

**FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN
EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO, INCLUIDO UN ESTUDIANTE CON
DIAGNOSTICO TDAH.**

**PRESENTADO POR:
ANGELA MARCELA VELANDIA CARREÑO**



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
TUNJA
2021**

**FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN
ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO, INCLUIDO UN ESTUDIANTE CON
DIAGNOSTICO TDAH.**

ANGELA MARCELA VELANDIA CARREÑO

Trabajo de grado, requisito parcial para optar al título de Magíster en Educación Matemática.

Doctor Ph.D. JOSE FRANCISCO LEGUIZAMÓN ROMERO.



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
TUNJA
2021**

Tabla de Contenido

Resumen	1
Abstract	2
Introducción	3
Planteamiento del Problema	6
Descripción del problema	6
Formulación de la pregunta	10
Justificación	11
Objetivos	14
Objetivo General	14
Objetivos Específicos	14
Marco Referencial	15
Antecedentes	15
Antecedentes Internacionales	15
Antecedentes Nacionales	17
Antecedentes regionales	20
Marco Teórico	21
Teoría de las Representaciones semióticas	21

Formación, tratamiento y conversión.	23
Criterios de congruencia entre los registros de representación.	26
Didáctica.....	27
Didáctica de las matemáticas.....	28
Situación didáctica.....	29
Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas.....	30
Marco conceptual	31
Objeto y objetos matemáticos.....	31
Concepto en matemáticas.....	31
Aspectos relevantes en la construcción de la definición de función a través de la historia	32
La antigüedad.....	32
Edad Media.....	33
Edad Moderna.....	33
Elementos de función.....	35
Representaciones de las funciones.....	36
Definición de función.....	37
Trastorno por déficit de atención con hiperactividad (TDAH)	37
Historia del TDAH.....	37
Características del TDAH.....	39
Modelos explican el TDAH.....	40

Diagnóstico de TDAH	40
Dificultades de aprendizaje en matemáticas	42
Marco legal	44
Metodología	45
Unidad de análisis.....	46
Instrumentos de recolección de datos.	47
Análisis y resultados	49
Análisis Prueba diagnóstica.....	49
Actividad 1, Situación geométrica.....	65
Actividad 2, Situación geométrica.....	76
Actividad 3, Situación geométrica.....	86
Actividad 4, Situación experimental.	93
Actividad 6, Situación verbal.	101
Prueba final.....	107
Conclusiones	118
Bibliografía	120
Anexos	128
Anexos 1: Consentimiento informado.....	128
Anexos 2: Prueba diagnóstica.....	129

Anexos 3: Actividad 1.....	133
Anexos 4: Actividad 2.....	135
Anexos 5: Actividad 3.....	139
Anexos 6: Actividad 4.....	141
Anexos 7: Actividad 5.....	144
Anexos 8: Actividad 6.....	147
Anexos 9: Prueba final.....	150

Lista de figuras

Figura 1. Ejemplo de tratamiento y conversión..	23
Figura 2. Procesos cognitivos fundamentales.	24
Figura 3. Construcción del concepto en matemáticas.	31
Figura 4. Evolución del concepto de función edad antigua.	33
Figura 5. Respuesta del estudiante E1, respuesta 1 de la prueba diagnóstica.	50
Figura 6. Respuesta del estudiante E5, respuesta 1 de la prueba diagnóstica.	50
Figura 7. Respuesta del estudiante E13, respuesta 1 de la prueba diagnóstica.	51
Figura 8. Respuesta del estudiante E1, respuesta 2 de la prueba diagnóstica.	52
Figura 9. Respuesta del estudiante E6, respuesta 2 de la prueba diagnóstica.	52
Figura 10. Respuesta del estudiante E16, de la respuesta 2 de la prueba diagnóstica.	53
Figura 11. Respuesta del estudiante E3, de la respuesta 3 de la prueba diagnóstica.	54
Figura 12. Respuesta del estudiante E6, de la respuesta 3 de la prueba diagnóstica.	55
Figura 13. Respuesta del estudiante E1, de la respuesta 4 de la prueba diagnóstica.	56
Figura 14. Respuesta del estudiante E12, de la respuesta 4 de la prueba diagnóstica.	57
Figura 15. Respuesta del estudiante E1 a la respuesta 5 de la prueba diagnóstica.	58
Figura 16. Respuesta del estudiante E13 a la respuesta 6 de la diagnóstica.	59

Figura 17. Respuesta del estudiante E21 a la respuesta 6 de la diagnóstica.	60
Figura 18. Respuesta del estudiante E1 a la respuesta 7 de la diagnóstica.	61
Figura 19. Respuesta del estudiante E11 a la respuesta 7 de la diagnóstica.	62
Figura 20. Resultados de la prueba diagnóstica. Elaboración propia.....	63
Figura 20. Conversión del estudiante E1, Actividad 1.....	68
Figura 21. Conversión del estudiante E1, Actividad 1.....	69
Figura 22. Conversión del estudiante E1 Actividad 1.....	70
Figura 23. Conversión del estudiante E2 Actividad 1.....	72
Figura 24. Conversión del estudiante E2 Actividad 1.....	73
Figura 25. Conversión del estudiante E2 Actividad 1.....	73
Figura 26. Resultados análisis de la actividad 1. Elaboración propia.	74
Figura 27. Conversión del estudiante E1 Actividad 2.....	78
Figura 28 Conversión del estudiante E1 Actividad 2.....	79
Figura 29. Conversión del estudiante E1 Actividad 2.....	80
Figura 30. Conversión del estudiante E2 Actividad 2.....	81
Figura 31. Conversión del estudiante E2 Actividad 2.....	82
Figura 32. Conversión del estudiante E2 Actividad 2.....	83

Figura 33. Conversión del estudiante E4 Actividad 2.....	84
Figura 34. Resultados análisis de la actividad 2. Elaboración propia.....	85
Figura 35. Conversión del estudiante E1 Actividad 3.....	88
Figura 36: Conversión del estudiante E1 Actividad 3.	89
Figura 37: Conversión del estudiante E1 Actividad 3.	90
Figura 38: Conversión del estudiante E1 Actividad 3.	91
Figura 39. Resultados análisis de la actividad 3. Elaboración propia.....	92
Figura 40: Conversión del estudiante E2 Actividad 4.	95
Figura 41: Conversión del estudiante E2 Actividad 4.	96
Figura 42. Resultados análisis de la actividad 4. Elaboración propia.....	96
Figura 43: Conversión del estudiante E4 Actividad 5.	100
Figura 44: Conversión del estudiante E4 Actividad 5.	101
Figura 45: tratamiento dentro del registro algebraico E2 Actividad 6.....	103
Figura 46: Conversión del estudiante E1 Actividad 6.	104
Figura 47: Conversión del estudiante E1 Actividad 6.	105
Figura 48: Conversión del estudiante E2 Actividad 6.	105
Figura 49. Resultados análisis de la actividad 4. Elaboración propia.....	106

Figura 50. Respuesta del estudiante E2 y E4, registro algebraico. Prueba final.....	109
Figura 51. Respuesta del estudiante E1, registro figural. Prueba final	110
Figura 52. Respuesta del estudiante E2, registro figural. Prueba final	112
Figura 53. Respuesta del estudiante E2, registro aritmético. Prueba final.....	113
Figura 54. Respuesta del estudiante E2 y E4 respectivamente registro figural. Prueba final..	113
Figura 55. Respuesta del estudiante E1 registro algebraico. Prueba final	114
Figura 56. Comparativo de aciertos prueba diagnóstica-prueba final.....	115
Figura 57. Comparativo de aciertos prueba diagnóstica-prueba final. Estudiante TDAH.....	116

Lista de tablas

Tabla 1. Historia de las matemáticas	35
Tabla 2. Elementos matemáticos asociados a la definición de función.	35
Tabla 3. Representación del objeto matemático función. 28)	36
Tabla 4. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 1).....	66
Tabla 5. Conversión del registro tabular al registro gráfico. (Actividad 1).	67
Tabla 6. Conversión del registro gráfico al registro algebraico. (Actividad 1).....	67
Tabla 7. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 2).....	76
Tabla 8. Conversión del registro tabular al registro gráfico. (Actividad 2)	77
Tabla 9. Conversión del registro gráfico al registro algebraico. (Actividad 2).....	77
Tabla 10. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 3).....	87
Tabla 11. Conversión del registro tabular al registro algebraico. (Actividad 3)	87
Tabla 12. Conversión del registro algebraico al gráfico. (Actividad 3)	88
Tabla 13. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 4).....	94
Tabla 14. Conversión del registro tabular al registro algebraico. (Actividad 4)	94
Tabla 15. Conversión del registro algebraico al gráfico. (Actividad 4)	95
Tabla 16. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 5).....	98

Tabla 17. Conversión del registro tabular al registro simbólico. (Actividad 5).....	98
Tabla 18. Conversión del registro simbólico al registro gráfico. (Actividad 5).....	99
Tabla 19. Conversión del registro gráfico al registro algebraico. (Actividad 5).....	99
Tabla 20. Conversión del registro algebraico al registro tabular. (Actividad 6).....	102
Tabla 21. Conversión del registro tabular al registro figural. (Actividad 6).....	102
Tabla 22. Conversión del registro simbólico al registro gráfico. (Actividad 5).....	102
Tabla 23. Unidades significantes situación 1. (Anexo 9).....	108
Tabla 24. Unidades significantes situación 2. (Anexo 9).....	109
Tabla 25. Unidades significantes situación 3. (Anexo 9).....	111

Resumen

Esta investigación se refiere a la construcción de un proceso didáctico que permita el fortalecimiento del proceso de aprendizaje del Objeto Función en un grupo de estudiantes de una institución educativa del municipio de Tunja Boyacá, dentro de quienes se encuentra un estudiante diagnosticado con el Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH). El proceso partió de la comprensión del problema de aprendizaje en matemáticas al interior del grupo y el análisis del conflicto ocasionado por el trastorno y como afectaba el normal desempeño del aprendiente con TDAH en sus procesos matemáticos sencillos y complejos. Desde este análisis y la revisión de referentes propios de la disciplina matemática, las necesidades educativas especiales, la pedagogía para la inclusión y la teoría de las Situaciones Didácticas; se propuso un modelo de formación centrado en una ruta de investigación mixta con prevalencia cuantitativa para fortalecer el concepto de función, a través del planteamiento de situaciones didácticas y el análisis desde las categorías de representaciones semióticas, en el marco de un estudio de caso de tipo descriptivo basado en tres momentos: prueba diagnóstica, acciones didácticas y prueba de cierre. Como resultados significativos, se identificaron ampliamente las características del proceso de aprendizaje del Objeto Función y con ello se pudo proponer una ruta para el mejoramiento sistemático del aprendiente en situaciones de aplicación directa del concepto; así como el mejoramiento del contexto del estudiante con TDAH, asociado con mejor desempeño en sus competencias en el área, sumado al interés por aprender matemáticas y una mayor motivación hacia este tipo de procesos formativos.

