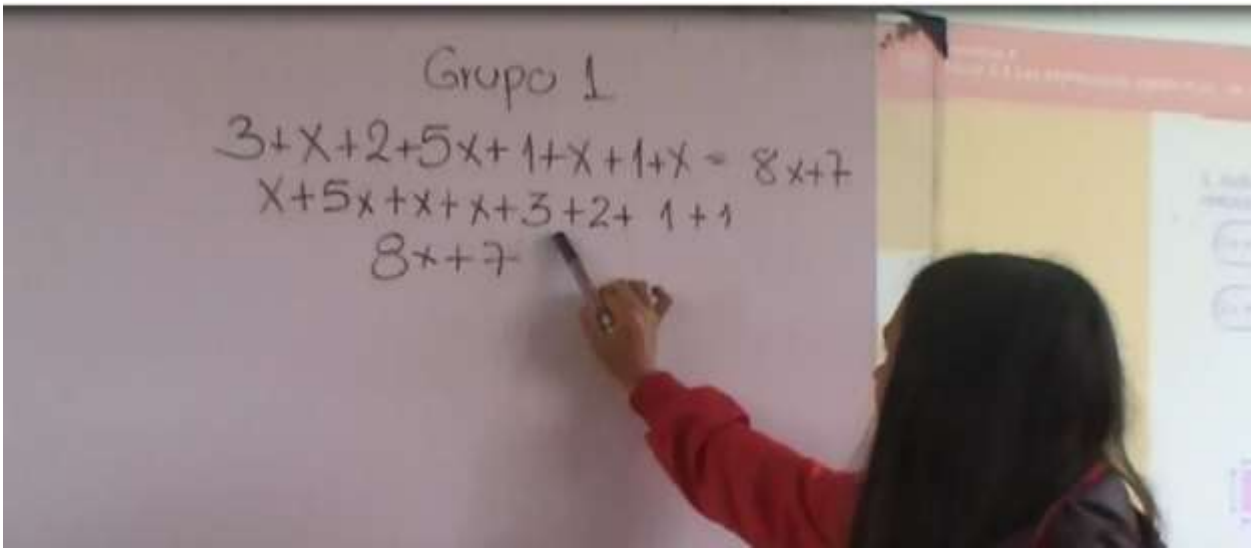


Figura 26. Socialización grupal punto 1a actividad exploración.

Fuente: Video clase.

Otro caso a resaltar en la socialización general es para el literal 1b donde pasaron los estudiantes E1 y E2 a resolver el punto en el tablero, pero cuando terminaron los dos resultados eran diferentes, cada estudiante explicó como lo resolvió, en el caso del estudiante E2 argumento diciendo "primero separé las que tenían incógnita y después las que no tenían incógnita, y para operar cuatro equis $(4x)$ con la fracción puse un uno en el denominador y ya", y el estudiante E3 justificó diciendo " separe los números que tenían las equis y después los que no, después multiplique por dos y los sume y me dio el resultado", al terminar la intervención de los compañeros, el estudiante E4 agrego que el error estaba en el ejercicio que resolvió el estudiante E2 que cambió un coeficiente de un término del polinomio. De los puntos planteados en la actividad de confrontación de la parte virtual, se describe la socialización del punto tres donde tenían que resolver las operaciones que se indicaban y arrastrar el resultado que correspondía. El estudiante E1 agrego diciendo "para resolver el ejercicio tenía que sumar el monomio $\frac{2}{3}x^2y^3$ al monomio x^2y^3", pero al momento de iniciar a resolver la operación no sabía cómo, entonces el compañero del grupo le dijo que al segundo término le pusiera un uno y sumara como fracciones los coeficientes, cuando ya terminaron de solucionar el punto en el tablero, el estudiante E4 explicó diciendo " para solucionar le puse un uno al inicio de la operación x^2y^3 y los operé y me dio cinco tercios x^2y^3". Al terminar la socialización de las actividades enviadas en la etapa de exploración y confrontación, los estudiantes coincidieron que para sumar polinomios algebraicos debían agrupar los términos que tenían variables semejantes y los términos independientes aparte, y después operar los coeficientes.

La tercera situación de validación, se desarrolló en tres etapas, la primera que corresponde a la aplicación del taller, una segunda de trabajo en grupos y por último la socialización general. En cuanto al taller Adding polynomials with Free Fire (Anexo 3.) se analizó teniendo en cuenta las características presentadas en la figura 7 obteniendo para la primera característica de planteamiento de operación inicial los siguientes resultados.

Tabla 1.
Resultados para la característica planteamiento operación inicial del taller Adding polynomials with Free Fire.

	Punto		Planteamiento operación inicial			
			AC.	**ER.**	**N. D.**	**T. E**
Puntos del taller Adding polynomials with Free Fire	1	a	100%	0%	0%	100%
		b	25%	75%	0%	100%
	2	a	100%	0%	0%	100%
		b	100%	0%	0%	100%
	3	a	100%	0%	0%	100%
		b	75%	0%	25%	100%
		c	75%	0%	25%	100%
	4	a	100%	0%	0%	100%
		b	100%	0%	0%	100%
		c	75%	25%	0%	100%

Nota: Para la lectura de la tabla se recuerda que la sigla AC. es acierto, ER. Error, N.D. es no desarrolló y T.E es total de estudiantes.

Fuente. Elaboración propia.

De los resultados que más resaltaron en esta característica se encontró que para el primer punto en el literal 1a, la totalidad de los estudiantes proponen de manera correcta la operación que permite determinar el perímetro del triángulo, lo cual coincide con los resultados en el literal 1b, sin embargo en las soluciones de los estudiantes se encontraron dos planteamientos, un primer planteamiento es el del estudiante E4, quien propone de forma correcta, hacer un reemplazo en los polinomios que representan las distancias a las que se encuentra cada jugador al punto verde señalado en el mapa, mientras que los estudiantes E1, E2 y E3 expresan un polinomio compuesto por la suma de las expresiones algebraicas que representan la distancia entre los jugadores y el punto de llegada y en el hacen el reemplazo de la variable equis como se muestra en la Figura 27, lo cual está mal porque en este punto se pedía la distancia que hay entre cada jugador y el punto verde sobre el mapa, por lo que tenía que reemplazar en el polinomio que representa la distancia a la que se encuentra cada jugador.

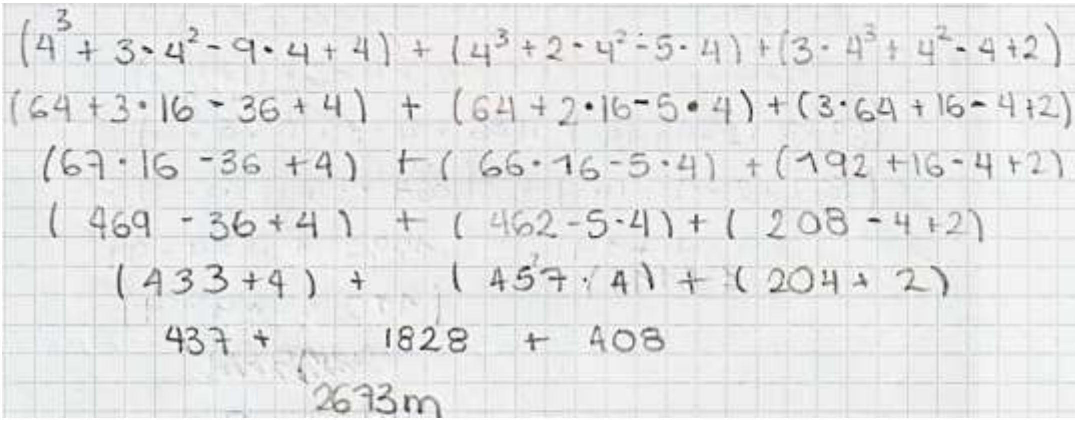


Figura 27. Solución planteada para el punto 1b por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

En cuanto al punto tres literal 3b, el 75% de los estudiantes plantearon de forma correcta la operación para encontrar el polinomio que representa el área de las zonas que transitó el jugador durante la partida, el estudiante E4 propone una suma de las áreas de cada zona que recorrió, coincidiendo con los estudiantes E1 y E2, mientras que el estudiante E3 no planteó operación para este punto. Por otra parte, en el punto 3c los estudiantes E1, E2 y E4 sugieren realizar una suma de los polinomios que representan las áreas de las zonas uno, dos y tres, para saber qué área se cubre del área total de la isla; por el contrario, el estudiante E3 no desarrolló este punto.

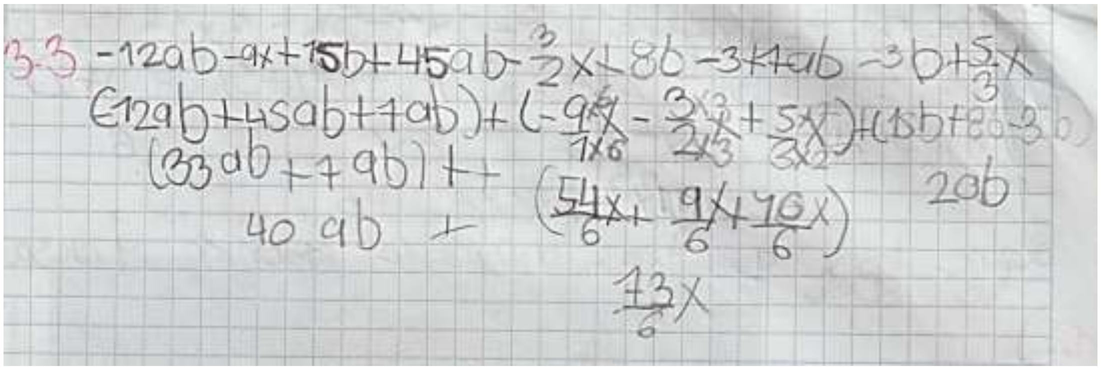


Figura 28. Solución planteada para el punto 3C por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Respecto al punto 4c, el 75% de los estudiantes reemplazaron los valores de las variables en el polinomio que representa la distancia total recorrida señalada en el mapa, sin embargo, el estudiante E3 propone el reemplazo de las variables en el polinomio que representa la distancia recorrida en el cable vuelo por el jugador, equivocándose en el planteamiento de la operación inicial.

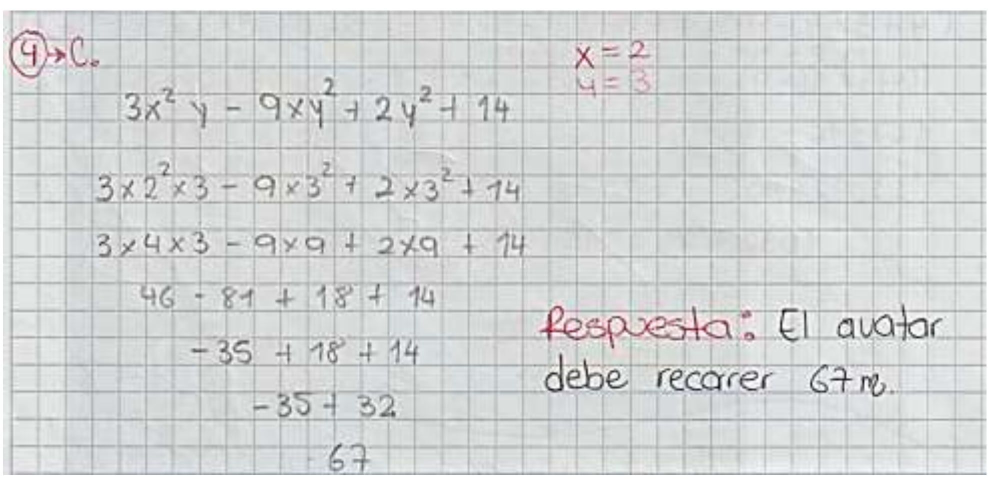


Figura 29. Solución planteada para el punto 4C por el estudiante E3.

Fuente. Taller estudiante E3.

En cuanto a los otros puntos del taller de Adding polynomials with Free Fire, no se describen pues ya se mencionó previamente en la explicación de la tabla 1 los cuatro estudiantes proponen de manera acertada la operación inicial para cada punto. En consecuencia, de lo planteado inicialmente por los estudiantes para dar solución a cada punto, se obtienen los resultados en la característica operando coeficientes.

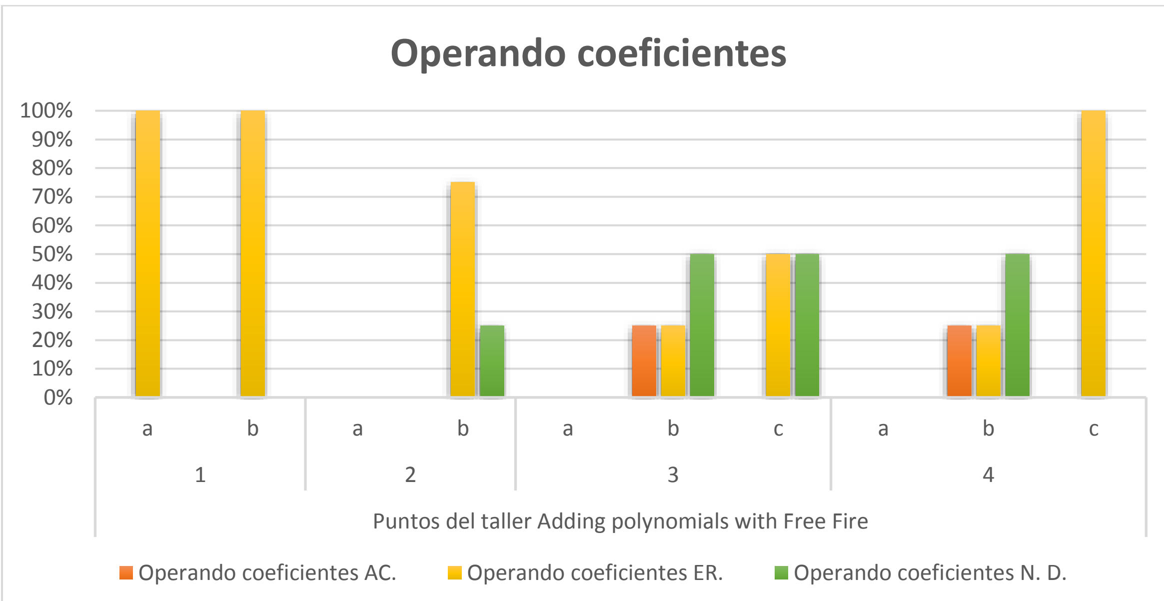


Figura 30. Resultados para la característica operando coeficientes del taller Adding polynomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Es importante aclarar que para los puntos donde no hay barra representativa en la figura 30, significa que para ese literal no aplica. En contraste con los resultados obtenidos en la característica de planteamiento de la operación inicial para el primer punto en el literal 1a, todos los estudiantes se equivocaron operando los polinomios que representan los trayectos que forman la figura en el mapa; en el caso del estudiante E4 agrupó bien los términos semejantes pero al sumar algunos de los coeficientes omitió datos y signos, dando así otro resultado; el estudiante E1 escribió mal algunos datos de los polinomios que operó y por lo tanto el resultado es diferente. En cuanto a los estudiantes E2 y E3 solo plantearon la operación, pero no terminaron de solucionar el polinomio; para el literal 1b el estudiante E4 que había planteado bien la operación que debía realizar, se equivocó solucionando unas potencias y productos después de reemplazar la equis por cuatro (Figura 31). Para los otros estudiantes al plantear una operación que no correspondía (figura 27) respondieron de manera incorrecta esta pregunta del taller.

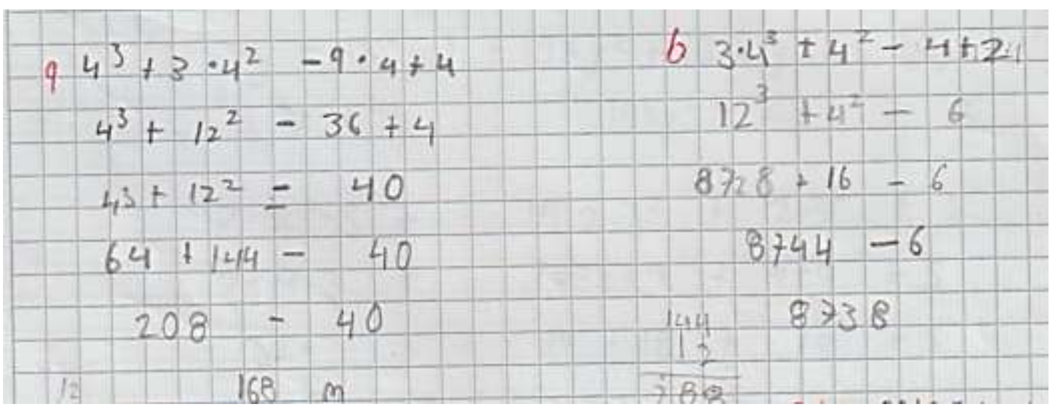


Figura 31. Solución planteada para el punto 1b por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

Respecto al punto 2b el 75% de los estudiantes a pesar que plantearon bien la operación inicial, se equivocaron operando los coeficientes, lo anterior para los estudiantes E1 y E2, pero en el caso del estudiante E4 agrupó mal los términos semejantes desapareciendo términos del polinomio; el estudiante E3 no desarrolló la operación que planteó. En el punto tres del taller en el literal 3b, el estudiante E1 solucionó de forma correcta la operación entre los polinomios que había propuesto, mientras que un 50% no operó los polinomios que organizó inicialmente, y el estudiante E4 operó mal los términos del polinomio al omitir signos, dando un resultado diferente. Para el punto 4b a pesar de que en la primera característica todos los estudiantes plantearan bien la operación con la que debían iniciar, solo un estudiante desarrolló bien la suma, encontrando el polinomio que representa la distancia recorrida por el avatar; el estudiante E4 realiza bien la agrupación de términos semejantes, pero al omitir algunos signos se equivoca al operar los coeficientes, dando resultados diferentes.

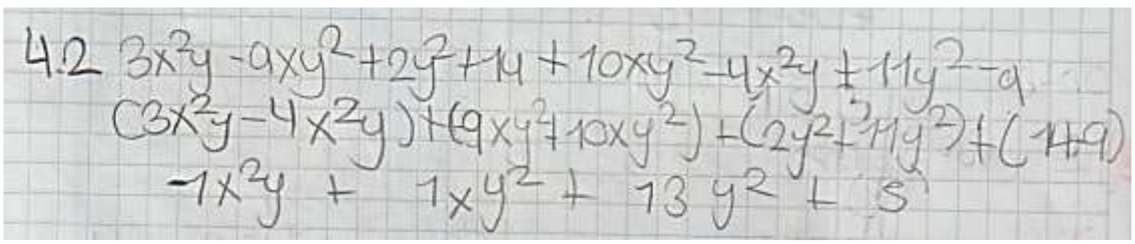


Figura 32. Solución planteada para el punto 4b por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

En cuanto a la característica de agrupando términos se obtuvieron los siguientes resultados, donde solo aplica en los puntos que debían operar polinomios.

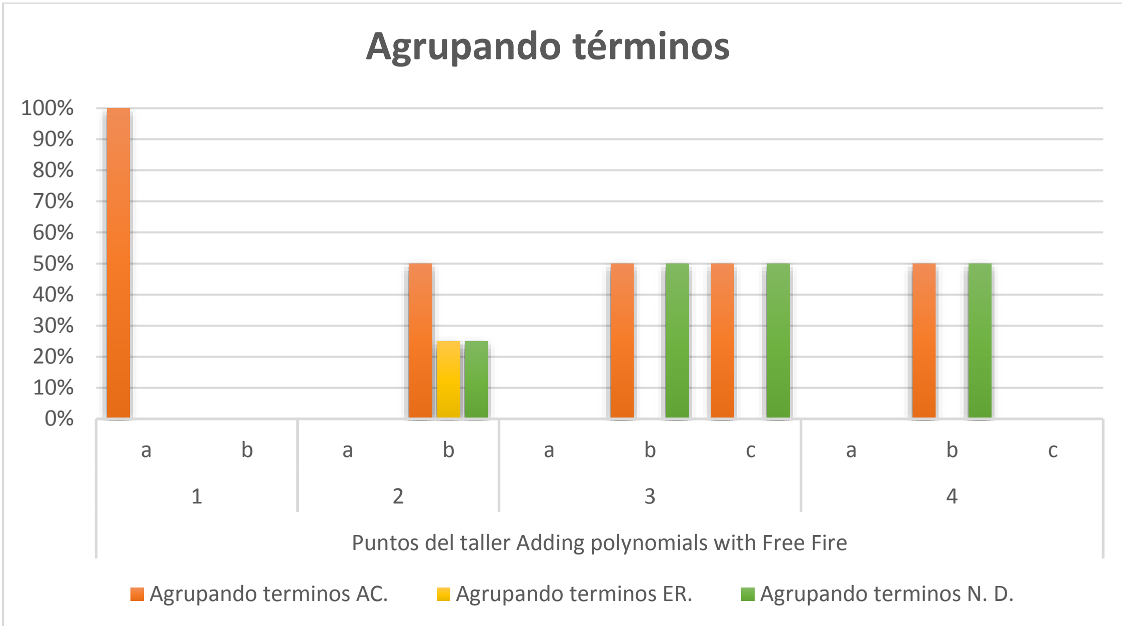


Figura 33. Resultados para la característica agrupando términos del taller Adding polynomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

En cuanto a la subcategoría de acierto señalada en color naranja en la figura 33. se registra que en cada uno de los puntos en donde correspondía realizar este procedimiento, agruparon de manera correcta los términos semejantes que había en la operación que propusieron; sin embargo, esto no evitó que cometieran algunos errores al operar los coeficientes como le sucedió al estudiante E1cuando solucionó el punto 1a como se puede ver la figura 34., respecto al punto 2b se encuentra el caso del estudiante E4 que agrupó mal los términos equis y dos veces (y), cuando no hay semejanza entre ellos. Para los puntos donde está la subcategoría de no desarrolló en color verde, se dan dos casos, el primero es que los estudiantes no plantearon una operación para dar solución como sucedió con el estudiante E3 para el punto 3b y 3c, o la situación del estudiante E2 que para los mismos puntos propuso una operación, pero no la desarrolló por lo que no es posible identificar esta característica.

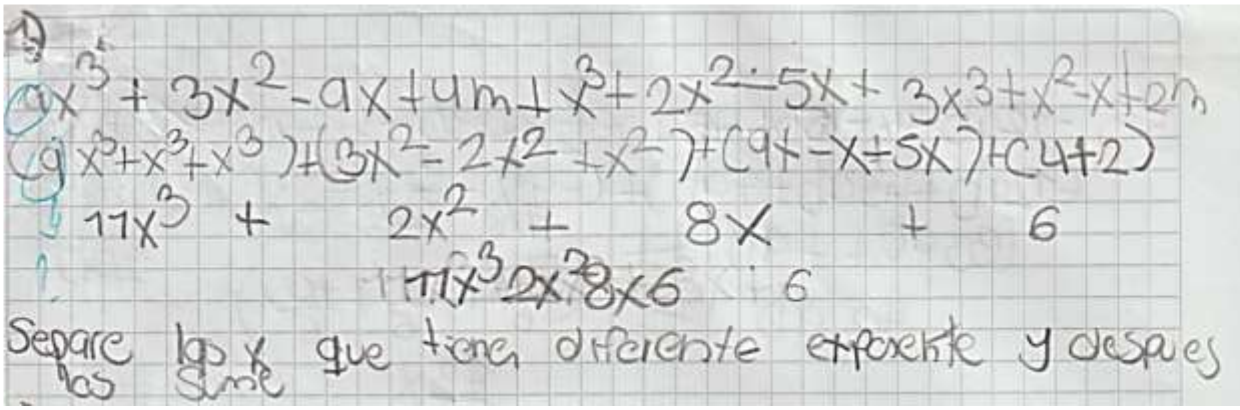


Figura 34. Solución planteada para el punto 1a por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

En cuanto a la característica de justificación de procedimiento, ésta solo aplicó para los puntos 2a, 3a y 4a, pues en ellos debían describir cómo realizar lo que pedía cada punto, como pasó en el punto 3a donde se preguntó "¿Qué operación debe realizar para encontrar el área de las zonas transitadas? Justifica tu respuesta". A está pregunta el estudiante E2 responde escribiendo "Una suma porque nos están preguntando qué cuánto en total recorrió, entonces se suma el área de cada zona", los otros tres estudiantes coinciden con la operación de la suma, pero plantean otras justificaciones como se puede ver en la respuesta dada por el estudiante E1.

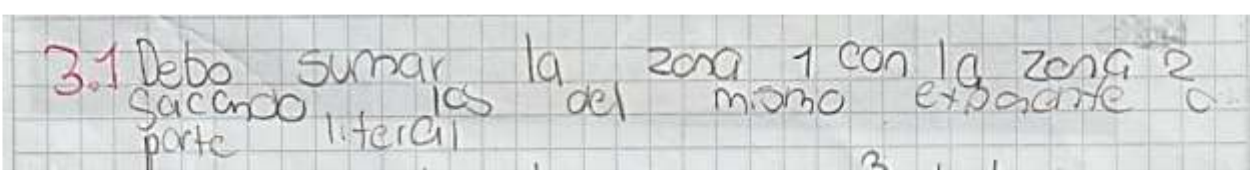


Figura 35. Solución planteada para el punto 3a por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Tabla 2.

Resultados para la característica signo del taller Adding polynomials with Free Fire.

	Punto		Signos			
			AC.	**ER.**	**N. D.**	**T. E**
Puntos del Taller Adding polynomials with Free Fire	1	a	0%	100%	0%	100%
		b	0%	100%	0%	100%
	2	a	0%	0%	0%	0%
		b	0%	75%	25%	100%
	3	a	0%	0%	0%	0%
		b	25%	25%	50%	100%
		c	0%	50%	50%	100%
	4	a	0%	0%	0%	0%
		b	25%	25%	50%	100%
		c	25%	75%	0%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Para concluir el análisis de los talleres respecto a las característica, la correspondiente a signos, se constata que los resultados son los mismos de la característica operando coeficientes, como se muestra en la tabla 2, pues se encontró que cuando el estudiante se equivocaba operando los coeficientes, uno de los factores era que aplicaba mal la ley de signos u omitía los signos al momento de agrupar, evidencia de este caso en la figura 34 En la figura 28 está el procedimiento que el estudiante E1 desarrolló y como se observa se equivocó operando los coeficientes respecto a la variable equis del punto 3c, porque realizó la suma de los dos primeros términos pero omitió el signo en el resultado y al operarlo con el tercer término, respecto a equis, obtuvo otra solución; para el mismo punto el estudiante E4 omitió signos al momento de agrupar los términos semejantes por lo que le dio otro resultado, los estudiantes E2 y E3 al no desarrollar el ejercicio no presentan evidencia para esta característica.

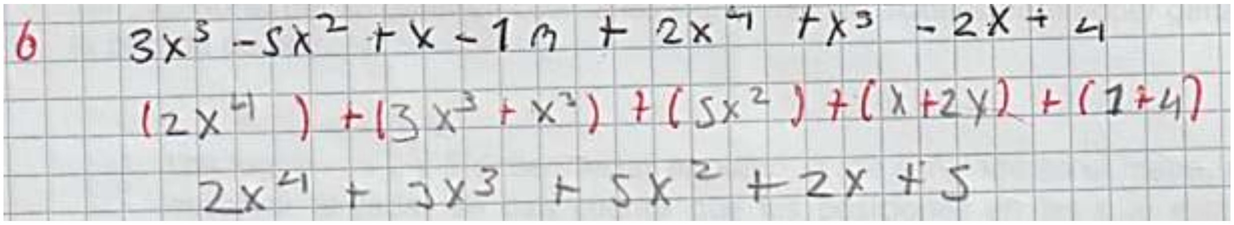


Figura 36. Solución planteada para el punto 2b por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

En la segunda etapa de la situación de validación, que corresponde al trabajo en grupo donde los estudiantes revisaron y socializaron los procedimientos que hicieron cada uno en el taller los grupos estaban conformados de la siguiente manera: grupo uno por los estudiantes E1 y E2, grupo dos por los estudiantes E3 y E4. Los estudiantes del grupo uno inició la lectura del primer punto y cuando estaban revisando los procedimientos se dieron cuenta que los dos se equivocaron operando y que hallaron mal el polinomio que determinaba el perímetro, el punto 1b también estaba mal, por lo que solucionaron el punto uno completo. En cuanto al segundo grupo como el estudiante E3 no desarrolló la operación que planteo inicialmente para el punto 1a, el compañero le explicó como resolvió el punto dándose cuenta en la socialización que había operado mal los coeficientes; para el punto dos, este mismo grupo decidió resolverlo desde el principio pues el estudiante E4 cometió errores operando el polinomio y el estudiante E3 no desarrolló la operación; sucediendo lo mismo en el grupo uno, donde el estudiante E1 planteó bien pero cuando le estaba explicando al compañero se dio cuenta que había omitido signos por lo que decidieron resolver el punto desde el inicio. En cuanto al punto tres, los dos grupos por su cuenta unificaron procedimientos pues eran distintos los procedimientos y habían cometido errores, pero lo que respecta al punto cuatro el grupo uno solo tuvo que unificar el punto 4c por que los dos primeros literales al estudiante E1 le quedaron bien cómo se puede ver en la figura 32 por lo que él le explicó al compañero como había resuelto y entre los dos corrigieron lo que faltaba, para este punto el grupo dos resolvió todo ya que las soluciones eras distintas.

Figura 37. Socialización grupo 1 del punto uno del taller Adding polynomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

Respecto a la socialización grupal, inició el estudiante E3 del grupo dos a explicar el punto uno diciendo “primero se comienzan a agrupar los exponentes de mayor a menor valor y se operan” como se muestra en la figura 38 pero al finalizar los estudiantes del grupo uno no aprueban el resultado porque para ellos estaba mal operados los coeficientes respecto a la variable equis, haciendo cambiar el resultado de menos quince equis por menos catorce equis, pero al hacer el cambio se da cuenta del error de los compañeros y les explica “que aplicando ley de signos y sumar menos nueve menos cinco da menos catorce y este resultado sumado con menos uno da menos quince equis”, convenciendo a los compañeros que la respuesta de él estaba bien.

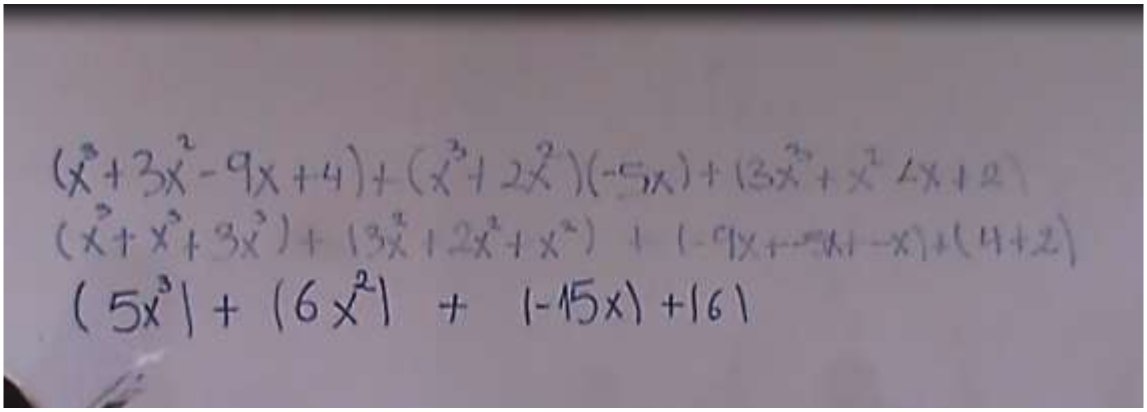


Figura 38. Socialización grupal del punto 1a del taller Adding polynomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

Para en el literal 1b el estudiante E4 reemplaza en el polinomio que le dio al compañero la variable equis por cuatro, dando como resultado trecientos cincuenta, sin embargo, el estudiante E2 del grupo uno dice "no se tenía que reemplazar en el polinomio que dio en el primer literal, sino en el polinomio que expresa cada distancia a la que se encuentra cada jugador al punto verde, porque están preguntado cuántos metros recorre cada jugador y no el perímetro" corrigiendo este punto en el tablero.

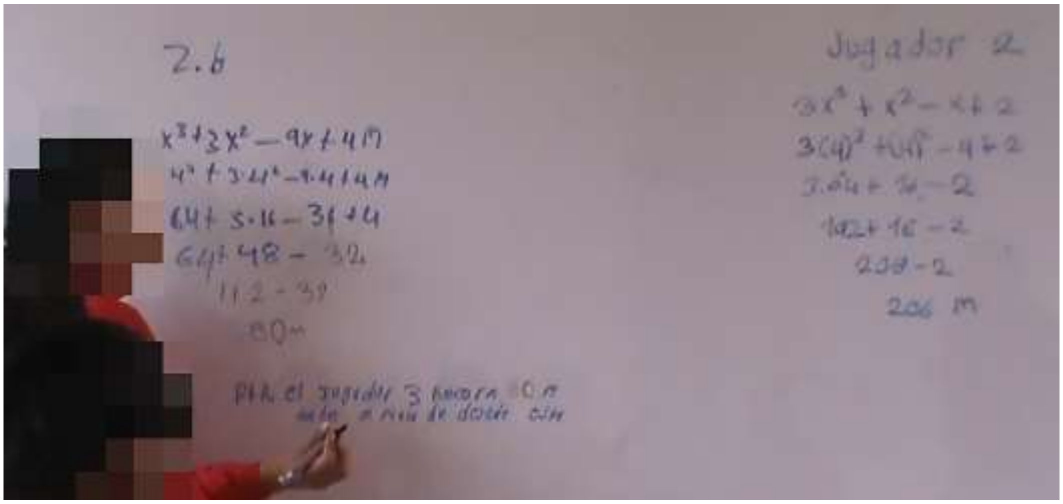


Figura 39. Socialización grupal del punto 1b del taller Adding polynomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

En la solución del punto dos pasó al tablero el estudiante E2 a socializarlo explicando "sumo los polinomios agrupando las equis que tenían los mismo exponentes y opero" procedimiento y respuesta que fue aprobada por los compañeros del grupo; en cuanto al punto tres el estudiante E4 da solución al punto justificando " la operación que se debe realizar es una suma de la zona uno y zona dos para saber cuánto debe recorrer el jugador", durante la solución los compañeros le resaltaron al estudiante E4 que faltó operar los signos para el término respecto a equis lo cual corrigió, al final los compañeros avalaron lo realizado por el compañero.

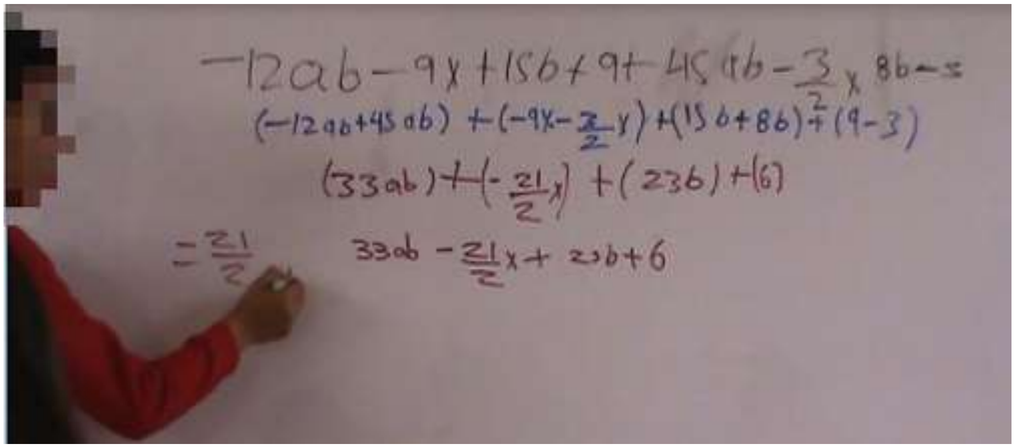


Figura 40. Socialización grupal del punto tres del taller Adding polynomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

Para culminar la fase de socialización grupal se describe el punto 4a donde el estudiante E1 pasa a solucionarlo justificando que la operación que debe hacer es una suma de los polinomios que representan las distancias que el avatar debía recorrer, siguiendo el procedimiento de agrupar términos semejantes y operando coeficientes para el literal 4b, sin embargo, cuando terminó el estudiante de solucionar el punto, el compañero de grupo preguntó que si el signo del cinco es negativo, a lo cual el estudiante E1 respondió que "no porque el mayor número es positivo" y el estudiante E4 señaló al tablero diciendo que si el signo del primer término quedaba negativo, lo cual corrigió de inmediato para finalizar con este punto, siendo aprobado el procedimiento y solución por los compañeros. Los estudiantes llegaron a la conclusión sobre la importancia de los signos cuando se opera, porque esto cambia todos los resultados.

Respecto a la cuarta situación, de institucionalización, la docente no ve necesaria su intervención porque los estudiantes comprendieron durante el proceso de las primeras situaciones, que para sumar polinomios algebraicos se deben agrupar términos semejantes teniendo en cuenta los coeficientes y signos.

Para el tema de resta con polinomios algebraicos, se propuso en la actividad de exploración de la situación acción, hallar la expresión que representa la longitud de un segmento del paralelogramo, dado el perímetro y la longitud de otro de los lados de la figura; donde se encontraron los siguientes resultados, según la caracterización que se planteó en la figura 6.

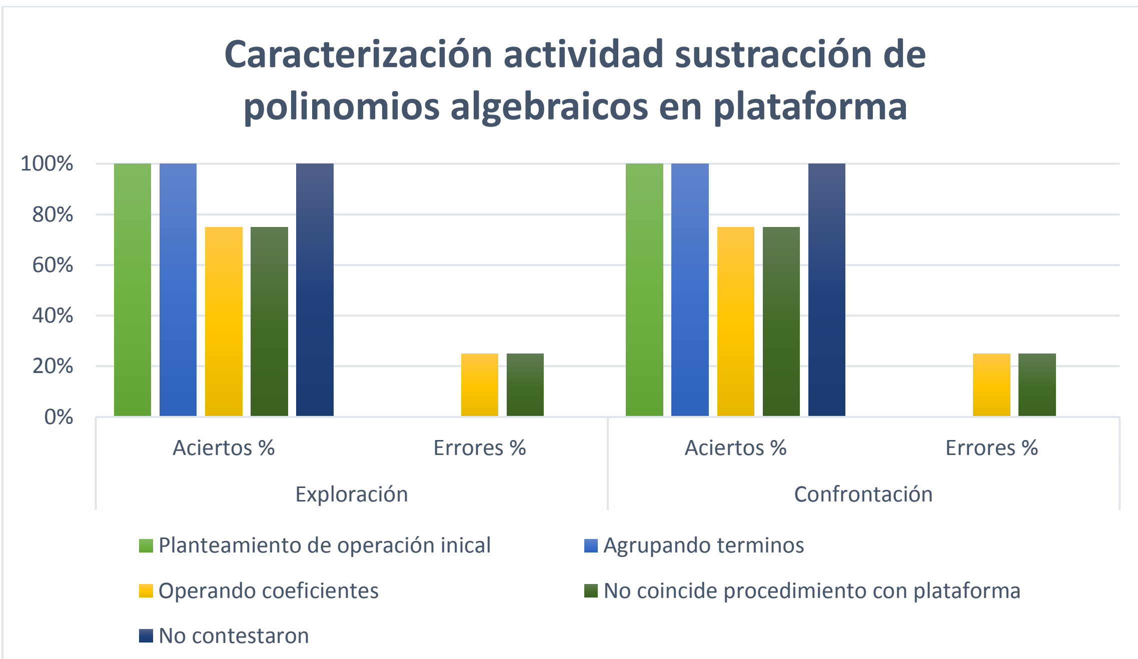


Figura 41. Caracterización actividad sustracción de polinomios algebraicos en plataforma. parte virtual de la situación acción.