Palabras clave: Objeto – Función; Inclusión; TDAH; Situaciones Didácticas; Representaciones Semióticas.

Abstract

This research refers to the construction of a didactic process that allows the strengthening of the learning process of the Function Object in a group of students from an educational institution in the municipality of Tunja Boyacá, among whom is a student diagnosed with Deficit Disorder of Attention and Hyperactivity (ADHD). The process started from the understanding of the learning problem in mathematics within the group and the analysis of the conflict caused by the disorder and how it affected the normal performance of the learner with ADHD in its simple and complex mathematical processes. From this analysis and the review of references typical of the mathematical discipline, special educational needs, pedagogy for inclusion and the theory of Didactic Situations; A training model focused on a mixed research route with quantitative prevalence was proposed to strengthen the concept of function, through the approach of didactic situations and the analysis from the categories of semiotic representations, within the framework of a case study of the type descriptive based on three moments: diagnostic test, didactic actions and closure test. As significant results, the characteristics of the learning process of the Object Function were widely identified and with this it was possible to propose a route for the systematic improvement of the learner in situations of direct application of the concept; as well as the improvement of the context of the student with ADHD, associated with better performance in their skills in the area, added to the interest in learning mathematics and greater motivation towards this type of training process.

Keywords: Object - Function; Inclusion; ADHD; Didactic Situations; Semiotic Representations.

Introducción

La actualidad sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles educativos propone nuevos retos y desafíos para los profesionales de la educación del área; no solamente desde una perspectiva apenas lógica, propuesta por el marco de la mediación tecnológica, vista como referente principal de la educación en la Era Digital, sino desde otras perspectivas que le son inherentes como ciencia fundamental y esencial para el desarrollo de la vida cotidiana. En este entendido, es de anotar que las matemáticas se han consolidado más y más en el contexto formativo de todas las demás áreas del conocimiento, desde aportes que trascienden de lo numérico, hasta convertirse en referente de todos los procesos educativos desde la transversalidad y la interdisciplinariedad.

Tal realidad genera para los profesionales de esta área una gran responsabilidad, especialmente en lo que concierne a los procesos de integración de las áreas y los conocimientos. Las matemáticas se convierten cada vez más rápido en un referente de la vida misma; y su aprendizaje en uno de los más significativos dentro del quehacer académico de las personas. Este valor social de las ciencias matemáticas, le han desmitificado y le han puesto más cerca del interés de los aprendientes; quienes encuentran en sus aportes una oportunidad para comprender mejor el mundo y sus realidades. Ello ha sido producto de nuevas formas didácticas y de enfoques de enseñanza más centrados en procesos que en operaciones.

En este marco, la educación en matemáticas se ha venido acomodando de manera significativa en el interés de las comunidades educativas; hoy son múltiples los estudios al respecto de sus impactos, de sus procesos y de sus categorías; que engrosan la literatura sobre la disciplina pedagógica, la didáctica y diseños de aprendizaje matemático centrados en la persona. Dentro de

ellos, uno de los retos más relevantes e indiscutibles está en hacerle una ciencia de acceso equitativo para todos. Por décadas, se calificó a los procesos matemáticos como difíciles, complejos y aislados; especialmente para aquellas personas que requerían estructuras de formación particular por sus condiciones especiales. Este grupo de personas, muchas veces con diagnósticos frágiles o inexistentes, presentaban serias dificultades para centrar su atención en las estructuras formales de los números, por ejemplo, por nombrar uno de los contextos más reconocidos.

En este sentido, se plantea para este ejercicio de investigación donde se aborda el concepto didáctico en el marco de procesos de inclusión en matemáticas y en el proceso de desarrollo cognitivo y cognoscitivo que le comprende; entendiendo que ésta se entiende como la acción responsable de formar desde la equidad, promoviendo ambientes de aprendizaje que versen sobre oportunidades justas de aprendizaje para todos, desmitificando procesos innecesariamente complejos y generando diseños instruccionales pertinentes y ajustados a las particularidades de la persona. Hablar de inclusión en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, obedece a una transformación del compromiso de esta área con una realidad más ajustada a lo que se quiere aprender.

Para el presente caso de estudio investigativo, se ubicó el análisis en una institución educativa del municipio de Tunja, departamento de Boyacá, donde se ha evidenciado un problema de aprendizaje asociado con la necesidad de hacer ajustes didácticos en el área de matemáticas, para garantizar oportunidades de fortalecimiento conceptual en los estudiantes de noveno grado de educación básica secundaria, entre quienes se encuentra un estudiante diagnosticado con Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad, en adelante TDAH, y que por sus necesidades particulares, presenta serias deficiencias en la construcción básica de conceptos matemáticos.

Puntualmente, se centró el ejercicio investigativo desde la estructura de un estudio de caso sobre el proceso didáctico de las matemáticas en un estudiante con TDAH y su grupo de compañeros de clase. Para ello y ajustándose al diagnóstico del trastorno en el estudiante y los estándares básicos de competencia propios de su nivel educativo, se precisó que el trabajo académico se centrara en el fortalecimiento del concepto de función, ya que es base para los procesos formativo que se abordan en los años siguientes. Ello también entendiendo que los estudiantes con este trastorno sufren frecuentemente con proceso de mayor complejidad como en la comprensión de las matemáticas y su lenguaje particular, debido a la falta de concentración o hiperactividad.

Para dar paso el ejercicio de referencia y metodología, se precisaron para el estudio unos objetivos específicos que permitieran identificar las dificultades para la comprensión del conocimiento conceptual y procedimental del objeto función que posee el estudiante que presenta TDAH y sus compañeros de clase; para desde la misma perspectiva facilitar la comprensión del concepto de función en este estudiante que presenta el trastorno mediante el diseño y aplicación de actividades basada en referentes teóricos significativos; y finalmente, analizar el avance que presenta el estudiante sobre las dificultades determinadas inicialmente.

Desde esta óptica, se propone para el lector un espacio de reflexión frente a las acciones didácticas propias de las matemáticas y la forma en que su estructura permite la inclusión, pero también avances significativos en el proceso de aprendizaje. La metodología, el análisis de instrumentos, variables, categorías y aportes puntuales, permiten repensar diversos procesos formativos en el aula de matemáticas; y reconsiderar la pertinencia de diferentes prácticas centradas en el desarrollo de operaciones aisladas de la realidad. Por ello, resulta importante el curso de una lectura crítica para todo el ejercicio investigativo.

Planteamiento del Problema

Descripción del problema

El abordaje del problema de investigación en el contexto institucional estuvo seriamente condicionado por las circunstancias de la enseñanza de las matemáticas en los tiempos actuales. Para la investigación adelantada en una institución educativa del sector privado del municipio de Tunja Boyacá, es claro que se trata de un reto en el sistema educativo actual, pues exige la formulación de acciones que permitan una mejor contextualización de sus aportes en la vida de las comunidades educativas. Del mismo modo, estuvo en la preocupación inicial el hecho de contar en su grado 9° de educación básica secundaria con estudiantes en condiciones de necesidad educativa especial; lo que desafía al profesor a desligarse de prácticas tradicionales y explorar campos que otrora generaban inquietud y desconcierto.

Asociar los dos elementos, la enseñanza de las matemáticas y la necesidad de atender estudiantes diversos por condiciones especiales, conllevaron a la profundización en un concepto inexplorado hasta ahora para los actores de la investigación, como la educación inclusiva entendida como el derecho que todos los niños con alguna necesidad o una discapacidad cognitiva que están presentes en el aula tengan las mismas oportunidades de aprendizaje; Casanova (2011) argumenta que desde hace unos años que comenzó la incorporación del alumnado con algún diagnóstico de discapacidad a las aulas bajo la denominación integración educativa, dio paso a la transformación de los planteamientos curriculares (Casanova, 2011). Entonces se postula la escolarización obligatoria para niños con discapacidad y de calidad para todos.

Es así como la educación inclusiva se convierte en todo un desafío para los docentes ya que tienen que atender a todas las necesidades de los estudiantes sin importar sus limitaciones, pues no cuentan con las condiciones adecuadas para brindar situaciones y habilidades que optimicen el aprendizaje en cada individuo, según su necesidad, pues cada una de ellas requiere distintas estrategias de aprendizaje y modelos de integración, basados en el uso de espacios y tiempos separados para el trabajo (López & Valencia, 2009). Se asume así, que cada persona difiere de otra en una gran variedad de formas de aprendizaje.

En lo que se refiere a los docentes de matemáticas, el desafío es fomentar la participación de todos los estudiantes, pues es una de las asignaturas fundamentales en la formación académica, ya que ayuda a desarrollar habilidades como pensamiento lógico y crítico, estimación, patrones, resolución de problemas entre otros, Prieto & Torres (2016) refieren: para la sociedad los conocimientos, habilidades y destrezas matemáticas son fundamentales para el progreso y el desarrollo en la misma, se supone que quienes tienen conocimientos matemáticos tendrán mejores opciones, podrán participar plenamente como ciudadanos.

Otra problemática más concreta está en el aula donde se dan los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta asignatura, por una parte, algunos contenidos presentan mayor grado de complejidad que otros y por la otra, el alto número de estudiantes en un salón de clases puede generar excepciones ya sea de tipo académico o de discapacidad. Esto significa que las matemáticas inclusivas deben pensarse para que respeten y sean sensibles a los diferentes ritmos y capacidades de los niños y niñas buscando su máximo potencial de aprendizaje sin detenerlo, posibilitando el éxito de todos y todas y evitando exclusiones conscientes o inconscientes en las clases de matemáticas. Portal de la Educación Intercultural PEI (2015). En efecto, no será suficiente con utilizar un método de enseñanza concreto, pues la gran diversidad de Necesidades

Educativas NEE presentes dentro del aula requiere enriquecer el quehacer pedagógico con una gran imaginación, habilidades y estrategias para mitigar la brecha de las diferencias educativas.

Es importante mencionar que las NEE presentes en el aula de aprendizaje envuelven todas las condiciones que se entiendan por discapacidad, esto significa que son todas aquellas que requieren de determinadas apoyos o atenciones determinadas debidas a diferencias en sus capacidades personales de tipo físico, psíquico, cognitivo, sensorial o de conducta. (Divulgación Inmediata [DI]. 2018), por lo tanto, es importante mencionar entonces que no todas presentan falencias cognitivas, algunas de éstas son transitorias como es el caso del Trastorno o Déficit de Atención e Hiperactividad TDAH.