Fuente. Elaboración propia.

Los cuatro estudiantes hicieron un planteamiento de la situación dada de manera correcta como se muestra en la figura 42 ejercicio realizado por el estudiante E3 en la plataforma, donde el estudiante E1 y E4 plantearon una suma de la longitud de los segmentos dados y restaron al perímetro de la figura, mientras que los estudiantes E2 y E3 realizaron una multiplicación de la longitud del lado dado por dos y el resultado lo restaron al perímetro (Figura 43.), procedimiento desarrollado en el cuaderno del estudiante E3, agrupando bien los términos semejantes en los dos planteamientos propuestos por los estudiantes. Para la característica de operando coeficientes, fue evidente encontrar el error cometido por el estudiante E2 en el resultado final de dividir el término independiente seis en dos dándole como resultado el número dos; encontrando también que para este mismo estudiante no coincidía el procedimiento realizado en el cuaderno con la respuesta en plataforma.

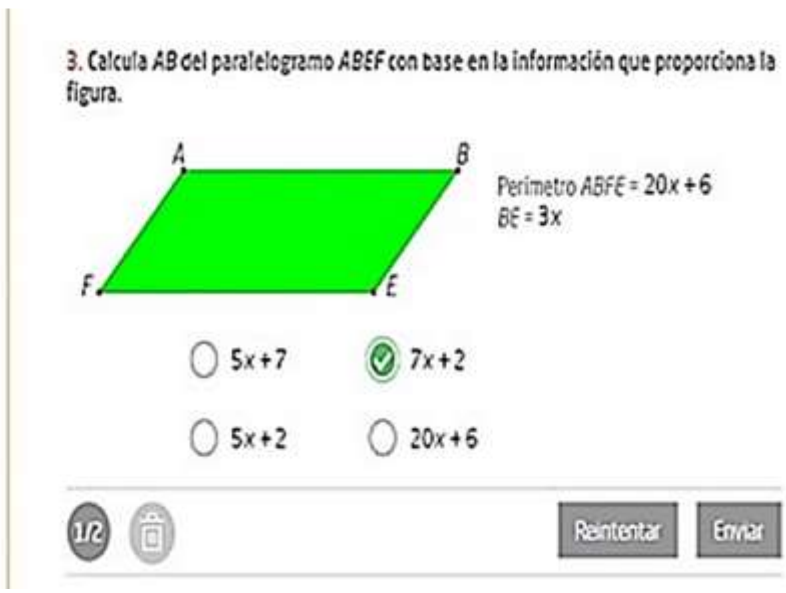


Figura 42. Solución planteada para el punto 1 por el estudiante E3, actividad exploración.

Fuente. Usuario estudiante 3.

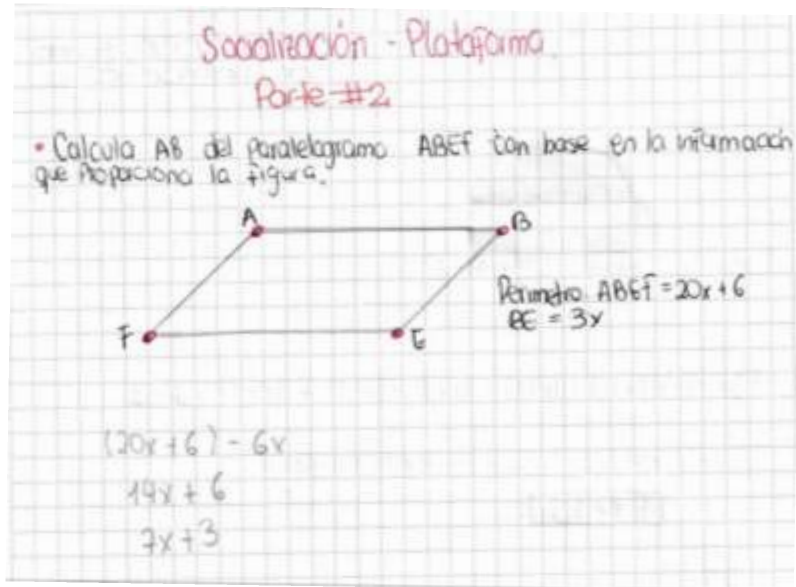


Figura 43. Solución planteada para el punto 1 por el estudiante E3, actividad de exploración.

Fuente. Cuaderno estudiante E3.

Para la actividad de confrontación de la sesión dos se envió el link del video (Vacca, 2019b) del tema resta de polinomios algebraicos, para posteriormente pasar a responder dos puntos, donde el primero consistió en hallar la expresión que representa el perímetro de la figura sombreada y en el segundo se tenía que encontrar las expresiones que cumplieran con la condición dada. Resaltando que el 100 % de los estudiantes plantearon bien las operaciones para los dos puntos propuestos en la plataforma, al igual que al agrupar los términos semejantes en cada operación, donde tres estudiantes operaron bien los coeficientes a excepción del estudiante E2 que le hicieron falta datos de algunos segmentos por lo cual obtuvo un resultado diferente (Figura 44). Sin embargo, también se evidenció que para el 75 % de los estudiantes, el procedimiento realizado en el cuaderno coincidía con las respuestas seleccionadas en la plataforma, mientras que para el 25 % no, debido a la falta de datos al momento de operar, concluyendo que para esta sesión todos los estudiantes participaron desarrollando las actividades para la exploración y confrontación de la sesión.

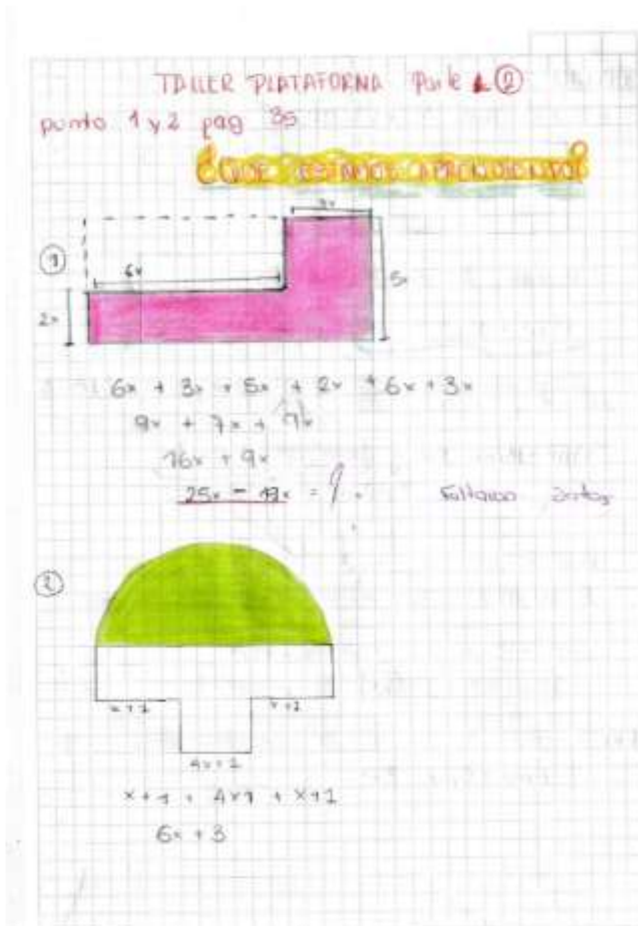


Figura 44. Solución planteada para el punto 2 por el estudiante E2, actividad confrontación.

Fuente. Cuaderno estudiante E2.

Para la situación de formulación los grupos estuvieron conformados de la siguiente manera, el grupo uno compuesto por los estudiantes E2 y E4, y el grupo dos por los estudiantes E1 y E3. Se pudo observar durante el trabajo grupal que en el grupo uno no coincidió en algunos puntos el procedimiento, esto debido a la aplicación de la ley de signos para operar los coeficientes, y al no convencerse de lo que estaban realizando, esperaron a la socialización grupal. En el grupo 2 no les coincidió un punto por lo que cada integrante socializó, unificando el proceso de solución del ejercicio.

En la socialización grupal, hay que resaltar que fue evidente que faltó aplicar la ley de signos en los puntos donde se tenía que restar polinomios, esto sucedió con el punto propuesto de la etapa de exploración del paralelogramo (figura 42), cuando pasó al tablero el estudiante E2 a socializarlo, diciendo “ se tiene que hacer una resta entre veinte equis más seis y tres equis” pero al momento de operar los términos semejantes se dio cuenta que debía restar entre seis equis porque en el paralelogramo eran dos lados los que tenían igual medida dándole catorce equis más seis, concluyendo que para sacar la medida del segmento AB tenía que dividir la respuesta entre dos, quedando siete equis más tres como respuesta.

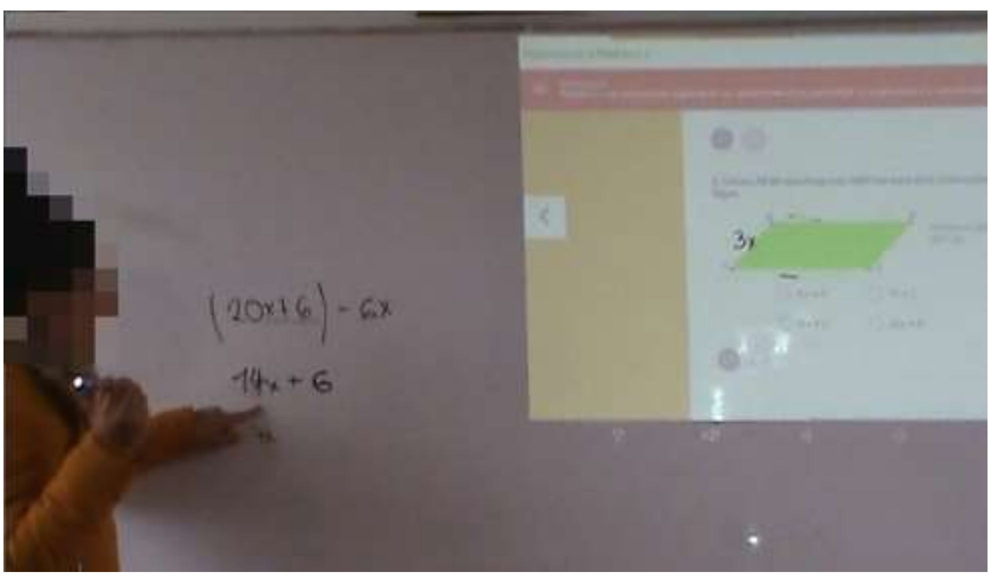


Figura 45. Socialización del punto 1 realizada por el estudiante E2.

Fuente. Clase vídeo.

Otro caso importante que se pudo evidenciar en la socialización, se dio con el punto 2b que pedía hallar la diferencia entre dos binomios, siendo el estudiante E3 el que propone la operación para solucionar el ejercicio, en ese momento el estudiante E2 interrumpió preguntando si el signo menos que estaba entre los dos binomios afectaba al segundo polinomio, por lo que decidieron resolver el ejercicio de las dos formas para verificar resultados con la plataforma, llegando a la conclusión que efectivamente el signo menos de la mitad afectaba los signos de los términos del segundo polinomio, además de considerar que para restar debía haber términos semejantes (Figura 46).

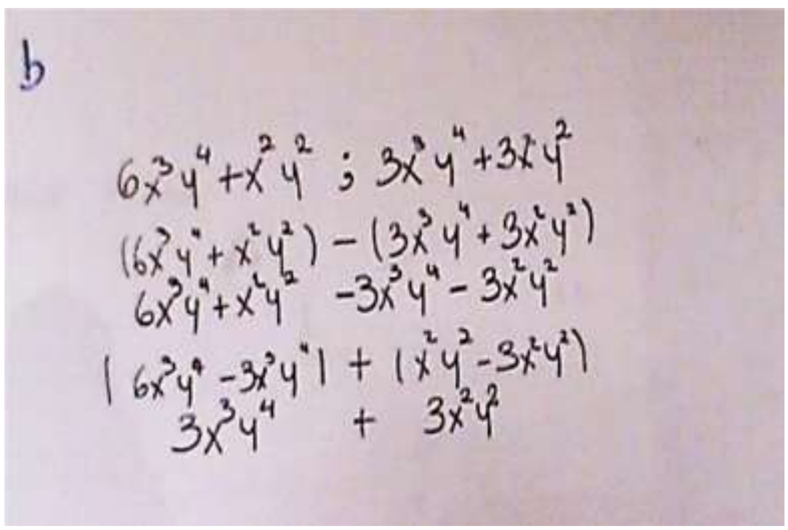


Figura 46. Corrección para el punto 2b realizado por el estudiante E2, actividad confrontación.
Fuente: Video clase.

Hasta aquí la socialización de las actividades asignadas mediante la metodología del aula invertida, dando paso a la aplicación del taller “Subtracting polynomials with Free Fire” (Anexo 4.) primera etapa de la situación de validación, donde se encontraron los siguientes resultados para la característica de planteamiento de operación inicial.

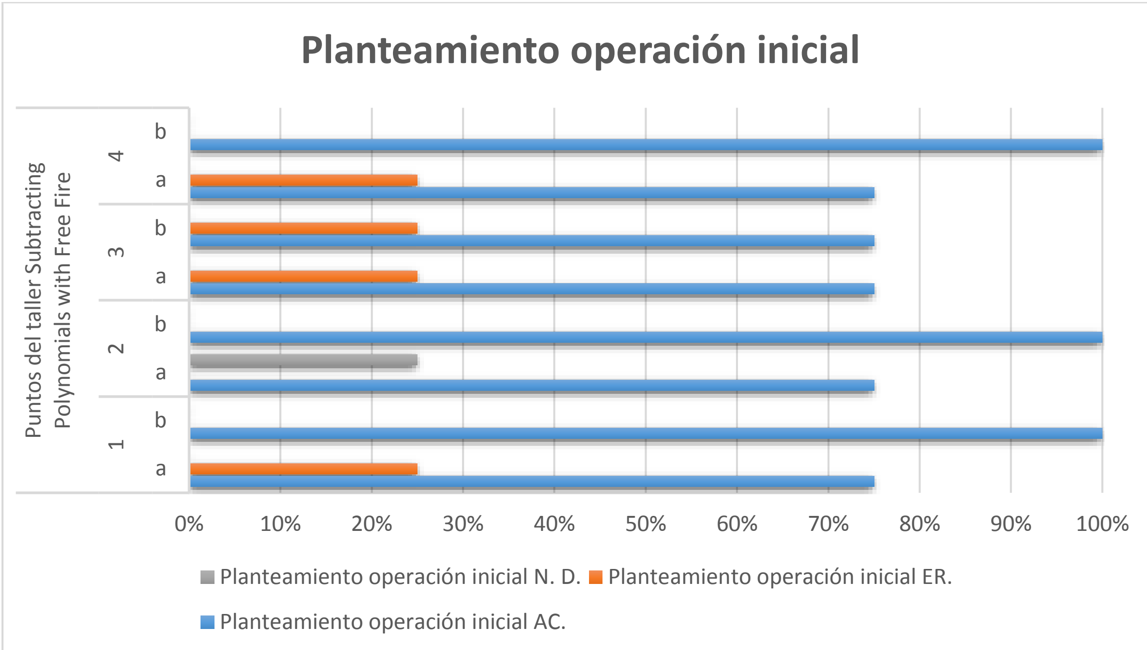


Figura 47. Resultados para la característica planteamiento operación inicial del taller Subtracting polynomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Para esta característica se encontró que el 75% de los estudiantes plantearon bien la operaciones que debían realizar para solucionar el primer punto, desarrollando para el literal 1a una resta para cada una de las zonas, como lo hizo el estudiante E4, que propuso para la zona uno restar el polinomio que representa el área de esta zona con el polinomio que representa el área que el jugador había recorrido de esta, coincidiendo con esto los estudiantes E1 y E2, se debe aclarar que lo propuesto por los estudiantes estaba bien, pero les faltó sumar los polinomios del área que no recorrió el jugador en cada zona, para encontrar la expresión algebraica que representaba el área total que el jugador no recorrió, qué era lo que se preguntaba. En cuanto al estudiante E3 se equivocó al plantear una suma de las áreas que el jugador había recorrido de cada zona, lo cual no daba respuesta a la pregunta que se hizo.

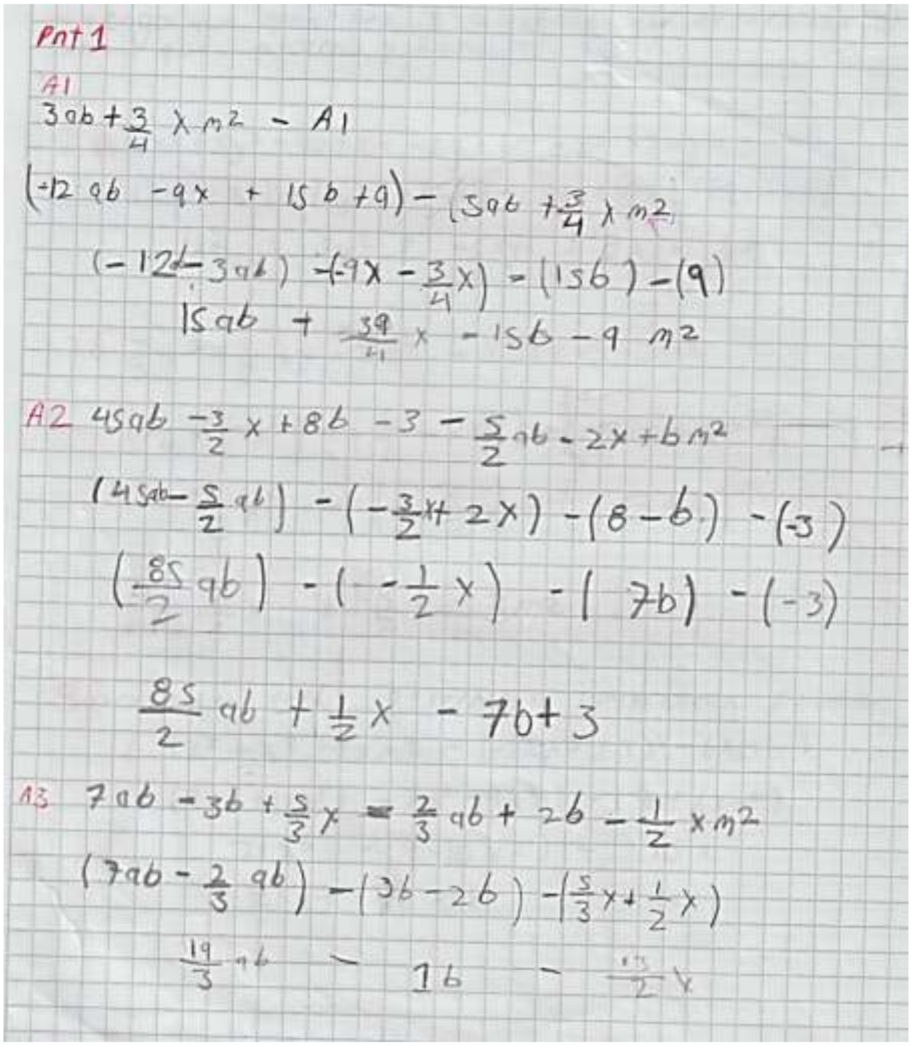


Figura 48. Solución planteada para el punto 1a por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

Siguiendo con el análisis, en el punto 2a se registró que los estudiantes E1, E2 y E4 plantearon bien la operación que daba solución a la pregunta, donde los tres coincidieron proponiendo una resta entre los polinomios que representan el área de la zona segura y el área de la zona danger, para saber qué expresión algebraica determina el área de la zona segura que tiene el jugador para desplazarse, siendo esto correcto. Encontrando también para este punto, que el 25% de los estudiantes no propone una operación afirmando que la solución es el polinomio que representa el área de la zona segura. Sin embargo, para el punto tres se evidenció que el 75% de los estudiantes plantearon bien la operación justificando que se tenía que hacer una resta para saber cuánto terreno había fuera del área segura, lo cual aplica para los dos literales, pues en el literal 3b tenían que proponer la operación y en el literal 3b expresarlos matemáticamente para encontrar el polinomio que daba respuesta a la pregunta, pero el estudiante E3 se equivoca al asignar una suma entre los polinomios que representan las áreas dadas.

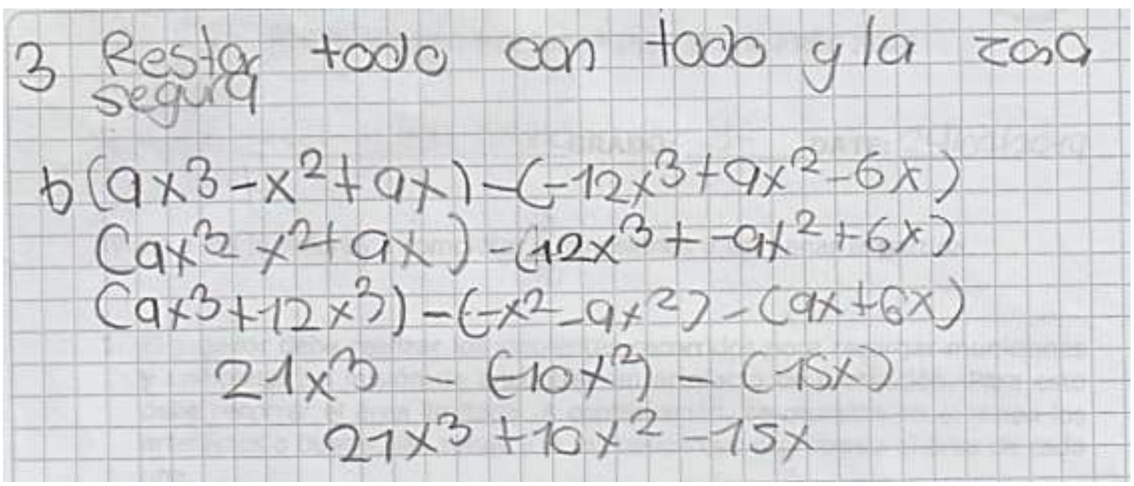


Figura 49. Solución planteada para los puntos 3a y 3b por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

En cuanto al cuarto punto, el 75 % de los estudiantes propusieron de manera correcta la operación que debían hacer para el literal 4a como lo hizo el estudiante E2 planteando una resta entre el polinomio que representa la distancia entre el Observatory a Peak y la distancia entre el límite de la zona segura y Peak, procedimiento que también hicieron los estudiantes E1 y E4;

en este mismo punto el estudiante E3 se equivocó al proponer una suma entre los polinomios de las distancias dadas. Para el literal 4b el 100% de los estudiantes acertó con el planteamiento de reemplazar los valores dados para la variable (m) y (n) en el polinomio que les dio en el primer literal.

Del mismo modo se realizó el análisis para la característica de operando coeficientes, donde se registraron los resultados organizados en la siguiente tabla.

Tabla 3.

Resultados para la característica operando coeficientes del taller subtracting polynomials with Free Fire.

	Punto		**Operando coeficientes**			
			AC.	ER.	N. D.	T. E
Puntos del taller Subtracting Polynomials with Free Fire	1	a	50%	25%	25%	100%
		b	0%	50%	50%	100%
	2	a	50%	25%	25%	100%
		b	50%	25%	25%	100%
	3	a	0%	0%	0%	0%
		b	50%	0%	50%	100%
	4	a	50%	25%	25%	100%
		b	0%	100%	0%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Para el punto 1a se evidencia en la tabla 3 que el 50% de los estudiantes operaron bien los coeficientes como se puede observar en la figura 50 el estudiante E4 hace bien la agrupación desarrollando bien lo que propuso, pero el resultado le quedó mal al omitir signos, sucediendo esto para los resultados de la zona 1 y 2, sin embargo, para la zona 3 se equivocó efectuando la operación de los coeficientes que están respeto a la variable (b), omitiendo el signo negativo de tres equis; mientras que el estudiante E1 realizó bien las operaciones entre los coeficientes, pero al no tener en cuenta los signos para la respuesta el resultado que obtuvo en cada zona fue errado. Respecto al 25% que operó mal los coeficientes el error estuvo en que al agrupar los términos semejantes no tuvo en cuenta los signos de los coeficientes, por lo que al operar le dio otro resultado (figura 50) y en cuanto al estudiante E3 no se encontró evidencia que haya desarrollado este punto.

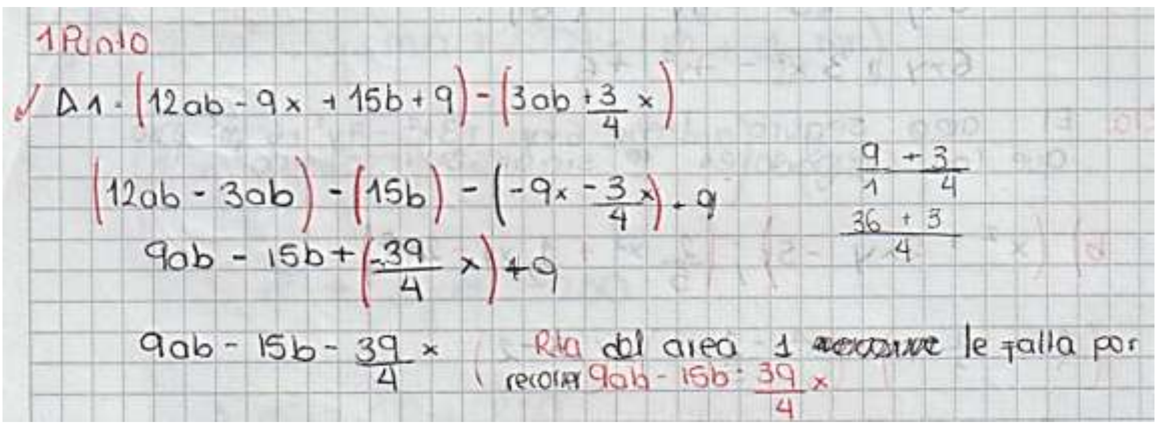


Figura 50. Solución planteada para el punto 1a por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

Siguiendo con el punto 1b, se registró que el 50% de los estudiantes no realizaron bien las operaciones entre los coeficientes, lo cual se asocia a que no tuvieron en cuenta los signos por lo que los resultados cambiaron, esto sucedió con el estudiante E1 que se equivocó al operar los tres términos respecto a equis, agregando un signo menos al primer término, por lo que al solucionarlo le dio otro resultado. En cuanto al estudiante E4 olvidó ejecutar la ley de signos cuando realizó las operaciones entre los dos primeros términos respecto a equis, dando otro resultado al final de las operaciones (figura 51). En cuanto al 50% que no desarrollaron esté punto, se encuentra el caso de los estudiantes E2 y E3 que no solucionaron la operación que propusieron inicialmente, por lo que no fue posible evidenciar el proceso. Para el punto 2a se evidenció que los estudiantes E1 y E4 operaron bien los coeficientes después de agrupar los términos semejantes, pero al no tener en cuenta los signos para el resultado les quedó mal el polinomio final de la respuesta. El estudiante E2 se equivocó en este punto cuando agrupó términos semejantes cambiando los signos de algunos términos, como sucedió con los que estaban respeto a los términos (xy) y (x^2), el 25% que corresponde a no desarrolló la operación que propuso inicialmente.

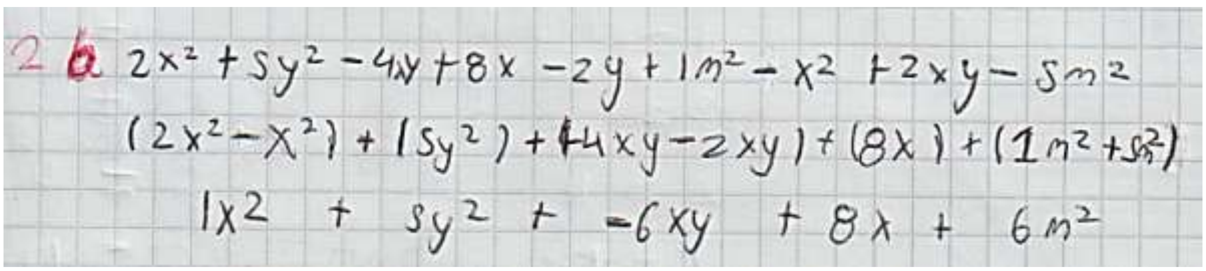


Figura 51. Solución planteada para el punto 2a por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

En el punto tres esta característica que se analizó no aplica para el literal 3a, pero para el punto 3b se evidenció que el 50% de los estudiantes operó bien los coeficientes, pero se equivocaron con los signos, como sucedió con el estudiante E1 que no operó el signo menos entre las expresiones algebraicas y al dejar el signo menos entre los polinomios hizo que cambiaran los signos del polinomio final (Figura 49); esto mismo le pasó al estudiante E4 en el desarrollo de este punto. El otro 50% que se registra en la tabla 3 corresponde a los estudiantes que no desarrollaron la operación que propusieron inicialmente, por lo que no se evidencia procedimiento para analizar esta característica. Terminando con el punto 4a se registra que los estudiantes E1 y E4 operaron bien los coeficientes, mientras que el 25% se equivocó al realizar las operaciones de los coeficientes respecto a (m^2) dándole como resultado tres medios, cuando era menos un medio; el estudiante E3 para este punto solo propuso la operación inicial pero no la desarrolló. Sin embargo, para el punto 4b el 100 % de los estudiantes se equivocaron operando los coeficientes en algunas operaciones, resaltando que en los procedimientos que hicieron resolvieron bien las potencias y las multiplicaciones después de reemplazar los valores de m y n, pero cuando pasaron a las sumas y restas de los números se equivocaron al omitir los signos; para este mismo punto se evidenciaron dos soluciones, la primera donde realizaron la resta entre los polinomios y en el resultado reemplazaron los valores, lo cual hicieron los estudiantes E1, E2 y E4, pero el estudiante E3 reemplazó estos valores en la operación inicial sin reducir términos semejantes, lo cual lo llevó hacer más procedimiento y en el proceso equivocarse al operar las fracciones que se involucraban.

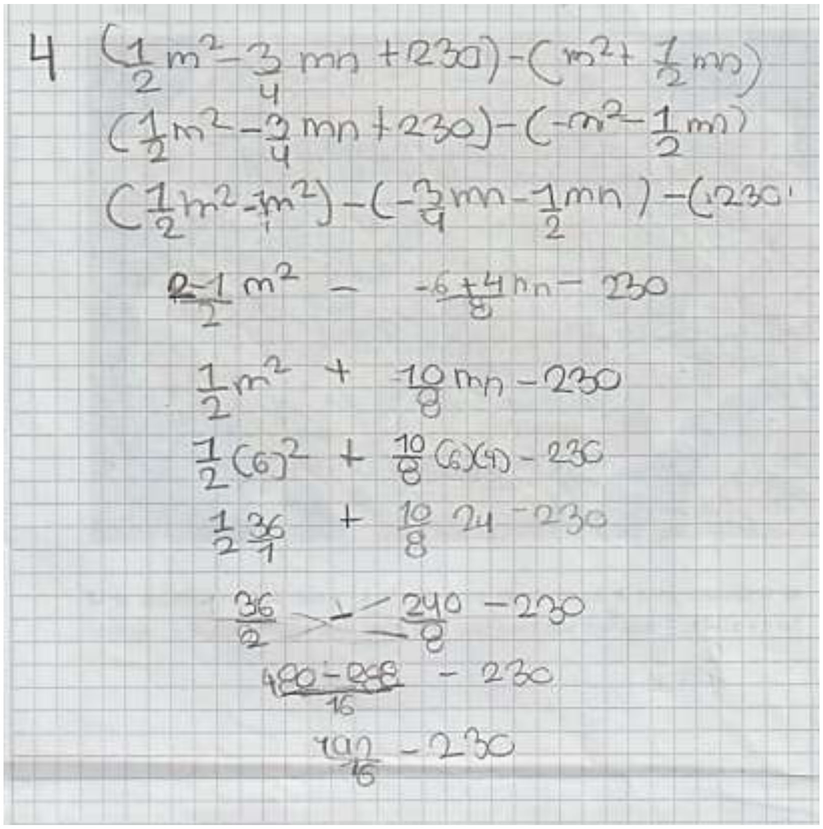


Figura 52. Solución planteada para el punto 4b por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Ahora, respecto a los puntos donde se tenía que operar polinomios, se analizó la característica de agrupando términos para el taller de subtracting polynomials with Free Fire, evidenciando los siguientes resultados.

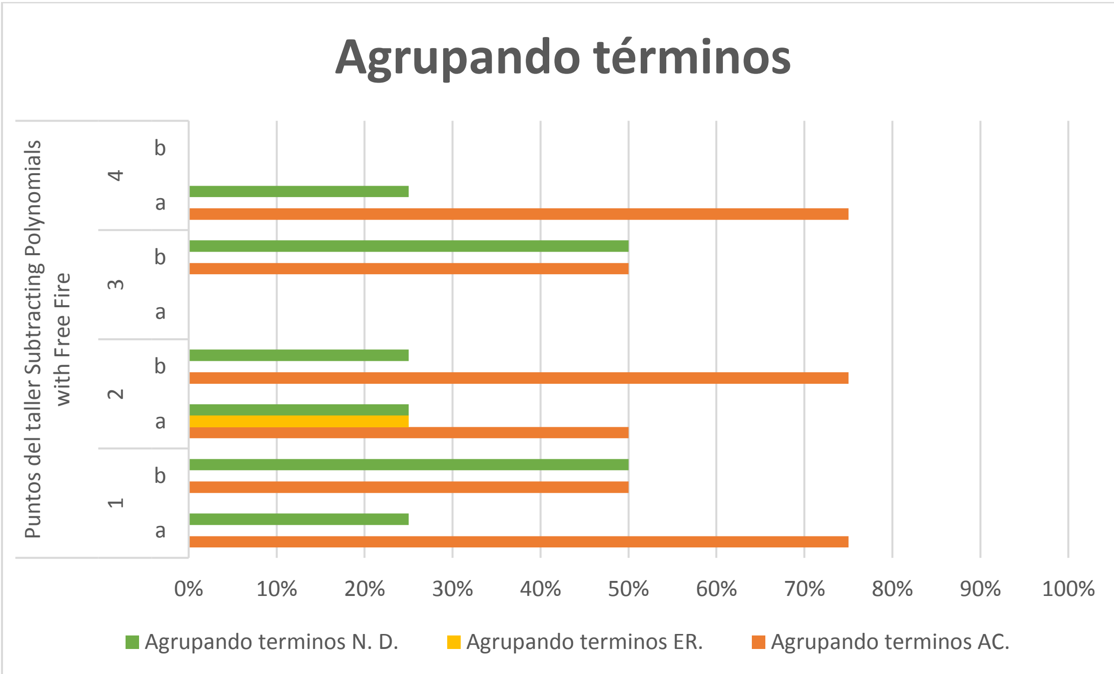


Figura 53. Resultados para la característica agrupando términos del taller subtracting polynomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Para esta característica respecto a los puntos 1, 2, 3b y 4a, la barra en color naranja representa que agruparon bien los términos semejantes en cada uno de los puntos donde debían operar polinomios, mientras que la barra verde significa que algunos estudiantes no desarrollaron las operaciones que propusieron, por lo que no se evidenció procedimiento para esta característica. En el punto 2a el 25% se equivocó agrupando términos donde el estudiante agrupó los términos (y^2) y (y) cuando no había semejanza entre ellos y eliminando el terminó respecto a (y), lo cual cambió la respuesta quedando mal lo propuesto.

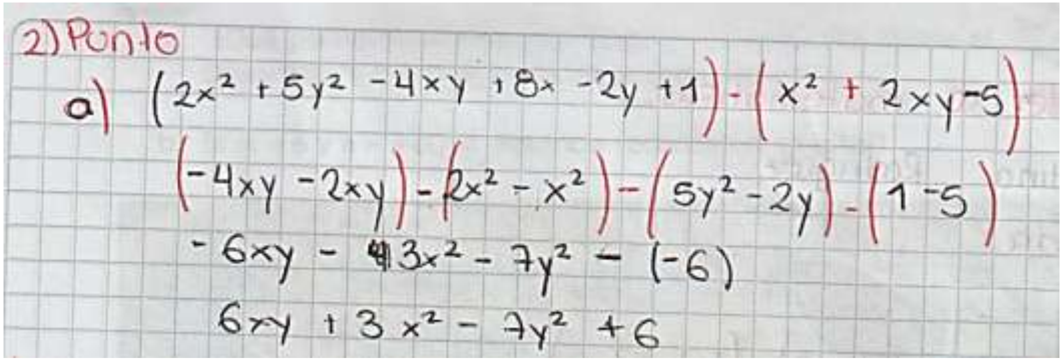


Figura 54. Solución planteada para el punto 2b por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

Lo que respecta a la característica de justificando procedimientos, para este taller solo aplica para el punto 3a donde se preguntaba ¿Qué operación deben realizar? ¿por qué?, respecto a la situación de encontrar el polinomio que representa el terreno fuera de la zona segura marcado en el mapa; encontrando que el 75% de los estudiantes acertaron justificando que se tenía que hacer una resta de los polinomios que representan la superficie que cubre en total el mapa y el área de la zona segura, una de las respuestas registradas fue la del estudiante E2 escribiendo "Una resta porque nos piden el área sin lo que ocupa el área segura", otra justificación es la dada por el estudiante E1 en la figura 49. Sin embargo, el 25% de los estudiantes contestó a esta pregunta que debía hacer una suma lo cual está mal porque la situación no pedía saber cuánto suman las dos áreas dadas.

Terminando con el análisis del taller aplicado se muestran los resultados obtenidos para la característica de signos.

Tabla 4.

Resultados para la característica signos del taller subtracting polynomials with Free Fire.

	Punto		Signos			
			AC.	ER.	N. D.	T. E
Puntos del taller Subtracting Polynomials with Free Fire	1	a	0%	75%	25%	100%
		b	0%	50%	50%	100%
	2	a	0%	75%	25%	100%
		b	0%	75%	25%	100%
	3	a	0%	0%	0%	0%
		b	0%	50%	50%	100%
	4	a	0%	75%	25%	100%
		b	0%	100%	0%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Para este taller fue evidente que uno de los factores para que los estudiantes se equivocaran solucionando la resta entre polinomios algebraicos, fue el no tener en cuenta los signos de los coeficientes cuando se realizaba la reducción de términos semejantes, pues los resultados cambiaban. Otro error en los procesos fue que los estudiantes no operaron el signo menos que se encontraba antes de la segunda expresión, pues este signo afectaba los signos de cada término de esta. Por lo que en la tabla 4 se evidencia que no hay estudiantes que acertaran con esta característica. Lo que respecta a la subcategoría de no desarrolló, estos resultados obtenidos se asocian a que no desarrollaron la operación que plantearon inicialmente, por lo que no hay evidencia del proceso realizado.

Siguiendo con la segunda etapa de la situación de validación, el grupo uno lo conformaron los estudiantes E1 y E3, y el grupo dos los estudiantes E2 y E4. Durante el trabajo en grupos el grupo uno al evidenciar que uno de los compañeros no realizó proceso en la mayoría de puntos, el compañero explicó como desarrolló cada punto, dándose cuenta que algunos procesos le quedaron mal, por lo que decidieron corregirlos, esto pasó para el punto dos y cuatro. En el grupo dos los estudiantes socializaron el desarrollo de cada uno los puntos, encontrando que habían cometido algunos errores operando coeficientes y signos, por lo que unificaron procedimientos corrigiendo todos los puntos del taller.

En cuanto a la socialización grupal del taller de subtracting polynomials with Free Fire, para el punto 1a pasó al tablero el estudiante E3 a desarrollarlo, diciendo que para determinar el área que el jugador no recorrió debía hacer una resta entre el área recorrida por el jugador y el área de cada zona, en el momento que estaba operando los términos semejantes de la operación para la zona uno, el estudiante E4 interviene diciendo que " el signo de tres cuartos es negativo, porque el signo menos que está uniendo a los polinomios afecta a todo el segundo polinomio", encontrando así el polinomio que representa la zona no recorrida por el jugador; los estudiantes E1 y E4 ayudaron hallar los polinomios para las zonas dos y tres, resolviendo las operaciones sin inconvenientes; el estudiante E2 termino este punto realizando la suma de los polinomios de las tres zonas, sin inconvenientes agrupando los términos semejantes y operando correctamente los coeficientes.

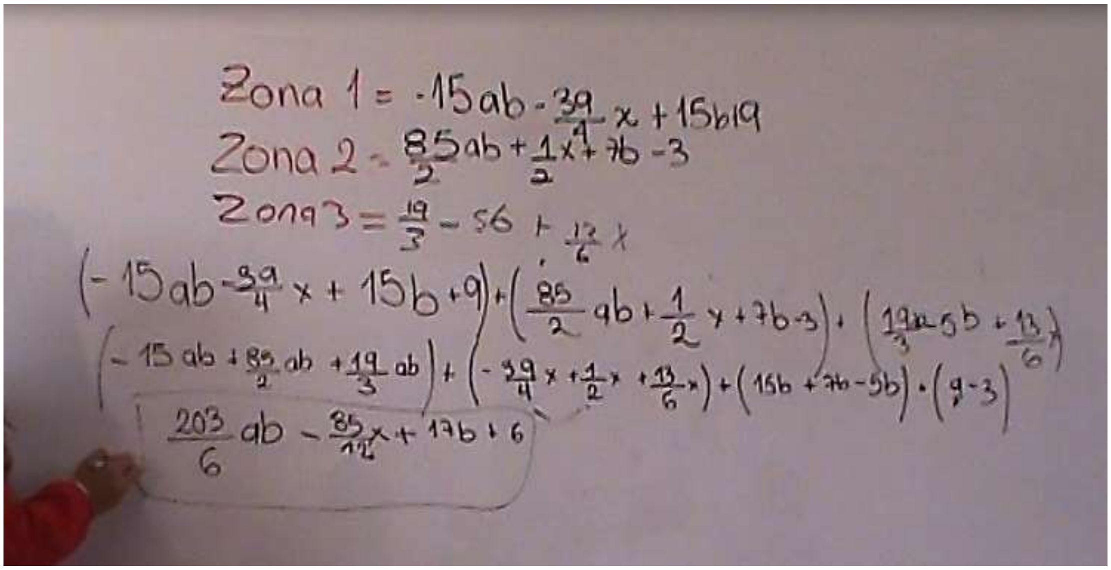


Figura 55. Socialización grupal del punto 1a del taller subtracting polynomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

Para el punto 1b el estudiante E1 quien lo socializó en el tablero, justificó diciendo que tenía que sumar el área que recorrió el jugador en cada zona y lo desarrolló sin inconvenientes. Para el punto 2a el estudiante E3 pasó al tablero manifestando que tenía que hacer una resta entre el área de la zona segura y la zona danger, operando correctamente los signos y coeficientes, donde los procedimientos fueron avalados por los compañeros; respecto al punto 2b el estudiante E2 desarrolló este punto realizando una resta entre el área de la zona danger y el área que se encuentra por dentro de la zona segura, desarrollando esta operación bien. Siguiendo con el punto 3b el estudiante E3 propuso una resta entre el área de la superficie del mapa y el área de la zona segura, en el momento en el que el estudiante estaba operando los signos dejo un menos y un más seguido por lo que el compañera E2 interviene preguntado "¿Por qué el signo menos después de nueve equis" a lo que responde el estudiante E3 " que es el signo de la mitad" entonces el estudiante E2 contradice diciendo “tiene que quitar el signo menos porque ya lo opero, para que saliera el más”, corrigiendo y continuando con el punto.

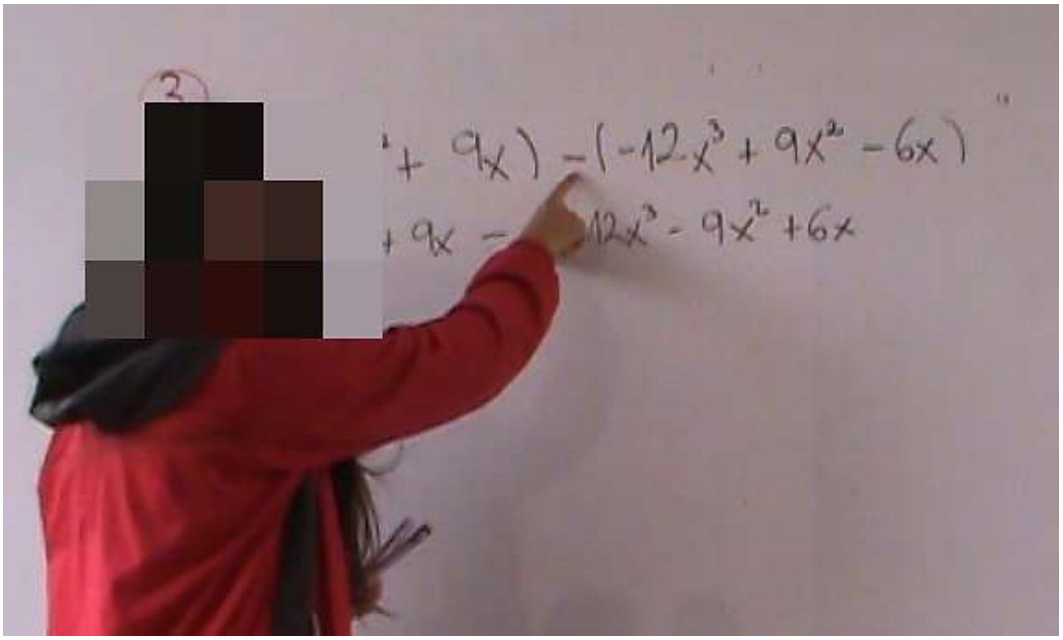


Figura 56. Socialización grupal del punto 3b del taller subtracting polynomials with Free Fire

Fuente: Video clase.

Para el último punto el estudiante E4 propuso hacer una resta entre la distancia del Observatory, el Peak y la distancia entre el límite de la zona segura y Peak, quien desarrolló el ejercicio siguiendo el procedimiento de agrupar términos semejantes, equivocándose en la operación de los coeficientes respecto a (mn) dándole dos octavos, pero cuando estaba terminando decidió verificar la operación, corrigiendo dándole como resultado menos cinco cuartos; sin embargo el estudiante E1 no quedó convencido con el procedimiento, porque para él se tenía que hacer una resta con los términos respecto a (mn), pero el compañero E4 explicó diciendo que no porque los dos términos son negativos, por lo que se suman, para esto el estudiante verificó nuevamente pero dejó los signos, lo cual le dio menos cinco cuartos, solo que en la primera forma el estudiante E4 sumó y al resultado le puso el signo menos. En el punto 4b el estudiante E1 reemplazó los valores de m y n, en el polinomio que le dio en el literal 4a, resolviendo bien las potencias y multiplicaciones, pero equivocándose en los signos, ya que omitió el signo menos del primer término y cambio el signo del segundo término (figura 57), después de terminar el ejercicio, los compañeros al revisar el procedimiento para avalarlo o no, el compañero E4 pregunta que si los signos del primer y segundo término seguían negativos después de multiplicar, porque menos por más menos, por lo que la gran mayoría del ejercicio quedó mal; borrando y corrigiendo nuevamente.

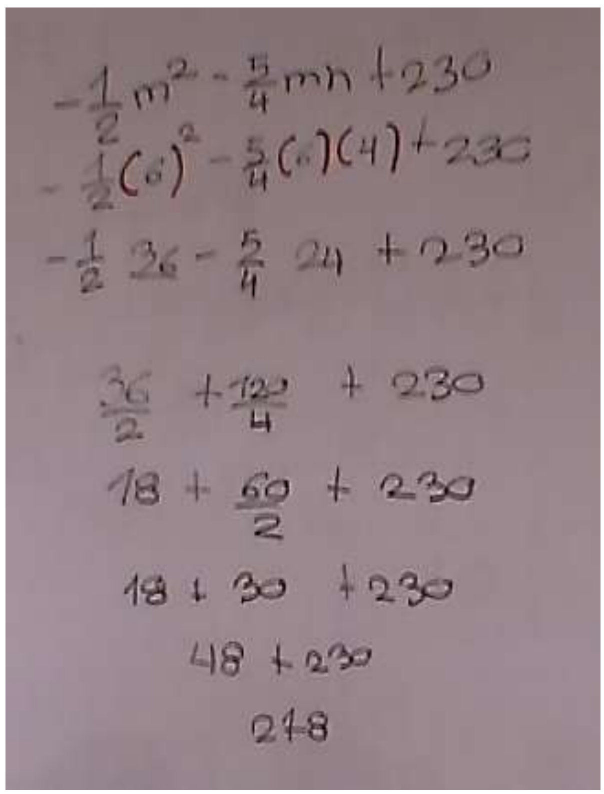


Figura 57. Socialización grupal del punto 4b del taller subtracting polynomials with Free Fire.
Fuente: Video clase.

Para la última situación sobre la que se analizó el taller, la docente consideró pertinente intervenir para recordar la ley de signos y concluir la clase explicando una situación con resta de polinomios para dejar más claro el tema, en esa socialización los estudiantes hicieron preguntas como “¿Cuándo en un monomio no hay coeficiente es el número 1?” dando como respuesta que el coeficiente en esos casos es el número 1. Otra pregunta que surgió del estudiante E3 fue “¿Cuándo se opera el resultado siempre queda con el signo del número mayor que se operó?” respondiendo que sí, cuando eran signos diferentes pero que cuando tienen el mismo signo quedaba la respuesta con el mismo signo. Se tiene que resaltar que, en las dos primeras sesiones los estudiantes encontraron similitudes en la solución de la operación, por lo que llegar al concepto de resta de polinomios a partir de la adición fue fácil para ellos.

En el tema multiplicación de polinomios algebraicos, se obtienen como resultados la siguiente información, según la caracterización para las etapas de exploración y confrontación de la situación acción.

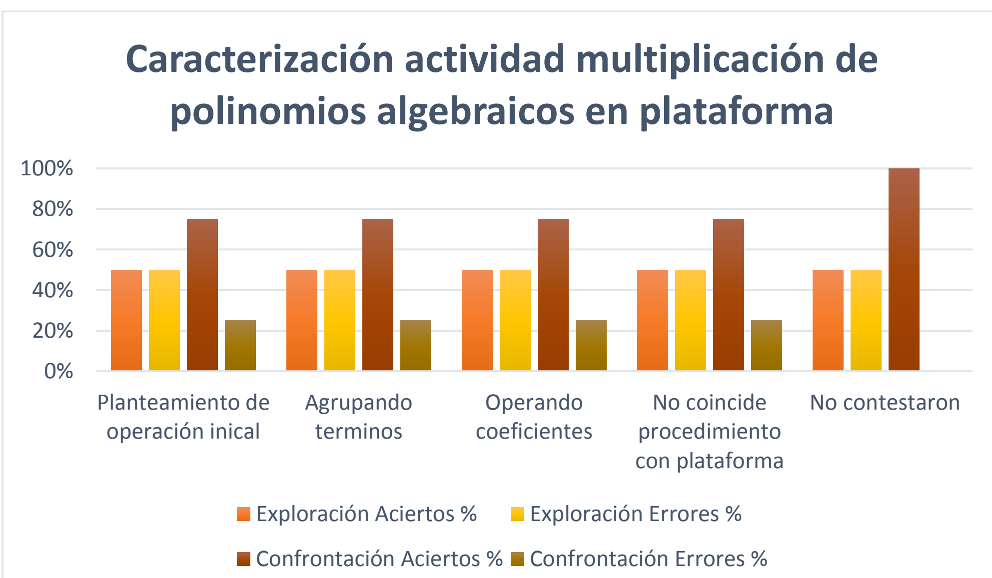


Figura 58. Caracterización taller de multiplying polinomials with Free Fire, parte virtual de la situación acción.

Fuente. Elaboración propia.

La actividad de exploración para la multiplicación de polinomios estuvo conformada por dos ejercicios, el primero que buscó relacionar las propiedades de la potenciación con el ejercicio que se aplicó, y en el segundo, los estudiantes tenían que seleccionar el resultado de la multiplicación propuesta, como lo resolvió el estudiante E4 en la plataforma y cuaderno figura 59 y figura 60, aclarando que en un inicio esta actividad la realizaron los estudiantes E1 y E4, obteniendo que lo desarrollado por ellos cumple con los aciertos y errores para la caracterización de la figura 58, dos de los estudiantes no participaron en su totalidad pues solo realizaron la parte de la plataforma, por lo que no hay evidencia escrita en el cuaderno.

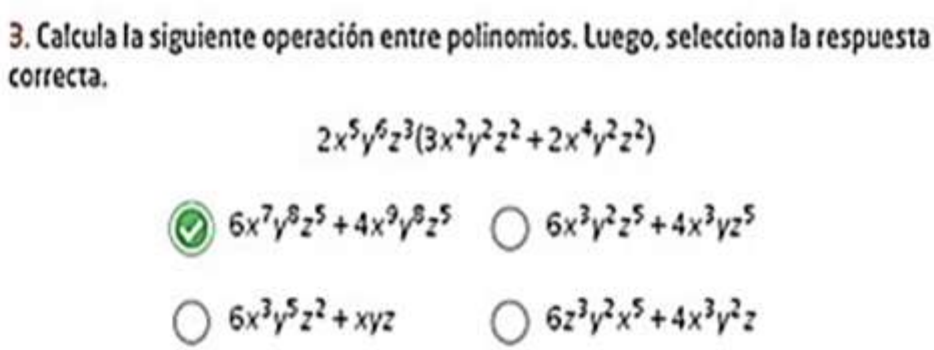


Figura 59. Solución planteada para el punto 2 por el estudiante E4, actividad de exploración.

Fuente. Usuario estudiante E4.

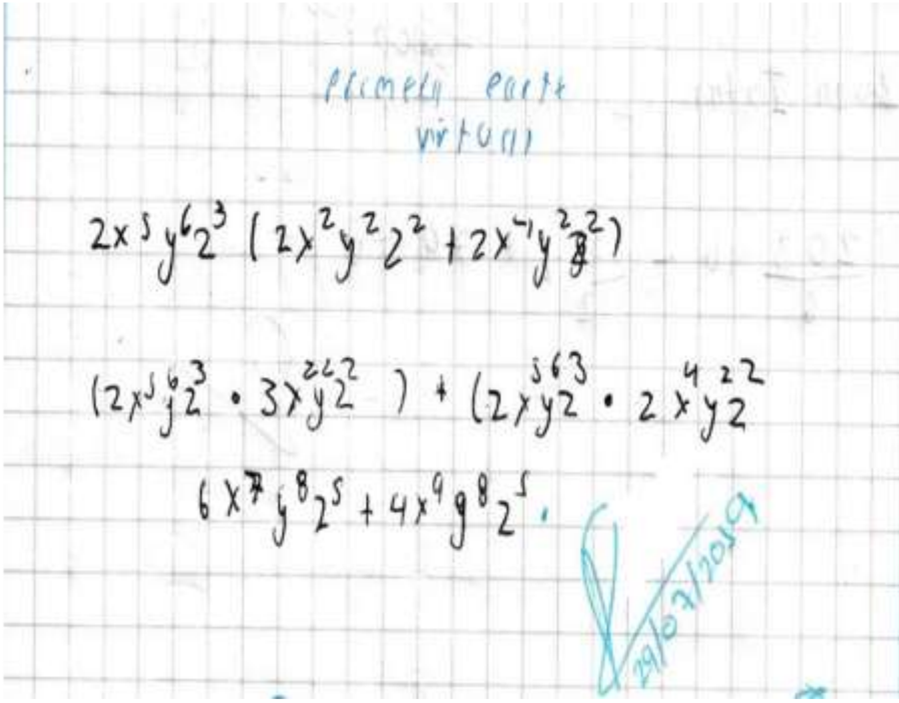


Figura 60. Solución planteada para el punto 2 por el estudiante E4.

Fuente: Cuaderno estudiante 4.

Para la actividad de confrontación se envió el link (Vacca, 2019c) de la clase video del tema multiplicación de polinomios, seguida de dos ejercicios. El primer punto consistió en hallar el área de la parte sombreada de las figuras; el 75% de los estudiantes cumplieron con el procedimiento esperado, a diferencia del estudiante E4 que planteó la operación para hallar el perímetro y no el área de las figuras, realizando la agrupación de términos, la operación de coeficientes de forma incorrecta, sin embargo, la respuesta seleccionada en la plataforma fue la correcta, en definitiva, el procedimiento está errado. El segundo punto propuesto consistió en representar gráficamente el producto de los polinomios, encontrando que tres estudiantes realizaron bien la representación gráfica y un estudiante no, pero intentó hacer la operación matemáticamente, haciendo mal el procedimiento desde la distribución de términos.

Para la situación de formulación se organizó cada grupo de la siguiente manera, grupo uno con los estudiantes E1 y E4, y grupo dos conformado por el estudiante E2 y E3. El grupo uno socializó cada uno de los puntos del taller y unificó procedimientos en los que le habían quedado mal a uno de los estudiantes; el grupo dos unificó procedimientos debido a que solo habían realizado la parte en la plataforma, pero no habían hecho procedimientos en el cuaderno. En la socialización grupal iniciaron con el punto 4 de repaso de las propiedades de la potenciación, pasando al punto 1 donde se pedía hallar el área de la figura sombreada, el estudiante E4 que pasó al tablero propuso una suma de los lados de la figura, explicando que el procedimiento fue sumar la longitud de los lados, pero el estudiante E2 le puntualizó que estaba hallando el perímetro y no el área, por lo que explicó que para determinar el área del rectángulo de la figura grande debía utilizar la formula $A = b \times h$, y restarle el área del rectángulo pequeño para saber cual es el área que corresponde a la zona sombreada (Figura 61).

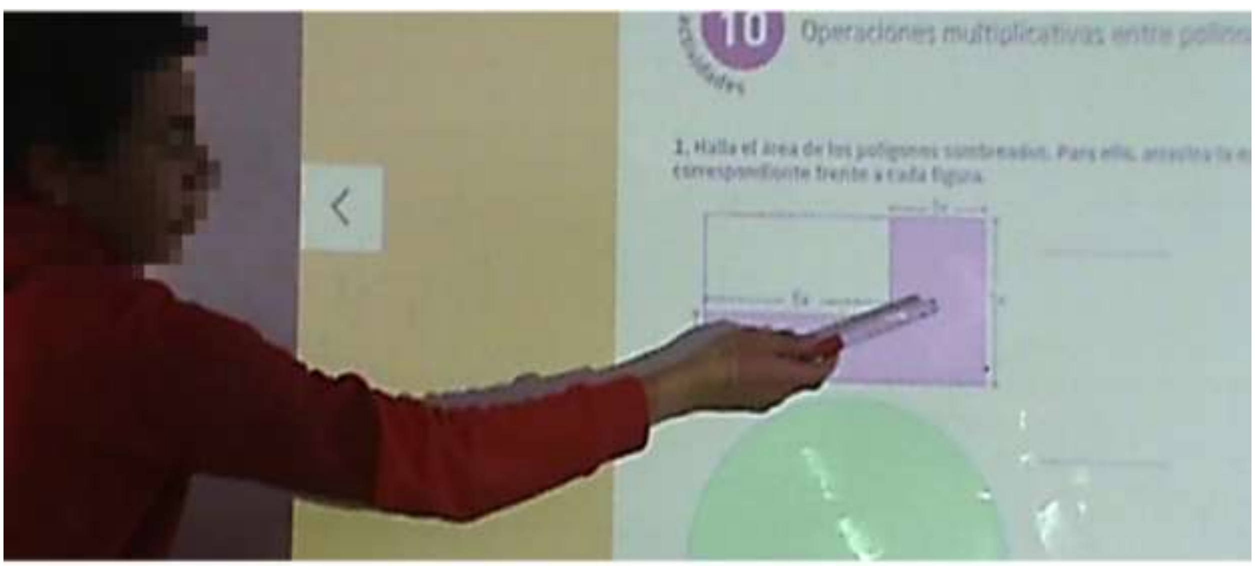


Figura 61. Socialización punto 1, actividad confrontación en plataforma.

Fuente: Video clase.

Los demás puntos los socializaron sin ningún inconveniente, aplicando propiedades para los exponentes y aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación.

En cuanto al análisis del taller multiplying polinomials with Free Fire (Anexo 5.) que se aplicó para la primera etapa de la situación de validación, se obtuvieron los siguientes resultados para la característica de planteamiento operación inicial.

Tabla 5.

Resultados para la característica planteamiento operación inicial del taller multiplying polinomials with Free Fire.

	Punto		**Planteamiento operación inicial**			
			AC.	ER.	N. D.	T. E
Puntos del taller Multiplying polynomials with Free Fire	1	a	100%	0%	0%	100%
		b	75%	25%	0%	100%
	2	a	75%	25%	0%	100%
		b	75%	25%	0%	100%
	3	a	75%	25%	0%	100%
		b	100%	0%	0%	100%
	4	a	75%	25%	0%	100%

Fuente. Realizado por la autora.

El primer punto del taller se planteó una situación donde se tenía que encontrar el área que encierra el triángulo marcado en el mapa, para esto, los cuatro estudiantes plantearon bien la operación inicial, que consistía en multiplicar el polinomio que representa la altura del triángulo con el polinomio que representa la distancia entre Peak y Cape Town, y después el resultado dividirlo entre dos, según la fórmula para hallar el área de un triángulo. Para el punto 1b el 75% de los estudiantes propuso de manera correcta las operaciones para determinar el polinomio que representa la distancia entre Peak y el punto amarillo, como lo hizo el estudiante E3 quien propuso sumar los polinomios que representa la distancia entre Peak y Cape Town, y Cape Town y el punto amarillo y este resultado lo restó con el polinomio que representa el perímetro del triángulo para solucionar el punto; el estudiante E4 se equivocó al plantear que los tres polinomios se restan obteniendo otro resultado.

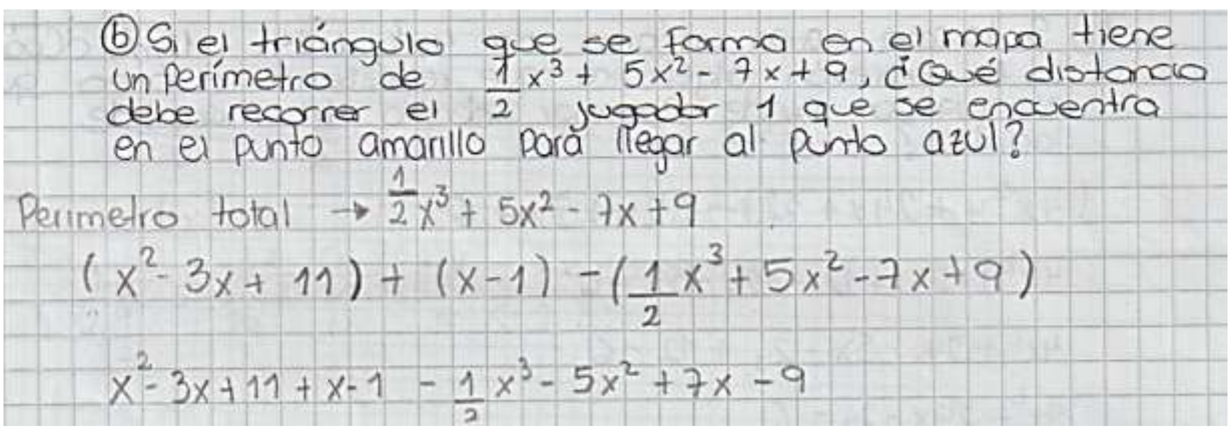


Figura 62. Solución planteada para el punto 1b por el estudiante E3.

Fuente. Taller estudiante E3.

Para el punto dos los estudiantes E1, E2 y E4 propusieron de manera correcta que se debía hacer una multiplicación entre los polinomios que representan la distancia en cada arista de la caja y después multiplicar el resultado por dos, y pues son dos cajas de madera, el 25% de los estudiantes se equivocó al proponer una suma entre estos polinomios. Para el literal 2a y 2b los porcentajes son los mismos, porque en el primero debían justificar y en el segundo organizar la operación para solucionarla. En cuanto al punto tres, en el literal 3a el 75% de los estudiantes plantearon correctamente la multiplicación entre los polinomios que representan la longitud de cada muro, para determinar el polinomio que representa el área que encierra el muro. El estudiante E3 se equivocó al proponer una suma entre estas expresiones. En cuanto al punto 3b los cuatro estudiantes sugirieron una resta para encontrar el área que el jugador tenía para caminar dentro del muro, restando el polinomio que les dio en el primer literal del punto tres y el área que ocupa la casa como se puede observar en el procedimiento realizado por el estudiante E1.

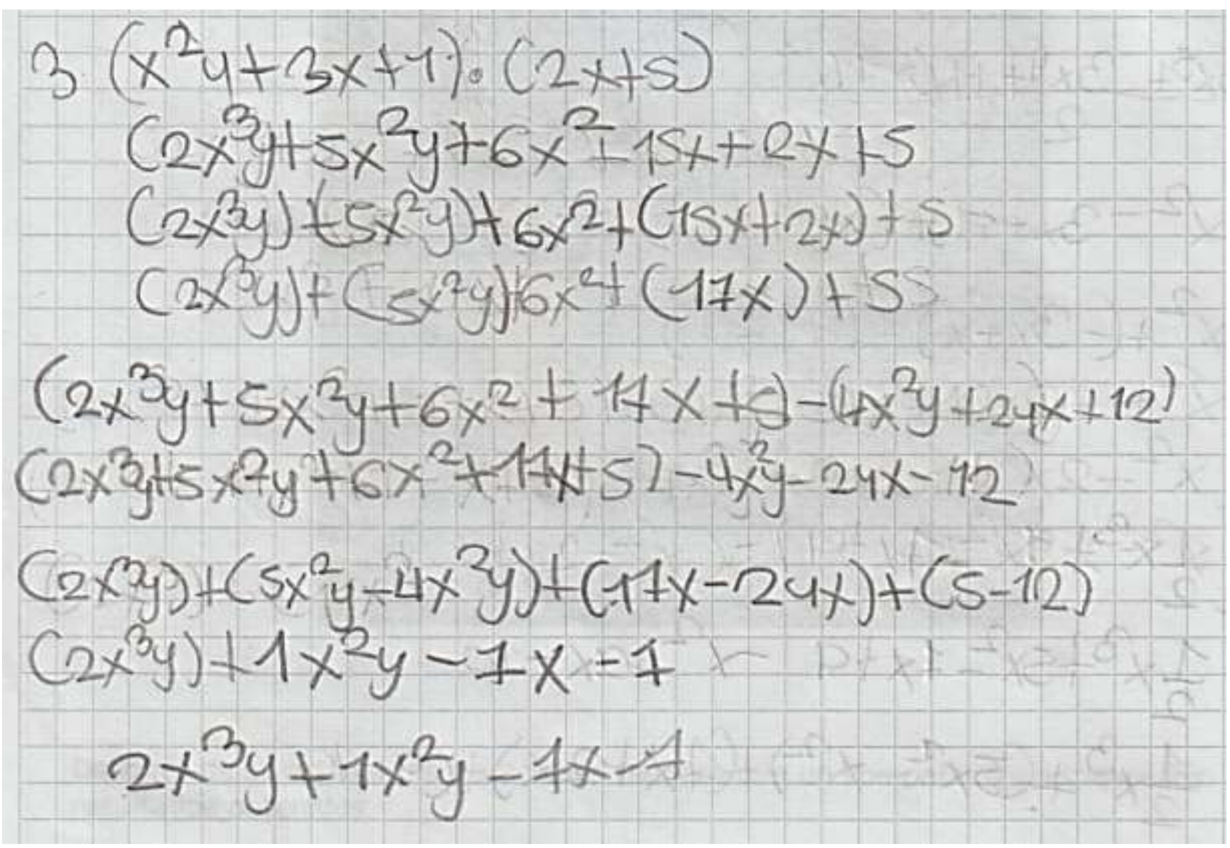


Figura 63. Solución planteada para el punto 3 por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Respecto a los resultados obtenidos para el punto cuatro en esta característica, se encontró que el 75% de los estudiantes plantearon bien la operación inicial de multiplicar el polinomio que representaba la expresión πr^2 por el polinomio que representaba la altura del cilindro, lo cual dedujeron de la formula del volumen del cilindro. El estudiante E3 se equivocó al proponer una suma entre estas dos expresiones, por lo cual le dio otro resultado que no correspondía a la situación que se planteó.

En la siguiente figura se muestran los resultados obtenidos para la característica de operando coeficientes.

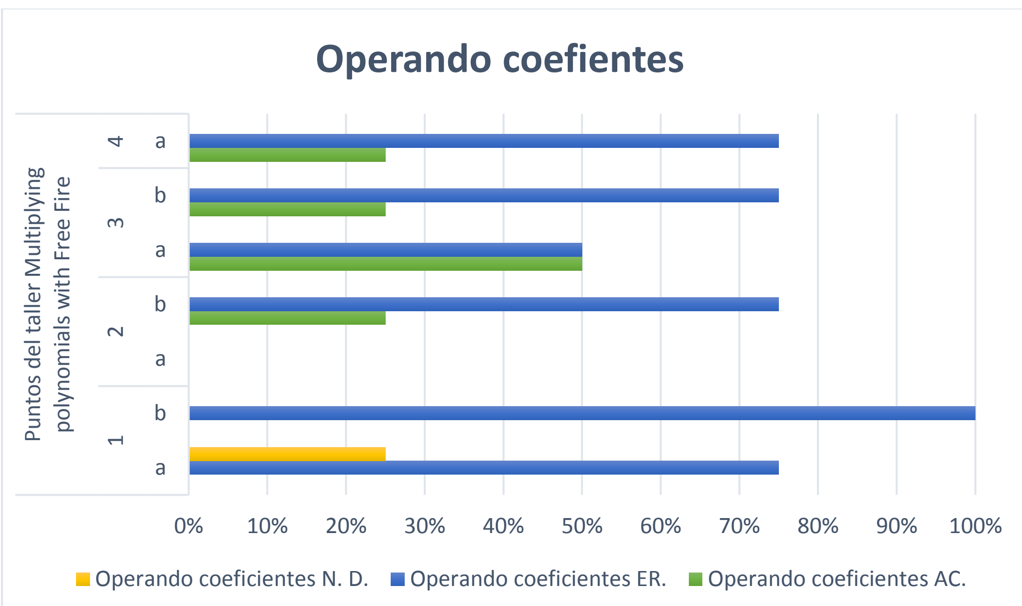


Figura 64. Resultados para la característica operando coeficientes del taller multiplying polinomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Respecto al punto 1a, el 100 % de los estudiantes se equivocaron operando los coeficientes, donde se evidenciaron algunos errores, como el del estudiante E1 quien al hacer la multiplicación término a término operó bien los coeficientes, pero al reducir términos semejantes se equivoca al no tener en cuenta los signos. el estudiante E4 falla en la multiplicación de los coeficientes al omitir los signos y no operar los exponentes; Sin embargo, el estudiante E2 realizó bien el producto entre coeficientes y los exponentes, pero cometió el error operando signos cuando realizó la multiplicación entre menos tres equis y menos uno, por lo cual al reducir términos semejantes dio otro resultado. El estudiante E3 sumó los polinomios sin haber términos semejantes, por lo cual está mal el procedimiento para la operación que propuso inicialmente.

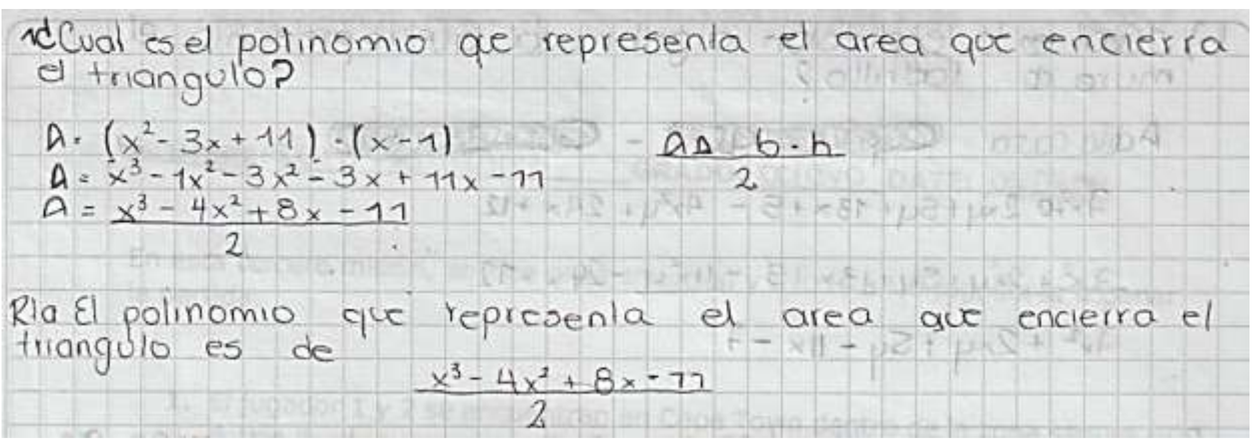
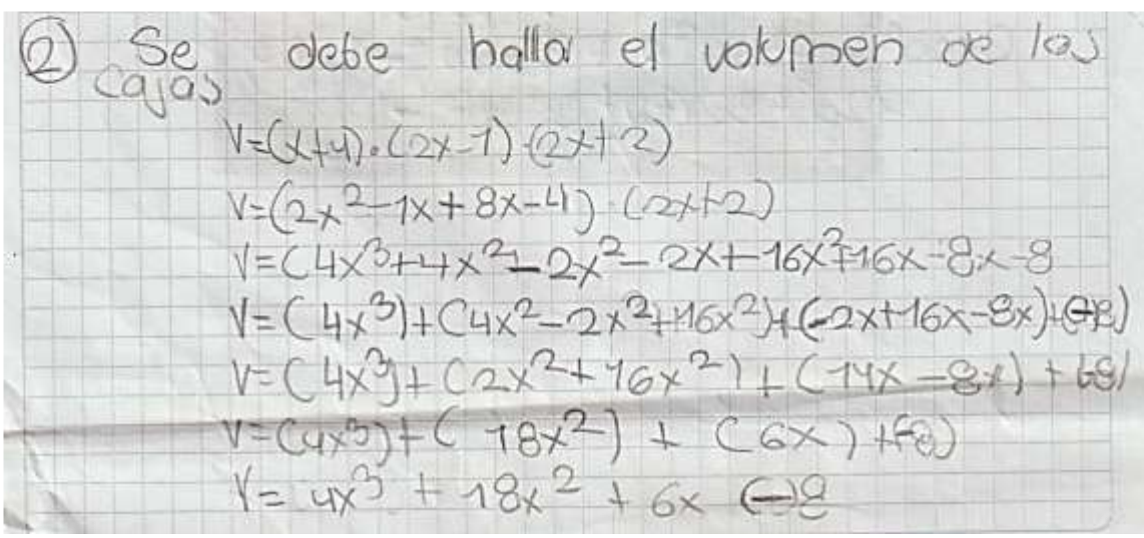


Figura 65. Solución planteada para el punto 1a por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

En cuanto al punto 1b, el estudiante E4 al proponer mal la operación que debía hacer desde un inicio todo el punto le quedó mal, mientras que los estudiantes E1 y E2 realizan bien la suma entre los polinomios que representan las distancias entre Peak y Cape Town, y Cape Town y el punto amarillo, pero al restar se equivocaron operando los coeficientes porque omitieron el signo menos que unía las dos expresiones. Lo que respecta al 25% de los estudiantes no solucionaron este punto como se observa en la figura 62 por lo que no hay procedimiento para verificar esta característica. Para el punto 2b el 25% de los estudiantes operaron correctamente los coeficientes entre las tres expresiones algebraicas y para hallar el volumen de las dos cajas, sumó dos veces el resultado que le dio de la multiplicación llegando a la solución esperada. El estudiante E2 se equivocó porque solo operó dos expresiones como si estuviera hallando el área de una de las caras y no el volumen de la caja, evidenciándose que olvidó operar exponentes en el procedimiento que realizó; mientras que el estudiante E4 multiplicó bien los coeficientes término a término, pero se equivocó operando términos semejantes. El estudiante E3 al proponer una suma entre los binomios, le quedó mal este punto, al revisar el procedimiento que realizó se encuentra que sumó términos que no tenían semejanza entre ellos.


2 Se debe halla el volumen de las cajas

$V=(x+4)\cdot(2x-1)(2x+2)$

$V=(2x^2-1x+8x-4)(2x+2)$

$V=(4x^3+4x^2-2x^2-2x+16x^2+16x-8x-8$

$V=(4x^3)+(4x^2-2x^2+16x^2)+(-2x+16x-8x)+(-8)$

$V=(4x^3)+(2x^2+16x^2)+(14x-8x)+(-8)$

$V=(4x^3)+(18x^2)+(6x)+(-8)$

$V=4x^3+18x^2+6x-8$

Figura 66. Solución planteada para el punto 2b por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Siguiendo con el punto 3a, el 50% de los estudiantes resolvieron bien este punto, en cuanto a lo que corresponde a coeficientes y exponentes los operaron correctamente, sin embargo, el estudiante E2 se equivocó en los exponentes y así mismo en la reducción de términos semejantes; el estudiante E3 falla en el planteamiento de la operación inicial como en su solución. Para el punto 3b el estudiante E4 operó bien los coeficientes, exponentes y signos resolviendo este punto a cabalidad, pero el 75% de los estudiantes no acertaron con la solución, como le sucedió al estudiante E1 (Figura 63) al omitir el termino seis equis al cuadrado cuando operó términos semejantes, mientras que a los estudiantes E2 y E3 al equivocarse solucionando el literal 3a este punto desde el comienzo estaba mal planteado, evidenciando que en el procedimiento que realizaron cometieron errores al reducir términos semejantes. Lo que respecta al punto cuatro el 25 % de los estudiantes solucionó bien la multiplicación que propuso inicialmente, pero el 75% de los estudiantes se equivocaron operando los signos de los términos semejantes como le sucedió al estudiante E2; El estudiante E4 multiplicó mal los coeficientes por lo que todo el procedimiento que le siguió está errado. El estudiante E3 al plantear una operación que no correspondía este punto le quedó desde un inicio mal.

La tercera característica sobre la que se analizó este taller es agrupando términos, donde se registran los siguientes resultados.