Es así, como los estudiantes con este trastorno sufren frecuentemente en las asignaturas con mayor complejidad como matemáticas y lenguaje debido a la falta de concentración o hiperactividad (Casas & Alba, 2009). En el caso particular de esta investigación, el estudiante con TDAH ha sufrido enormes dificultades en los últimos 3 años escolares, los cuales ha tenido que sentirse relegado de las acciones didácticas de muchas clases y aislado de las oportunidades recibidas por sus pares. Este trastorno conlleva situaciones de comportamiento personal y social difíciles de manejar, las cuales se hicieron evidentes en el estudiante y que son soportadas por un observador de convivencia con diferentes notas de maestros preocupados por la dificultad de aprendizaje e integración al grupo.

En este sentido, desde la práctica pedagógica docente se realizaron análisis sobre las experiencias didácticas y pedagógicas en cada una de las clases, donde se evidenció que la planificación y abordaje de las estrategias planteadas para cada una de las clases en la institución, no estaba dirigida a toda la diversidad que se encontraba dentro del aula, por el contrario siempre

estaban dirigidas a una población estándar y sin querer estaba excluyendo a este y otros alumnos que presentaban diferencias con respecto a su forma de aprender; es así como se concluyó para este estudio que como docentes es necesario contar con la preparación para formar y afrontar las diferentes necesidades educativas que se encuentran dentro del aula ya sea por capacitación, tiempo o espacio.

Como primer antecedente negativo del estudiante con TDAH y de alguna manera generalizado en su grupo de compañeros de grado 9°, se evidenció que históricamente el grupo había tenido un desempeño bajo en el área de matemáticas, que se acentuaba en este estudiante debido a una evidente falta de concentración y problemas para el desarrollo de la habilidad de memoria de trabajo. Incluso pasa por la comprensión de operaciones básicas propias de los estándares básicos de competencia de grados de básica primaria. Si bien los resultados académicos de años anteriores le habían permitido avanzar hasta este grado, la realidad del diagnóstico mostró una debilidad grande para comprender hasta los elementos más básicos de la disciplina matemática, sumada a una aversión a las clases que le mantenía aislado de los procesos de consolidación conceptual.

Desde esta observación, se definió que para esta investigación se buscara fortalecer el concepto de función, ya que es base para una correcta retroalimentación de los conceptos matemáticos básicos de años anteriores y para el desarrollo eficiente de los temas que se abordan en los años lectivos siguientes. Con ello, se buscaba la integración del estudiante con TDAH en un proceso de impacto positivo múltiple, pues a la par de sus compañeros el proceso de integración y las acciones didácticas específicas, se generaría un crecimiento valioso para todos en el que el grupo podía mejorar su desempeño en matemáticas de manera general; permitiendo una

percepción mejor de su importancia para la vida. Desde estas intenciones investigativas se planteó la siguiente pregunta.

Formulación de la pregunta

¿Cómo mejorar la comprensión del objeto función en estudiantes de grado noveno, (incluido un estudiante que presenta TDAH) mediante actividades didácticas, en una institución de carácter privado?

Justificación

Para entrar a justificar la presente propuesta de investigación, es necesario tener en cuenta que la nueva educación apuesta por acoger la diversidad en general, sin exclusión alguna; implica comprender las diferentes formas de aprender y enseñar, sin fijar la mirada en estándares inamovibles que conllevan a un modelo único de estudiante. Ello pasa por la observación de la escuela como un escenario de aprendizaje permanente y flexible que es capaz de adaptar sus modelos educativos para favorecer el acceso equitativo a la educación de calidad. Significa también el contar con profesionales de la educación con una mirada amplia y la mente abierta a las nuevas tendencias educativas y a la investigación como herramienta para mejorar la práctica pedagógica y didáctica.

“Crear en la educación, en que se puede mejorar el contexto y en que todo puede ser posible buscando alternativas. Por tanto debemos favorecer la integración de nuestros alumnos con Déficit de Atención e Hiperactividad y ayudarles a desarrollar destrezas sociales y de lenguaje, con el objetivo de formar ciudadanos dignos, capaces de desenvolverse en la sociedad.” (CADAH. La importancia de la educación en los alumno/as con TDAH, 2012, pág.1).

Del mismo modo, es necesario tener en cuenta que las matemáticas son un área fundamental para la vida personal y social; su impacto trasciende de los simples escenarios formativos sobre aspectos numéricos, hacia la comprensión de los principales fenómenos que cotidianamente hacen parte de la interacción humana; la economía, las finanzas, los negocios, la comprensión del tiempo, el espacio, las tendencias, las oportunidades de crecimiento, entre otros múltiples espacios que son de suma importancia dentro de la calidad de vida de las personas; y que son orientados desde la formación disciplinaren la escuela; pues es allí donde se encuentran

los profesionales del área, quienes afrontan los retos de una disciplina cambiante y retadora en su diseño y apropiación pedagógica.

De allí que resulte de suma importancia que los docentes matemáticos de esta nueva generación tengan una preparación y capacitación desde el ámbito educativo universitario; y que dentro del mismo currículo se preparen para poder abordar cada una de las necesidades educativas presentes en el aula; y así poder preparar, guiar y enseñar de la mejor manera a estos estudiantes para desarrollarse y desenvolverse en una sociedad cada día es más competitiva y exigente. Todo ello comprendiendo que las matemáticas están mucho más allá de las clases y que se deben integrar de manera eficiente con las demás disciplinas del conocimiento, rompiendo paradigmas que le mantuvieron por décadas alejada del trabajo interdisciplinario.

“Una educación de calidad es aquella que forma ciudadanos con valores éticos, respetuosos de lo público, que ejercen los derechos humanos, cumplen sus deberes sociales y conviven en paz. Una educación que genera oportunidades legítimas de progreso y prosperidad, competitiva y que contribuye a cerrar las brechas de inequidad.” (Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el documento orientador para el Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matemáticamente Competentes, 2014, p.39).

También es necesario comprender que la educación secundaria establece un papel muy importante para los alumnos, ya que en ella ocurre el proceso de transición de la infancia a la adolescencia y se prepara el paso hacia la vida adulta. Por ello es muy importante intervenir educativamente y en ello el docente tiene una labor significativa, ya que en esta etapa es donde la educación marca la enseñanza para el futuro y se caracteriza por la gran diversidad en el alumno, sus deseos, sus potenciales, el desarrollo de su personalidad, el inicio en la construcción del proyecto de vida personal, académico y laboral. Por ello, más allá de que la enseñanza de las

matemáticas implique la complicación de su vida escolar, ésta se debe convertir en un agente facilitador de las principales decisiones propias de la etapa escolar.

Por ello, como la matemática es una de las asignaturas con mayor intensidad horaria, y puede abordarse desde una gran variedad de estrategias pedagógicas y didácticas para ser enseñada con calidad, esta debe renovarse desde su concepción y contextualizarse desde la investigación. Además, es de considerar que esta área permite también el desarrollo intelectual en los estudiantes y así mismo el desarrollo de habilidades muy importantes como el razonar ordenadamente, el desarrollo del pensamiento lógico, crítico, la solución de problemas a los que se pueden enfrentar diariamente, la creatividad etc., además contribuyen a la formación en disciplina, la búsqueda de la exactitud, a la comprensión de símbolos.

De allí que se considere que un estudio como el que se presenta en el contexto del concepto de función en estudiantes de grado noveno, incluido un estudiante con diagnóstico TDAH, aporta de manera significativa al mejoramiento institucional, con un impacto positivo en el desarrollo del concepto matemático, el gusto por aprenderlo y la identificación de nuevas formas didácticas que integren a la población en torno a temas de interés que favorezcan el aprendizaje significativo en el marco de la inclusión. Ello como reto importante a nivel institucional y como evidencia de formación del nivel pos gradual de maestría. Por ello se presentan los siguientes objetivos.

Objetivos

Objetivo General

- Fortalecer el aprendizaje del objeto función en estudiantes de grado Noveno, (uno de los cuales presenta TDAH) en una institución de carácter privado.

Objetivos Específicos

- Identificar las dificultades para la comprensión del conocimiento conceptual y procedimental del objeto función que poseen los estudiantes de grado noveno.
- Mejorar la comprensión del concepto de función en estudiantes de grado noveno (incluido el estudiante presenta TDAH) mediante el diseño y aplicación de actividades basadas en la teoría de las representaciones semióticas.
- Determinar el avance que presentan los estudiantes sobre la comprensión del objeto función, después de participar en las actividades desarrolladas.

Marco Referencial

A continuación, se presentan los antecedentes, el marco teórico, marco conceptual y el marco legal y que sirven como referentes para el desarrollo de la presente investigación, los cuales comienzan mencionando los antecedentes internacionales, nacionales y locales más importantes sobre el concepto función, actividades didácticas y el TDAH en el aula de matemáticas, estos son algunos referentes que enriquecen esta investigación.

Antecedentes

Antecedentes Internacionales.

Cacuango, (2018) realizó una investigación basada en secuencia didácticas con problemas cotidianos para la comprensión significativa de las definiciones, conceptos, características y propiedades de la función lineal, con estudiantes de grado décimo, utilizando métodos de razonamiento deductivo, inductivo y analítico, con resolución de problemas, simbolizado en equipo de trabajo, participación colaborativa, responsabilidad colectiva y toma de decisiones grupales, concluyó que todos los documentos planeados con anterioridad para llevarlo a la práctica conlleva a resultados positivos, y los aprendizajes adquiridos muestran que debemos ser más activos, reflexivos y críticos para que así la matemática sea significativa.

Hernández & Reyes (2017) realizaron una investigación teniendo como finalidad evaluar si la aplicación de una secuencia de aprendizaje basada en tratamiento y conversiones entre registros de representación semiótica, permite una mejor aprehensión del objeto fracción impropia en grupo de 19 estudiantes del grado quinto del Colegio del Real en Santiago durante el segundo semestre del año 2015. Esta investigación concluyó que a través de la secuencia diseñada e

implementada por las investigadoras los resultados son favorables, permiten al docente no mecanizar con rutinas carentes de significado, además la aprehensión de los objetos matemáticos en educación básica requieren que los estudiantes realicen semiosis, es decir que sean capaces de generar diversos registros de representación, pues se presenta un desafío para los futuros docentes para que sean capaces de construir secuencias de aprendizaje contemplando componentes matemáticos, didácticos y pedagógicos en función de hacer clases plenamente efectivas.

Creu, (2014) realizó un estudio cuyo objetivo estaba orientado a mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje en la asignatura de matemáticas, mediante unas guías elaboradas mediante directrices generales con medidas y recursos a utilizar en el aula, para que orienten los docentes de matemáticas en el aula cuando hayan estudiantes que presentan TDAH en esta asignatura, el diseño utilizado en esta investigación fue un estudio bibliográfico desarrollado mediante un análisis y recopilación de información disponible en recursos bibliográficos, con el fin de mejorar procesos cognitivos en estudiantes con TDAH y saber los problemas que presentan en la asignatura de matemáticas, los investigadores concluyeron que este trastorno está más presente en aula más de lo que se piensa y que tiende a aumentar, por esto es importante que los docentes de la educación secundaria conozcan las características del TDAH, para poder abordar de mejor manera la asignatura con estos estudiantes.

García, Hinojosa y Vázquez (2004), realizaron una investigación que documenta el estudio de las dificultades de aprendizaje del concepto de función en estudiantes de varias ingenierías que cursaban segundo, tercero y cuarto semestre, se aplicó a 433 estudiantes que presentaban mayores problemas con los registros semióticos del concepto de función, particularmente del registro gráfico al algebraico, se diseñó y aplicó un test con contenidos fundamentales de dicho concepto; para medir las deficiencias del aprendizaje. Es estudio concluyó que efectivamente hay altas

dificultades del aprendizaje y dominio del concepto de función con sus registros algebraico y gráficos, los resultados por semestres son 19,89%, 11,85% y 13,82% para 2°,3° y 4° semestre respectivamente, en lo cual se evidencia que no necesariamente la experiencia, saber y madurez está en los estudiantes de tercer y cuarto semestre, es decir que las bases del concepto de función no se reafirman ni se logra la maduración del concepto.

Antecedentes Nacionales

Bustamante, (2017) realizó una investigación dirigida a los docentes de grado quinto del colegio Agustiniانو Ciudad Salitre, en Bogotá, para fortalecer la inclusión de niños con TDAH, para disminuir las barreras del aprendizaje y se de una mejor participación en el aula, la metodología utilizada fue un enfoque mixto con énfasis cualitativo y de tipo investigación acción, cuyos instrumentos fueron un diario de campo y encuestas. Esta investigación concluyó que cuando un niño se siente valorado en su entorno, representa un triunfo para salir de la frustración y dificultades de aprendizaje como el TDAH.

Maturana, (2017) realizó una investigación cuyo objetivo estuvo encaminado al aprendizaje en la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales, basado en las situaciones didácticas con estudiantes de grado noveno. El diseño utilizado es de carácter cualitativo cuasi-experimental, en dicho estudio hubo participación de los dos grados novenos de la Institución Educativa Humberto Jordán Mazuera, donde el grupo experimental es 902 y 901 grupo control. En esta investigación se concluyó que los estudiantes del grupo experimental obtuvieron unos avances cuantitativos en un 67% del objeto matemático de estudio, en la situación acción obtuvo un avance del 72%, en la situación de formulación 57% y en la de validación 75%,

mientras que en la aplicación de la clase tradicional con el grupo de control solo el 11% de los estudiantes obtuvieron avance.

Herrera y Muñoz, (2014) realizaron una investigación para abordar el concepto de función real teniendo en cuenta la modelación matemática, a través de una propuesta didáctica, aplicada a 20 estudiantes universitarios de séptimo semestre de Licenciatura en Matemáticas. El diseño es de tipo cualitativo, dividida en tres fases, la primera constaba de la búsqueda de material bibliográfico, la segunda la elaboración y aplicación de un cuestionario para saber las concepciones de función y finalmente en la tercera realizaron la propuesta didáctica para abordar el concepto función, en la investigación una de sus conclusiones fue que mayoría de estudiantes no consideran la representación tabular como una representación de función.

Ospina, (2012), realizó una investigación que tenía como objetivo comprender las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas que realizan los estudiantes del cuando se enfrentan a la solución de situaciones propias del concepto de función lineal, en un grupo de 12 estudiantes en edades entre 13 y 15 años del grado octavo de la Institución Educativa Eugenio Pacelli de Manizales, utilizando técnicas de observación, grabación de audio y video, e instrumentos como cuestionarios escritos. La investigadora concluyó que la comprensión de la actividad cognitiva de conversión que efectúan los estudiantes en el aprendizaje del concepto permitió observar la comprensión de concepto que exhiben los estudiantes y el tipo de dificultades que permite presentar con el uso de diferentes registros de representación semióticos.

Aguas, Arrieta & Vanegas, (2010) realizaron una investigación para la comprensión del concepto función a través de situaciones problema relacionados con el contexto, en estudiantes de grado 8°, en una institución de Sincelejo, donde se hizo un análisis inicial de las dificultades,

implementaron una estrategia didáctica pensada en dinamizar dichas dificultades y finalmente aplicaron una prueba de contraste para verificar la efectividad del proceso de intervención. Concluyeron que las situaciones muy cercanas a su entorno son muy provechosas para los estudiantes, pues se contienen mejores resultados y se preocupan más por realizarlas y con respecto a las a situaciones que se utilizan cuando son diseñadas por el grupo investigador y pensadas para un mejor dominio para los estudiantes se logran mejores resultados que cuando son tomadas de otras referencias.

Cano (2012), realizó una investigación teniendo como finalidad la comprensión del objeto función bajo el marco conceptual de la enseñanza para la comprensión en estudiantes de Grado Once enfatizando en su definición, se realizó en una Institución de carácter oficial de la ciudad de Medellín. El enfoque de investigación fue cualitativo de tipo exploratorio, cuya muestra fueron 40 estudiantes entre 16 y 19 años, los instrumentos utilizados fueron entrevistas semi-estructuradas. Esta investigación concluyó que la exploración teórica dio paso a descubrir la complejidad del concepto de función debido a las distintas definiciones válidas, por otra parte que la aplicación del marco conceptual de la enseñanza para la comprensión es un buen medio para lograr una mejor comprensión del concepto.

Lozano (2018), realizó una investigación en la ciudad de Cali, donde plantea una propuesta didáctica desde el enfoque de representaciones y comunicacional con unos de TIC en cursos universitarios, fue un trabajo descriptivo-exploratorio sobre las posibilidades y ventajas de las TIC, en la enseñanza y aprendizaje de las funciones elementales. Una de las principales recomendaciones es que es fundamental la participación de los estudiantes en cualquier proceso de investigación didáctica, por otra parte, la formación docente posibilita generar propuestas bien enfocadas a las problemáticas educativas.

Antecedentes regionales.

Bohórquez (2016), realizó una tesis teniendo por finalidad diseñar unas estrategias didácticas para que los docentes de grado quinto de una institución de carácter público de Tunja pudiesen reconocer los síntomas del TDAH dentro del aula de aprendizaje. La investigación es de tipo cualitativo, con un enfoque descriptivo, cuya muestra consta de 52 docentes, siendo el 20% de los docentes de la INEM Carlos Arturo Torres. Los instrumentos utilizados fueron encuesta, entrevista y cuestionario. Se concluyó que, si un docente tiene interés por mejorar el ambiente educativo, debe capacitarse y estar abierto al conocimiento continuo sin excluir temas importantes como la psicología que está estrechamente relacionado al campo educativo.

Marco Teórico

En este apartado se planea una aproximación teórica de diversos referentes de la educación en cuanto a la Teoría de las representaciones semiótica, las situaciones didácticas de las matemáticas y algunos aspectos pedagógicos que aportan para resolver la situación planteada.

Teoría de las Representaciones semióticas.

Como uno de los principales elementos de la fundamentación teórica de la presente investigación, se ha revisado la Teoría de los registros de representación semiótica propuesta por Duval (1993). En esta teoría establece que para el pensamiento matemático es esencial el uso de las representaciones semióticas, ya que, a diferencia de otros campos, no hay manera de acceder a los objetos matemáticos sin producir algunas representaciones semióticas que permitan una mejor comprensión de tipo conceptual, pero a la vez un acercamiento más preciso a sus implicaciones en contextos reales. (García & Aldana 2016).

En muchas investigaciones se han tenido en cuenta las representaciones para fortalecer el proceso de aprendizaje, como instrumento importante en la construcción de significados, es así como las representaciones constituyen a en los procesos de comprensión, así mismo permite analizar las representaciones que los alumnos y los docentes hacen para resolver un problema. Duval (1993). Entonces se considera que las representaciones semióticas juegan un papel muy importante en la enseñanza de las matemáticas pues permiten utilizar varias representaciones como figuras, escritura simbólica y el lenguaje natural, en varios registros en la misma acción.

Dentro del mismo postulado, se plantea que el aprendizaje de las matemáticas implica un análisis de procesos cognitivos, en los cuales se demandan diferentes sistemas de representación

diferentes a los del lenguaje natural, ya sea algebraico, geométrico, gráfico, tabular, esquemas, imágenes etc. (Ospina, 2012). Por lo tanto, es necesario que el estudiante interiorice las representaciones de un concepto en diferentes sistemas semióticos y con ello pueda realizar acciones de identificación, comparación y extrapolación; de tal manera en que se conviertan en elementos significativos que puede encontrar aplicables más allá de las clases de matemáticas.

Igualmente Romero (2000), establece que a través de las acciones asociadas a los sistemas de representación se puede caracterizar la comprensión que los estudiantes tienen acerca de un objeto matemático, es decir que se produce comprensión por parte de un estudiante cuando este manifieste que ha enriquecido sus redes internas de conocimiento, mediante un sistema de representación y actividades asociados a los mismos; por tanto es decisivo que los estudiantes consigan conectar o coordinar las diversas representaciones, para Duval (1999), la coordinación de los diferentes registros de representación es una condición necesaria para la comprensión.

De allí que, abordar la adquisición de conocimiento desde las representaciones se admite como sistemas semióticos, en los cuales se pueden efectuar operaciones, conminaciones, asociaciones que dependen de las restricciones propias del sistema y no del objeto. Para D'Amore (2002) las representaciones se convierten en una herramienta indispensable para acceder a los objetos matemáticos, ya que no se dispone de objetos reales para exhibir en su lugar. El lenguaje matemático debe salir entonces del aula, para que los estudiantes se conviertan en buenos matemáticos del mundo y no solo de las clases y los exámenes.