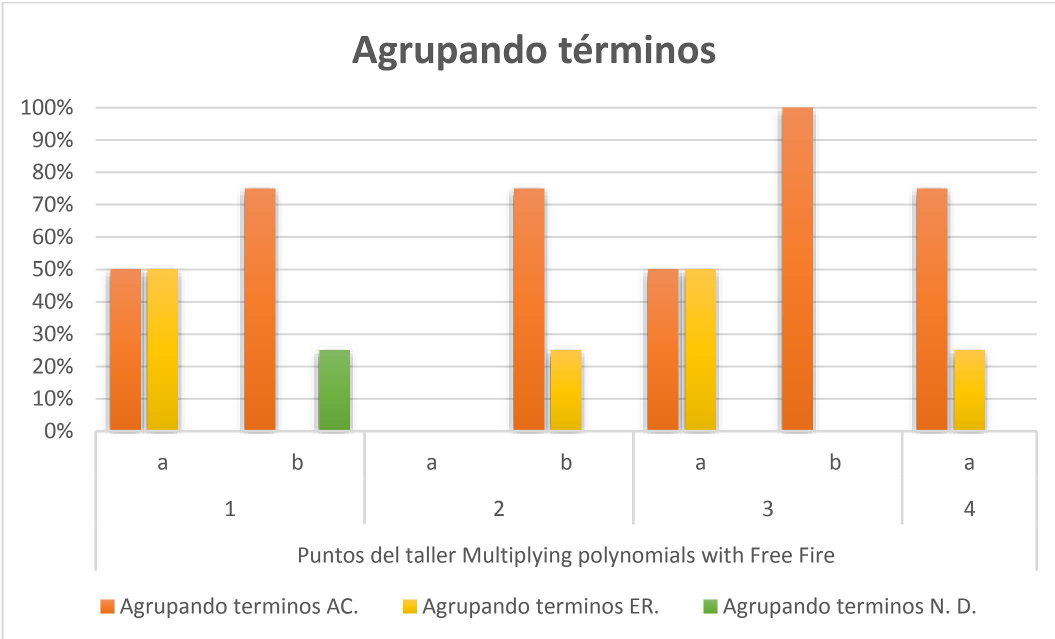


Figura 67. Resultados para la característica agrupando términos del taller multiplying polinomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Esta característica se tuvo en cuenta en el procedimiento en cuanto a la multiplicación término a término entre los polinomios y la reducción de términos semejantes después de multiplicar, como se evidencia en la figura 67, el estudiante E4 en el punto 1a realizó una suma primero para después hacer un producto con el resultado que obtuvo y la expresión equis menos uno cuando ya la había sumado (Figura 68), lo cual está mal en el orden que se tenía que operar. Para el punto 2b el 25% de los estudiantes propuso una operación que no correspondía, pero en el procedimiento que hizo se evidenció que realizó mal la suma que planteó pues operó términos que no tenían semejanza entre ellos. En el punto 3a, el 50% de los estudiantes se equivocó, como le sucedió al estudiante E2 que realizó mal la multiplicación al omitir variables por lo que al operar términos semejantes también falló. Para el punto cuatro el estudiante E3 solucionó de forma incorrecta la suma que propuso, al operar todos los términos a pesar de que no eran semejantes entre sí. En cuanto al punto 1b el 25% de los estudiantes no realizó procedimiento como se evidencia en la figura 67 por lo que no es posible identificar su proceso para esta característica.

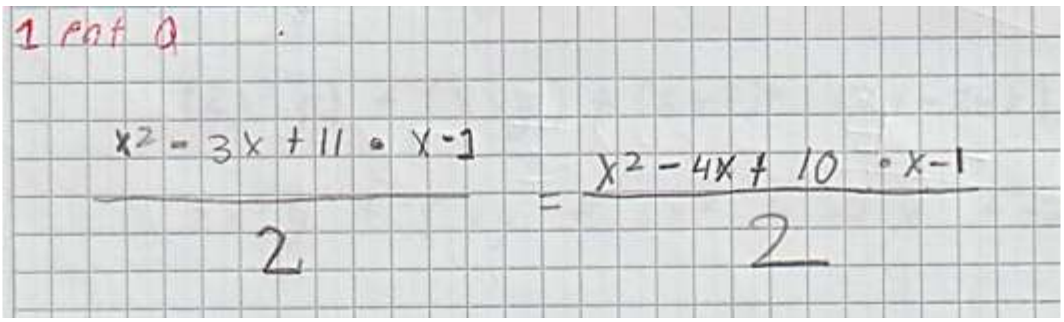


Figura 68. Solución planteada para el punto 1a por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

Lo que respecta a la característica de justificando procedimientos, solo aplica en este taller para el punto 2a donde se obtuvo el siguiente resultado.

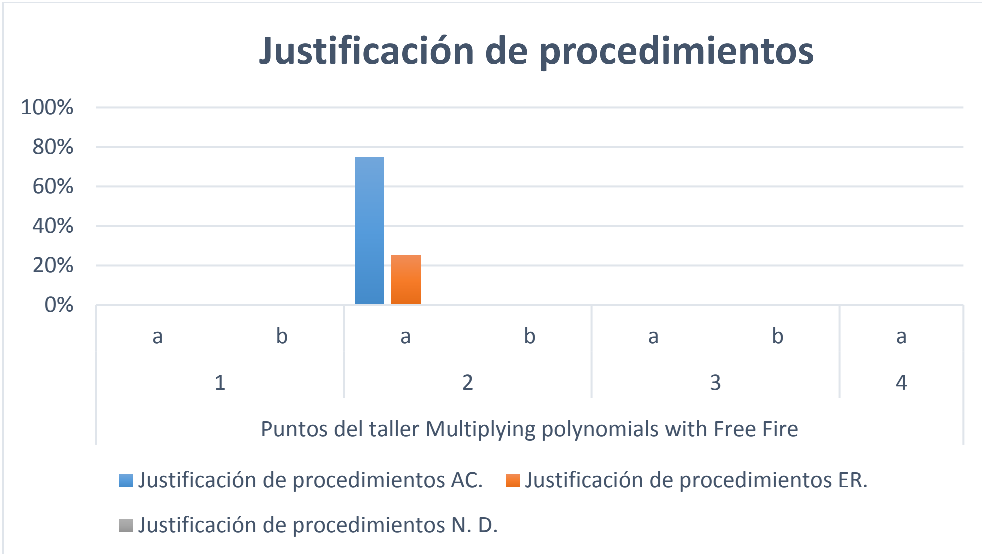


Figura 69. Resultados para la característica agrupando términos del taller multiplying polinomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

El 75% de los estudiantes justificaron al punto 2a donde tenían que describir el proceso que debe realizar el jugador para encontrar la capacidad de las cajas, coincidiendo con que se tenía que hallar el volumen de una caja multiplicando los polinomios que representan cada dimensión de la caja, como lo hizo el estudiante E4 escribiendo “para hallar el volumen de un prisma recto toca multiplicar la altura por el ancho por el largo”. Sin embargo, el estudiante E3 justificó este punto con que “se debe sumar ya que estamos buscando la cantidad de peso que soportan las cajas” lo cual está mal porque no se pedía esto en este literal.

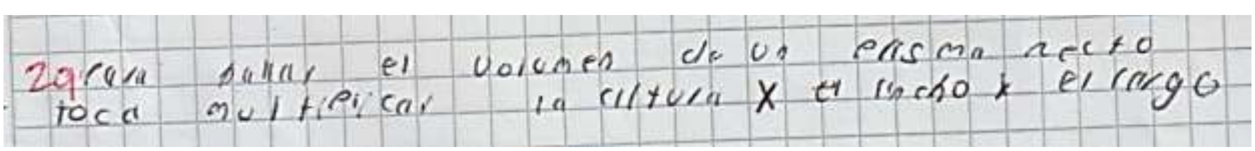


Figura 70. Solución planteada para el punto 2a por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

Por último, se analiza la característica de signos, donde se tuvo en cuenta la aplicación de ley de signos al momento de realizar las operaciones que propusieron los estudiantes, donde se evidenciaron los siguientes resultados.

Tabla 6.
Resultados para la característica signos del taller multiplying polinomials with Free Fire.

	Punto		**Signos**			
			AC.	ER.	N. D.	T. E
Puntos del taller Multiplying polynomials with Free Fire	1	a	0%	100%	0%	100%
		b	25%	50%	25%	100%
	2	a	0%	0%	0%	0%
		b	25%	75%	0%	100%
	3	a	50%	50%	0%	100%
		b	50%	50%	0%	100%
	4	a	25%	75%	0%	100%

Fuente. Elaboración propia.

En el punto 1a, el 100 % de los estudiantes se equivocaron al operar términos semejantes, olvidando aplicar la ley de signos, esto para los procesos de los estudiantes E1, E3 y E4. Otro error que se evidencio fue el del estudiante E2 que se equivocó al multiplicar menos tres equis por menos uno, dejando como resultado menos tres equis cuando tenía que ser más tres equis, lo que implicó que al operar términos semejantes diera otro resultado, como puede observar en la figura 65 en el punto 1b el estudiante E4 aplicó correctamente la ley de signos para solucionar la resta reduciendo términos semejantes correctamente. El 50% de los estudiantes se equivocó al omitir el signo de siete equis que era negativo por lo que al operar les cambió el resultado; el estudiante E3 no realizó procedimiento completo de este punto, pero en lo poco que se evidencia en la figura 62 inició bien operando el signo menos a cada uno de los términos del segundo polinomio.

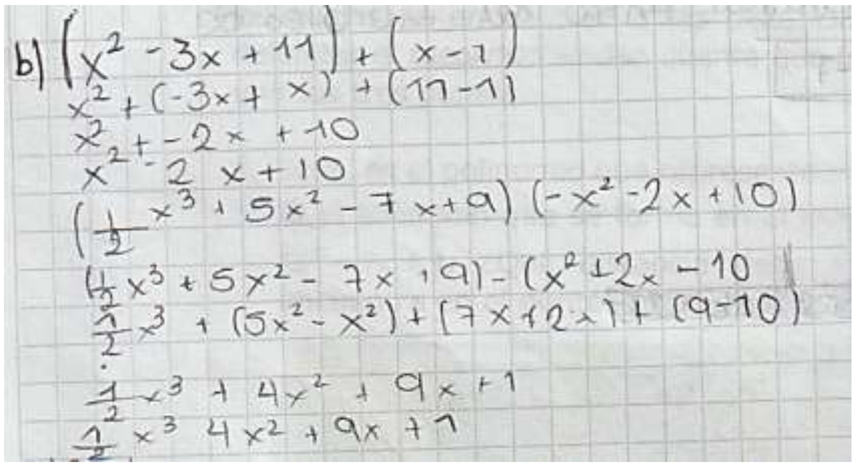


Figura 71. Solución planteada para el punto 1b por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

En el punto 2b, el 25% de los estudiantes solucionaron la operación que plantearon teniendo en cuenta los signos que acompañaban a cada término, el 75% de los estudiantes para este mismo punto se equivocó en esta característica, está el caso del estudiante E4 quien cambió un signo de una de las expresiones iniciales, lo cual cambió todo el ejercicio y el resultado obtenido, aunque se debe resaltar que, a pesar del cambio de signo, solucionó bien la operación. El estudiante E2 no operó todos los datos que se daban en el problema, el producto entre los polinomios está bien incluyendo los signos, pero al operar términos semejantes cometió el error de sumar menos dos equis con cuatro equis cuando se tenía que restar. El estudiante E3 desde el planteamiento de la operación se equivocó pues propuso una suma, pero en el procedimiento que realizó operó todos los términos entre sí, quedando mal todo.

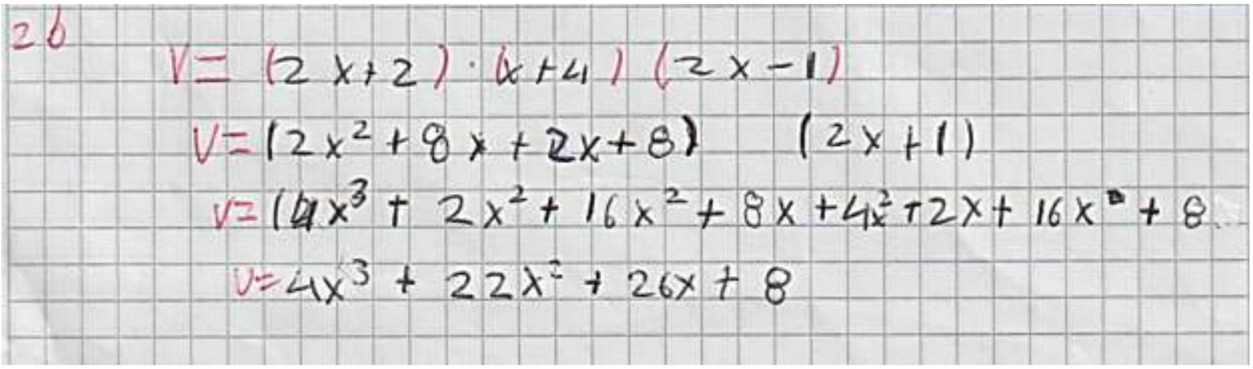


Figura 72. Solución planteada para el punto 2b por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

Para el punto 3a, los estudiantes E1 y E4 resolvieron bien la resta teniendo en cuenta los signos que intervenían resolviendo este punto correctamente, pero el otro 50% de los estudiantes erró como se evidencia en la tabla 6, lo cual se pudo observar en el procedimiento que realizó el estudiante E2, que a pesar de que operó bien los signos en la multiplicación de los polinomios cuando redujo términos semejantes se equivocó; el estudiantes E3 aunque planteó una operación que no correspondía, ejecutó bien los signos al momento de sumar los términos. En cuanto al punto 3b, el 50 % de los estudiantes operó bien signos en la resta que debían solucionar para determinar qué área tenía el jugador para caminar, sin embargo, el estudiante E2 se equivocó al poner los signos en el polinomio final, aunque se debe aclarar que este estudiante al realizar mal el literal 3a también este punto le quedó mal. Lo que respecta al estudiante E3 operó bien signos, aunque lo que planteó para resolver este punto está mal, por la misma razón que el estudiante E2.

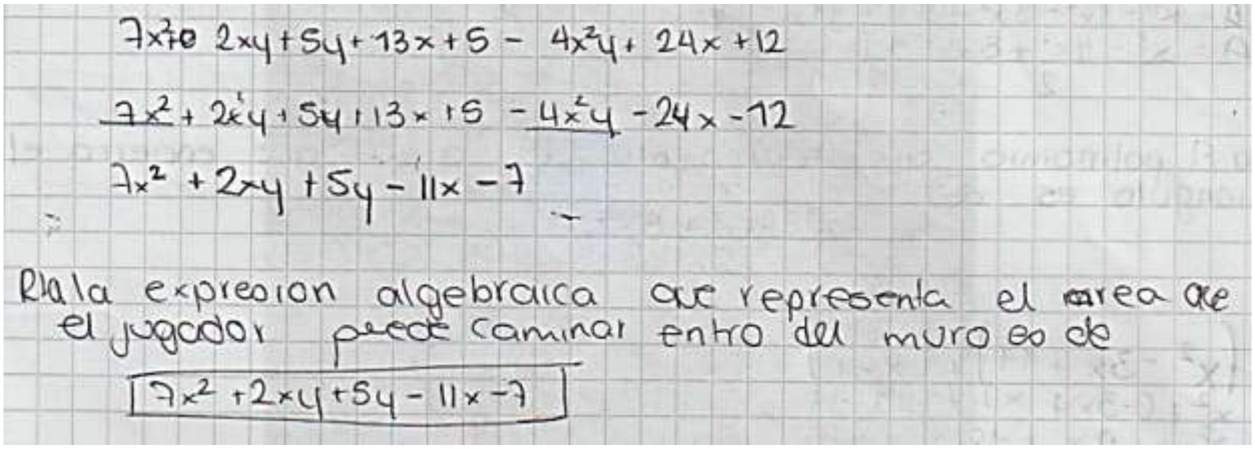


Figura 73. Solución planteada para el punto 3b por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

Para el cuarto punto, el 25% de los estudiantes realizó bien el proceso de solución, por lo que operó correctamente los signos cuando se debía hacer, pero el 75% de los estudiantes erró al momento de reducir términos semejantes como le sucedió al estudiante E2, o al estudiante E4 que se equivocó en los signos cuando estaba multiplicando, dejando todos positivos. El estudiante E3 falló en este punto desde el planteamiento de la operación inicial.

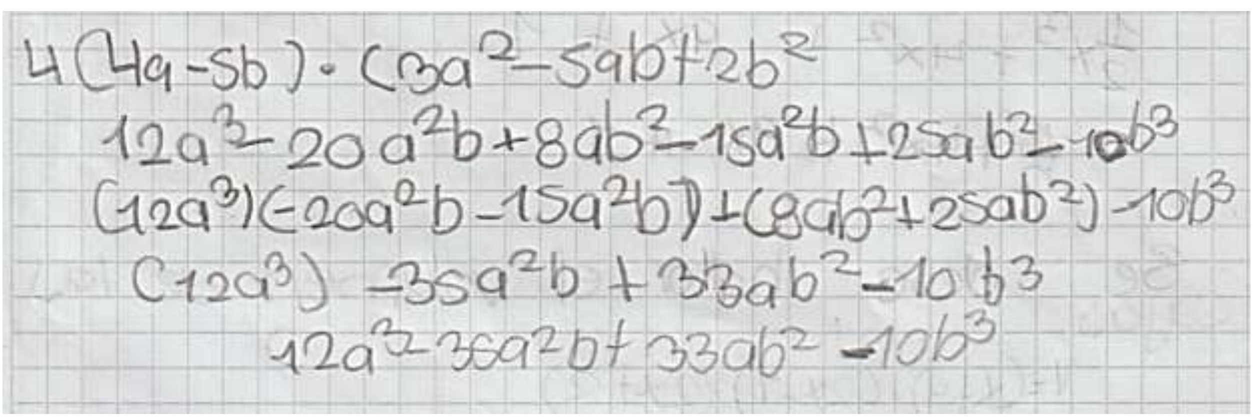


Figura 74. Solución planteada para el punto 4 por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Para la segunda etapa de la situación de validación, el grupo uno estaba conformado por los estudiantes E2 y E4, y el grupo dos por los estudiantes E1 y E3. Lo que respecta al grupo uno, los estudiantes durante la socialización se dieron cuenta que cometieron algunos errores en procedimientos, por lo que hicieron los puntos 1a, 2 y 4, los otros puntos al estudiante E4 le quedaron bien por lo que solo le explicó al compañero lo que había hecho y se pusieron a corregir los puntos donde tenían errores. En cuanto al grupo dos el compañero E1 le socializó al compañero E3 los procedimientos que realizó, encontrando que en algunos puntos cometió errores u omitió algún término o signo, en este caso el estudiante E3 corrigió todo el taller con ayuda del compañero, unificando procedimientos donde el estudiante E1 había fallado. En la socialización grupal el estudiante E3 inició la lectura del primer punto, pasando al tablero a solucionarlo el estudiante E1, quien inició utilizando la fórmula para hallar el área del triángulo y después pasó a reemplazar en ella los polinomios para operarlos, diciendo "empiezo con la propiedad distributiva" operando término a término, en ese momento el estudiante E2 pregunta "el once no sería negativo" corrigiendo inmediatamente y continuando con la solución. Cuando finalizó se dieron cuenta que le quedó mal el punto y el estudiante E4 participó diciendo "arriba menos tres equis por equis da menos tres equis al cuadrado" pasando al tablero a explicar por qué estaba mal, pero el estudiante E2 no aprueba lo que el compañero dice pasando al tablero también y después de una discusión se convenció que efectivamente el compañero E4 tenía la razón respecto a los signos, siguiendo con la solución el estudiante E1.

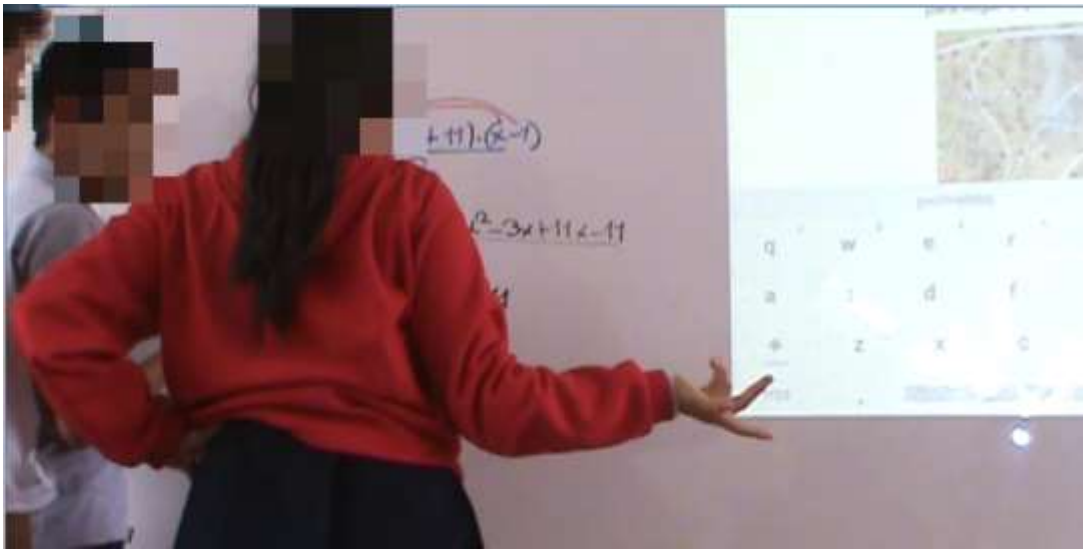


Figura 75. Discusión sobre la solución del punto 1a del taller multiplying polinomials with Free Fire, socialización grupal.

Fuente: Video clase.

Para el punto 1b el estudiante E2 argumentó diciendo “primero hay que sumar los lados y el resultado se lo resta al polinomio del perímetro” pasando el compañero E4 a solucionarlo en el tablero, quien inició haciendo la suma de los polinomios de los lados del triángulo sin inconvenientes y después realizó la resta entre el polinomio del perímetro y el resultado que dio, resolviendo esta operación correctamente. En el punto dos, el estudiante E3 pasa al tablero a solucionarlo, explicando “ debo hallar el volumen de la caja y después multiplicar por dos” resolviendo la multiplicación entre los dos primeros binomios, y el resultado de éste operándolo con el tercer binomio, en ese momento el estudiante E2 pregunta que “de donde sale el equis a la tres”, respondiendo el estudiante E4 “al multiplicar suma los números del exponente”, después el estudiante E1 interrumpió al compañero E3 barrando parte del procedimiento que hizo, y explicó “lo que borré está mal porque no operó los números respecto a equis” después de esto el estudiante E3 terminó la operación sin inconveniente.

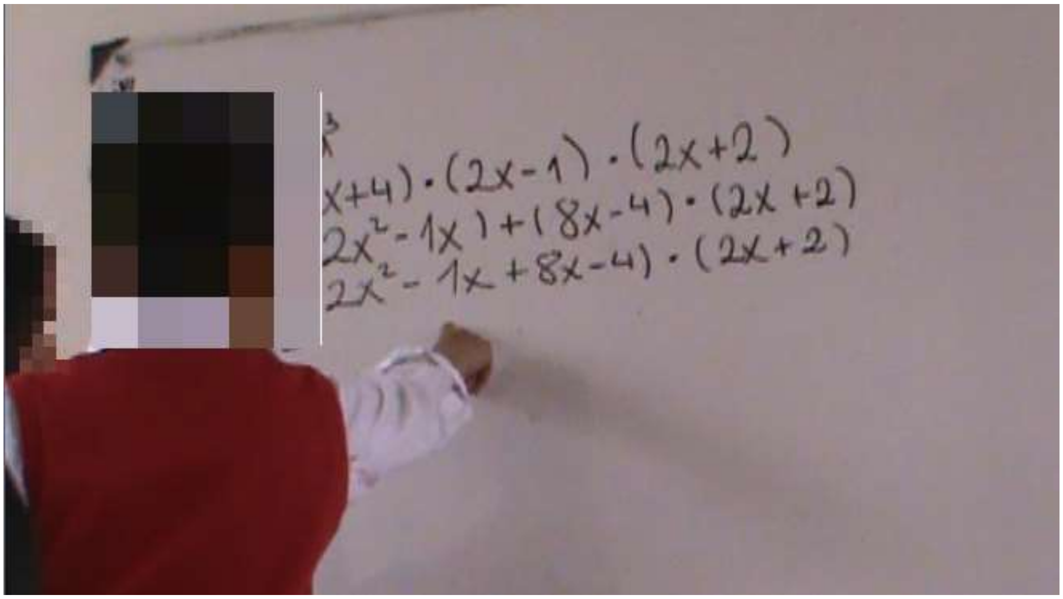


Figura 76. Intervención del estudiante E1 en la solución del punto 2 en la socialización grupal.

Fuente: Video clase.

En cuanto al punto tres, el estudiante E2 pasó al tablero explicando “hallo el área del terreno usando la fórmula para hallar el área de un rectángulo” iniciando a resolver el producto entre las expresiones y operando correctamente, cuando termino el estudiante E4 preguntó “de donde sale $5x^2y$” respondiendo el estudiante E2 “salió de multiplica x^2y por cinco”. Para el punto 3b, el estudiante E2 realizó la resta sin inconvenientes, cuando terminó el estudiante E4 preguntó “qué hizo el $5x^2y$”, obteniendo como respuesta “Lo operé con $-4x^2y$ quedando x^2y , procedimiento que fue avalado por los compañeros.

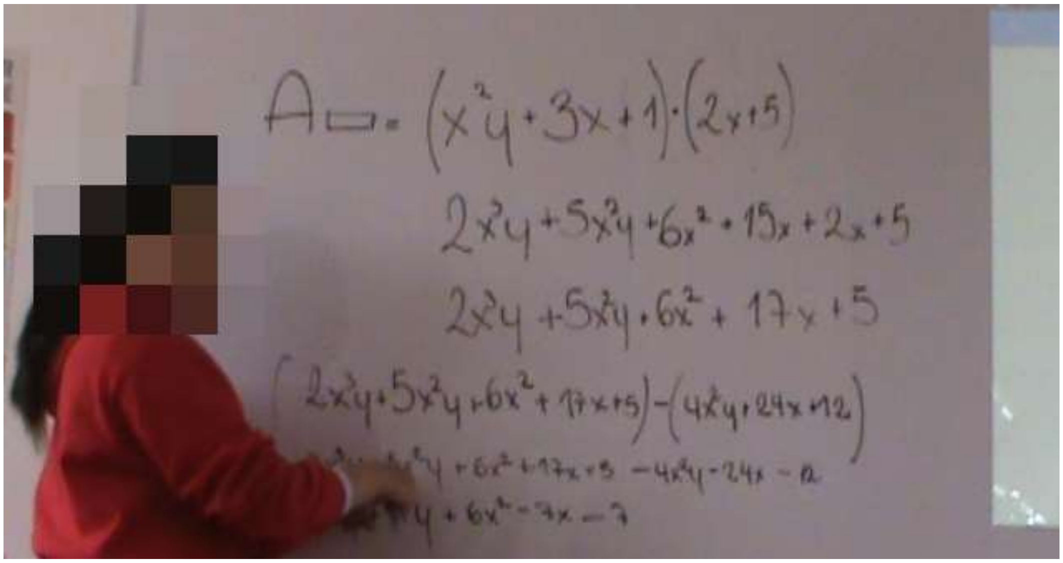


Figura 77. Socialización del punto 3 del taller multiplying polinomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

Para el punto cuatro, pasó al tablero el estudiante E3 quien inició escribiendo la formula $V = \pi r^2 \cdot h$ para hallar el volumen del cilindro y después reemplazó las expresiones que correspondía a πr^2 y la altura del cilindro, resolviendo la multiplicación sin inconvenientes, operando correctamente cada término de los polinomios.

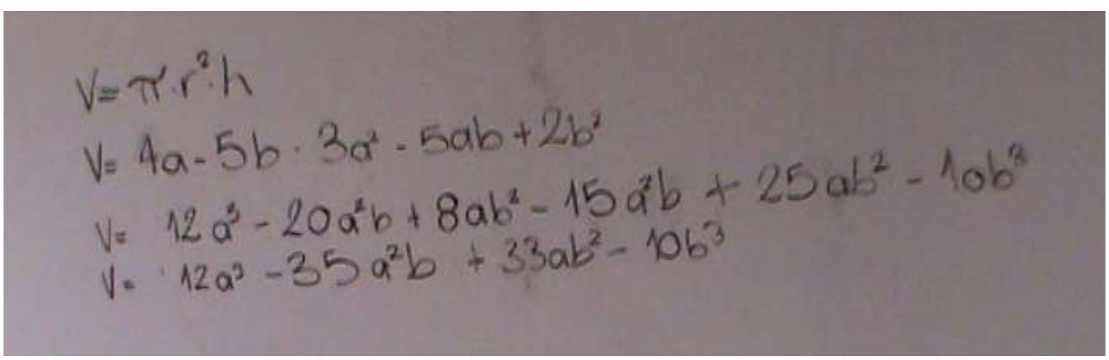


Figura 78. Ssocialización del punto 4 del taller multiplying polinomials with Free Fire,

Fuente: Video clase.

Para la situación de institucionalización, la intervención de la docente se hizo para recordar la propiedad de la potenciación producto de potencias de igual base, aclarando que esta propiedad se aplica para los exponentes de las variables cuando se realiza la multiplicación termino a término, lo anterior porque en los procedimientos realizados por los estudiantes en los talleres fue un error que se evidenció, por lo que se consideró apropiado recordar; después el estudiante E3 preguntó ¿Cuándo se aplica la propiedad distributiva?, para responder a la pregunta la docente solucionó un ejercicio para explicar donde se aplica la propiedad distributiva, cuando se multiplicó dos polinomios aclarando la duda del estudiante E3. Después de esto los estudiantes no hicieron más preguntas sobre el tema, manifestando que tenían claro el concepto de multiplicación con polinomios.

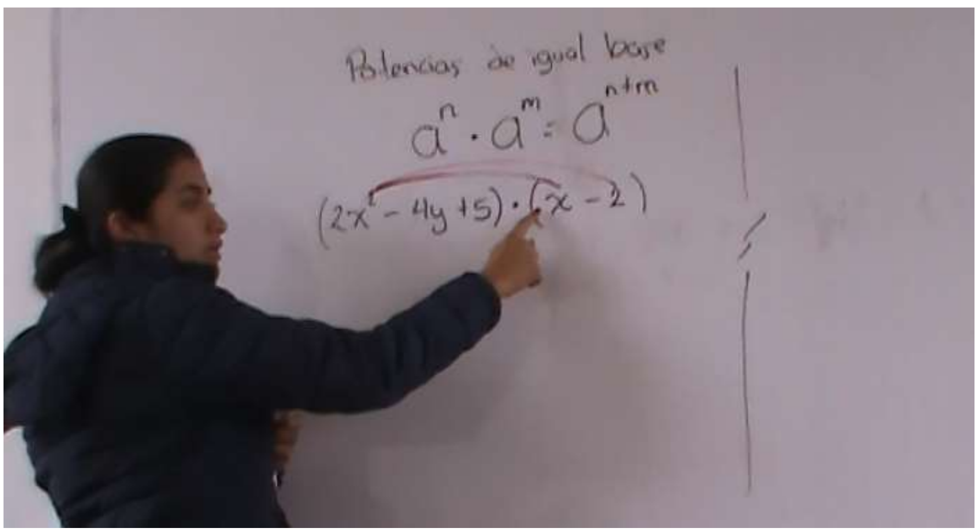


Figura 79. Intervención de la docente, situación de institucionalización en el taller multiplying polinomials with Free Fire.

Fuente: Video clase.

En último tema abordado es el de división de polinomios algebraicos, iniciando con el análisis de lo desarrollado en la plataforma donde se encontraron los siguientes resultados para la actividad de exploración y confrontación.

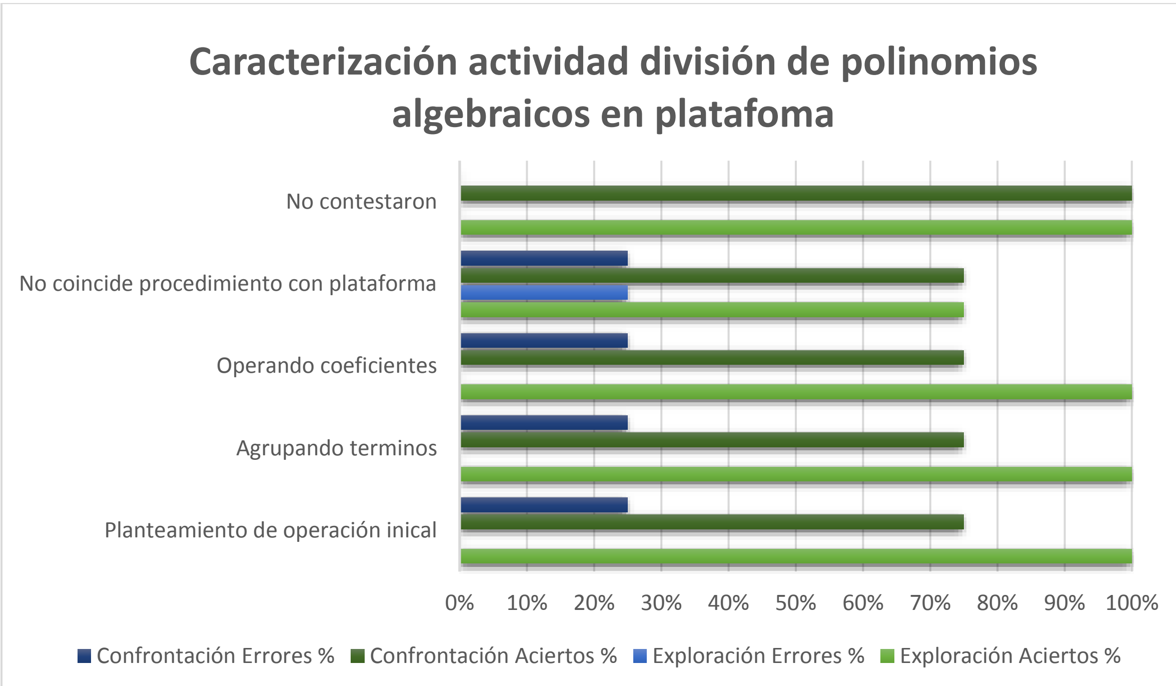


Figura 80. Caracterización taller de dividing polinomials with Free Fire, parte virtual de la situación acción.

Fuente. Elaboración propia.

Para la actividad de exploración se propusieron dos ejercicios, el primero consistió en hallar la solución de la división de monomios y el segundo completar las operaciones para que se cumpliera la igualdad; encontrando que la totalidad de los estudiantes plantearon bien las operaciones para solucionar lo que pedían, realizando bien la operación entre coeficientes y aplicando la propiedad de la potenciación para los exponentes de las variables. Para la cuarta característica (Figura 80), para el 75% de los estudiantes el procedimiento en el cuaderno coincidió con los resultados expuestos en la plataforma, a excepción del estudiante E4 que no realizó procedimiento en el cuaderno y solo respondió lo pertinente en la plataforma.

La segunda parte se inició enviando el link (Vacca, 2019d) de la clase video del tema división con polinomios, para proceder luego a resolver un ejercicio donde tenían que hallar el lado faltante del rectángulo, dado el área y uno de sus lados, (Figura 81), ejercicio realizado en la plataforma por el estudiante E4. El 75% de los estudiantes plantaron bien la operación inicial para los tres literales, evidenciando en el cuaderno procedimientos para cada característica evaluada en la actividad; a excepción del 25% que solo participó en la actividad de la plataforma, pero no realizó procedimiento en el cuaderno, por lo que es difícil comprobar las características que se tuvieron en cuenta. Todos los estudiantes participaron en las actividades de la plataforma.

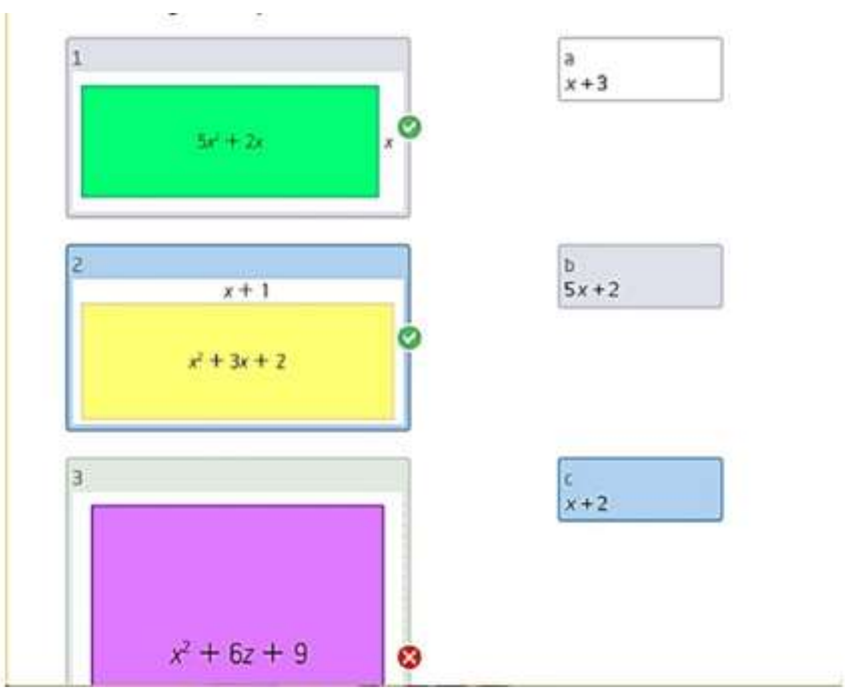


Figura 81. Solución planteada para el punto 3 por el estudiante E4, actividad confrontación.

Fuente. Usuario estudiante E4.

Para la situación de formulación se organizaron los grupos, de tal forma que el grupo uno estaba formado por los estudiantes E1 y E3 y el grupo dos por los estudiantes E2 y E4; realizaron la explicación de cada uno de los puntos, donde en el grupo uno les coincidía los procedimientos que utilizaron para resolver cada ejercicio, mientras que en el grupo dos el estudiante E2 le explicó a su compañero, pues este estudiante no había realizado el procedimiento en el cuaderno. Terminada esta parte, pasó a socializar en el tablero el estudiante E2, donde explicó que para dividir entre monomios se dividían los coeficientes y los exponentes que tenían la misma variable se restaban los exponentes (Figura 82).

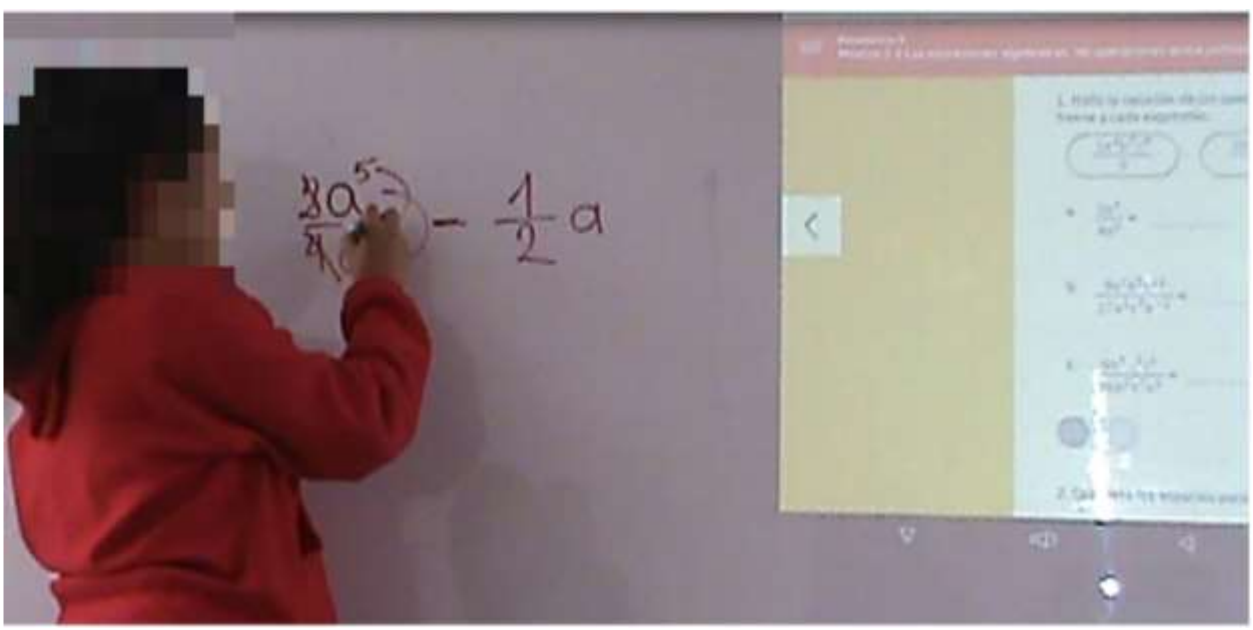


Figura 82. Socialización punto 1 asignado en la plataforma, actividad exploración.

Fuente: Clase video.

Para el punto tres de la actividad de confrontación, el estudiante E2 pasó al tablero y propuso restar el área del rectángulo con la longitud del lado, en ese momento el estudiante E1 participó diciendo que no se debía restar porque para hallar el área había que multiplicar, por lo que al despejar se tenía que hacer una división, donde fue necesario que este estudiante realizará el despeje con la fórmula para que los compañeros del grupo dos aprobaran el procedimiento (Figura 83.) realizado en el tablero.

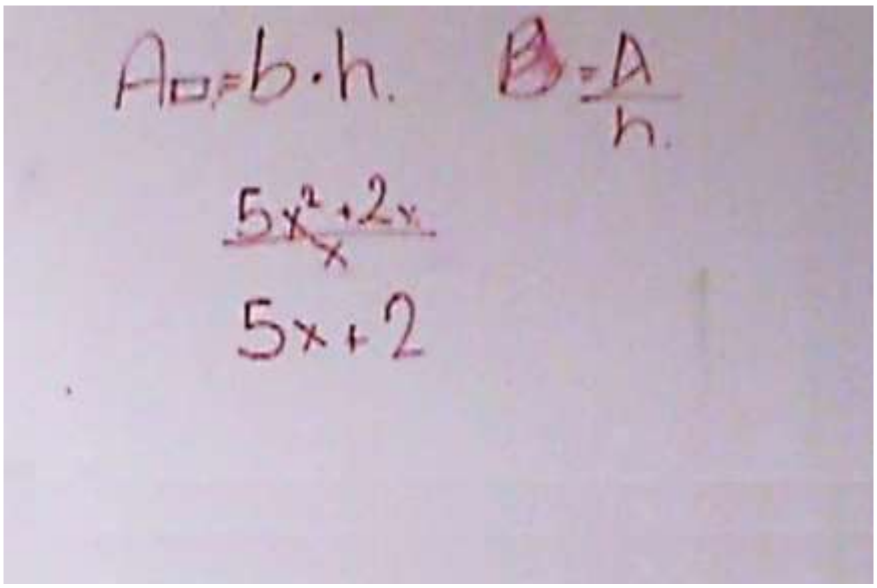


Figura 83. Solución punto 3a, actividad confrontación en plataforma.

Fuente: Video Clase.

Siguiendo con el análisis para la situación de validación, en la aplicación del taller dividing polynomials with Free Fire (Anexo 6.) se registraron los siguientes resultados, en cuanto a la característica de planteamiento operación inicial.

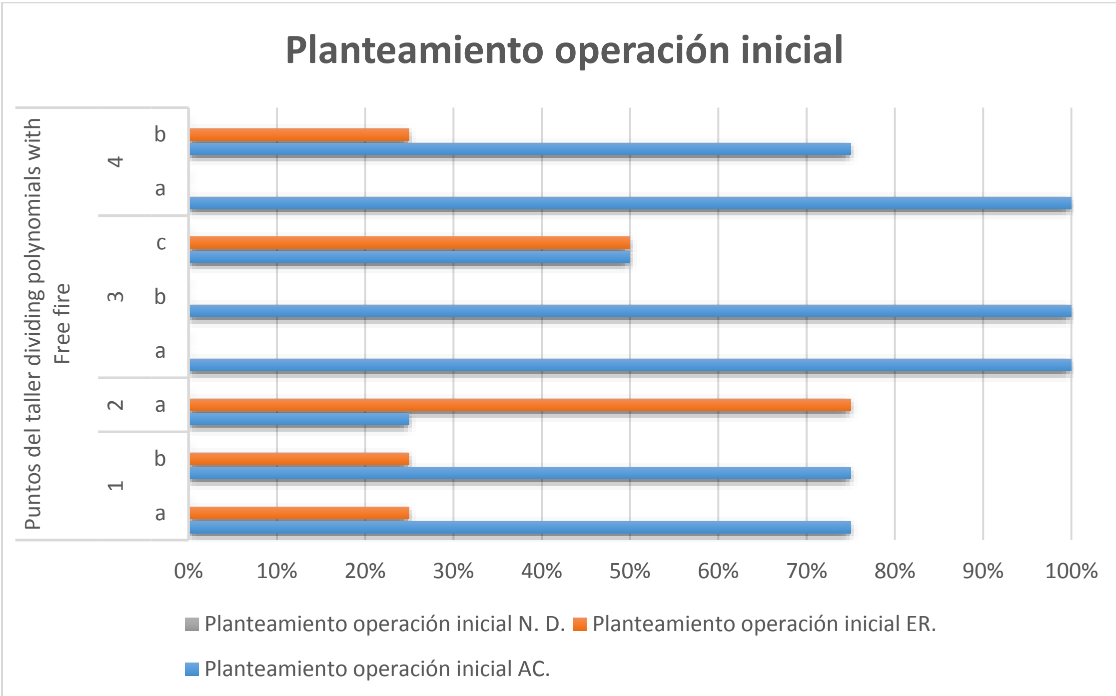


Figura 84. Resultados para la característica planteamiento operación inicial del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Para el primer punto, el 75% de los estudiantes plantearon para la situación una división entre el polinomio que representa el área del rectángulo que se muestra en el mapa y el polinomio que representa el ancho del rectángulo, lo cual está bien porque se debía determinar el polinomio que representa la distancia que debe recorrer el jugador 1 hasta el punto azul, que teniendo en cuenta la figura que se forma en el mapa es el largo del rectángulo. El estudiante E2 se equivocó al plantear una resta entre los dos polinomios para solucionar esta situación, operación que no es adecuada para dar respuesta a este punto. En el literal 1a, debían describir que operación debía realizar el jugador 1 para saber cuánta distancia tenía que recorrer y en el literal 1b se tenía que organizar y resolver la operación planteada, por lo que los porcentajes son iguales.

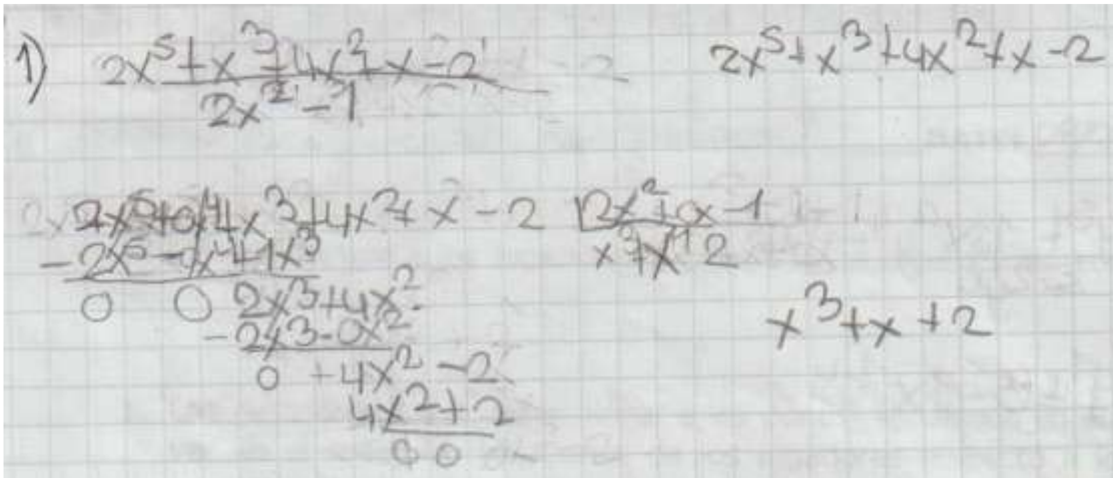


Figura 85. Solución planteada para el punto 1 por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

En cuanto al punto dos, el 25% de los estudiantes planteó una multiplicación entre los polinomios que representan el alto y ancho de la casa, y ese resultado lo dividió al polinomio que representa el volumen de la casa, lo cual está bien teniendo en cuenta que el volumen de la casa la hallan al multiplicar las tres dimensiones, y si se tiene que hallar una de ellas al despejar en la fórmula dos de las dimensiones pasan a dividir como el estudiante propuso. El estudiante E1 se equivocó al plantear una suma entre los polinomios que representan el alto y ancho de la casa, y después ese resultado dividirlo al polinomio que representa el volumen, lo cual está mal pues no se debe sumar sino multiplicar; los estudiantes E2 y E3 coincidieron con la operación que plantearon pues propusieron primero una multiplicación entre los polinomios que representan el alto y ancho de la casa, pero después el polinomio que obtuvieron lo restaron al polinomio que representa el volumen lo cual está mal pues al hacer el despeje debían dividir.

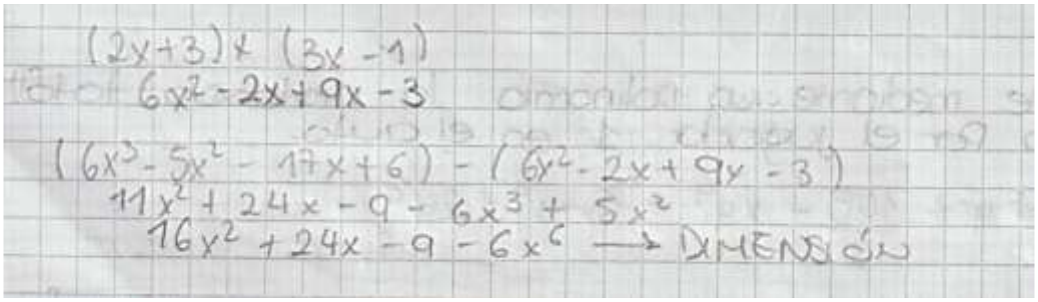


Figura 86. Solución planteada para el punto 2 por el estudiante E3.

Fuente. Taller estudiante E3.

Siguiendo con el punto 3a y 3b, el 100% de los estudiantes plantearon bien la operación que debían realizar, lo cual correspondía a una división entre la distancia recorrida por el jugador en el carro y el tiempo de duró el recorrido en éste, lo anterior para los dos primeros literales del punto tres. Mientras que para el punto 3c el 50% de los estudiantes plantearon una suma entre los polinomios que representaba la distancia de los dos trayectos recorridos, lo cual está bien porque este literal pedía determinar el polinomio que representa la distancia total recorrida por el jugador. Los estudiantes E2 y E3 se equivocaron al plantear una resta entre los polinomios que representan las distancias recorridas. Para el punto 4a, el 100% de los estudiantes acertaron con la operación al proponer una división entre el polinomio que representa la distancia recorrida en el cable vuelo y el polinomio que representa la velocidad a la que se desplazaba el jugador. Para el punto 4b, el 75% acertaron al reemplazar el valor de equis en el polinomio que obtuvieron en el literal 4a, mientras que el estudiante E2 no planteó un reemplazo en la variable equis, sino que propuso una multiplicación entre el coeficiente de equis y tres que es el valor al que igualan equis en este punto.

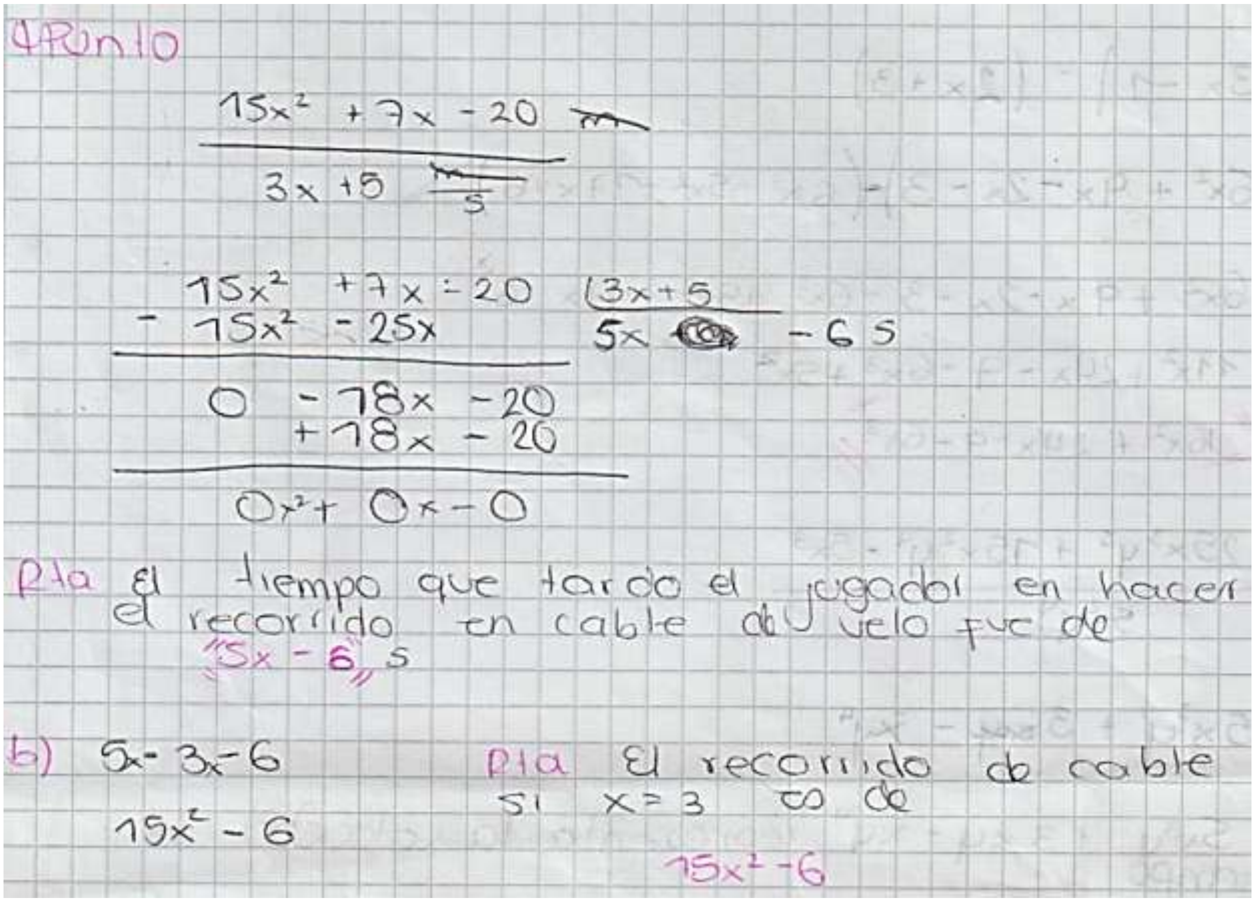


Figura 87. Solución planteada para el punto 4a y 4b por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

De la característica operando coeficientes se obtienen los siguientes resultados, al analizar los procedimientos que hicieron los estudiantes en cada punto del taller.

Tabla 7.

Resultados para la característica operando coeficientes del taller dividing polinomials with Free Fire.

	Punto		Operando coeficientes			
			AC.	ER.	N. D.	T. E
Puntos del taller Dividing polynomials with Free fire	1	a	0%	0%	0%	0%
		b	25%	75%	0%	100%
	2	a	0%	100%	0%	100%
	3	a	25%	75%	0%	100%
		b	50%	50%	0%	100%
		c	50%	25%	25%	100%
	4	a	50%	50%	0%	100%
		b	25%	75%	0%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Para el punto 1b el estudiante E1 realizó bien la operación que planteó inicialmente, siguiendo el orden en que se desarrolla la división entre polinomios y completando el polinomio del divisor, operando bien los coeficientes con sus respectivos signos, sin embargo el 75% se equivocó operando, como sucedió con el estudiante E4 que planteó bien la operación, pero al dividir no completó el polinomio del divisor y cometió el error de poner dos veces la variable equis en el cociente, cambiando el procedimiento pues agregó un paso que no era necesario; el estudiante E3 inició bien la división completando el polinomio, pero realizó todo el procedimiento con el término equis al cubo en el cociente, pues tenía que utilizar otros términos para dividir bien; en cuanto al estudiante E2, al plantear una operación que no correspondía, el punto quedó mal. Respecto al punto dos, el 100% de los estudiantes se equivocó al operar la operación que planteó, como sucedió con el estudiante E1 que inició resolviendo bien la división, pero al poner el segundo término en el cociente lo deja con signo positivo y al operar todo el proceso quedó mal. El estudiante E4 desde que inició el punto se equivocó pues sumó los polinomios que representa la altura y ancho de la casa, por lo que al resolver la división fuera de que no correspondía los polinomios que debía resolver se equivocó en el primer término que pone en el cociente que es el número uno, lo cual está mal porque debió empezar con equis para que al multiplicar diera menos seis equis al cubo para eliminar el primer término del dividendo. En cuanto a los estudiantes E2 y E3 resolvieron bien la multiplicación de los polinomios que representan la altura y ancho de la casa, pero al seguir la solución con una resta, este punto les quedó mal.

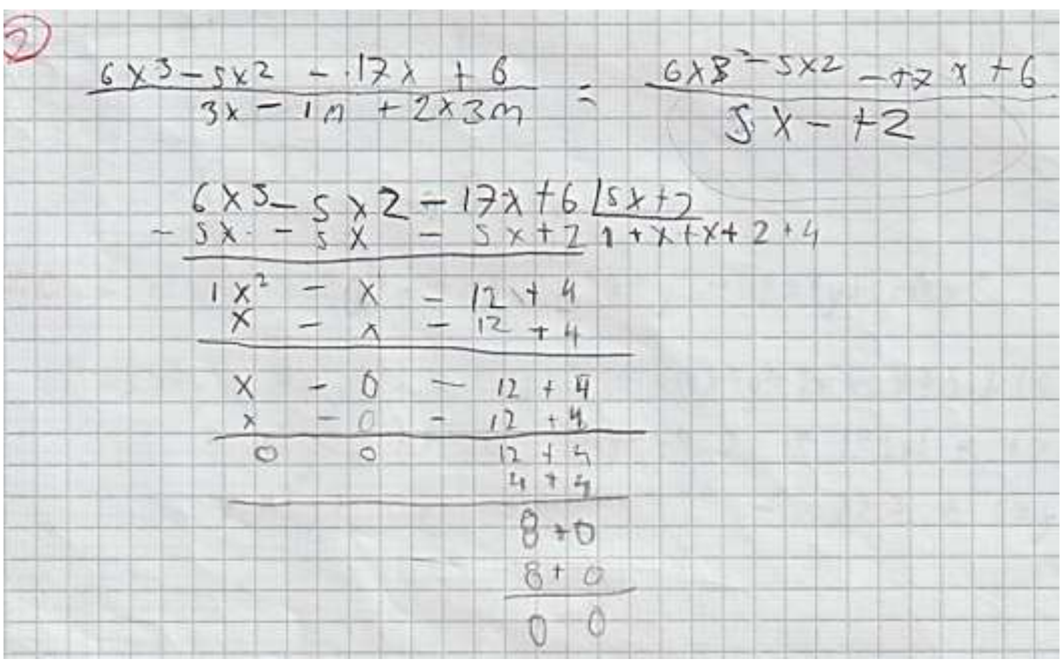


Figura 88. Solución planteada para el punto 2 por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

Continuando con el punto 3a, el estudiante E1 realizó bien la división que propuso para hallar el polinomio que representa la velocidad que lleva el carro durante el trayecto. Sin embargo, el 75% de los estudiantes cometió errores como les sucedió a los estudiantes E2 y E3, que operaron bien los coeficientes pero al aplicar la propiedad cociente de potencias de igual base para los exponentes de las variables, sumaron cuando tenían que restar, por lo que el polinomio final les quedó mal; el estudiante E4 desde que inicio la división se equivocó pues lo resolvió como una división entre polinomios cuando era entre polinomio y monomio, y en el procedimiento que realizó se evidencia que los términos que puso en el cociente no correspondían a la solución. Para el punto 3b, los estudiantes E2 y E3 operaron correctamente los coeficientes y exponentes para la división que propusieron; en cuanto al estudiante E1 se equivocó al dividir el coeficiente del primer término entre el coeficiente del divisor poniendo como respuesta $6xy^3$ cuando era $\frac{19}{3}xy^3$. El estudiante E4 cometió el mismo error que en el literal 3a, al operar de otra manera por lo que el resultado quedo mal. En cuanto al punto 3c el 50% de los estudiantes resolvieron correctamente la suma que propusieron inicialmente para encontrar el polinomio que representa la distancia total recorrida por el jugador; opuesto a esto está el estudiante E2, que al plantear una resta entre los polinomios de las distancias de los dos trayectos recorridos, todo este punto le quedo mal; el 25% de los estudiantes no solucionó la operación que propuso, pero al haber propuesto una resta como el estudiante E3 se anticipó a que el punto le hubiera quedado mal resuelto.

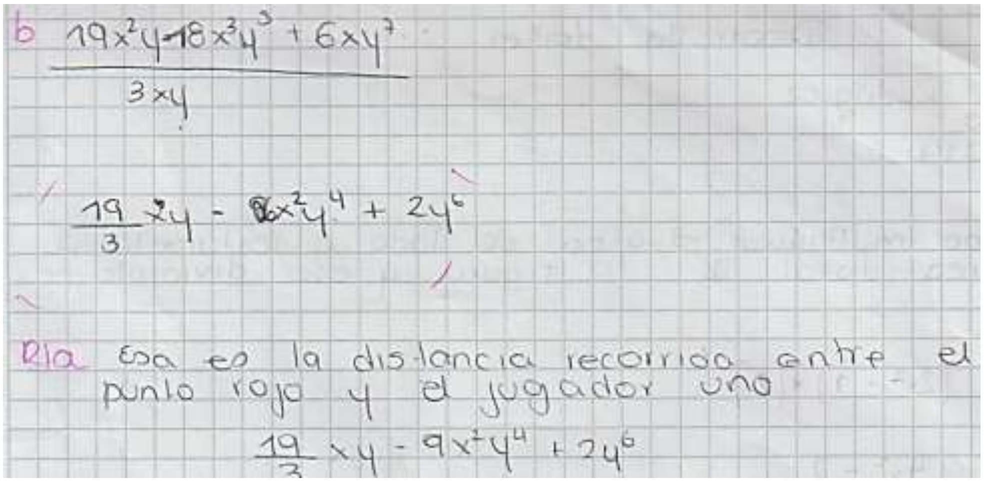


Figura 89. Solución planteada para el punto 3b por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

Finalmente, para el punto 4a, el 50% de los estudiantes resolvieron de forma correcta la división que propusieron inicialmente para hallar el polinomio, el cual representa el tiempo que duró el jugador en el recorrido en el cable vuelo. Sin embargo, los estudiantes E3 y E4 se equivocaron al dividir los dos polinomios desde el primer término que ponen en el cociente, quedando toda el procedimiento y respuesta mal; así mismo para el punto 4b, estos mismos estudiantes al reemplazar en el polinomio que les dio en el punto 4a el valor de equis, pues el resultado fue otro, aunque hay que resaltar que realizaron bien las operaciones al reemplazar en el polinomio que obtuvieron inicialmente, aunque la respuesta quedó mal. El estudiante E2 en el literal 4b no reemplazó el valor de equis, sino que multiplicó el tres con el coeficiente de equis que es cinco, dando una expresión algebraica que no correspondía al proceso que se debía hacer. El 25% de los estudiantes reemplazó y operó correctamente dando como respuesta que el jugador duró 9 segundos en el recorrido por el cable vuelo.

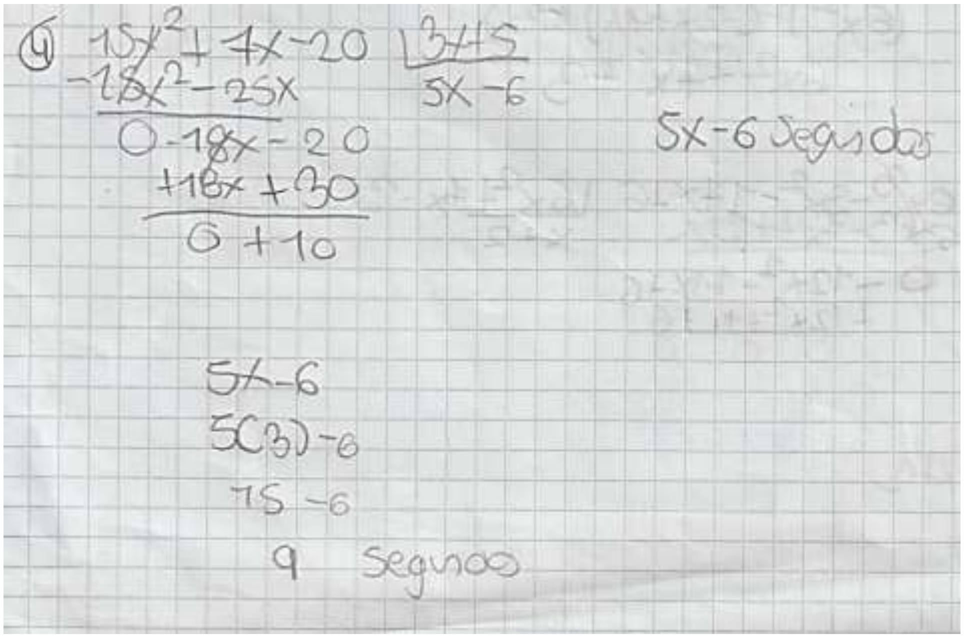


Figura 90. Solución planteada para el punto 4a y 4b por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

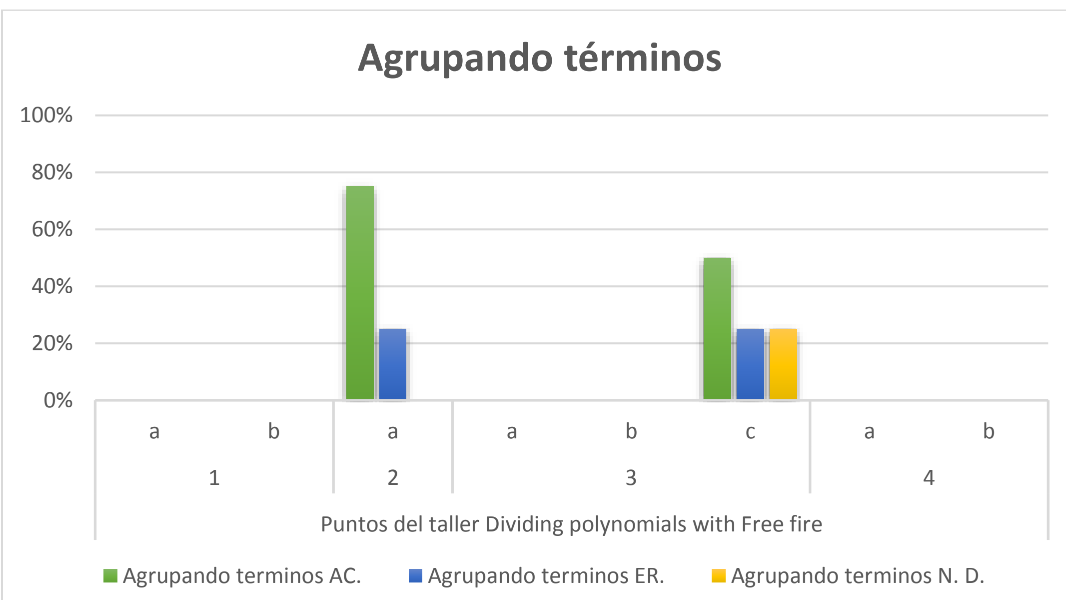


Figura 91. Resultados para la característica planteamiento operación inicial del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente. Elaboración propia.

Esta característica se tuvo en cuenta en los puntos donde tuvieron que multiplicar y sumar para encontrar el polinomio con el que se pudiera desarrollar la división, como sucedió en el punto dos donde el 75% de los estudiantes realizaron bien la multiplicación término a término y agruparon los términos semejantes cuando se tenía que hacer, para determinar el polinomio que se dividió al polinomio que representaba el volumen de la casa. El estudiante E4 al plantear una suma, este punto le quedó mal y el procedimiento que realizó también. En cuanto al punto 3c el 50% de los estudiantes agruparon de manera correcta los términos semejantes en la suma de los polinomios que representan las distancias que el jugador recorrió en el carro, sin embargo, el estudiante E2 al proponer una resta, este punto le quedó mal, hay que resaltar que agrupó bien los términos semejantes en la operación, aunque no correspondía está operación para dar solución al punto (Figura 92). El estudiante E3 al no resolver la operación que propuso no fue posible evidenciar este procedimiento.

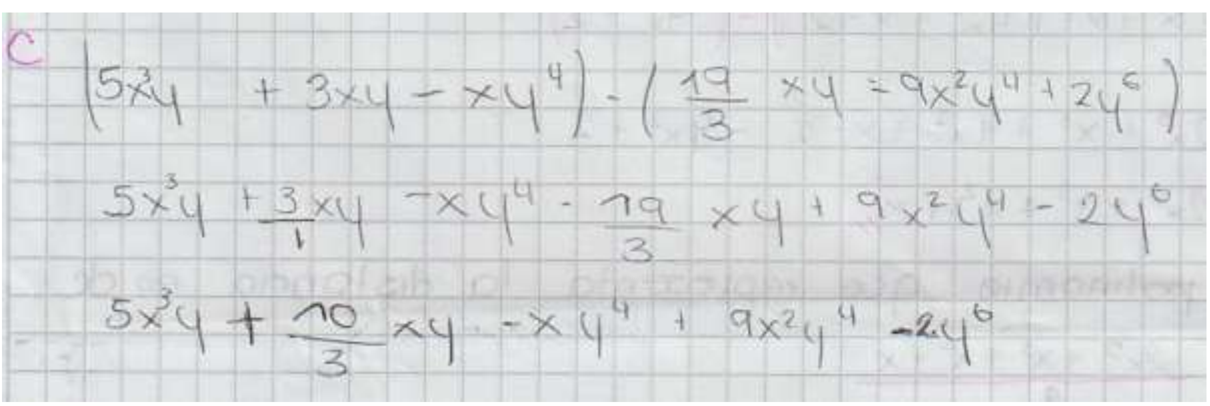


Figura 92. Solución planteada para el punto 3c por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

Siguiendo con la característica justificando procedimientos, ésta solo aplicó para el punto 1a, donde los estudiantes debían describir que operación tenía que hacer el jugador 1 para saber que distancia debía recorrer hasta el punto azul; el 75% de los estudiantes acertaron, como lo hizo el estudiante E4 que justificó escribiendo “debe hacer una división para saber que distancia debe recorrer hasta el punto azul”, sin embargo, el estudiante E2 describe que “ debe multiplicar el área del lado y restárselo a el área total de la figura y eso dividirlo en dos” lo cual está mal porque confundió el área con el perímetro, creyendo que al multiplicar la longitud del lado que dan en el mapa por el número dos y ese resultado restarlo con el polinomio que representa el área, iba a obtener la suma de la longitud de los lados que faltaban y al dividirlo entre dos, obtenía el resultado, sin embargo el procedimiento que propuso estaría bien si se hubiera tomado el perímetro y no el área.

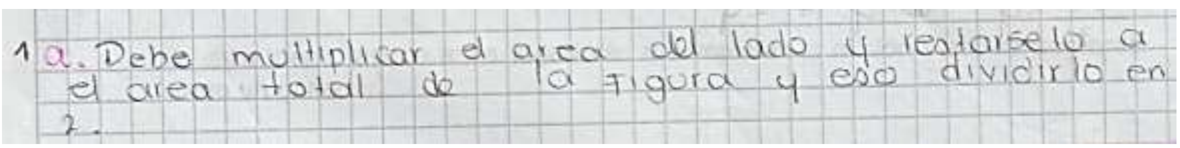


Figura 93. Solución planteada para el punto 1a por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

Por último, se tiene la característica de signos, donde se evidenció los siguientes resultados.

Tabla 8.

Resultados para la característica signo del taller dividing polinomials with Free Fire.

	Punto		**Signos**			
			AC.	ER.	N. D.	T. E
Puntos del taller Dividing polynomials with Free fire	1	a	0%	0%	0%	0%
		b	25%	75%	0%	100%
	2	a	0%	100%	0%	100%
	3	a	25%	75%	0%	100%
		b	50%	50%	0%	100%
		c	50%	25%	25%	100%
	4	a	50%	50%	0%	100%
		b	25%	75%	0%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Se debe iniciar diciendo que los porcentajes registrados en la tabla 8 son iguales a los que se obtuvieron en la característica de operando coeficientes, ya que los estudiantes que acertaron y realizaron bien cada punto tuvieron en cuenta los signos cuando tenían que multiplicar, sumar o dividir los polinomios, sin embargo, para los puntos donde los estudiantes se equivocaron, se presentaron cuatro casos: el primero es que se equivocaron poniendo los signos en el cociente como le sucedió al estudiante E1 en el punto 2, que puso más dos en el cociente cuando era menos dos, cambiando todo los signos en el procedimiento del punto; el segundo caso que le sucedió al estudiante E4, se equivocó al operar las divisiones desde el inició incluyendo los signos que puso. El tercero, al proponer operaciones diferentes en el caso de los estudiantes E2 que lo hizo en los puntos 2 y 3c, se equivocó operando los signos de los términos semejantes. Y por último que no desarrollaron la operación que plantearon como sucedió con el estudiante E3 en el punto 3c.

Pasando a la segunda etapa de trabajo en grupo, de la situación de validación, el grupo uno lo conformaron los estudiantes E1 y E4, y el grupo dos los estudiantes E2 y E3; donde los integrantes del grupo dos al socializar los puntos se dieron cuenta que algunas operaciones y procedimientos les quedaron mal, por lo que decidieron unificar procedimientos para los puntos 1, 2, 3c y 4, que fue donde evidenciaron que cometieron algunos errores. En el grupo uno sucedió algo diferente y es que el estudiante E1 le explicó al compañero E4 donde había cometido los errores, ya que el estudiante E4 le faltaron datos y realizó operaciones diferentes como sucedió con el punto 1, 2 y 3, durante está socialización el estudiante E1 corrigió algunos errores de signos y coeficientes.

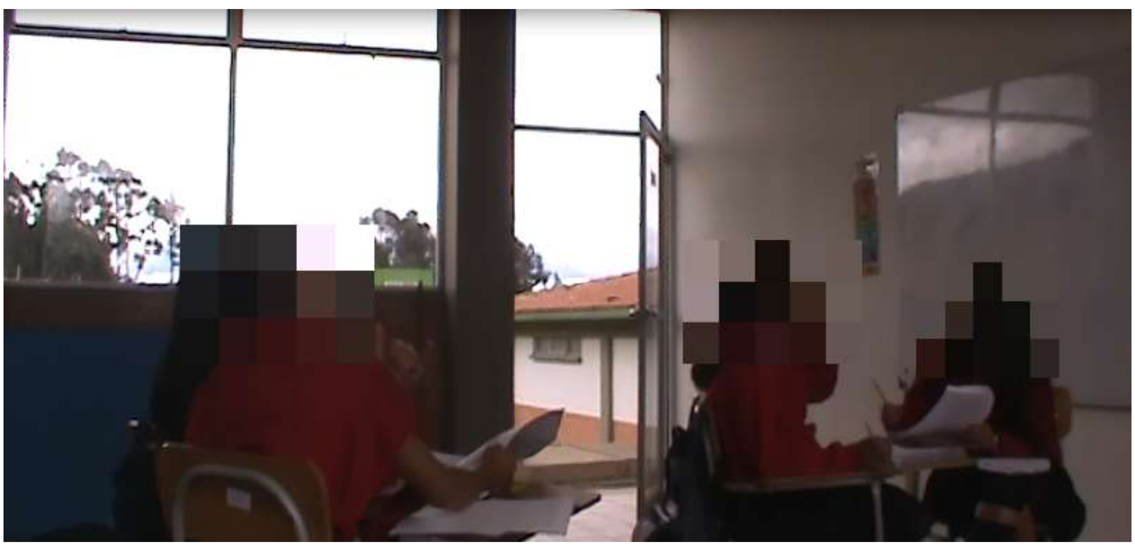


Figura 94. Trabajo en grupos, etapa dos de la situación de validación en la aplicación del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente: Video Clase.

Después del trabajo por grupos inició la socialización grupal del taller, pasando al tablero el estudiante E4 a solucionar el punto 1, quien argumentó diciendo que para solucionar este punto hay que hacer una división entre el área del rectángulo y la longitud del lado que aparecía en el mapa, quien empezó despejando de la formula $A = B \times h$ para mostrarle a los compañeros que se debía realizar la división, cuando inició a resolver la división el estudiante E1 intervino diciendo " Creo que está mal porque toca organizar el polinomio en forma descendente, y falta en el primer polinomio equis a la cuatro", borrando y volviendo a escribir el polinomio completo, continuando con la solución, después de un tiempo de nuevo el estudiante E1 participó diciendo "allá en el divisor también va de forma descendente" por lo que el estudiante E4 borró todo lo que había hecho, corrigiendo y solucionando la operación.

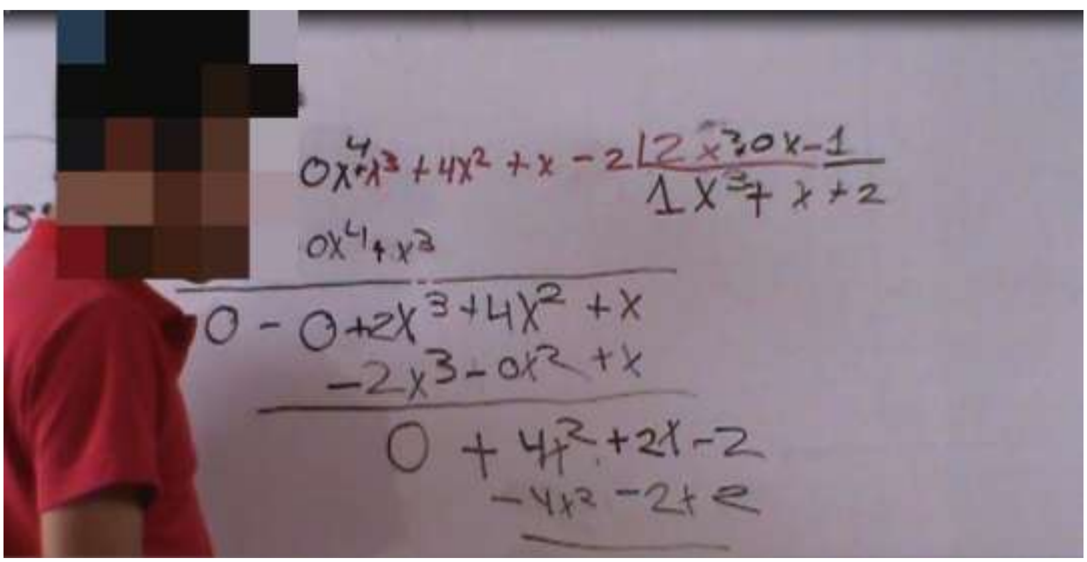


Figura 95. Socialización del punto 1 del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente: Video Clase.