Es importante precisar que desde los fundamentos teóricos de Duval (1999), las representaciones semióticas se clasifican dentro de las representaciones cocientes y externas, además pueden ser inherentes a un sistema particular como el lenguaje, la escritura algebraica o

sistemas cartesianos, así mismo cumplen con la particularidad de convertirse en representaciones equivalentes en otro sistema. Para Guzmán (1998) refiriéndose a la teoría de Duval señala que hay que tener claro que el contenido de una representación no delimita completamente al objeto y por otra parte se debe diferenciar el objeto representado y el contenido de su representación, por lo tanto, es necesario contar con varias representaciones del objeto, donde se pueda observar las propiedades de este y a su vez puedan ser integradas.

Formación, tratamiento y conversión.

Duval (1999), plantea que las representaciones semióticas están asociadas a los sistemas semióticos y aunque no necesariamente cumplen una función de comunicación, estas más asociados a funciones de tratamiento, así mismo refiere que este sistema es un registro de representación semiótica que si cumple con tres condiciones cognitivas inherentes a toda representación: formación, tratamiento y conversión.

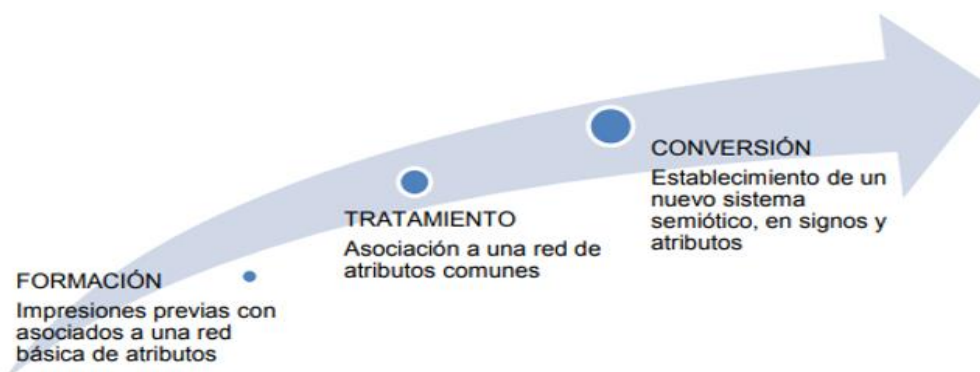


Figura 1. Ejemplo de tratamiento y conversión, (Duval, 2006). Tomado de Buenaventura 2015, p 38.

La formación de representaciones: hace referencia a escoger una marca o un conjunto que permita expresar o evocar un objeto, y además debe cumplir con unas normas de conformidad,

las cuales permiten identificar una representación de un sistema determinado, es decir que hace referencia a la determinación y combinación de las unidades elementales para obtener unidades superiores bajo las condiciones del sistema. Según Duval (2006) es la representación de un registro particular, aquí se tiene en cuenta el primer conocimiento de un objeto, que permita expresarlo y caracterizarlo como una representación de alguna cosa en un determinado sistema.

La transformación dentro del mismo registro, se compone de lo que se denomina tratamiento en una representación, con reglas propias de cada registro, para Duval (2006) es una red más elaborada donde a partir de éstas se obtenga otras representaciones.

Por ejemplo, se realiza transformación cuando se tiene una ecuación y se hace el espeje de una variable y conversión cuando se cambia a otro registro, es así como la conversión de las representaciones semióticas constituye una actividad poco espontánea y más difícil de lograr para la gran mayoría de estudiantes. Duval (1999).

A continuación, se presenta un ejemplo.



Figura 2. Procesos cognitivos fundamentales. (Duval 2006 p. 146), tomada de Tomado de Buenaventura 2015, p. 38.

La conversión es una transformación de una representación dada en un registro, es decir en otra transformación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial, pero al mismo tiempo de otras significantes al objeto representado.

Opina (2012) citando a Duval (1999) afirma: “la actividad de conversión de una representación a otra en diferente registro es congruente, si al fragmentar cada una de las representaciones en sus unidades significantes, es decir los valores que pueden tomar las diferentes variables para ubicarlas en correspondencia, deben cumplir tres criterios”. El primero hace referencia a la correspondencia semántica, la segunda a la univocidad semántica terminal y la tercera a la conversión del orden de los atributos significantes. (p.37).

Para D’Amore (2004) “la representación es un hecho natural del hombre, que lo lleva al mismo saber (p. 92). Así mismo al igual que D’Amore y Duval (2006) concuerdan en que: “el saber adquirido puede verse como el producto de la elaboración de la experiencia con la cual entra en contacto el sujeto aprende en la interacción entre él y su ambiente. (p 160). Así se entiende que los recursos o mecanismos semióticos que use el individuo para la representación de los objetos en su conceptualización, son de suma importancia para el aprendizaje y comprensión del significado.

Duval (1999) también refiere que en la conversión se tienen dos características propias, la primera es la que orienta los registros, es decir que se conoce el conjunto de salida y el conjunto de llegada, y la segunda expresa si la conversión realizada en otro registro es congruente o no. Es importante aclarar que no existen reglas de conversión que permitan el paso de un registro a otro, lo cual puede dificultar su realización. La comprensión de un texto, una figura o imagen, se entiende como realizar una actividad conversión, de formación o las tres al mismo tiempo. En

muchos casos en la enseñanza se propicia el proceso relacionado solamente con los tratamientos y se deja de lado la conversión. Duval (1999).

Criterios de congruencia entre los registros de representación.

Según Duval (1999) para que dos presentaciones sean congruentes, si al dividir las en sus unidades significantes, para ponerlas en correspondencia se deben cumplir con tres criterios:

Correspondencia semántica: hace referencia a las unidades significantes propias de cada registro, es decir que a cada una de las unidades significantes del conjunto de llegada le puede asociar una unidad significativa en el conjunto de llegada.

Univocidad semántica terminal: hace referencia que a cada unidad significativa del conjunto de salida le corresponde una única unidad significativa en el conjunto de llegada.

Conversión de orden de aprehensión de las unidades significantes: este criterio establece que existe igual orden de las unidades significantes en las representaciones del conjunto de salida y el conjunto de llegada.

Para Duval (1999), cuando uno de los tres criterios no se cumple, se dice que no hay correspondencia entre los dos registros, o no son congruentes las representaciones, es importante mencionar que los fenómenos de congruencia dependen del sentido de la conversión, es decir que en un sentido puede ser congruente (conjunto A al conjunto B), pero en sentido contrario no, debido a las normas propias de la formación del registro.

Didáctica

Es habitual encontrarse en el contexto educativo la palabra didáctica, referida a actividades formativas para niños, jóvenes y adultos; sin embargo, muchas veces las nociones de su rango no permiten ubicarle en lo concreto y se asocia de manera casi absorbida por el concepto de pedagogía. Silva (2017) describe: “la didáctica en términos más técnicos es la rama de la pedagogía que se encarga de buscar métodos y técnicas para mejorar la enseñanza, definiendo pautas para que los conocimientos lleguen de forma eficaz a los educandos”.

Según expertos la didáctica se entiende por aquella disciplina de carácter científico-pedagógico que se centra en cada una de las fases del aprendizaje, permite abordar, analizar y diseñar esquemas destinados a plasmar las bases de cada teoría pedagógica (Pérez & Gardey (2021). Es así como esta disciplina orienta a los docentes para seleccionar, diseñar y desarrollar contenidos para mejorar los modelos de enseñanza y procedimientos de aprendizaje. Se asocia con el concepto de diseño didáctico cuando todos estos elementos y modelos se encuentran entrelazados sistemáticamente para un fin educativo en un área del conocimiento.

Además de ello, la didáctica por su afinidad con las ciencias de la educación, estudia las leyes y aspectos específicos de la educación y la formación en educación general; primaria, secundaria, superior y otros sistemas educativos (CEUPE 2021). Por consiguiente, el objetivo de la didáctica es fortalecer el proceso de aprendizaje, y las relaciones entre profesor - alumno y saber. De acuerdo con sus atributos puede ser definida como una técnica, una ciencia aplicada o teoría, dependiendo del tipo de abordaje y la profundidad con la que impacta la acción investigativa propuesta para un contexto determinado.

Didáctica de las matemáticas

La comisión internacional para la instrucción matemática se estableció (ICMI) en 1908, siendo así una de las disciplinas relativamente joven, Sánchez (2012) afirma: esta disciplina se dedica a identificar y explicar fenómenos y trata de solucionar problemas relacionados con la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y el desarrollo curricular aplicado al contexto de las matemáticas, así como a los problemas que pueden estar dentro o fuera del aula y que hagan referencia directa a la práctica educativa de las matemáticas. Entonces es aquí donde se ponen en práctica los métodos propios y otros importados de otras disciplinas.

Hablar de la didáctica en las matemáticas cada vez es más diverso, pues presenta numerosas áreas de estudio: concepciones matemáticas, el uso de herramientas tecnológicas matemáticas, formación y profesionalización de profesores de matemáticas, las matemáticas en la cultura, la competencia y la creatividad matemática, la escritura de libros, aspectos del aprendizaje entre muchos otros, pues el campo de las matemáticas es muy variado y apasionante. La didáctica de las matemáticas vista desde otros puntos, no puede estudiarse de forma secuencial, ya que posee todo un campo de problemas que se refiere, como es el “triángulo didáctico” alumno-saber-estudiante. (Anónimo, 2010). Entonces la planeación de la enseñanza en este caso tiene que ver con el contrato didáctico.

Por otra parte, la didáctica de las matemáticas trata sobre el estudio de la matemática, ayuda al estudio de la misma, y tiene como objetivo describir y caracterizar proceso de estudio o procesos didácticos, lo cual hace que las respuestas sean sólidas y se superen las dificultades de todos aquellos que estudian esta ciencia. Chevallard (1997). En otras palabras, la didáctica de la matemática busca entonces métodos y estrategias para enseñarla utilizando varios procesos y así

el estudiante puede escoger la manera como más se le facilite, fomentando con ello uno de los principales aspectos de las tendencias modernas de las didácticas como es el desarrollo del aprendizaje autónomo.

En la misma línea, la didáctica de las matemáticas estudia los procesos de enseñanza-aprendizaje de los saberes matemáticos, tratando de caracterizar los factores que condicionan dichos procesos. (Godino & Batanero 1996). Pues es así como se interesa por determinar el significado que los estudiantes le dan a los términos y símbolos matemáticos. Por último, es importante mencionar la didáctica de las matemáticas como la ciencia de las condiciones específicas de los saberes matemáticos útiles a las personas y a las instituciones humanas, es el estudio de la evolución de las interacciones entre el saber, un sistema educativo y los estudiantes, con el objetivo de que el sujeto se apropie de este saber. Brousseau (1993).