Para el punto dos pasó el estudiante E3, quien inició poniendo la formula del volumen de un prisma rectangular, realizando el despeje y explicando que debía realizar una división, después reemplazó los polinomios y resolvió la multiplicación de los polinomios que está enunciada en el denominador, después resolvió la división iniciando bien con el primer término en el cociente, pero al escribir el segundo término en el cociente, el estudiante E3 puso dos equis, interviniendo el estudiante E4 " debe poner el dos solo, porque si deja la equis da doce equis a la tres, por lo que no se podría cancelar", al terminar la operación el estudiante E2 dijo "el signo del dos es negativo porque seis por dos doce y menos por más menos, pero entra positivo a operar", corrigiendo el compañero E3 lo que había resuelto en el tablero.

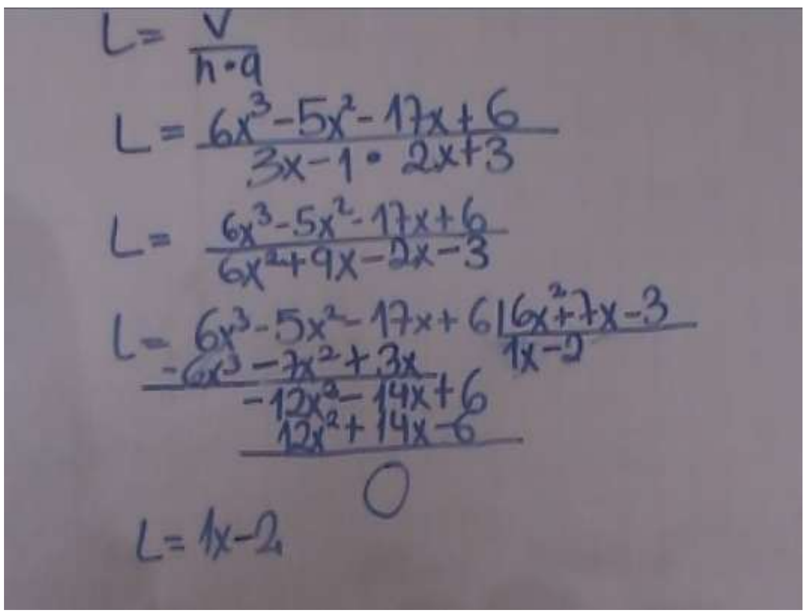


Figura 96. Socialización del punto 2 del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente: Video Clase.

En cuanto al punto 3a, pasó al tablero el estudiante E2 a solucionarlo, quien inicio escribiendo la fórmula $v = \frac{d}{t}$ para hallar la velocidad y después reemplazó las expresiones que correspondían a la distancia y tiempo, solucionando la división correctamente tanto para coeficientes, exponentes y signos. Para el punto 4b pasó el estudiante E4, quien resolvió también la división entre el polinomio y monomio sin inconvenientes. Siguiendo con la socialización del punto 3c, pasó al tablero el estudiante E3, quien propuso una suma entre los polinomios que representan las distancias que el jugador recorrió en el carro, realizando está operación bien.

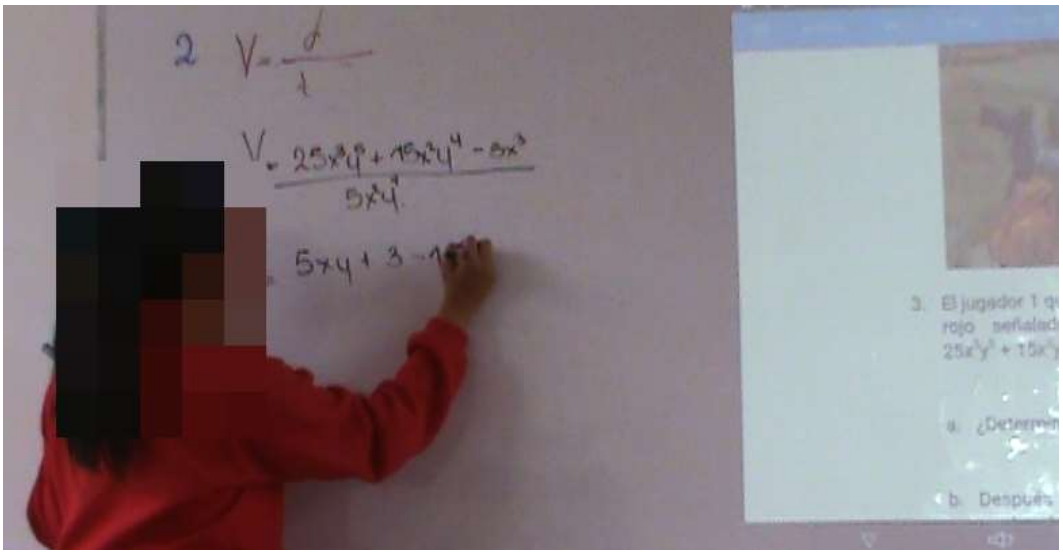


Figura 97. Socialización del punto 3a del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente: Video Clase.

Por último, se socializó el punto 4a, correspondiendo el turno del tablero al estudiante E1, quien inició escribiendo la fórmula para hallar el tiempo, reemplazando en está los polinomios que representan la distancia que recorrió el jugador y la velocidad a la que iba el jugador en el cable vuelo, resolviendo la división sin inconvenientes, los compañeros aprobaron lo realizado por el compañero en el tablero. Para el punto 4b el estudiante E3 pasó a solucionarlo, quien reemplazó el valor de equis en el polinomio que dio como resultado en el punto 4a, operando correctamente la multiplicación y la resta que se tenía que hacer, concluyendo que el jugador se demoró nueve segundos en el trayecto que hizo en el cable vuelo.

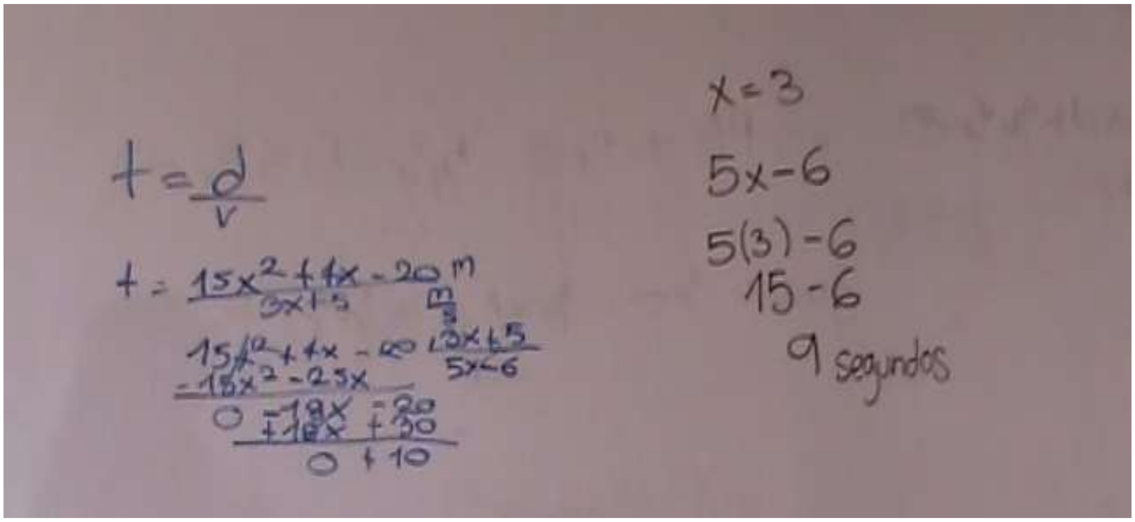


Figura 98. Socialización del punto 4a y 4b del taller dividing polinomials with Free Fire.

Fuente: Video Clase.

Para finalizar el análisis del taller en la situación de institucionalización, fue conveniente la intervención del docente para retomar la división entre dos polinomios, debido a que en el momento de la socialización fue evidente que no a todos los estudiantes les quedó claro; el estudiante E4 preguntó ¿es necesario siempre completar el polinomio para dividir? Se Respondió que dependía de si el polinomio estaba organizado en forma descendente respecto a una variable y no faltaba ningún exponente, no era necesario. Otra pregunta que surgió mientras la explicación del ejercicio fue hecha por el estudiante E3 sobre el signo con el que entraba el producto del cociente y divisor, ¿siempre entra opuesto el signo? dando como respuesta que se tenía que aplicar ley de signos multiplicativa debido a que en el dividendo se hacia una resta, por lo que debían operar los signos para que quedara bien.

De esta forma se da por finalizado el análisis de las cuatro actividades que se aplicaron para abarcar el tema operaciones básicas con polinomios algebraicos, teniendo en cuenta la teoría de las situaciones didácticas. Ahora se procede a describir el análisis de la actividad final “Free Fire Algebraic polynomials” (Anexo 7.) que consta de seis puntos, donde en el último punto los estudiantes interactuaron con el juego para crear una situación con las cuatro operaciones por lo que la caracterización de la figura 7 solo se hace para los primeros cinco puntos.

Para la característica de planteamiento de operación inicial se encontraron los siguientes resultados.

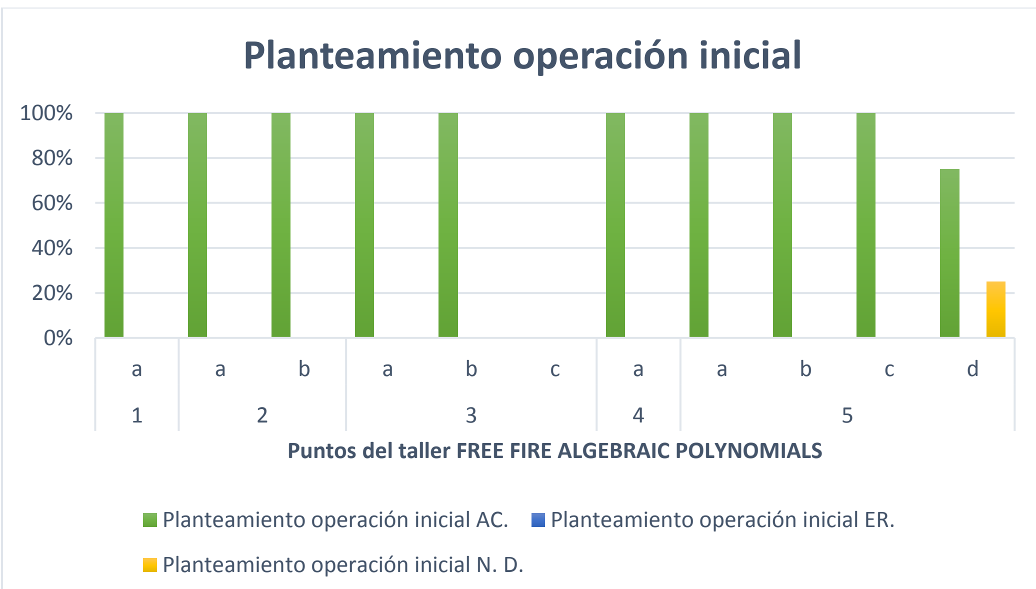


Figura 99. Resultados para la característica planteamiento operación inicial del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente. Elaboración propia.

Para los resultados mostrados en la figura 99 el 100% de los estudiantes propusieron la operación correctamente con la que debía solucionar cada situación, sin embargo, para el punto 5d el estudiante E4 no lo desarrolló por lo cual no es posible identificar está característica. En cuanto a la característica de operando coeficientes se evidencian los siguientes resultados.

Tabla 9.

Resultados para la característica operando coeficiente del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Puntos de la prueba final		**Operando coeficientes**			
		AC.	ER.	N. D.	T. E
1	a	75%	25%	0%	100%
2	a	0%	0%	0%	0%
	b	25%	75%	0%	100%
3	a	100%	0%	0%	100%
	b	0%	0%	0%	0%
	c	0%	0%	0%	0%
4	a	25%	75%	0%	100%
5	a	75%	25%	0%	100%
	b	0%	100%	0%	100%
	c	0%	100%	0%	100%
	d	0%	75%	25%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Respecto al punto 1a, el 75% de los estudiantes operaron de manera correcta los coeficientes de los polinomios que sumaron para determinar la distancia total recorrida por el jugador, haciendo bien la agrupación de términos semejantes, sin embargo, el estudiante E4 operó bien los coeficientes, pero omitió aplicar la ley de signos para el tercer término. El estudiante E3 agrupó bien los coeficientes, pero cambió signos por lo que al operar los coeficientes quedó mal. Para el punto 2b el estudiante E1 y E2 desarrollaron correctamente la resta que propusieron inicialmente para encontrar la distancia entre el jugador 2 y el punto de llegada señalado en el mapa , mientras que el 50% se equivocó operando coeficientes, como sucedió con el estudiante E4 que al agrupar términos semejantes omitió algunos signos, por lo que al terminar la operación cambiaron los resultados; para el estudiante E3 todo lo que desarrolló quedó mal, pues no tuvo en cuenta que los signos del segundo término cambian por el signo menos de la operación.

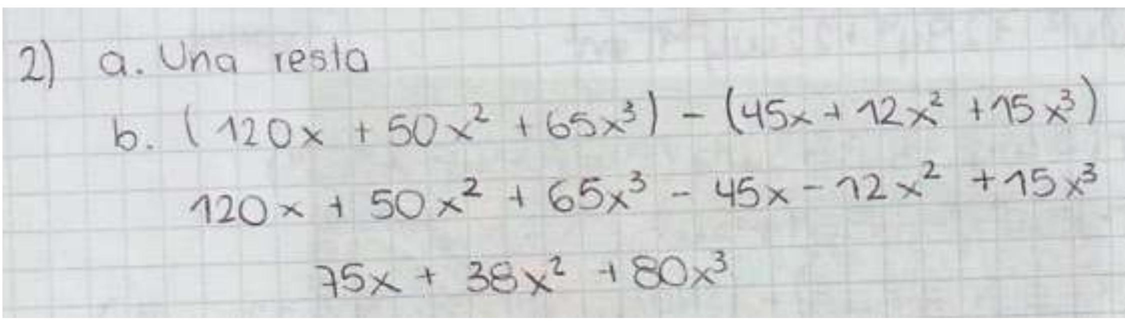


Figura 100. Solución planteada para el punto 2 por el estudiante E2.

Fuente. Taller estudiante E2.

En cuanto al punto tres, el 100% de los estudiantes resolvieron de forma correcta la multiplicación que propusieron, sin embargo, es importante resaltar que a los cuatro estudiantes les faltó realizar una resta entre el polinomio que representa la distancia entre el jugador 2 y el punto de llegada y el polinomio que les dio de multiplicar la distancia entre Pochinok y la Factory por dos. Para el punto cuatro el 25% de los estudiantes operó bien la multiplicación, tanto los coeficientes como signos, mientras que el 75% de los estudiantes se equivocó en este procedimiento, como sucedió con el estudiante E2 que multiplicó bien término a término pero al reducir términos semejantes se equivocó, el estudiante E3 sumó cuando había propuesto una multiplicación y el estudiante E4 hizo la multiplicación uno a uno por lo que el procedimiento y resultado no correspondía a lo que tenía que hacer. Lo que respecta al punto 5a el estudiante E2 realizó correctamente la multiplicación que propuso para hallar el polinomio que representa el área de la zona amarilla, mientras que el 75% de los estudiantes se equivocaron al realizar la operación que plantearon, como ocurrió con los estudiantes E2 y E4 que al multiplicar término a término omitieron datos por lo que el resultado quedó incompleto, pero el estudiante E4 sumó los términos uno a uno, quedando mal el procedimiento y resultado que propuso para resolver este literal.

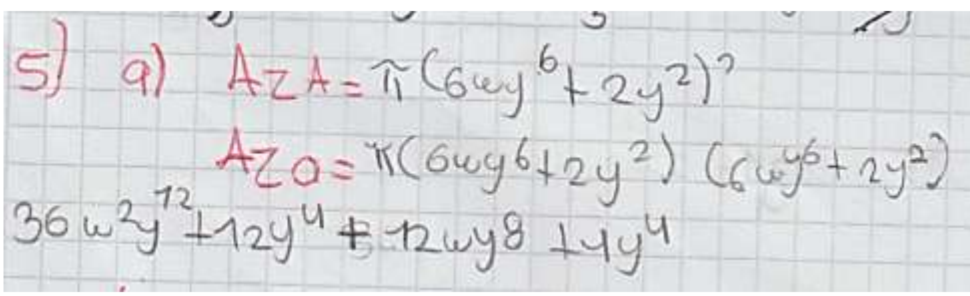


Figura 101. Solución planteada para el punto 5a por el estudiante E1.

Fuente. Taller estudiante E1.

Para el punto 5b, el 100% de los estudiantes se equivocaron al solucionar la suma entre los polinomios que representan el área de la zona azul, zona danger y el área de la zona amarilla, esto sucedió porque al operar mal para encontrar el polinomio que representa el área de la zona amarilla, inmediatamente está operación también. El estudiante E2 realizó el punto 5a bien, al operar los coeficientes no tuvo en cuenta algunos signos quedando mal el procedimiento que realizó. En cuento al punto 5c debían hallar el polinomio que representa el área de la zona segura, donde se evidencia que los cuatro estudiantes se equivocaron al multiplicar; está el caso del estudiante E1 que se equivocó al reducir términos semejantes omitiendo algunos signos, el estudiante E2 no multiplicó término a término, sino uno a uno quedando mal el procedimiento y a su vez el resultado, el estudiante E3 multiplicó bien pero cuando operó términos semejantes se equivocó porque no tuvo en cuenta los signos al momento de operar. Lo que respecta al punto 5d, al 75% de los estudiantes les quedó mal la resta que debían hacer y pues eso viene desde los literales anteriores, fuera de que en el procedimiento que hicieron cometieron errores al operar coeficientes cuando multiplicaron u operaron términos semejantes. El estudiante E4 no desarrolló este literal por lo que no hay evidencia para esta característica.

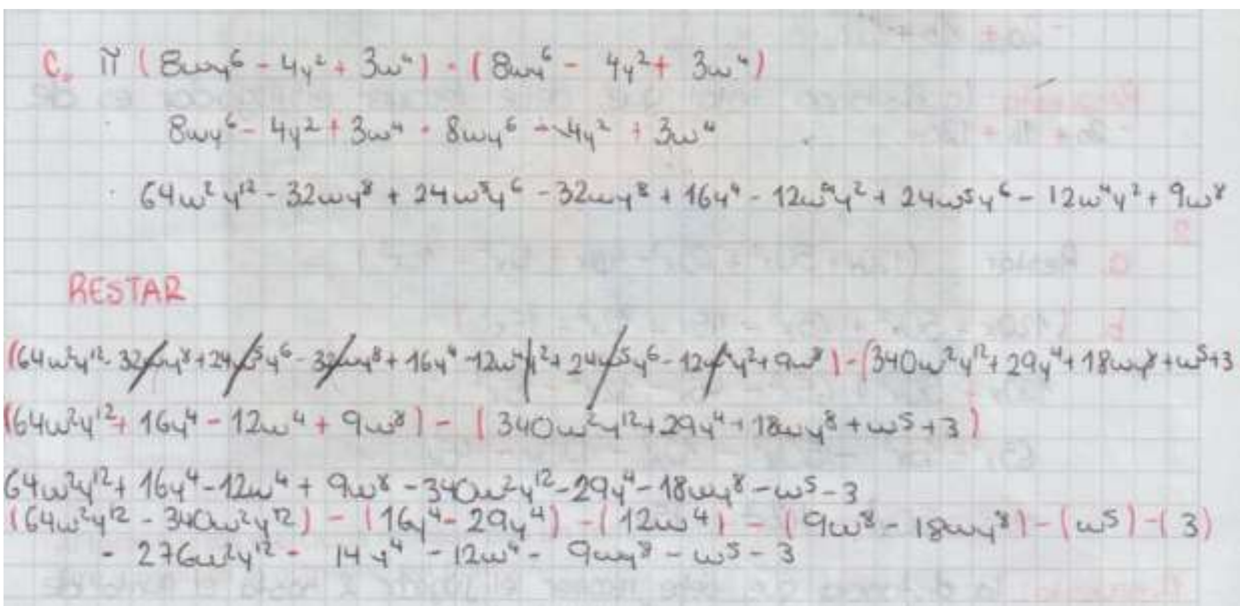


Figura 102. Solución planteada para el punto 5c y 5d por el estudiante E3.

Fuente. Taller estudiante E3.

Siguiendo con la tercera característica de agrupando términos, se evidenciaron los siguientes resultados.

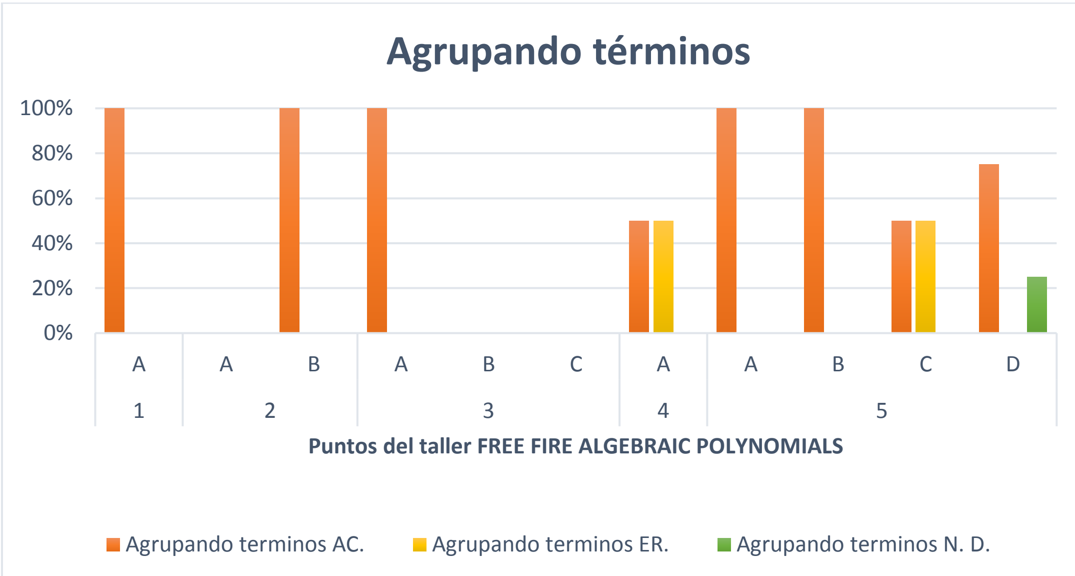


Figura 103. Resultados para la característica agrupando términos del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente. Elaboración propia.

Esta característica se tiene en cuenta para la multiplicación término a término y reducción de términos semejantes para la suma y resta de polinomios algebraicos. En la figura 103, se evidenció que los cuatro estudiantes agruparon términos semejantes correctamente para los procedimientos desarrollados en los puntos 1, 2, 3a, 5a y 5b, aunque esto no evitó que algunos estudiantes operaran mal. Para el punto cuatro los estudiantes E3 y E4 se equivocaron al multiplicar, pues lo hicieron teniendo en cuenta la parte literal de cada término y no término a término (figura 104). Para el punto 5c, el 50% de los estudiantes cometió los mismos errores que en el punto cuatro al realizar la multiplicación, lo cual pudo ser porque al multiplicar dos veces el mismo polinomio para hallar el área de la zona segura, los estudiantes creyeron que se multiplicaba solo los términos que eran semejantes. En cuanto al punto 5d el estudiante E4 al no desarrollarlo no hay procedimiento para verificar esta característica.

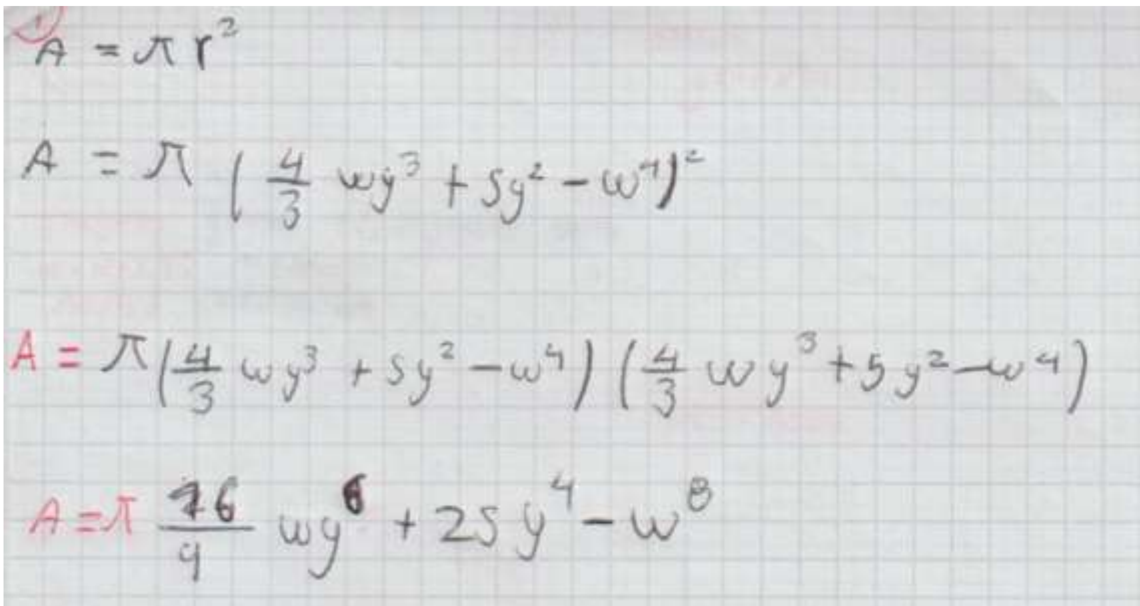


Figura 104. Solución planteada para el punto 4 por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

En la característica justificando procedimientos, ésta solo aplicó para los puntos 2a, 3b y 3c como se evidencia en la figura 105, donde el 100% de los estudiantes respondieron de forma correcta para el punto 2a, donde se pedía que justificará que operaciones debería utilizar el jugador para saber cuánta distancia le faltaba por recorrer, al respecto el estudiante E1 escribió "se debe restar el total con la de pochinok a factory" acertando en la operación que propuso, los otros compañeros coincidieron con la operación.

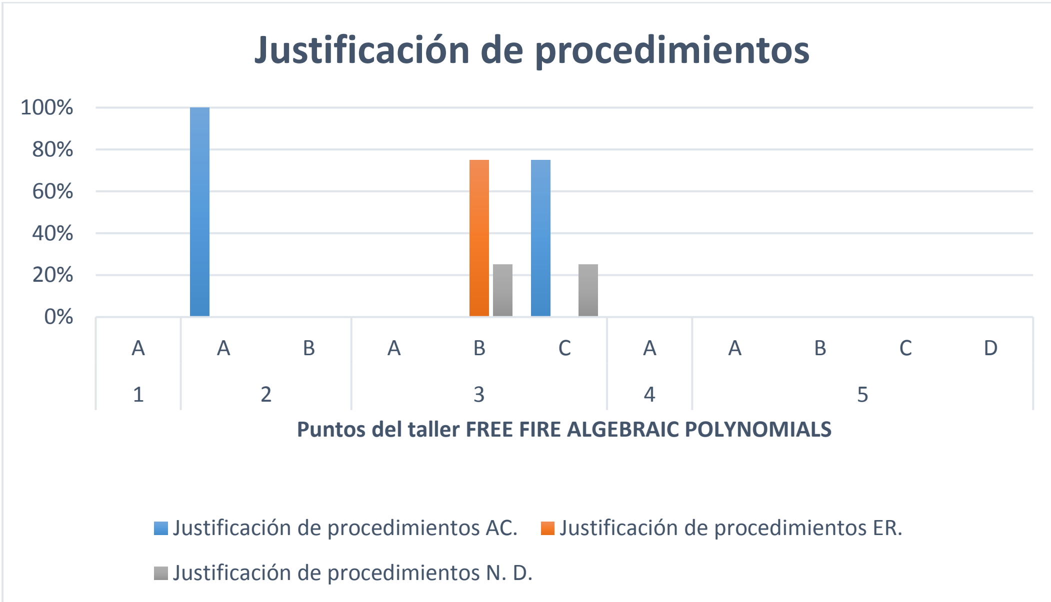


Figura 105. Resultados para la característica justificando procedimientos del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente. Elaboración propia.

Para el punto 3b se preguntó ¿Qué operación se tendría que hacer para encontrar la distancia que se debe recorrer? Donde el 75% de los estudiantes se equivocaron al responder que tenían que hacer una multiplicación cuando la respuesta era hacer una resta entre el polinomio que representa la distancia que hay entre el jugador 2 y el punto de llegada, y el polinomio que hallaron en el literal 3a que representa la distancia entre el límite de la zona danger y el punto de llegada. El estudiante E3 no contestó este punto. En cuanto al punto 3c, el 75% de los estudiantes dio diferentes respuestas a la pregunta ¿es necesario que los juegos pasen por la zona de peligro? A lo cual el estudiante E4 escribió “ no es necesario porque se puede rodear y si lo atraviesa se puede morir por que si te cae una bomba y te manda al lovi acepto si tienes casco al nivel tres y chaleco blindado te deja buscar más tiempo un escondite”, el estudiante E2 escribió “si , porque disminuye el tiempo”, mientras que el estudiante E1 justifica con “yo esperaría” lo cual está bien cualquiera de las tres respuesta porque es un razonamiento respecto a la situación que se planteó. El 25% de los estudiantes no contesto esta pregunta.

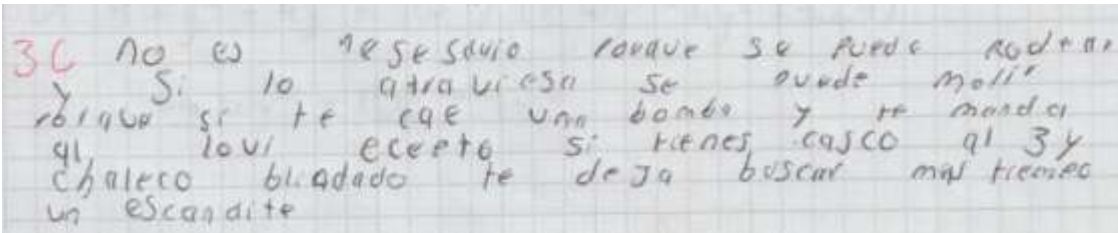


Figura 106. Solución planteada para el punto 3c por el estudiante E4.

Fuente. Taller estudiante E4.

En la última característica que se tuvo en cuenta para analizar el taller se evidenciaron los siguientes resultados.

Tabla 10.

Resultados para la característica signos del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Puntos de la prueba final		**Signos**			
		AC.	ER.	N. D.	T. E
1	a	75%	25%	0%	100%
2	a	0%	0%	0%	0%
	b	25%	75%	0%	100%
3	a	100%	0%	0%	100%
	b	0%	0%	0%	0%
	c	0%	0%	0%	0%
4	a	25%	75%	0%	100%
5	a	75%	25%	0%	100%
	b	0%	100%	0%	100%
	c	0%	100%	0%	100%
	d	0%	75%	25%	100%

Fuente. Elaboración propia.

Como evidencia en la tabla 10 los resultados son iguales a los obtenidos para la característica de operando coeficientes, donde se detalla cuáles fueron los errores y aciertos cometidos por los estudiantes en cada punto del taller; en cuanto a la característica signos, el error más común en la solución de los puntos fue el omitir los signos al momento de operar términos semejantes después de multiplicar o en las adiciones y sustracciones como en el punto dos o cinco. Otro error que se evidenció, es que en la resta los estudiantes no operaron el signo menos de la operación que afecta los términos del segundo polinomio, lo cual cambia todos los resultados. En cuanto a los aciertos significa que los estudiantes tuvieron en cuenta los signos al momento de solucionar la operación.

Aquí termina el análisis de los primeros cinco puntos del taller Free Fire Algebraic polynomials. pues el sexto punto permitió que los estudiantes interactuaran con el juego Free Fire y crearan una situación, donde el objetivo era llegar al tesoro marcado en el mapa, usando elementos de la interfaz del juego y donde involucrarán las cuatro operaciones si era posible.

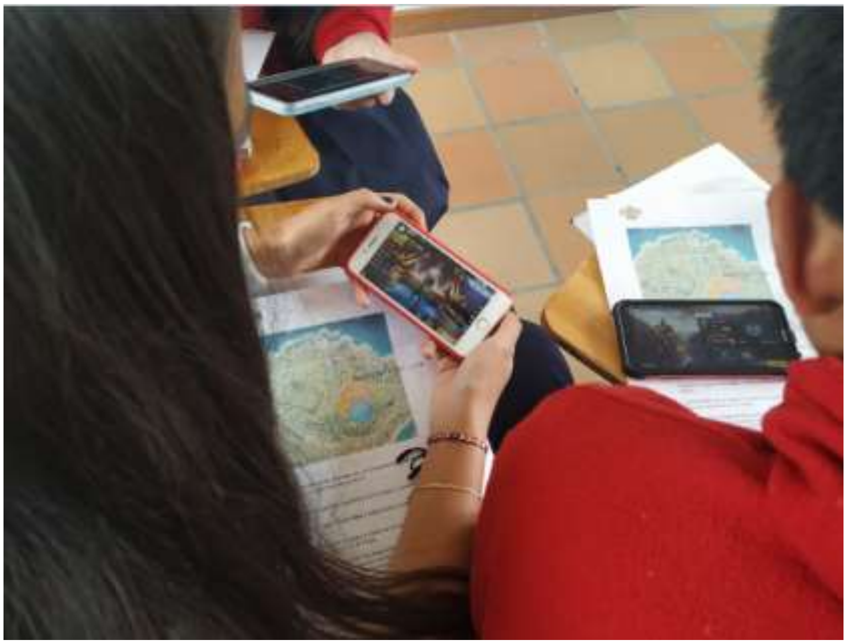
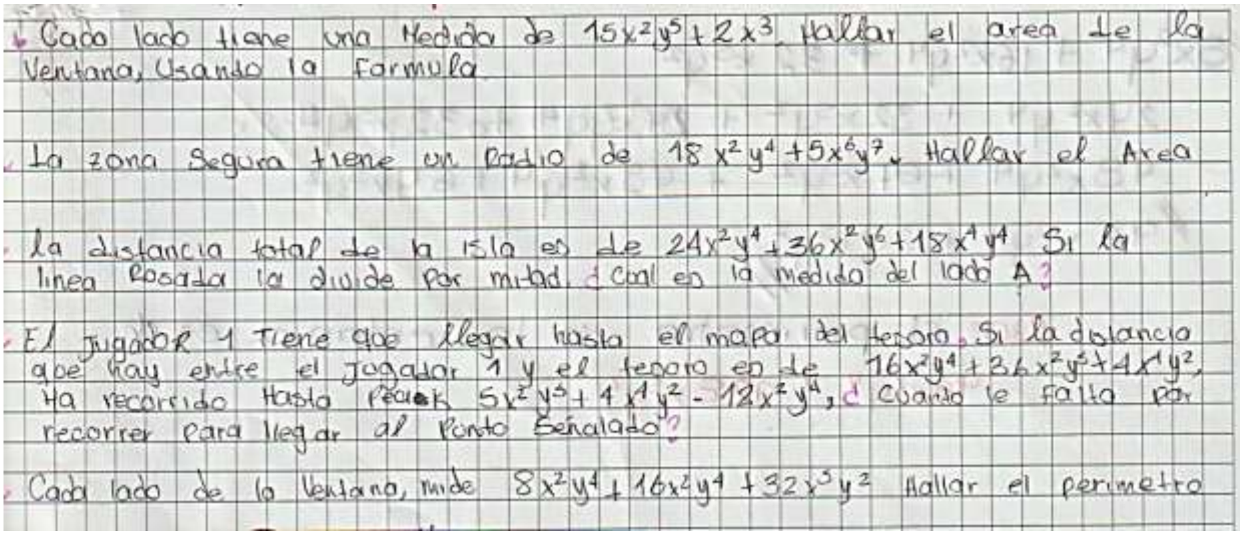


Figura 107. Interacción de los estudiantes en el juego Free Fire.

Fuente: Video clase.

Este punto se desarrolló en grupos de dos personas, el primer grupo conformado por los estudiantes E3 y E4 planearon cinco puntos, en los tres primeros puntos propusieron determinar áreas de figuras que identificaron en el juego como ventanas y circunferencias, en el punto cuatro plantearon la situación del tesoro como puede observarse en la figura 108, dando como datos los polinomios que representan la distancia que hay entre el jugador y el tesoro, y lo que lo que había recorrido, lo cual está bien para ser un primer proponer una situación problema.



- Cada lado tiene una Medida de $15x^2y^5+2x^3$. Hallar el area de la Ventana, Usando la formula
- La zona Segura tiene un Radio de $18x^2y^4+5x^6y^7$. Hallar el Area
- la distancia total de la isla es de $24x^2y^4+36x^2y^6+18x^4y^4$ Si la linea Rosada la divide por mitad ¿Cual es la medida del lado A?
- El jugador 1 Tiene que llegar hasta el mapa del tesoro. Si la distancia que hay entre el Jugador 1 y el tesoro es de $16x^2y^4+36x^2y^5+4x^1y^2$, Ha recorrido Hasta Peak $5x^2y^5+4x^1y^2-12x^2y^4$, ¿Cuanto le falta por recorrer para llegar al Punto Señalado?
- Cada lado de la Ventana, mide $8x^2y^4+16x^2y^4+32x^3y^2$ Hallar el perimetro

Figura 108. Situación planteada para el punto 6 por los estudiantes E3 y E4.

Fuente. Solución taller de los estudiantes E3 y E4.

Los estudiantes E1 y E2 plantearon dos puntos, el primero donde tenían que hallar la distancia que hay entre el jugador 1 y el tesoro, y el segundo punto donde se tenía que hallar el área que el jugador tiene para recorrer dentro de la zona segura, aunque la redacción de los problemas no está clara y confundieron conceptos de área con distancia. Después de plantear las situaciones intercambiaron las hojas para que los compañeros solucionaran lo que habían propuesto, para discutir sobre lo planteado en la socialización general del taller.

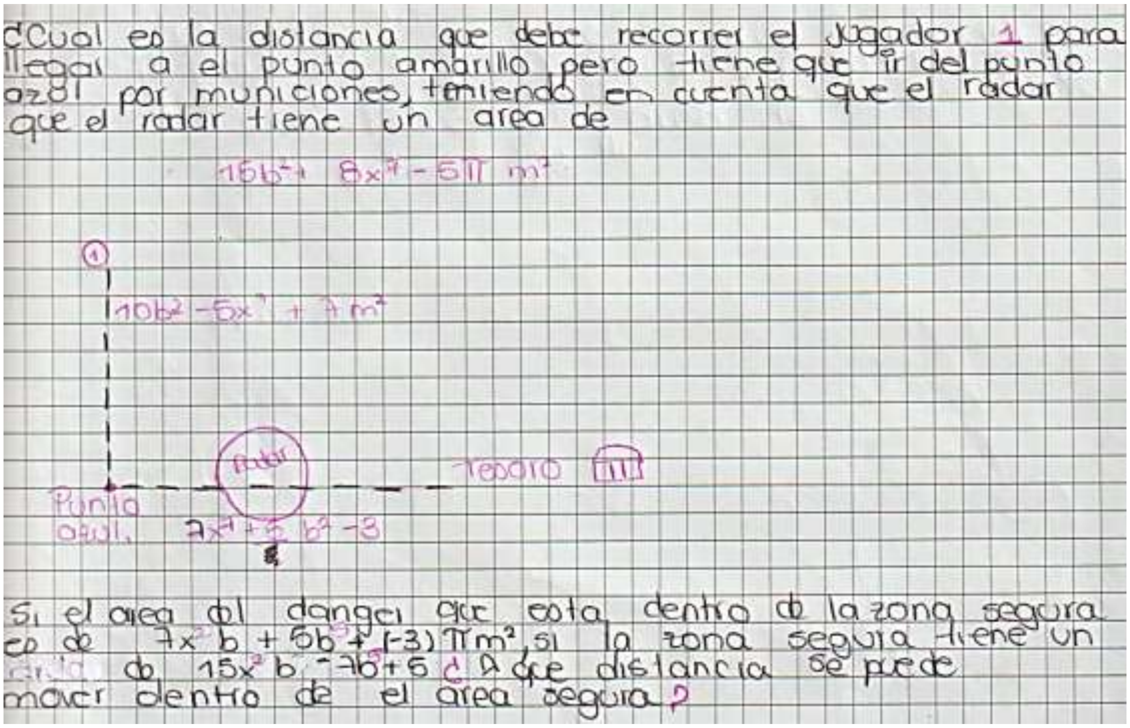


Figura 109. Situación planteada para el punto 6 por los estudiantes E1 y E2.

Fuente: Solución taller estudiantes E1 y E2.

En la socialización del taller Free Fire Algebraic polynomials, se inició con la lectura del primer punto pasando al tablero el estudiante E3 a solucionarlo proponiendo una suma con los datos que se daba en el problema diciendo, “sumamos y después agrupamos” operando los coeficientes, cuando estaba operando respecto a la variable (b) el estudiante E2 le dice que queda menos siete y no más siete, corrigiendo de inmediato el procedimiento realizado por el estudiante, fue aprobado por los compañeros; para el segundo punto el estudiante E3 propone una resta entre el polinomio que representa la distancia total y el polinomio que representa la distancia entre Pochinok y la factory, operando correctamente los signos como coeficientes para esta operación.

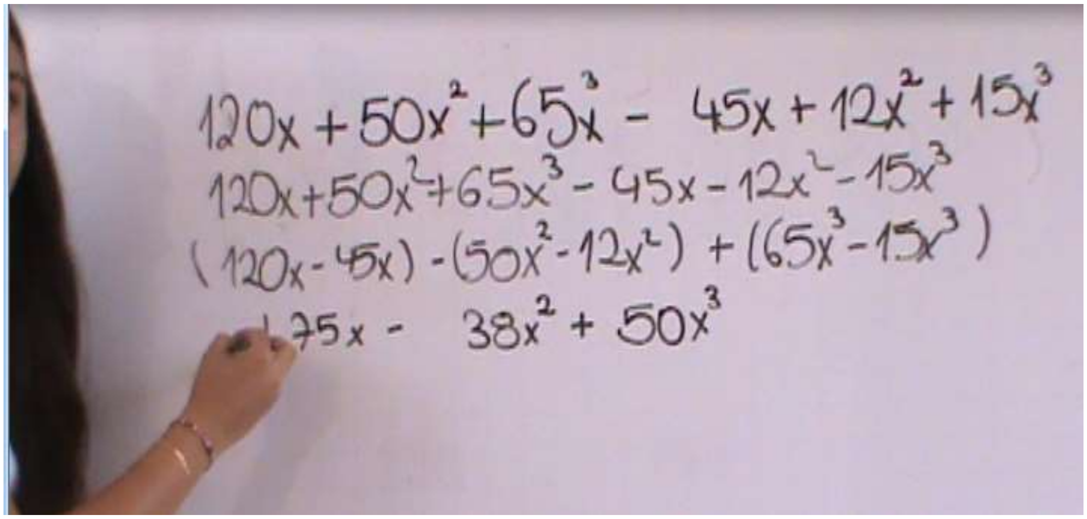


Figura 110. Socialización del punto 2 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase

Respecto al punto 3a, el estudiante E1 pasó al tablero a resolverlo, explicando que tenía que iniciar multiplicando el polinomio que representa la distancia que hay entre Pochinok y la factory por dos, para saber la distancia que hay entre el punto de llegada y el límite de la zona danger, lo cual hizo bien. Cundo pasaron al punto 3b los estudiantes tuvieron la discusión si el resultado que les dio determinaba el polinomio que representa la distancia que debe recorrer en la zona danger, en donde el estudiante E2 dice que esa distancia ya la dan, pero el estudiante E3 dice que están preguntando esa distancia y que deben restar el polinomio que representa la distancia total y el polinomio que representa la distancia que hay entre Pochinok y la factory , operación que realizó el estudiante E1 (Figura 111), pero el estudiante E4 participó diciendo “se tenía que restar por el polinomio que dio anteriormente porque lo que hizo fue hallar la distancia que hay entre la factory y punto de llegada, corrigiendo y operando nuevamente (Figura 112).

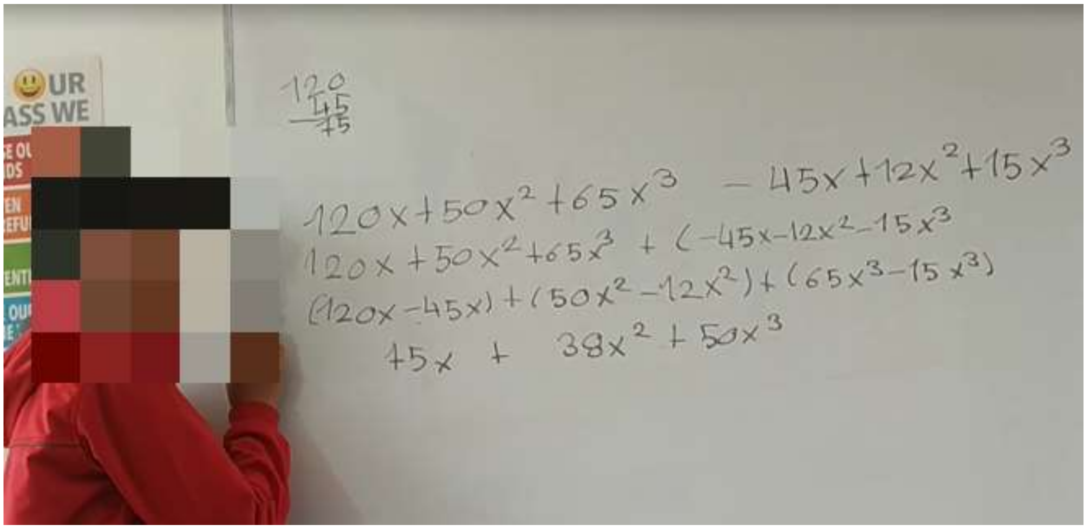


Figura 111. Socialización del punto 3a y 3b del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

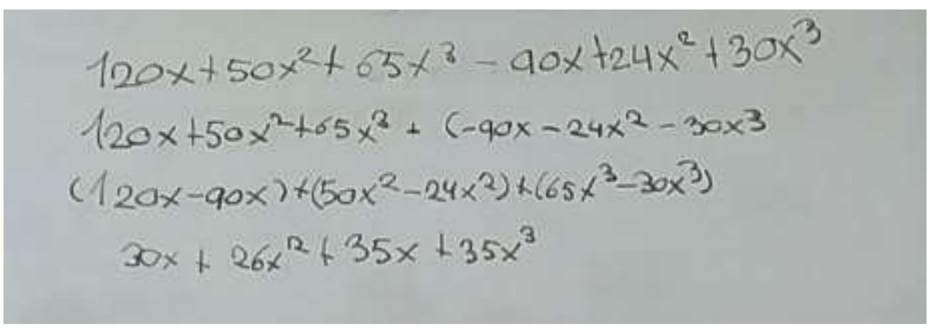


Figura 112. Corrección del punto 3a y 3b del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

Para el punto cuatro el estudiante E4 pasa al tablero a solucionarlo, quien inició escribiendo la fórmula para hallar el área de la circunferencia y explica "como toca hallar el área de la zona segura utilizo la formula" reemplazando y operando el cuadrado a cada término, procedimiento avalado por los compañeros.

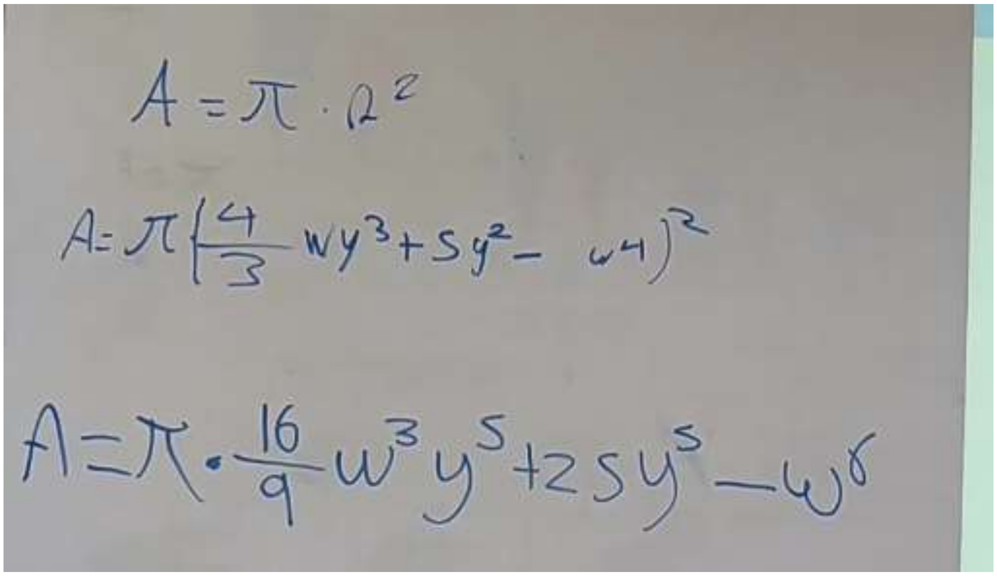


Figura 113. Socialización del punto 4 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

Siguiendo con el punto cinco, iniciaron a resolver por partes este punto, pasando el estudiante E2 a hallar el área de la zona segura, quien reemplazó el polinomio que representa el radio de la circunferencia que forma la zona segura en la formula, pero al solucionarlo distribuyó el exponente operándolo a cada término, lo cual está mal, pero los compañeros aprobaron el procedimiento y resultado que hizo el estudiante E2 en el tablero para encontrar este dato (Figura 114).

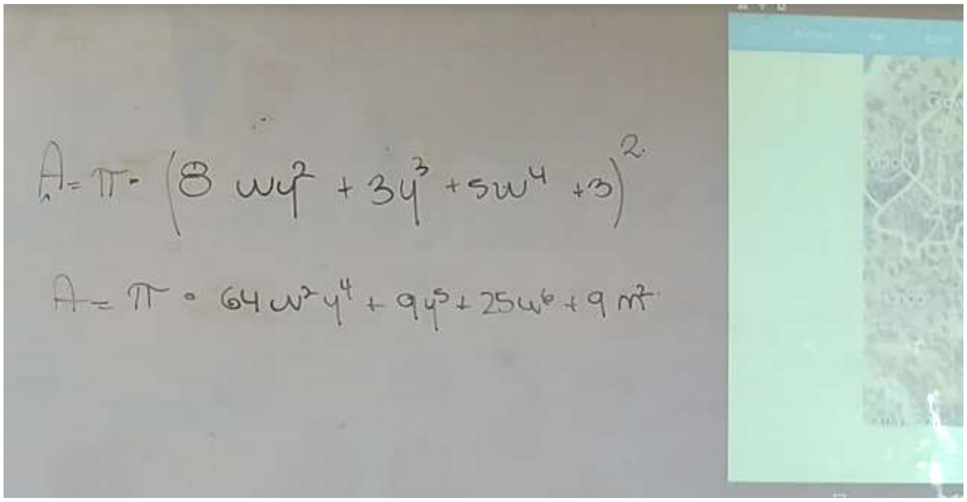


Figura 114. Socialización del punto 5 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

Siguiendo con la socialización, pasó al tablero el estudiante E1 a determinar el polinomio que representa el área de la zona amarilla, quien solucionó este punto de la misma manera que lo hizo el estudiante E2 para hallar el área de la zona segura, después el estudiante E4 participó diciendo que se tiene que sumar el área de las tres zonas y ese resultado restarlo al polinomio que representa el área segura para saber cuánto tiene el jugador para recorrer, pasando al tablero el estudiante E3 a realizar la operación, reduciendo términos semejantes y operando como se observa en la figura 115.

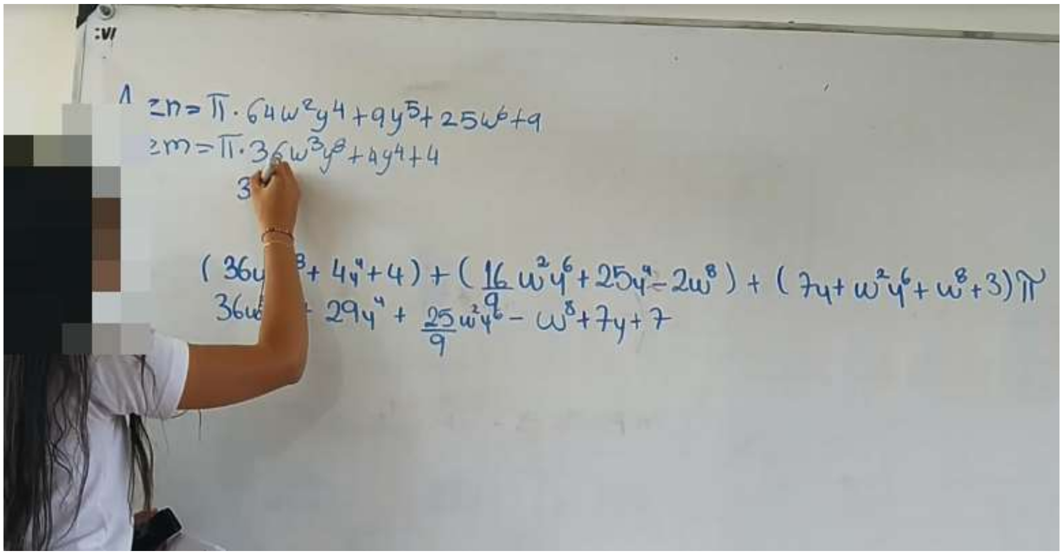


Figura 115. Socialización del punto 5, del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

El estudiante E4 pasó al tablero y explicó a los compañeros que los polinomios que se tienen que restar no tienen términos en común, por lo cual el resultado da un polinomio largo, operando los signos, ya que el signo menos de la resta afecta los signos de la segunda expresión, finalizando con la solución del punto cinco.

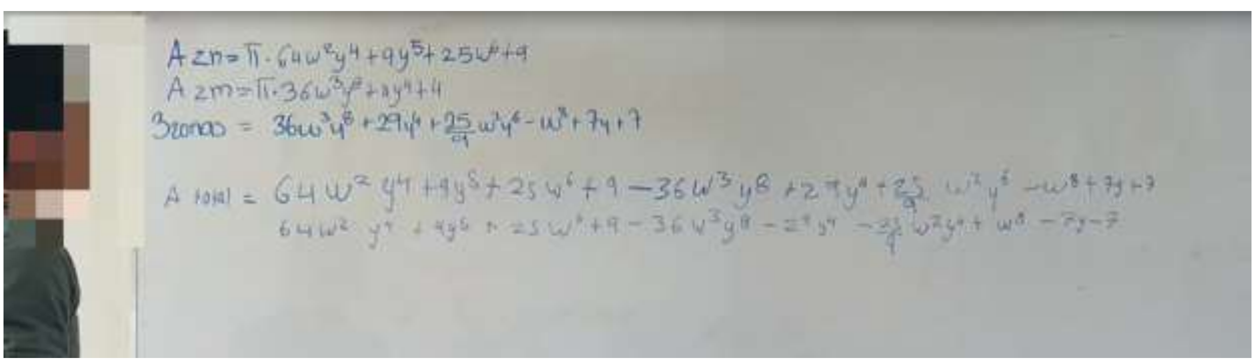


Figura 116. Socialización del punto 5 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

En cuanto al punto seis, cada grupo socializó lo que habían resuelto según lo ejercicios que habían planteado los compañeros, del grupo dos el estudiante E2 inició leyendo el primer punto, donde tenía que hallar el área de una ventana, realizando la multiplicación término a término, pero equivocándose operando exponentes (Figura 117). Siguiendo con la solución del segundo punto, el estudiante E1 reemplazó en la formula del área de la circunferencia el radio de la circunferencia de la zona segura operando el exponente a cada término del polinomio.

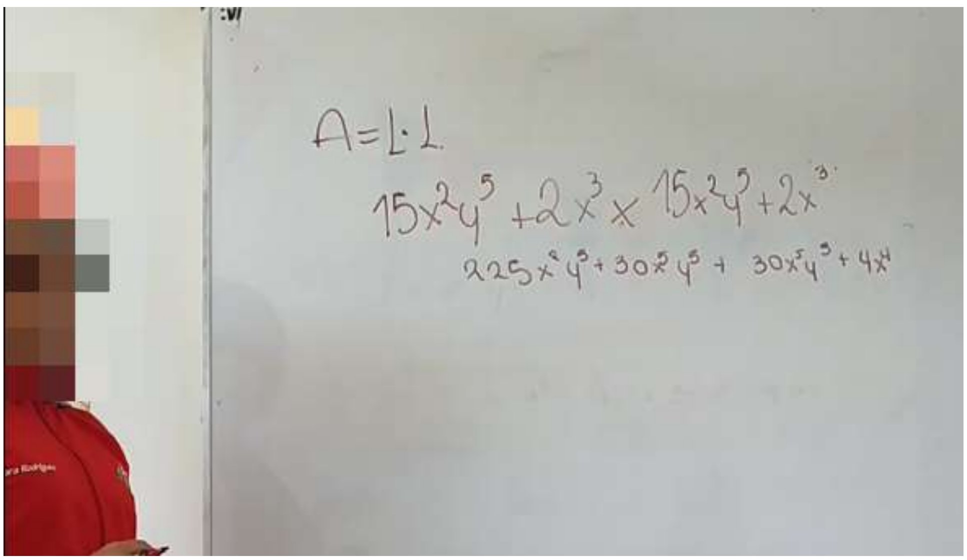


Figura 117. Socialización grupo dos del punto 6 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

Para el punto tres, el estudiante E2 expuso que hay un error en el problema que plantearon los compañeros porque no es distancia sino área de la isla, dividiendo el polinomio que representa el área de la isla entre dos, según como estaba planteado el problema (Figura 108). equivocándose en la solución, pues la parte literal de cada término no tenía que operarla, y el estudiante dividió cada exponente eliminando variables. Para el cuarto punto que propuso el grupo uno, el estudiante E1 realizó una resta para saber cuánta distancia le faltaba por recorrer al jugador para llegar al tesoro, realizando correctamente la operación (Figura 118). En cuanto al quinto punto el estudiante E2 pasó al tablero determinando el perímetro de una ventana, explicando que como había términos semejantes en el polinomio que dieron los compañeros los operó y que el resultado lo sumo cuatro veces hasta encontrar el polinomio que representa el perímetro de la ventana, lo cual estuvo bien resuelto.

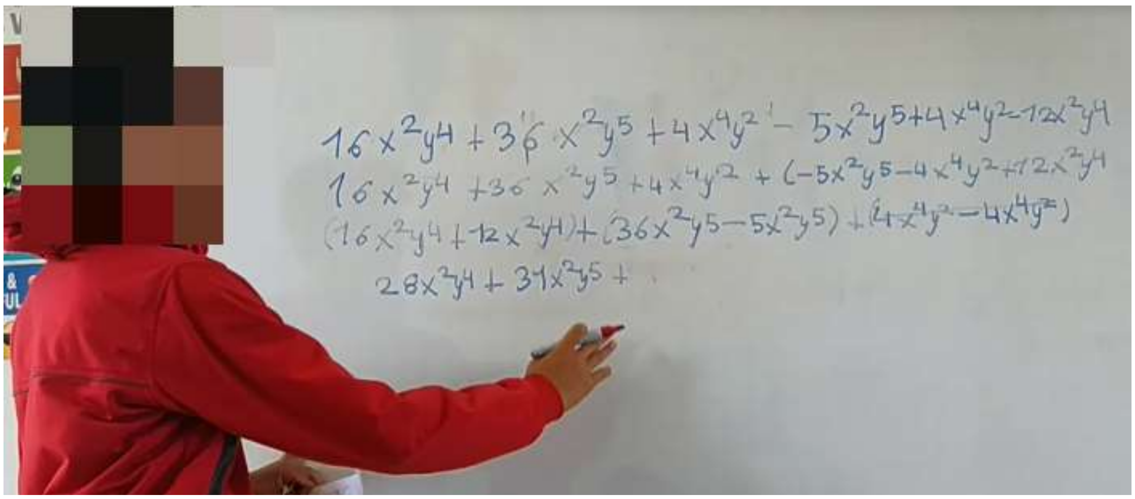


Figura 118. Socialización grupo dos del punto 6 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

El grupo uno solucionó las situaciones que planteó el grupo dos, pasando al tablero el estudiante E4 quien planteó una suma entre los tres polinomios que había en el problema y en el diagrama para el primer punto, donde pedían determinar el polinomio que representa el recorrido total, que fue lo interpretado por los estudiantes ya que el problema estaba mal redactado (Figura 109). En cuanto al punto dos, el estudiante E3 pasó al tablero y propuso una resta entre el polinomio que representa el área de la zona segura y el área de la zona danger, resolviendo bien la operación la resta.

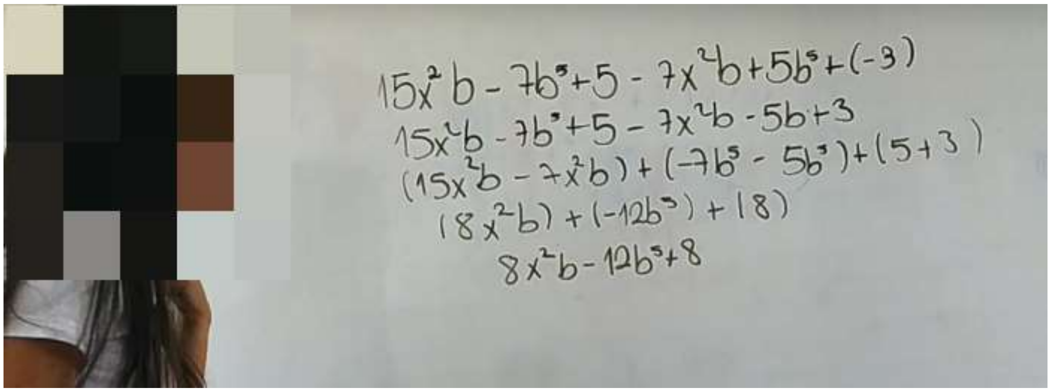


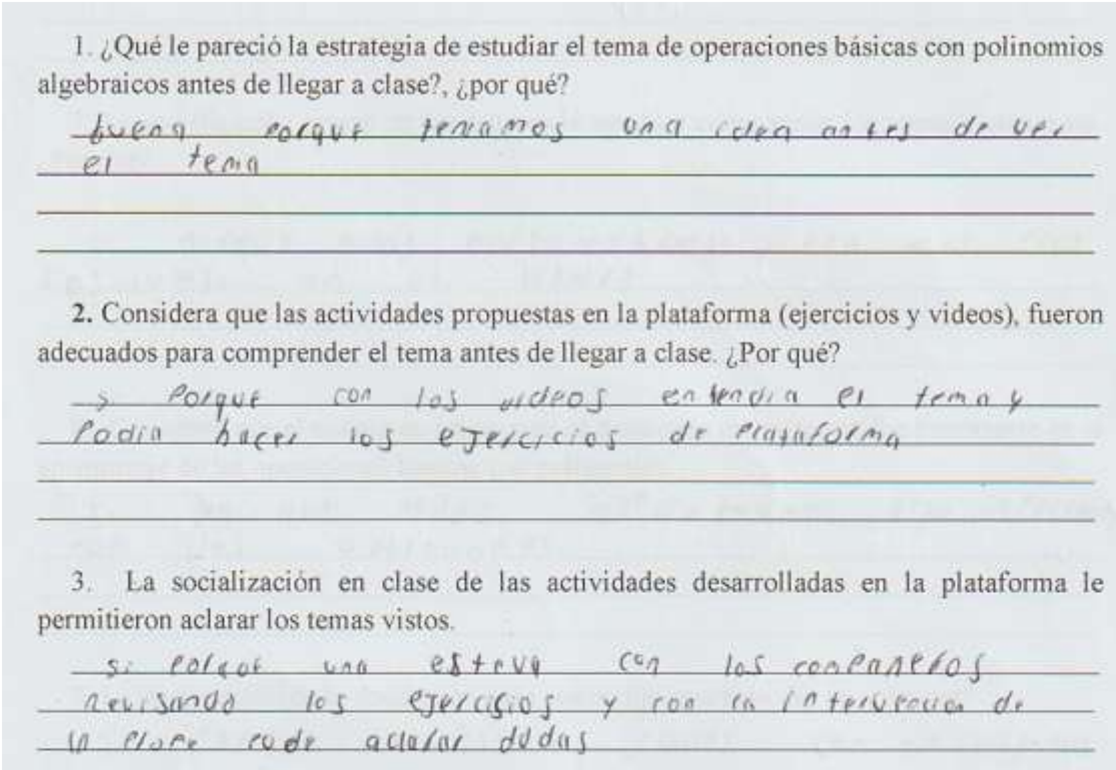
Figura 119. Socialización grupo uno del punto 6 del taller Free Fire Algebraic polynomials.

Fuente: Video Clase.

Para finalizar, la docente vio necesario intervenir para retomar el punto cinco del taller Free Fire Algebraic polynomials, explicando que la potencia no se distribuye para la adición y sustracción como lo habían aplicado (Figura 114) corrigiendo el punto 5c, donde se tenía que hallar el área de la zona segura, resaltando que si un polinomio está elevado al cuadrado se tenía que multiplicar dos veces ese mismo polinomio y realizar la multiplicación término a término. y realizar el procedimiento pertinente, aquí el estudiante E2 pregunta ¿siempre hay que multiplicar las veces que diga el exponente? Respondiendo que sí, pero que también hay unas expresiones que facilitaban este proceso y que se iban a ver en el siguiente tema. Dando por terminado el análisis del taller para su etapa de aplicación y socialización.

Como último instrumento de recolección de información se aplicó una encuesta (Anexo 8.), con el propósito de conocer la opinión que tenían los estudiantes respecto a las actividades aplicadas y la metodología en cómo se desarrolló cada uno las operaciones básicas con polinomios algebraicos, conformada por diez preguntas y categorizadas como se muestra en la Figura 8.

Para la categoría del trabajo en plataforma se tuvo en cuenta la estrategia de estudiar el tema antes de llegar a clase, las actividades asignadas en plataforma y la socialización de las actividades asignadas de forma virtual, los cuatro estudiantes opinaron que fueron buenas en los tres aspectos, porque les permitió conocer el tema antes de llegar a clase, los videos enviados y las actividades les permitieron entender los temas, igual que practicarlos y al momento de la socialización pudieron aclarar dudas; adicionalmente el estudiante E2 opinó sobre la estrategia implementada “Buena, pero debe mejorar en algunos puntos como que la profesora no pudo participar físicamente al resolver el taller en el momento”.



1. ¿Qué le pareció la estrategia de estudiar el tema de operaciones básicas con polinomios algebraicos antes de llegar a clase?, ¿por qué?

buena porque tenamos una idea antes de ver el tema

2. Considera que las actividades propuestas en la plataforma (ejercicios y videos), fueron adecuados para comprender el tema antes de llegar a clase. ¿Por qué?

si porque con los videos entendia el tema y podia hacer los ejercicios de plataforma

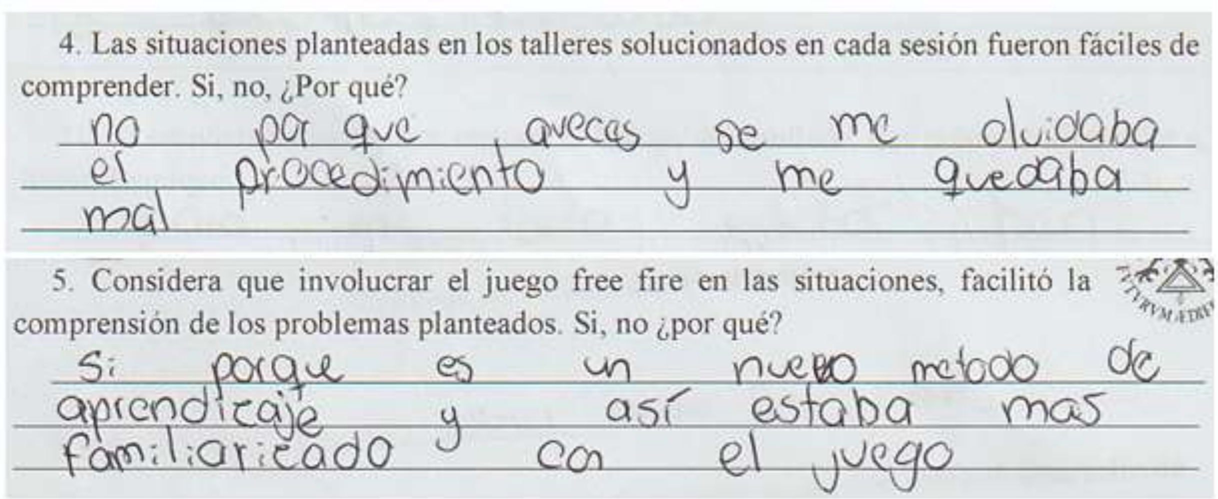
3. La socialización en clase de las actividades desarrolladas en la plataforma le permitieron aclarar los temas vistos.

si porque uno estuvo con los compañeros revisando los ejercicios y con la intervencion de la clase pude aclarar dudas

Figura 120. Respuestas para la categoría trabajo en plataforma de la encuesta aplicada.

Fuente: Encuesta estudiante 4.

En la categoría comprensión de las situaciones planteadas y uso del juego free fire, los estudiantes E1 y E2 opinaron que las situaciones de los talleres no fueron fáciles de comprender, el estudiante E2 escribió “No, eran muy confusas y difíciles de comprender” mientras que el estudiante E1 respondió “no, porque a veces se me olvidaba el procedimiento y me quedaba mal”, respecto a lo que contesto el estudiante E2 se puede asociar a que algunas situaciones planteadas requerían varias operaciones para responder un problema, lo que se les dificultó en algunas ocasiones identificar cuales tenían que utilizar. Los estudiantes E3 y E4 contestaron que, si fueron fáciles de comprender, a esto justificó el estudiante E3 “Si, porque con la explicación del video tiene los suficientes ejemplos para lograr solucionar los talleres en clase", el estudiante E4 agrego escribiendo "algunos estuvieron fáciles de comprender como otros me parecieron muy difíciles por su contexto u otras cosas complejas". En contraste a las respuestas dadas por algunos estudiantes respecto a las situaciones planteadas, todos los estudiantes consideraron que involucrar el juego Free Fire en las situaciones facilitó la comprensión de los problemas planteados, a esto escribió el estudiante E1 "Si, porque es un nuevo método de aprendizaje y así estaba más familiarizado con el juego" como se muestra en la figura 121. El haber utilizado la interfaz del juego para plantear las situaciones les gustó a los estudiantes, fuera de que se hizo uso de conceptos geométricos gracias a elementos del juego que permitió está combinación, como escribió el estudiante E4 "Si, porque el juego tenía las operaciones o imágenes adecuadas para ser más fáciles".


4. Las situaciones planteadas en los talleres solucionados en cada sesión fueron fáciles de comprender. Si, no, ¿Por qué?

no por que avecas se me olvidaba el procedimiento y me quedaba mal

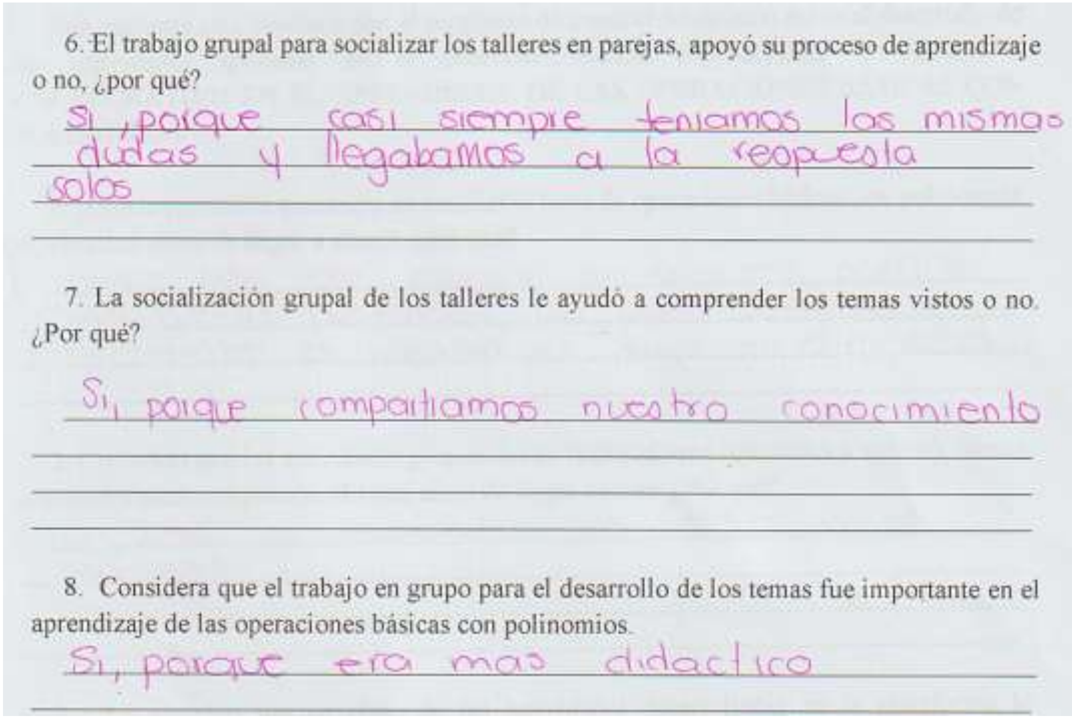
5. Considera que involucrar el juego free fire en las situaciones, facilitó la comprensión de los problemas planteados. Si, no ¿por qué?

Si porque es un nuebo metodo de aprendizaje y así estaba mas familiaricado con el juego

Figura 121. Respuestas para la categoría situaciones planteadas y uso del juego free fire de la encuesta aplicada.

Fuente: Encuesta estudiante 1.

En la tercera categoría se preguntó sobre el trabajo en grupo y la socialización grupal que se dio durante la aplicación de cada actividad, a lo cual todos los estudiantes coincidieron respondiendo que el trabajo en grupo les permitió aclarar dudas y comprender mejor lo que estaban haciendo, fuera de que cada integrante aportaba para solucionar las operaciones involucradas, llegando a la respuesta por sus propios medios, como escribió el estudiante E2 "Si, por que casi siempre teníamos las mismas dudas y llegábamos a la respuestas solos" (ver figura 122) o como justificó el estudiante E4 " Si, porque a veces mis compañeros comprendían el punto y facilitaban a desarrollarlo"; en cuanto a la socialización grupal los estudiantes estuvieron de acuerdo en que este espacio les permitió compartir sus conocimientos, aclarar dudas y corregir procesos, como escribió el estudiante E1 "si, porque de pronto a mí me quedó mal y a mi compañero le quedó bien y podíamos corregir" o el estudiante E3 " Si ya que me ayudó a obtener las soluciones de la manera correcta".



6. El trabajo grupal para socializar los talleres en parejas, apoyó su proceso de aprendizaje o no, ¿por qué?

Si, porque casi siempre teniamos los mismas dudas y llegabamos a la respuesta solos

7. La socialización grupal de los talleres le ayudó a comprender los temas vistos o no. ¿Por qué?

Si, porque compartiamos nuestro conocimiento

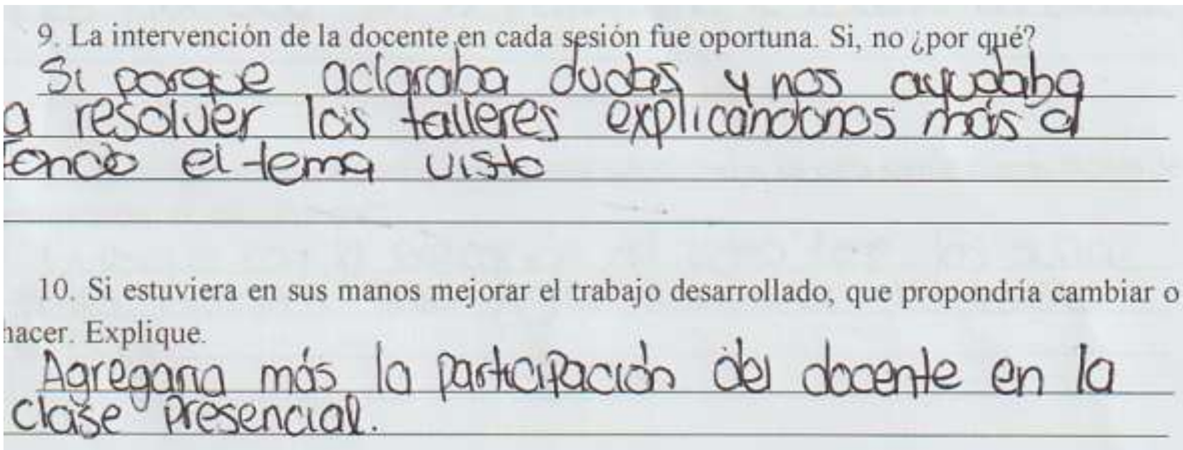
8. Considera que el trabajo en grupo para el desarrollo de los temas fue importante en el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios.

Si, porque era mas didactico

Figura 122. Respuestas para la categoría trabajo en grupo y la socialización grupal de la encuesta aplicada.

Fuente: Encuesta estudiante 2.

Finalmente en la categoría intervención del docente y sugerencias sobre el trabajo desarrollado, tres estudiantes contestaron que la intervención del docente era oportuna porque resolvía dudas y explicaba cosas importantes de los temas que se vieron, el estudiante E1 contestó “ Si porque al final habían cosas que no entendía y la docente explicaba”, sin embargo, el estudiante E2 justificó que la intervención de la docente no era oportuna escribiendo “ No, me hubiera gustado más intervención”, de igual modo como sugerencia los estudiantes escribieron que lo único que cambiarían sobre el trabajo desarrollado es más intervenciones de la docente, como escribió el estudiante E1 “ Para mi todo estuvo bien pero si pudiera cambiar algo pondría, que el docente explicara las cosas que no entendíamos antes del taller", el estudiante E4 contestó que no cambiaría nada porque a él todo le pareció bien.



9. La intervención de la docente en cada sesión fue oportuna. Si, no ¿por qué?

Si porque aclaraba dudas y nos ayudaba a resolver los talleres explicandonos más a fondo el tema visto

10. Si estuviera en sus manos mejorar el trabajo desarrollado, que propondría cambiar o hacer. Explique.

Agregaria más la participación del docente en la clase presencial.

Figura 123. Respuestas para la categoría intervención del docente y sugerencias sobre el trabajo desarrollado de la encuesta aplicada.

Fuente: Encuesta estudiante 3.