Situación didáctica

Brousseau (2001) define una situación didáctica señalando que se trata de “Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos y objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución).” (Brousseau, en Ávila, 2001). La situación didáctica se entiende como una situación construida intencionalmente por el docente con el propósito de que los estudiantes puedan adquirir un saber determinado, esta situación se planifica mediante actividades problémicas, cuya necesidad implique la emergencia del conocimiento matemático, que da sentido a lo que ocurre en el aula, es decir el llamado triángulo didáctico o medio didáctico,

donde los tres protagonistas son el docente, el saber y el estudiante, que aparece como el conjunto de iteraciones que se producen entre ellos. (Chavarría 2006).

Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas

En la revisión de diferentes fuentes para caracterizar los términos conocimiento conceptual y conociendo procedimental en matemáticas Castro (2016) refiere que el conocimiento conceptual suele equipararse con un conocimiento profundo, ricamente entrelazado, flexible y asociado a conocimiento significativo; mientras que el conocimiento procedimental, se relaciona comúnmente escasamente conectado y no profundo. Ello denota una enorme diferencia en la intención pedagógica de las diferentes acciones que se planean para la orientación de los diferentes procesos académicos de aula.

En esta misma línea Hiebert y Lefevre (1986) proponen posiblemente una de las definiciones más reconocidas y aprobadas frente a la relación entre estos dos tipos de conocimiento y su epistemología aplicable al contexto de las matemáticas; estos autores caracterizan el conocimiento conceptual como una rica red de relaciones entre piezas de la información y el conocimiento procedimental lo toman por dos partes distintas, la primera conforma el lenguaje formal o el sistema de representación simbólica de las matemáticas y la segunda compone los algoritmos o reglas utilizadas para resolver las tareas matemáticas. Por otra parte, Johnson y Schneider (2014), toman el conocimiento conceptual como conocimiento ricamente conectado; consideran los principios abstractos que rigen un dominio y sus interrelaciones, el conocimiento procedimental se refiere a la capacidad de ejecución de los diferentes pasos o algoritmos que se necesitan para solucionar un problema.

Marco conceptual

Objeto y objetos matemáticos

Los objetos matemáticos deben ser considerados como símbolos, algunos ejemplos son los números, conjuntos, funciones, figuras matemáticas, etc. Procedente de un sistema de usos ligados a las actividades de resolución de problemas. D'Amore (2006). Para dar una definición de "objeto matemático", (Godino 2002 citado en D'Amore 2002) plantea: "es todo lo que está indicado, señalado, nombrado cuando se construye, se comunica o se aprende matemáticas". Por lo tanto, cuando se habla de objeto podemos decir que es cualquier cosa a la cual nos referimos, hablamos y puede ser real o imaginaria (D'Amore 2002).

Concepto en matemáticas

Como en esta investigación se aborda el fortalecimiento del concepto de función se debe partir de que es un concepto en matemáticas. El concepto matemático hace referencia a una representación mental de un objeto, hecho o cualidad. Construir un concepto en matemáticas no es fácil, pero tampoco imposible, es decir que continuamente está en construcción y es donde se encuentra lo más complicado, pero, a su vez es lo más enriquecido del significado. D'Amore (2009). Por lo tanto, son todos los componentes básicos de conocimiento.



Figura 3. Construcción del concepto en matemáticas. Tomada de Bruno (D'Amore 2005 p. 21)

Aspectos relevantes en la construcción de la definición de función a través de la historia

El concepto de función es uno de los más importantes en la matemática debido a su aplicación en varias ciencias para modelar situaciones en diferentes contextos, entonces se hace necesario precisar algunos hechos significativos que contribuyen a la construcción de este concepto.

La antigüedad

En esa época el concepto se centró en la indagación de irregularidades y proporciones, donde se crearon situaciones para observar la dependencia entre cantidades de distintas magnitudes, y sus representaciones se daban verbalmente o mediante gráficas, en tablas. (Herrera & Muñoz, 2014). Los babilonios se centraron en las tablas de cálculo en dos columnas muy similar a la representación tabular de la función, además usaban interpolaciones y extrapolaciones de datos, sin embargo, no se dio una idea general de función, pero algunos sentaron importantes aportes para el desarrollo de este concepto. (Díaz, 2013)

Los griegos se destacan por sus grandes aportes a la matemática, por su parte en cuanto al concepto de función, dieron una idea centrada en las nociones de cambio y relación entre magnitudes, esta civilización no hablaba de variables y funciones sino de incógnitas y ecuaciones, intentaron corresponder proporciones de números y magnitudes. (Herrera & Muñoz, 2014). En esta época se destacan algunos personajes como Heraclito, Zenón, e Hiparco que contribuyeron en gran medida del concepto de función.

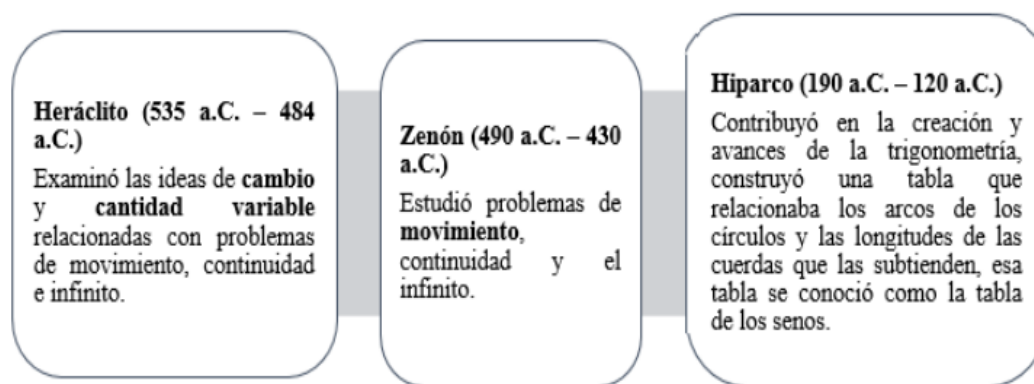


Figura 4. Evolución del concepto de función edad antigua. Tomada (Hernández & Muñoz 2014, p. 113)

Edad Media

El desarrollo del concepto de función, por una parte, hace referencia a las matemáticas hindús y árabes, quienes aportaron en el álgebra y la trigonometría, dieron solución a ecuaciones de una incógnita, pero no consideraron la relación funcional entre variables. Por otra parte, a partir del siglo XIII surgieron importantes aportes tratados sobre proporcionalidad, (Díaz, 2013). También se llevaron a cabo exploraciones intentando dar respuesta a situaciones que estaban relacionadas con el cambio y el movimiento, referente a la búsqueda de los cambios cualitativos del movimiento, dichos estudios dieron las bases al concepto de función. Boyer (1986) citado en Hernández & Muñoz (2014).

Edad Moderna

Sastre, Rey & Boubeé (2008) argumentan que en esta edad gracias a Descartes empieza a tomar fuerza el uso del álgebra para resolver problemas de construcciones geométricas, luego Vieta dio indicios a la posibilidad de usar el álgebra para estudiar la igualdad y la proporción de magnitudes, este mismo personaje propuso el uso de usar variables para el uso de letras para

nombrar variables. Galileo entre los años 1564 y 1642 contribuyó a la creación de la idea *función*, incluyó lo numérico en las representaciones gráficas y expresó las leyes del movimiento, más tarde en los años 1596 y 1659 Descartes realiza grandes aportes, establece que una curva se construye con solamente una expresión algebraica, pues fue así como Descartes desarrolló la idea de introducir una función de forma analítica. Sastre, Rey & Boubeé (2008).

Para los años de 1601 y 1665, Fermat explicó, algunos problemas de Vieta y presentó un estilo moderno sobre los principios fundamentales de la geometría analítica, pues esta geometría fue decisiva para el desarrollo del cálculo diferencial, al hablar de cálculo se debe hacer referencia a Newton y Leibniz. Ponte (1992). Entre los años 1707 y 1783 Euler continúa ayudando a precisar la noción de función, empezó a definir concepto de constante, y variable; y define función como expresión analítica: “la función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de una cantidad variable y de números o cantidades constantes”. (Ruthing, 1984) Tomada de (Sastre, Rey & Boubeé 2008, p.8). Para este periodo aparecen nuevas funciones, continuas, discontinuas y trascendentes.

La evolución continuó el concepto de correspondencia pasó al concepto de relación, más adelante en los años noventa se definió función como correspondencia entre conjuntos. A continuación, se relaciona una tabla que presenta un resumen de los aportes más destacados sobre el concepto de función a través de la historia.

Época	Definición
	Cualquier relación entre variables
	Una cantidad obtenida de otras cantidades mediante operaciones algebraicas o cualquier otra
Siglo XVII	Cualquier cantidad que varía de un punto a otro de una curva
	Cantidades formadas usando expresiones algebraicas y trascendentales de variables y
	Cantidades que dependen de una variable
Siglo XVIII	Función de cierta variable como una cantidad que está compuesta de alguna forma
	Cualquier expresión útil para calcular
Siglo XIX	Correspondencia entre variables
	Correspondencia entre un conjunto A y los números reales
	Correspondencia entre dos conjuntos
Siglo XX	Correspondencia entre dos conjuntos
	Conjunto de pares ordenados

Tabla 1. Historia de las matemáticas citado por Planchart 2005, tomado de (Ospina, 2012, p.49)

Elementos de función

En la evolución histórica de la definición de función, se pudo evidenciar algunos aportes muy importantes, que dieron lugar a nombrar algunos elementos fundamentales a continuación se nombran algunos de ellos:

Constante	Es una cantidad determinada la cual conserva siempre el mismo valor.
Parámetro	Cantidad o magnitud fija y arbitraria.
Variable	Es una cantidad o magnitud discreta o continua, que puede asumir diferentes valores desde el punto de vista cualitativo o cuantitativo.
Variable independiente	Es una magnitud o cantidad arbitraria que asume valores libremente de acuerdo con la situación presentada.
Variable dependiente	Es una magnitud o cantidad que asume valores de acuerdo con cada valor que tome la variable independiente.
Dominio	Conjunto que puede ser numérico o no, finito o infinito y representa todos los valores que puede tomar la variable independiente.
Rango	Conjunto que puede ser numérico o no, finito o infinito y representa todos los valores que puede tomar la variable dependiente.

Tabla 2. Elementos matemáticos asociados a la definición de función. Tomada de (Herrera & Muñoz 2014, p. 14)

Representaciones de las funciones

El objeto matemático se exterioriza cuando este queda configurado por aspectos de representación y significado, pues permite la expresión y el uso del objeto, es así como dependiendo del registro donde se ha formado, pueden ser representaciones análogas (gráficas y geométricas) o digitales (verbales, numéricas y algebraicas). Por ejemplo: la relación entre los kilos de un producto y su precio manifiesta el objeto matemático *función*. (Pecharromán 2014).