Conclusiones

Las conclusiones que se presentan provienen de un estudio de caso, específicamente del análisis de las actividades aplicadas y la metodología implementada durante las clases de matemáticas. Se considera que una de las conclusiones fundamentales, es que los estudiantes evaluaron su rol y lo importante de su participación durante el desarrollo de las clases. Del no esperar la clase tradicional centrada en el docente, sino en ellos.

Los resultados del estudio realizado muestran la buena disposición de los participantes en cumplir con los compromisos de la actividad, lo cual es producto del cambio de metodología que se dio para acercar y responsabilizar a los estudiantes de su propio aprendizaje, sin dejar de lado, que el uso de la plataforma y medios audiovisuales despertó la atención en ellos, pues no se había trabajado de esta manera. Evidenciando que involucrar al estudiante y dar espacios de reflexión y socialización permite mejorar la comunicación entre ellos, respetando sus puntos de vista y poniéndose de acuerdo para validar la actividad.

Conclusiones de acuerdo a cada objetivo.

A continuación, se presentan las principales conclusiones de acuerdo a cada objetivo propuesto en esta investigación.

En cuanto al primer objetivo se identificaron los conocimientos previos que tenían los estudiantes para abordar las operaciones básicas con polinomios enfocada a saber el dominio que tenía cada participante en la solución de las cuatro operaciones básicas en problemas aritméticos como la aplicación de las propiedades de la adición y multiplicación. donde se pudo evidenciar que los estudiantes que tuvieron mejor desempeño fueron los estudiantes E1 y E2 respecto a la apropiación para efectuar las operaciones, mientras que los estudiantes E3 y E4 mostraron dificultades al multiplicar y dividir polinomios, al igual que en la interpretación de algunos problemas. Por lo que al finalizar la prueba diagnóstica fue necesaria una explicación sobre algunas propiedades de las operaciones, como de la solución de algunas de ellas. Con la aplicación de esta prueba se pudo determinar que al grupo se le dificulta identificar la operación que deben utilizar para dar solución a una situación problema, lo cual se procuró fortalecer en la socialización de la prueba diagnóstica.

Al considerar las situaciones de la TSD de Brousseau (2007), para la aplicación de las actividades propuestas para mejorar el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios, fue innovador para los estudiantes la forma como se desarrollaron las clases, iniciando por la incorporación de la estrategia del aula invertida, permitiendo que los participantes adquirieran más responsabilidad en su rol como estudiantes en cuanto al compromiso de aprender y practicar un tema por sí solos, y así mismo, de buscar más información para complementar lo que estaban aprendiendo, siendo esto un punto de partida para las sesiones presenciales donde se presentó el trabajo colaborativo, en espacios que les permitió a los estudiantes aclarar y afianzar el tema que se estaba analizando en el momento. Lo anterior para el segundo objetivo propuesto.

Respecto al tema de adición y sustracción de polinomios se puede concluir que los estudiantes encontraron similitudes en cuanto al procedimiento que se debía seguir para solucionar dos o más polinomios, sin embrago, a los estudiantes E2 y E3 se les dificultó comprender que el signo de la operación afectaba a la segunda expresión, lo anterior para la resta de polinomios. Concluyendo que la clave para sumar y restar polinomios era tener en cuenta los términos semejantes, aunque esto no evitó que cometieran errores operando coeficientes o signos como se mostró en cada uno de los análisis de los talleres. Para la tercera actividad donde se desarrolló el tema de multiplicación de polinomios, se evidenció que los estudiantes tuvieron en cuenta la propiedad distributiva para operar, pero aun así cometieron errores aplicando propiedades para los exponentes de las variables cuando multiplicaban termino a término, aquí los estudiantes convinieron que se debía reducir términos semejantes como en la suma y resta de polinomios después de multiplicar, paso que los estudiantes E2 y E4 no realizaron en varios puntos del taller.

En la solución del taller de división, los estudiantes E3 y E4 mostraron un poco de dificultad al momento de dividir dos polinomios en cuanto al proceso de completarlo para solucionar la operación, observándose aquí errores también con los exponentes pues no los operaban. En la socialización grupal de este tema los estudiantes pudieron aclarar que el signo con el que entraba el término que daba de multiplicar el cociente con el divisor entraba opuesto por la resta que se estaba haciendo en el dividendo, como también que el procedimiento para dividir dos polinomios es diferente a operar un polinomio con un monomio. Respecto al uso de la interfaz de Free Fire para el planteamiento de los problemas de las operaciones trabajadas en los talleres, llamo la atención de los estudiantes pues estaban familiarizados, facilitando la comprensión de las situaciones propuestas pues la matemática estaba inmersa en circunstancias que transcurrían durante una partida.

Además de las cuatro actividades aplicadas, los resultados obtenidos se compararon con los de la prueba final que involucraba todas las operaciones y que además permitió que los estudiantes interactuaran con el juego y propusieran algunas situaciones, donde se resalta que los cuatro estudiantes lograron el objetivo de comprender y solucionar operaciones con polinomios, aunque los estudiantes E3 y E4 siguieron presentando errores en cuanto a signos lo cual se asocia a falencias que traían de años anteriores y que para los temas que se abarcaron repercutió dificultando el proceso. El espacio de interacción con el juego tenía como fin verificar de qué manera los estudiantes aplicaban los conocimientos vistos, donde se evidenciaron situaciones sencillas haciendo uso de conceptos de distancia, figuras geométricas y superficies, para plantear y aplicar las cuatro operaciones, asignando polinomios que se podían operar entre sí, teniendo en cuenta que hubiera términos semejantes para la adición y sustracción y que los coeficientes se pudieran efectuar sin problema.

Así mismo, es importante resaltar que las intervenciones hechas por la docente en cada uno de los temas fueron para corregir el uso de las propiedades de la potenciación, multiplicación y ley de signos, aspectos donde los estudiantes más se equivocaron, pues en cuanto a la naturaleza de cada operación los estudiantes tenían claro que se debía hacer, lo cual indica que las actividades asignadas para la situación acción, formulación y validación cumplieron su objetivo que fue facilitar el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios. Aunque se debe enfatizar que el momento más significativo para los estudiantes fue la socialización grupal, ya que podían participar y aclarar las dudas junto a sus compañeros, como lo manifestaron en la cuesta aplicada.

También se observó un avance significativo en el caso del estudiante E3 y E4 debido a que eran los estudiantes con el proceso más bajo en el área, fortaleciendo temas matemáticamente y sobresaliendo por las habilidades comunicativas en los espacios de socialización participando activamente en cada una de las sesiones. Los estudiantes E1 y E2 sobresalieron y fortalecieron sus habilidades matemáticas, mostrando mayor aceptación a la metodología aplicada. En cuanto a la estrategia implementada, es una forma innovadora de abordar un tema, pero se debe ser consiente que a pesar de que tuvo una buena aceptación en el grupo de estudiantes, se debe seguir con el proceso para llegar a aplicar y cumplir con todas las pautas de la teoría de las situaciones didácticas, y así tener un mejor aprovechamiento tanto de las sesiones presenciales como virtuales, de tal manera que todas las estrategias estén centradas en el aprendizaje del estudiante, con el objetivo de desarrollar sus habilidades y competencias.

Referencias

Andrade, E., & Chacón, E. (2018). Implicaciones teóricas y procedimentales de la clase invertida. *Pulso*, 251-267.

Avila, A. (2001). El maestro y el contrato en la teoría Brousseauniana. *Educación Matemática.*, *13*(3), 5-21.

Brousseau, G. (1999). Educación y didactica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 5-38.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Calderón, R. (2018). *Aula Invertida: Una estrategia para la enseñanza de funciones (Tesis de maestría).* Tunja: Recuperado del repositorio de la Universidad Pedagogíca y Tecnológica de Colombia UPTC: http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/2986.

Capcha Llacta, J. W. (2016). *Estrategias didacticas en el aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la institución educativa República Federal de Alemania, Lima 2016.* República Federal de Alemania, Lima 2016.

Castillo, J., Soberanes, A., & Peña, A. (2016). Aprendizaje matemático mediante aplicaciones tecnológicas en un enfoque de gamificación. *Revista Iberoamericana de producción académica y gestión educativa.*(4).

Chavarría, J. (2006). Teoría de las Situaciones Didácticas. *Cuaderno de investigación y Formación en Educación Matemática.*, 1-10.

D´Amore, B., & Fandiño, M. (2002). Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica". *Educación Matemática., 14*(1), 48-61.

Edo, Mercé, Deulofeu, & Jordi. (2006). Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos. *Investigación Didáctica*, 257-268.

Gairín, J. (1990). Efectos de la utilización de Juegos Educativos en la Enseñanza de las Matemáticas. *Educar*, 105-118.

Gamboa, M., & Feria, D. (2015). Alternativa didáctica para la divisiín esntera de polinomios. *Boletín virtual, 4*(8), 54-78.

Guerrero, D. M. (2011). *Incidencia Motivacional de las estrategias metodológicas aplicadas en la enseñanza de las esxpresiones algebraicas, en octavo grado, en un colegio de caracter oficial de Manizales* . Manizales: Universidad Nacional de Colombia.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodológia de la Investigación.* Mexico: Mc Grand Gill Educación.

Joya, S. (2016). *El contrato didáctico y las práctica comunicativas en el Aula de Matemáticas.* Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Leguizamón, J. (2017). *Evolución de los patrones de interacción comunicativa de los docentes de matemáticas caso UPTC.* Tunja.

Leguizamón, J., Jiménez, A., & Suárez, P. (1999). Generalización al teorema del binomio de Newton. *Educación y ciencia*, 63-70. doi:01207105

Lopéz, W. (2013). El estudio de caso: Una vertiente para la investigación educativa. *educere, 17*(56), 139-144.

Marín , F. E. (2015). *La UDPROCO como mediación pedagógica para la enseñanza y el Aprendizaje de las operaciones Algebraicas Fundamentales en Grado Octavo desde la perspectiva de la educación matemática crítica.* Manizales.

Martínez, W., Esquivel, I., & Martínez, J. (2014). Aula Invertida o Modelo Invertido de Aprendizaje: Origen, sustento e implicaciones. *ResearchGate*, 143-160.

Mendoza, V. (2015). Una guía para la elaboración de estudios de casos. *Razón y Palabra, Primera Revista electrónica en America Latina especializada en comunicación.* doi:10.13140/RG.2.1.4593.6082

Monje, C. (2011). *Metodológia de la investigación cuantitativa y cualitativa.* Neiva-Colombia.

Mora, B., & Hernández, C. (2017). Las Aulas Invertidas: Una Estrategia para Enseñar y otra forma de aprender física. 43-51.

Muñiz, L., Alonso , P., & Rodríguez, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: Estudio de una experiencia innovadora. *UNIÓN Revista Iberoamricana de Educación Matemática*, 19-33.

Muñoz, J., Hans, J., & Fernández, A. (2019). Gamificación en matemáticas, ¿un nuevo enfoque o una nueva palabra? *Épsilon, revista de educación matemática*(101), 29-45. doi:2340-714X

Olaizola, A. (2014). *La Clase Invertida: Usar las TIC para " DAR VUELTA" a la clase.* Buenos Aires, Argentina: Facultad de Diseño y comunicación- UNiversidad de Palermo.

Ortiz, A. (2005). *Historia de la Matemática*. Lima-Perú.

Otero, A. (2018). *Enfoques de investigación.*

Panizza, M. (Sin fecha). *Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas.*

Pérez, L. L. (2017). *Estrategia Didactica que Contribuya al Aprendizaje de la Propiedad Distributiva en Operaciones con Expresiones Algebrsicas.* Medellín.

Puig, L. (2003). Historia de las ideas algebraicas: Componentes y preguntas de investigación desde el punto de vista de la matemática educativa. *Investigación en educación matemática : séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* , 97-108.

Ramírez, M. (2009). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas, de Guy Brousseau. *Educación Matemática., 21*(2). doi:ISSN 1665-5826

Revelo, O., Collazos, C., & Jiménez, J. (2017). El trabajo Colaborativo como estrategia didáctica para la enseñanza7aprendizaje de la programación: una revisión sistemática de literatura. *TecnoLógias*, 2017.

Sadovsky, P. (s.f.). La teoría de las situaciones didacticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. 1-25.

Sureda, D., & Ponce de León, C. (2014). Capacitación docente en matemática en el nivel primario. El contrato didáctico: Un estudio de caso. *Perspectiva educacional, formación de profesores, 57*(3), 68-90.

Torres, L., Valoyes, E., & Malagón , R. (2002). Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación al álgebra escolar. *Revista EMA, 7*(2), 227-246.

Trigueros, Reyes, Ursini, & Quintero. (1996). Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto d evariable en el Álgebra. *Enseñanza de las Ciencias Revista Investigación y Experiencias Didácticas*, 351-363.

Urbano, M. C. (2011). Experiencias Docentes Estrategia didáctica lúdica basada en el computador para enseñar de polinomios en segundo año de educación básica. *Revista de Investigación Pensamiento Matemático*, 21.

Vacca, A. (9 de Julio de 2019a). *Suma de polinomios*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=EQQPXGQKPSs&t=10s

Vacca, A. (10 de Julio de 2019b). *Resta de polinomios*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=1LzoePGkrOU&t=85s

Vacca, A. (10 de Julio de 2019c). *Multiplicación de polinomios*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=zpl-hEHB-J4

Vacca, A. (11 de Julio de 2019d). *División de polinomios*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=7m3gV-RDRZM&t=3s

Vidal, R. (Sin fecha). *Didáctica de las matemáticas y la teoría de las situaciones.*

Zañartu, L. (2011). Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de diálogo interpersonal y en red. *Revista digital de educación y nuevas tecnologías.*, 1-12.

Anexos

Anexo 1. Contrato didáctico.

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Colegio Gimnasio Cambridge

Maestría en Educación Matemática

Contrato Didáctico

El presente contrato tiene como propósito, comunicar y establecer, los compromisos y responsabilidades que el estudiante y docente deben tener para el desarrollo de la investigación "AULA INVERTIDA Y TRABAJO COLABORATIVO EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON POLINOMIOS", con el objetivo de promover autonomía e incrementar la motivación e implicación del estudiante en su propio aprendizaje.

Compromisos del estudiante:

1. Ingresar, resolver y enviar las actividades propuestas en la plataforma Santillana correspondientes al estudio, según se establezca.
2. Efectuar y presentar las actividades en el cuaderno, sin incurrir en fraude o copia.
3. Participar en la solución de las guías de trabajo presentadas en clase de forma ordenada, responsable y autónoma.
4. Participar activamente en la socialización de las actividades propuestas en la plataforma y en clase.
5. Informar cualquier inconveniente que impida cumplir con las actividades propuestas.
6. Participar en los grupos de trabajo favoreciendo la integración, el trabajo colaborativo y compañerismo.
7. Completar las tareas en caso de ausencia.
8. Cumplir con los tiempos establecidos para cada actividad.
9. Colaborar con el clima de trabajo y el orden del salón.
10. Usar un vocabulario adecuado en las sesiones de trabajo.

Compromisos del docente:

1. Informar al estudiante el objetivo de la sesión, con descripción detallada de la metodología a seguir en la investigación.
2. Informar sobre los resultados de las actividades a realizar durante la investigación.
3. Intervenir en la institucionalización del conocimiento.
4. Enviar las actividades de la plataforma en las fechas establecidas.
5. Estar abierto al diálogo, escuchar inquietudes y responder dudas si es necesario.
6. Mantener la relación de respeto docente-estudiante, estudiante-estudiante.

Con la firma del presente contrato didáctico, estoy de acuerdo y tengo conocimiento de los compromisos adquiridos y nombrados anteriormente.

Nombre del docente: **Fecha**: _______________

____

c.c.

____

Nombre del estudiante	Documento de identidad
__________________________	__________________________
__________________________	__________________________
__________________________	__________________________
__________________________	__________________________
__________________________	__________________________
__________________________	__________________________

Anexo 2. Prueba diagnóstica Free Fire Retando tus Conocimientos.

NOMBRE: _______________________________ GRADO: ________ DATE: _________

Objetivo 1. Aplicar las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en la solución de situaciones problema.

Objetivo 2. Identifica propiedades de las figuras geométricas como el perímetro y área aplicando las operaciones básicas en el cálculo de estas.

1. Efectúa las operaciones y determina si la igualdad es verdadera o falsa.
   a. $(4561 + 3269) + 0 = (0 + 4561) + 3269$
   b. $(2345 - 1245) - 700 = 2345 - (1245 - 700)$
   c. $(21 \times 13) \times 7 = 21 \times (13 \times 7)$
   d. $345 \div (100 \div 25) = (345 \div 100) \div 25$

2. María practica clavados y entrena en un complejo que tiene varios trampolines a diferentes alturas. Siempre que salta de un trampolín, al caer en el agua alcanza una profundidad equivalente a la mitad de la altura a la que se encuentra el trampolín. Cada trampolín está separado tres metros uno del otro y el primero está ubicado tres metros sobre el nivel del agua.
   a. Si maría salta del cuarto trampolín, ¿Qué profundidad alcanza en el agua?
   b. María salta de un trampolín y se sumerge en el agua 6 metros. ¿A qué altura está el trampolín del que saltó?

c. Si los trampolines estuvieran separados dos metros entre sí, ¿de cuál trampolín debe saltar para alcanzar una profundidad de 8 metros en el agua?

Lee la siguiente situación y resuelve:

3. El jugador 2 y 3 deben llegar al punto señalado en el mapa de color verde dentro de la zona segura para poder ganar la partida, ¿Qué distancia debe recorrer el jugador 2 para llegar al punto señalado si el triángulo que se forma entre los dos jugadores y el punto de llegada tiene un perímetro de 120 metros?

4. El jugador señalado en el juego con el punto azul, se encuentra dentro de la zona segura como se observa en el mapa, esta zona tiene un área de $36\pi\ m^2$ que el jugador puede aprovechar para moverse y tratar de ganar la partida. El radar del juego muestra el dron

que señala el lugar donde están concentrados la gran mayoría de jugadores, la cual está cubriendo parte de la zona segura, ¿Qué área de la zona segura tiene el jugador para moverse sin perder la vida?

5. El jugador 2 y 4 desean llegar al punto verde señalado dentro de la zona segura en el mapa, para esto han decidido hacer recorridos de 23 metros y descansar para recoger municiones y sanar las heridas si es necesario, ¿cuántos intervalos alcanzan a hacer durante todo el camino?

6. Los cuatro jugadores deben llegar al punto azul indicado en el mapa para recargar municiones, y después empezar el recorrido al punto verde, rojo y amarillo señalados en el mapa, hasta llegar al punto azul de nuevo. Si se desplazan 1200 m, y el trayecto entre Riverside y Katulistiwa realizado es la octava parte del recorrido, y el trayecto Katulistiwa y Pochinok es las dos quintas partes, el cual realizaron en moto, y el trayecto entre Pochinok y Cape town es tres séptimos del recorrido. ¿cuantos metros recorrieron entre Cape town y Riverside?

7. En el mapa se muestra el recorrido que deben realizar los jugadores desde el observatory hasta la isla de Sentosa, que se encuentra en los límites del área segura.

Según el mapa, es correcto afirmar que:

a. La distancia del recorrido es 300 km.

b. El recorrido entre el observatory y el límite del área segura es mayor que el recorrido entre el punto amarillo y el punto azul.

c. El recorrido entre el punto amarillo y Pochinok es mayor que el recorrido entre el observatory y el punto amarillo.

d. La diferencia entre punto amarillo y Pochinok, y Pochinok y el punto azul es de 60 km.

El jugador 2 decide devolverse y llegar al observatory, pero antes quiere saber cuántos kilómetros va a recorrer, para ello duplica la longitud de cada tramo. La distancia total recorrida es:

a. 500 km
b. 810 km
c. 553 km
d. 552 km

Anexo 3. Taller Adding Polynomials with Free Fire.

NOMBRE: ___________________________GRADO: _______DATE: _______

Los jugadores deben tener en cuenta las siguientes situaciones para poder ganar la partida de hoy.

1. Los jugadores 2 y 3 deben llegar al punto verde señalado en el mapa, al observar el radar se dan cuenta que las posiciones en las que están respecto al punto de llegada forma un triángulo, el cual deciden delimitar sabiendo que las distancias entre ellos corresponden a las expresiones dadas.

a. Proponga una operación que permita determinar la expresión que representa el perímetro del triángulo y desarróllela.

b. Si $x = 4$, ¿cuántos metros recorre cada jugador desde el punto donde se encuentra?

2. El jugador 1 y 4 deben llegar a la Factory señalada en el mapa para no perder la partida siguiendo el camino en color azul, para esto deben ingresar a la zona segura delimitada por la circunferencia blanca, si se encuentran a $3x^3 - 5x^2 + x - 1\ m$ de ésta, y desde el límite de la zona hasta la Factory hay $2x^4 + x^3 - 2x + 4\ m$.

   a. ¿Qué operación deben realizar los jugadores para saber cuántos metros van a recorrer en total? Por qué.
   b. ¿Cuál es el polinomio que permite determinar la distancia total recorrida por los jugadores?

3. El jugador debe realizar los siguientes recorridos para recargar municiones y completar su misión de encontrar un artefacto de protección. Para esto debe recorrer el área limitada. A continuación, se muestran en el mapa los artefactos a buscar, las zonas y la expresión que representa el área de cada una.

Si el jugador recorre toda la **zona 1** para encontrar el botiquín, y después pasa a la **zona 2** la cual tuvo que transitar en su totalidad para hallar la pistola de curación.

a. ¿Qué operación debe realizar para encontrar el área de las zonas transitadas? Justifique su respuesta.
b. ¿Cuál es el polinomio que determina esta área?
c. ¿Qué expresión algebraica representa el área que cubre las tres zonas señaladas del área total de la isla?

4. En esta ocasión el jugador debe llegar al punto azul dentro de la zona segura, para esto debe salir de la isla Moathouse, esto lo hace por cable vuelo que cubre una distancia de

$3x^2y - 9xy^2 + 2y^2 + 14\ metros$ hasta el aterrizaje, y después transitar hasta el punto de llegada.

a. ¿Qué operación se debe realizar para determinar la distancia que recorre el avatar desde la isla hasta el punto de llegada?

b. ¿Qué expresión algebraica representa la distancia recorrida por el avatar, si el trayecto representado por la línea azul es la señalada en el mapa?

c. Si $x = 2$ y $y = 3$, ¿qué distancia recorre el avatar durante el recorrido?

Anexo 4. Taller Subtracting Polynomials with Free Fire.

NOMBRE: ___________________GRADO: _______DATE: _______

Ayude a los jugadores a completar sus misiones y así ganar la partida.

1. El jugador debe realizar los siguientes recorridos para recargar municiones y completar su misión de encontrar un artefacto de protección. Para esto debe recorrer el área limitada. A continuación, se muestra en el mapa los artefactos a buscar, las zonas y la expresión que representa el área de cada una.

Si el jugador recorre $3ab + \frac{3}{4}x\ m^2$ de área de la **zona 1** para encontrar el botiquín, y después pasa a la **zona 2** la cual tuvo que transitar $\frac{5}{2}\ ab - 2x + b\ m^2$ para hallar la pistola de curación y $\frac{2}{3}ab + 2b - \frac{1}{2}x\ m^2$ del área de la **zona 3** para encontrar el chaleco y el casco con radar.

a. ¿Qué expresión algebraica representa el área que el jugador no recorrió?

b. ¿Cuál es el polinomio que determina el área que el avatar recorrió? Escriba primero el procedimiento que va realizar y después solucione.

2. Los jugadores 1 y 3 desean llegar al cofre del tesoro marcado en el mapa dentro de los límites de la zona segura, durante su trayecto aparece la zona de peligro o DANGER marcado con el círculo rojo en el mapa, si la zona segura tiene un área de $2x^2 + 5y^2 - 4xy + 8x - 2y + 1\ m^2$ y el área de la zona DANGER es $x^2 + 2xy - 5\ m^2$.
    a. ¿Qué área de la zona segura tienen los jugadores para seguir con su recorrido?
    b. Después de un tiempo la zona segura se reduce y parte de la zona DANGER queda por fuera de ella, si hay $\frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{2}xy - 2\ m^2$ de la zona Danger dentro de la zona segura, ¿Qué área de la zona DANGER está fuera de la zona segura?

3. Los jugadores señalados en el mapa deben llegar al área segura para lograr ganar la partida, al observar el radar les muestra la superficie que cubre en total $9x^3 - x^2 + 9x\ m^2$, adicionalmente, les da el área que limita la zona segura que encierra $-12x^3 + 9x^2 - 6x\, m^2$. Si ellos quisieran saber cuánto terreno incluyendo el mar está fuera de la zona segura.

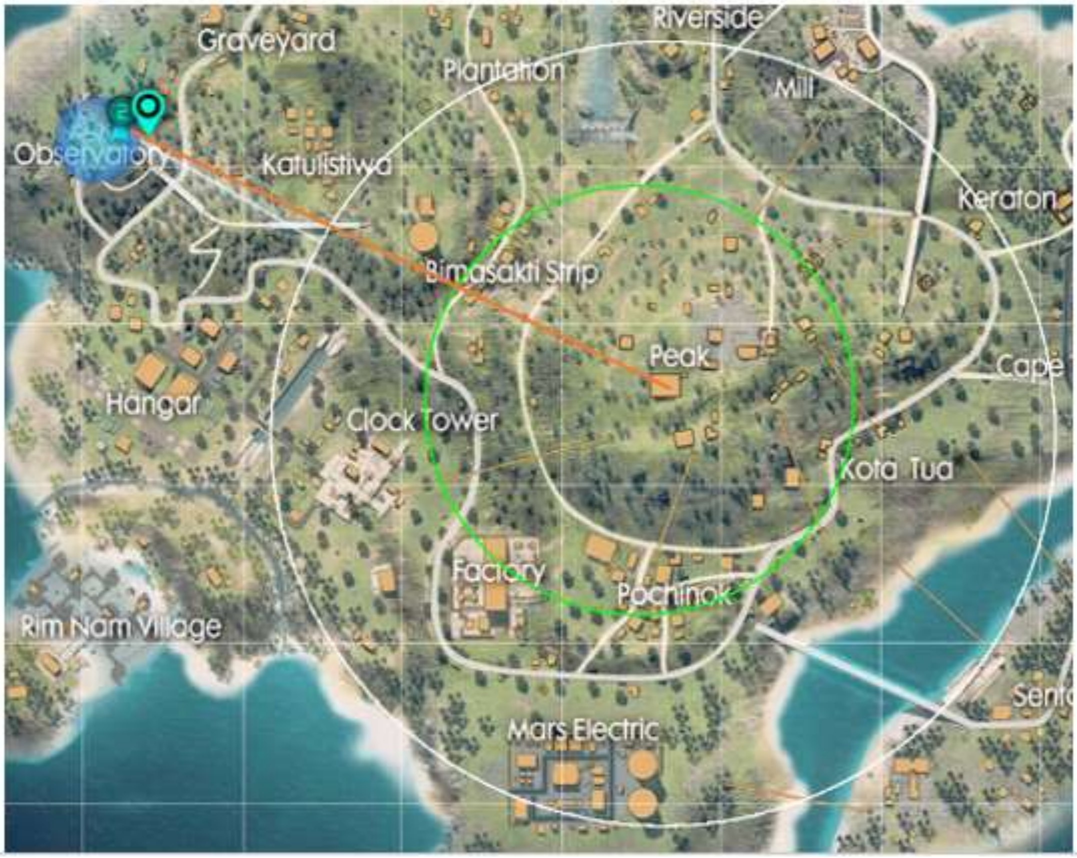
   a. ¿Qué operación deben realizar? ¿Por qué?

   b. Determine la expresión que representa dicha superficie.

4. Los jugadores 1 y 2 deben llegar a Peak, dentro de la zona segura, siguiendo el camino trazado en naranja, si del Observatory a Peak hay $\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{4}mn + 230$ metros de distancia, y del límite de la zona segura hasta Peak hay $m^2 + \frac{1}{2}mn$ metros de distancia.

a. ¿Qué polinomio representa la distancia recorrida desde el Observatory hasta el límite de la zona segura?

b. Si $m = 6$ y $n = 4$ ¿Qué distancia recorrieron en total?



Después de solucionar las situaciones reúnase con un compañero y socialice los resultados obtenidos.

Anexo 5. Taller Multiplying Polynomials with Free Fire.

NOMBRE: ___________________GRADO: _______DATE: _______

En esta tercera misión, analice cada situación y ayude a los jugadores a ganar la partida.

1. El jugador 1 y 2 se encuentran en Cape Town dentro de la zona segura, y deben llegar a los puntos señalados en el mapa para recargar municiones los cuales se encuentran a las distancias indicadas en el mapa, si al delimitar el recorrido se dan cuenta que forma un triángulo rectángulo al unir los tres puntos.

   a. ¿cuál es el polinomio que representa el área que encierra el triángulo?

   b. Si el triángulo que se forma en el mapa tiene un perímetro de $\frac{1}{2}x^3 + 5x^2 - 7x + 9$, ¿Qué distancia debe recorrer el jugador 1 que se encuentra en el punto amarillo para llegar al punto azul?

2. El jugador quiere saber qué capacidad tienen las cajas de madera para guardar sus municiones, si las dimensiones son las que se indican en la imagen.
   a. Describa el proceso que debe realizar el jugador para encontrar la capacidad de las cajas.
   b. Determine la expresión algebraica que representa el volumen de una caja y el volumen de las dos cajas.

3. El jugador debe proteger las municiones que están en la casa que se encuentra dentro del terreno que encierra el muro de ladrillos en forma rectangular. Si tiene que estar rodeándola y el muro tiene las dimensiones indicadas en la imagen.

a. ¿Cuál es el polinomio que representa el área que encierra el muro de ladrillo?

b. Si la casa ocupa un área de $4x^2y + 24x + 12\ m^2$ ¿cuál es la expresión algebraica que representa el área que el jugador puede caminar dentro del muro de ladrillos?

4. El jugador quiere liberar las toxinas que se encuentran en el tanque cilíndrico, pero antes quiere saber qué capacidad tiene para determinar si es suficiente para hacerlo explotar o no y así ganar la partida. Si las dimensiones son las que se encuentran señaladas en la imagen. ¿cuál es el polinomio que representa el volumen del tanque cilíndrico?

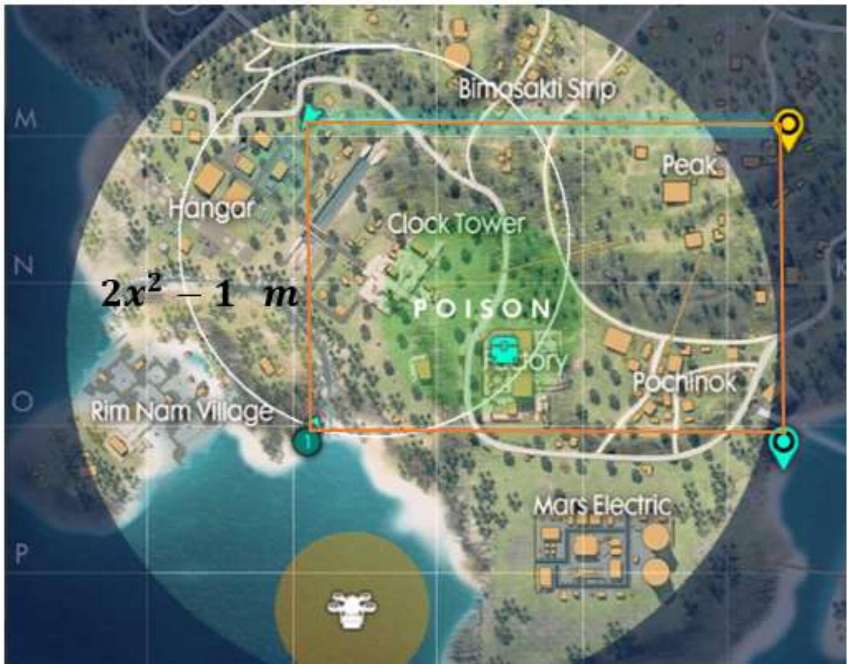
Después de solucionar las situaciones reúnase con un compañero y socialice los resultados obtenidos.

Anexo 6. Taller Dividing Polynomials with Free Fire.

NOMBRE: ___________________GRADO: _______DATE: _______

En este juego, ayude a los jugadores a completar la misión y así consagrarse como un ganador.

1. Los jugadores 1 y 2 deben llegar a los puntos señalados en el mapa. Al ver en el radar las posiciones de los jugadores respecto a los puntos amarillo y azul, éstos encierran un terreno en forma rectangular, el cual cubre un área de $2x^5 + x^3 + 4x^2 + x - 2 \ \ m^2$.
    a. Describa que debe hacer el jugador 1 y 2 para saber que distancia debe recorrer hasta el punto azul.
    b. Represente mediante un polinomio la distancia que debe recorrer el jugador 1 hasta el punto azul.



2. El jugador quiere resguardarse en la casa para poder sanarse y así poder seguir en la partida, sin embargo, quiere saber si es posible que no le disparen por la ventana, así que debe averiguar las dimensiones del largo de la casa, sabiendo que el radar le indica que tiene un volumen de $6x^3 - 5x^2 - 17x + 6 \quad m^3$.

3. El jugador 1 que se encuentra haciendo el recorrido en el carro, debe llegar al punto rojo señalado en el mapa; si hay una distancia entre él y el punto de $25x^3y^5 + 15x^2y^4 - 5x^3$ metros y tarda en llegar $5x^2y^4$ segundos.

a. ¿Determine la expresión que representa la velocidad que lleva el carro?
b. Después de llegar al punto rojo el jugador 1, sigue el recorrido hasta el punto verde, el cual se encuentra a una distancia de $19x^2y^4 - 18x^3y^5 + 6xy^7$ metros, tardando $3xy$ segundos. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la velocidad a la que iba el jugador en el carro?
c. ¿Represente mediante un polinomio la distancia total recorrida por el jugador 1 en el auto?

4. El jugador debe llegar al centro de la zona segura y para esto utiliza el cable vuelo, el cual recorre una distancia de $15x^2 + 7x - 20$ metros a una velocidad de $3x + 5\ \frac{m}{s}$.

a. Determine el polinomio que representa el tiempo que tardo el jugador en hacer el recorrido en el cable vuelo.

b. Si $x = 3$, ¿cuánto tiempo duró el recorrido en el cable vuelo?

Después de solucionar las situaciones reúnase con un compañero y socialice los resultados obtenidos.

Anexo 7. Taller Free Fire algebraic polynomials.

Nombre: ______________________ Grado: ____ Fecha: ________

1. El jugador señalado en el mapa con la flecha azul, debe desplazarse hasta el caserío de Clook Tower dentro de la zona segura, si del lugar donde se encuentra a Peak hay una distancia de $7a - 4b + 5c\ m$ y de Peak a Clock Tower hay $9a - 3b + 7c\ m.$ ¿Cuál es la distancia total que debe recorrer el jugador?

2. Los jugadores 1 y 2 deben llegar al punto seleccionado de color amarillo dentro de la zona segura que se muestra en el mapa para lograr sobrevivir a la partida, para esto han decidido utilizar la estrategia de juego donde uno de los dos jugadores se adelanta como defensa del otro compañero. Como se muestra en el mapa.

El jugador 1 ubicado en el caserío Pochinok se encuentra a una distancia de $45x + 12x^2 + 15x^3\ m$ de la Factory donde está su compañero (jugador 2), si la distancia que muestra el recorrido total en el mapa es de $120x\ + 50x^2 + 65x^3\ m$, ¿ Qué distancia queda por recorrer desde el lugar donde se encuentra el jugador 2 hasta el punto de llegada?

a. Escriba que operaciones utilizaría para solucionar la situación.

b. Desarrolle la operación que propuso inicialmente y de solución a la pregunta.

3. El jugador 2 debe cruzar por la zona de peligro representada en color rojo, esta área en el juego señala que hay más posibilidad de caer y perder la partida si se cruza por ella. Si la distancia que hay entre pochinok y la factory cabe dos veces desde el punto de llegada al extremo de la zona de peligro.
    a. ¿Qué operación se tendría que hacer para encontrar la distancia que se debe recorrer la zona de peligro?
    b. ¿Cuál es el polinomio que representa la distancia que debe recorrer el jugador 2 por la zona de peligro?, **tenga en cuenta la información del punto 2.**
    c. ¿Es necesario que los jugadores pasen por la zona de peligro?, ¿Por qué?

4. El jugador señalado en el mapa aterriza en el área azul donde hay mejor botín, el jugador quiere saber cuál es el polinomio que representa el área que cubre esta zona en el mapa teniendo en cuenta que el radar arroja el siguiente dato.

5. El jugador se encuentra dentro de la zona segura delineada en blanco, y para ganar la partida debe tener cuidado de las zonas señaladas en el mapa, si sabe que el área de la zona azul es de $\frac{16}{9}w^2y^{12} + 25y^4 - 2wy^8\ \pi\ m^2$ es y la zona amarilla tiene un radio de $6wy^6 + 2y^2\ m$ y la zona Danger tiene un área de $7wy^8 + w^5y^6 + w^8 - 3\ \pi\ m^2$. ¿Qué área dentro de la zona segura tiene el jugador para desplazarse y seguir jugando?

Al terminar los ejercicios reúnase con un compañero e ingresen al juego Free Fire y realicen la actividad del punto 6.

6. Para finalizar la partida interactúa en el juego y cumple con cada uno de los objetivos.

- ✓ Ingresar a jugar modo **dúo** y seleccionen la isla **Purgatorio** modo clásico.

- ✓ Cuando estén en el juego y vayan en el avión, van a señalar el tesoro para que aparezca en el mapa.
- ✓ Al jugar van a registrar las distancias a las que se encuentran cada uno y van a proponer una situación de tal manera que se encuentre involucradas las 4 operaciones con polinomios y temas vistos en clase, pueden hacer uso de los elementos que tiene el juego. El objetivo es llegar al tesoro.

Anexo 8. Encuesta de opinión.

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Colegio Gimnasio Cambridge

Maestría en Educación Matemática

Nombre: ____________________________Grado: _________ Fecha: __________

Esta encuesta está diseñada con el propósito de conocer su opinión sobre el desarrollo de las actividades aplicadas en el proyecto “AULA INVERTIDA Y TRABAJO COLABORATIVO EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON POLINOMIOS”.

1. ¿Qué le pareció la estrategia de estudiar el tema de operaciones básicas con polinomios algebraicos antes de llegar a clase?, ¿por qué?

____
____
____
____

2. Considera que las actividades propuestas en la plataforma (ejercicios y videos), fueron adecuados para comprender el tema antes de llegar a clase. ¿Por qué?

____
____
____
____

3. La socialización en clase de las actividades desarrolladas en la plataforma le permitieron aclarar los temas vistos.

____
____

____
____

4. Las situaciones planteadas en los talleres solucionados en cada sesión fueron fáciles de comprender. Si, no, ¿Por qué?

____
____
____
____

5. Considera que involucrar el juego free fire en las situaciones, facilitó la comprensión de los problemas planteados. Si, no ¿por qué?

____
____
____
____

6. El trabajo grupal para socializar los talleres en parejas, apoyó su proceso de aprendizaje o no, ¿por qué?

____
____
____
____

7. La socialización grupal de los talleres le ayudó a comprender los temas vistos o no. ¿Por qué?

____
____
____
____

8. Considera que el trabajo en grupo para el desarrollo de los temas fue importante en el aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios.

9. La intervención de la docente en cada sesión fue oportuna. Si, no ¿por qué?

10. Si estuviera en sus manos mejorar el trabajo desarrollado, que propondría cambiar o hacer. Explique.