A continuación, se muestra una tabla que describe algunas descripciones de cada registro y su ejemplo.

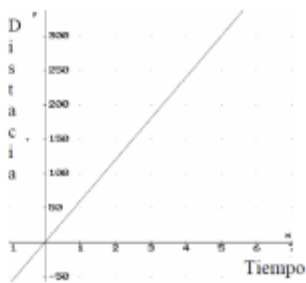
<p>Representación verbal: Hace referencia a los enunciados que se hacen en lenguaje natural con el fin de mostrar la relación entre los valores de dos magnitudes o variables.</p>	<p>Representación tabular o numérica: Se hace una tabla o lista de valores, donde se relacionan algunos de la variable independiente con uno solo de la variable dependiente.</p>	<p>Representación gráfica: Es la presentación de puntos sobre una gráfica de una función en el plano coordenado, las coordenadas de los puntos se representan de la forma $(x, f(x))$.</p> <p>Las gráficas permiten representar las funciones en forma muy clara y ayudan a sacar conclusiones respecto de las mismas (Guzmán, 2006).</p>	<p>Representación algebraica: Se expresa por medio de una ecuación de dos variables o fórmula.</p>								
<p>Ejemplo: El precio de venta de un producto es igual al costo de éste, incrementado en un 35% debido a gastos administrativos y de publicidad.</p>	<p>Ejemplo:</p> <table border="1" data-bbox="581 1381 743 1644"> <thead> <tr> <th>T</th> <th>d</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>64</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>.</td> </tr> </tbody> </table>	T	d	1	16	4	64	9	.	<p>Ejemplo:</p> 	<p>Ejemplo: $y = mx + b$</p>
T	d										
1	16										
4	64										
9	.										

Tabla 3. Representación del objeto matemático función. Tomada de (Herrera & Muñoz 2014, p. 28)

Definición de función

En la actualidad se existen cantidad de textos donde se encuentran muchas definiciones del objeto función y que pueden clasificarse de acuerdo con su énfasis, sin embargo, todas ellas hacen referencia a una sola la unicidad de la imagen. Por lo anterior expuesto se aborda la siguiente definición: “Sea A y B un conjunto, se llama función entre A y B a cualquier relación establecida entre elementos de A y B de tal modo que a cada elemento de A corresponde un único elemento de B”. (Casa de Evaristo Noether 2013, p.1).

Trastorno por déficit de atención con hiperactividad (TDAH)

Historia del TDAH

El TDAH (trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad) es uno de los trastornos diagnosticados con más frecuencia en estos tiempos, por consecuencia más habituales en el aula de aprendizaje, por lo tanto, es importante conocer cómo se dio el descubrimiento de este trastorno para poder abordar mediante estrategias didácticas y pedagógicas el proceso de enseñanza y evitar que presente discriminación alguna con estos estudiantes. Creu (2014) refiere que si sabemos de la evolución histórica de este trastorno comprenderemos cómo se produce y algunos diagnósticos, y aportamos a la mejora de forma residual en la adolescencia.

El término TDAH ha venido evolucionando con el pasar de los años, gracias a las investigaciones científicas, los primeros reconocimientos se encuentran hacia el año 1798 en un libro “Investigación sobre la naturaleza y origen de la enajenación mental” escrito por el doctor Alexander Crichton, donde relata algunas características que hoy se conoce con TDAH, haciendo

énfasis a un estado impaciente y a la poca constancia para finalizar un determinado trabajo. Años más tarde en 1902, es publicado un artículo escrito por el médico George Still, donde describía una investigación realizada a un grupo de 20 niños que presentaban síntomas similares a que hoy caracterizan el TDAH, impulsividad, desorganización y problemas para realizar una tarea y poca concentración para realizarla y terminarla, actividad excesiva o inquietud, carácter escandaloso y una gran falta de atención, Still a estas conductas se refirió como “Defecto de control moral”, entonces el médico supuso que era una padecimiento neurológico que no se debía a la mala crianza sino más bien a una herencia biológica o una lesión cerebral de nacimiento.

Para los años 50, el TDAH estaba ideado como una lesión cerebral y después de analizar que los niños que sobrevivieron a una epidemia en 1918, presentaban las características descritas por el médico Still años anteriores, pasó a llamarse “Daño Cerebral”, no obstante otras indagaciones revelaban que estos síntomas también se presentaban en niños que no habían sufrido algún daño cerebral, por lo tanto se pensó que estaba producido por un daño cerebral leve por lo que pasó a llamarse “Disfunción Cerebral Mínima”

En los años comprendidos entre 1950 y 1970, esta época se consideraba edad de oro de la hiperactividad, este término se convierte en un síntoma primordial y cambia su nombre a “Síndrome Hiperkinético”, pero fue en 1960 que la hiperactividad se toma como trastorno de comportamiento. En la década de los 70 es cuando cobra fuerza que la falta de atención e hiperactividad estaba afectando fuertemente los procesos cognitivos.

En 1992 las investigaciones de Virginia Douglas intervinieron de manera definitiva Trastorno de Déficit de Atención con o sin hiperactividad (TDA+H y TDA-H), en ese momento se publica al ámbito social y escolar, y se da la creación de las primeras asociaciones. En 1987 se

queda el término Trastorno de por Déficit con Hiperactividad y se deja atrás el TDA sin hiperactividad, a partir de entonces empezaron a aumentar y a considerarse que impulsividad y la hiperactividad están estrechamente relacionados; en 1992 OMS reconoce el TDAH como entidad clínica y se acoge al conjunto de trastornos de comportamiento y de emociones. Finalmente, en la revisión del DMS (1994-20009) pasa a llamarse TDAH, donde se consideran tres tipos (presentación predominante hiperactiva/impulsiva, presentación predominante con falta de atención y presentación combinada), y aunque la causa aún no está muy clara, las investigaciones continúan para ayudar al tratamiento de las personas que sufren este trastorno.

Características del TDAH

El trastorno por déficit de atención e hiperactividad es uno de los trastornos del neurodesarrollo más frecuentes, este trastorno se presenta en una edad temprana en la niñez o adolescencia, cabe aclarar que no se manifiesta de la misma manera ni con la misma intensidad, y en algunos casos produce algunas variaciones en el aprendizaje. “Aproximadamente un 25-30% de los niños con TDAH tiene una alteración específica del aprendizaje en alguna de las siguientes áreas: lectura, escritura, matemáticas, y coordinación motora”. Rodríguez et al. (2006), debido a esto los estudiantes pueden tener un desarrollo menor académicamente entre otros problemas: impulsividad, desorganización y problemas para establecer prioridades, concentración para realizar una misma tarea a la vez, problemas para realizar un trabajo y terminarlo y memoria a corto plazo.

Modelos explican el TDAH

Los estudios actuales evidencian que para realizar cualquier proceso hay que poner en marcha una serie de funciones para diagnosticar, estos componentes se dividen en tres importantes modelos:

- Modelo médico: revisa si las causas son de tipo genético o que los genes podrían estar involucrados, de tipo hereditario, neurológico, por lo cual diagnostica si es de carácter leve o crónico.
- Modelo pedagógico: analiza los comportamientos en casa o en la escuela. “En muchas ocasiones, los maestros han sido colaboradores imprescindibles en trabajos sobre prevalencia o ensayos clínicos” (Rodríguez et al, 2006, p.8), es decir las personas con las que más interactúa.
- Modelo Interaccionista: en este modelo se tiene en cuenta “las condiciones de interacción entre el ambiente y las propias físicas y psicológicas del estudiante. (Casajús, 2005 p.59)

Diagnóstico de TDAH

Regularmente el trastorno suele detectarse con mayor efectividad en la escuela, pues es allí donde el niño pasa la mayor parte del tiempo diario realizando una serie de actividades acorde al aprendizaje de su edad, entonces es allí donde muestra su comportamiento ya sea de hiperactividad, poca concentración, falta de atención entre otros. Es así como la edad de diagnóstico en un comienzo es en primaria, aunque puede que antes el niño pueda dar muestras del trastorno y son los docentes los primeros en notar estas conductas, pero son los profesionales

como pediatras, psiquiatras, neurofisiólogos y psicólogos encargados de dar el diagnóstico (Casajús, 2005).

Para el diagnóstico del TDAH, se practica un estudio llamado Potenciales Evocados Cognitivos P300 auditivo y visual ya que estudian la actividad neuronal, responsable de los diferentes procesos cognitivos y que aportan en vistas al diagnóstico de detección del TDAH y son imprescindibles para el diagnóstico ya que tendremos información acerca de la atención y memoria del niño. Por otra parte, se realiza un diagnóstico psicológico mediante un test de inteligencia, que evalúa su rendimiento académico, para compararlo con un grupo de edad. De igual manera al docente y a los padres, se entrega otro test para que valoren el grado de impulsividad, atención e hiperactividad mediante situaciones cotidianas. (Casajús, 2005), pues puede presentarse que los problemas no están relacionados con su inteligencia.

La sociedad de Psiquiatría Americana, sistematiza los criterios de diagnóstico articulando de la siguiente manera:

- **Falta de atención:** no presta atención a detalles, realiza sin cuidado los deberes, presenta dificultad para terminar una tarea, no escucha cuando le hablan directamente, y presentan problemas de orden en las actividades. (Casajús, 2005).
- **Hiperactividad:** está inquieto con las manos y pies, se balancea o se levanta del puesto, presenta dificultad para quedarse en silencio, habla excesivamente, corre o escala muchas veces, en otras ocasiones como si fuera manejado por un motor. (Casajús, 2005).

- **Impulsividad:** contestan bruscamente preguntas sin saber la respuesta, no espera su turno, interrumpe a menudo conversaciones, juegos o actividades. (Casajús, 2005).

Dificultades de aprendizaje en matemáticas

Los niños con TDAH presentan constantemente problemas de tipo académico, debido a su condición de comportamiento, (atención, hiperactividad, memoria de trabajo etc.), en algunos casos no tienen relación propiamente con su inteligencia, Durá (2018). Las dificultades de aprendizaje se relacionan con más frecuencia en lenguaje, escritura y matemáticas, es por eso que en este apartado nos centraremos en el aula de matemáticas.

Los errores que a menudo suelen cometer en matemáticas son:

- **Comprensión de enunciados:** presenta dificultad para comprender instrucciones escritas, debido a que lee de forma impulsiva, falta de atención y análisis, además no interpreta los verbos, le cuesta realizar las pausas, para revisar el significado de lo que se le está preguntando en el ejercicio.

También es frecuente que el niño no se dé cuenta de lo que le están preguntando, puede pasar por alto preguntas tan sencillas como ¿Cuántos años tiene Pedro?

Les cuesta organizar la información para ponerla en práctica.

Dará (2018) refiere: para minimizar este problema el docente le pide al estudiante que lea en voz alta, luego que subraya los datos importantes del enunciado y que organice los datos que le está brindando el ejercicio y en seguida los que debe encontrar.

- **Representa mentalmente un problema:** la capacidad de abstracción, en niños que presentan este trastorno está poco desarrollada, por lo cual se les dificulta representar mentalmente una operación con cifras grandes.

Dará (2018) refiere: para darle solución a este problema es importante que para realizar las operaciones se les aborde con fichas, palitos, bolitas, lentejas, plastilina, para que representen gráficamente.

- **Operación a realizar:** presenta dificultad para saber qué operación realizar en la acción planteada. Poner o agregar (sumar), quitar (restar), poner muchas más cosas (multiplicar), repartir (dividir).

Dará (2018) sugiere: en este caso que se debe hacer actividades para asociar estos conceptos.

- **Cálculos matemáticos correctamente:** debido a que no realiza pausas para pensar antes de contestar, puede equivocarse en operaciones tan sencillas como $(2 \times 4 = 6)$.

Dará (2018) sugiere: hay que indicarles que deben tomarse el tiempo para pensar, ayudarles a reconocer este problema cuando lo comenten, crearles el hábito de repasar y rectificar.

Es importante revisar cada caso por aparte pues cada estudiante presenta un diagnóstico diferente, hay que detenerse a observar, analizar y evaluar, es así como se puede ayudar al individuo a reconocer sus dificultades y crear estrategias que sirvan para que sirvan en la solución de los problemas que presentan en matemáticas (Dará 2018). Todo ello en estrecha colaboración con los padres y el colegio para que sean partícipes y conocedores de las vías de solución para poder ponerlas en práctica en todos los ámbitos en los que el niño las necesite (casa y colegio).

Marco legal

Para este proyecto se han tenido en cuenta los postulados de la Ley Estatutaria 1618 de (2013), la cual refiere que las personas con y/o en situación de discapacidad, tal como el caso del estudiante participante del proceso con diagnóstico de TDAH tienen “deficiencias físicas, mentales, intelectuales o sensoriales a mediano y largo plazo que, al interactuar con diversas barreras incluyendo las actitudinales, puedan impedir su participación plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones con las demás” (Congreso de Colombia, 2013).

La misma Ley Estatutaria 1618 de 2013, establece una serie de disposiciones para que, desde todos los estamentos, incluidas las instituciones educativas, se garantice el pleno ejercicio de los derechos y con ello el desarrollo pleno de las personas con algún tipo de discapacidad. De hecho, desde el objeto mismo de la ley se habla de “garantizar y asegurar el ejercicio efectivo de los derechos de las personas con discapacidad” (Congreso de Colombia, 2013). Ello se propone desde el establecimiento de medidas de “inclusión, acción afirmativa y de ajustes razonables” sin dejar de lado la necesidad de eliminar del lenguaje nacional todas las formas reconocidas históricamente de discriminación a personas por sus condiciones de discapacidad.

Es de destacar que, desde la promulgación de esta Ley Estatutaria, las instituciones educativas han venido implementando importantes acciones que han derivado de directivas ministeriales, acuerdos municipales y todo tipo de acciones que dan piso jurídico a la necesidad de generar integración y evitar la exclusión en el contexto educativo. Entre ellos se destaca el Decreto 1421 de 2017 (Congreso de Colombia, 2017), con el que se reglamenta la atención educativa a la población con discapacidad en las instituciones educativas colombianas.

Metodología

Teniendo en cuenta que la presente investigación busca fortalecer el aprendizaje del objeto función en los estudiantes de grado noveno, en el cual está incluido un estudiante que con diagnóstico de TDAH, de un colegio de carácter privado de la ciudad de Tunja, se propone una ruta de investigación mixta, para Hernández, Fernández & Bautista (2014), se incorporan procesos sintomáticos, empíricos y críticos que implican la recolección y análisis de datos cuantitativos y cualitativos, bajo esta ruta se utilizan datos numéricos, verbales, textuales, visuales que permiten entender problemas. En la opinión de Arteaga (2020), se refiere a una metodología emergente, a una mezcla de datos cualitativos y cuantitativos dentro de la investigación, que permite un análisis más completo de la información.

Con base a lo expuesto anteriormente, este proyecto tiene un enfoque predominante cualitativo, Hernández, & Mendoza (2018) refieren: refieren “la ruta cualitativa resulta conveniente para comprender fenómenos desde la perspectiva de quienes los viven y cuando buscan patrones y diferencias en estas experiencias y su significado” (p. 9). De acuerdo los anteriores autores este enfoque tiene algunas características principales, el investigador plantea un problema, pero no sigue un proceso establecido con claridad, predomina la lógica o razonamiento inductivo, va de lo particular a lo general (explora y describe individualidades para después generar teorías), la investigación cualitativa resulta interpretativa, pues pretende contar el sentido de los fenómenos y hechos en función de las personas que les otorguen, se define a través de las interpretaciones de los participantes y del investigador respecto a sus propias realidades, el enfoque se basa en recolección de datos no estandarizados ni al inicio ni completamente predeterminados, consisten fundamentalmente en narraciones de diferente tipo: escritas, verbales, visuales, etc.

Con base en estas características, y puesto que al buscar fortalecer el concepto de función a través de unas situaciones didácticas y realizar análisis desde las categorías de representaciones semióticas de Raymond Duval, el presente estudio se fundamenta un tipo de investigación descriptiva, pues se pretende describir e interpretar los distintos procesos que ejercen los estudiantes en el fenómeno de estudio. Hernández, Fernández & Bautista (2014) plantean que los estudios descriptivos buscan detallar las propiedades, características y los perfiles de personas, grupos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis, es decir recogen información para luego examinar y realizar una descripción e interpretación para mostrar la realidad de la situación estudiada.

De acuerdo con lo anterior, el estudio se centra en cuanto estudiantes y un estudiante con diagnóstico TDAH, con problemas de concentración, lo cual ha generado bajo rendimiento académico, pero no presenta ningún tipo de dificultad cognitiva, en base a lo expuesto se propone un estudio de caso único como diseño de investigación, para Stake (2007) el caso puede ser una persona, un grupo de alumnos o un determinado grupo para estudiar una determinada situación y se hace concentración ese uno.

Unidad de análisis

Esta investigación se desarrolló en un colegio de carácter privado de la ciudad de Tunja. Esta institución cuenta con niveles de preescolar, primaria, básica y media, con 540 estudiantes, 38 profesores, 16 administrativos. La prueba diagnóstica se aplicó al grado noveno dos (9°-02), conformado por 26 estudiantes, 15 mujeres y 11 hombres entre 13 y 15 años de edad. Es importante resaltar que todas las actividades se desarrollaron con todo el grupo, pero solo se tomaron 5

estudiantes, como unidad de análisis, 4 de ellos de forma aleatoria y el otro el estudiante con TDAH.

Instrumentos de recolección de datos.

Para la recolección de información se obtuvo mediante la creación de ambientes de aprendizaje para Sandoval (2015) es el espacio físico en el que los estudiantes interactúan y obtienen conocimientos. Pues es así como los estudiantes se involucraron con situaciones reales donde llevaron a cabo el desarrollo de las actividades didáctica, con el fin de mejorar el concepto matemático función. Es importante mencionar que para la realización de estas actividades se contó con la autorización de los padres de la familia de los estudiantes (Anexo 1).

Mediante la aplicación de los siguientes instrumentos se llevó a cabo la recolección de datos:

- 1. Prueba diagnóstica:** esta prueba fue realizada por la docente y encaminada a dar solución al primer objetivo específico de la investigación, está compuesta por seis puntos, donde se pretendió por una parte conocer cómo los estudiantes comprenden el concepto de función en las diferentes representaciones semióticas del objeto, y por otra parte como hacen el proceso de pasar de un registro a otro.
- 2. Situaciones didácticas:** igualmente se diseñaron y se aplicaron seis actividades correspondientes a el concepto y a las representaciones del objeto función, se desarrollaron teniendo en cuantos algunos aspectos de la teoría de las situaciones didácticas, (Brousseau, 2007) propone el concepto de la situación didáctica como modelo de interacción entre el sujeto y el medio, el cual se constituye un conocimiento como estrategia en la solución de un

problema. Para el análisis de estas actividades se tuvo en cuenta las categorías cognitivas inherentes de la semiosis: formación, tratamiento y conversión Duval (1999).

- 3. Prueba de cierre:** con esta prueba se finalizó el proceso de recolección de la información, que incluyó nuevamente una parte para mirar la comprensión del objeto función y por otra parte una situación real, a partir del registro verbal del concepto, se da la manipulación de materiales para la toma de datos y así realizar la conversión en los diferentes registros.

Análisis y resultados

En este apartado, se presenta el análisis detallado de los resultados obtenidos después de aplicar los instrumentos de recolección planteados para esta investigación.

Análisis Prueba diagnóstica.

Es importante mencionar que la prueba diagnóstica se analizó con todos los estudiantes de curso (9°-02) y para el estudiante que presenta TDAH será cifrado como E1.

La primera actividad que se aplicó fue una prueba diagnóstica (Anexo 2), cuyo objetivo fue identificar los conocimientos, dominio y dificultades que presentaban los estudiantes en la comprensión del objeto función.

El diseño de la prueba estuvo enfocado en obtener información en dos puntos importantes relacionados con el objeto función, el primero se refirió a reconocer el concepto de función en las diferentes representaciones semióticas, el segundo estuvo encaminado a observar cómo realizan la conversión de una representación a otra.

El objetivo de la primera pregunta fue analizar el dominio del concepto de función en el registro verbal, para (García 2013, p.46) la expresión verbal, es una descripción y generalmente cualitativa del objeto matemático.

Para dar respuesta a la pregunta se debe tener en cuenta las variables que se relacionan, si hay dependencia una de la otra o por el contrario no hay relación alguna, de igual manera se debe

analizar que al darle valores a la variable dependiente sólo se obtenga un único valor en la dependiente.

A continuación, se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

Estudiante 1

1. Indica cuál de las siguientes relaciones son funciones. Escribe si o no y justifica tu respuesta.

a) El costo de comprar fruta y el número los kilos comprados. Si NO ¿Por qué?
Responde que no lo explica

b) El costo de una llama telefónica y su duración. Si NO ¿Por qué?

c) La edad de una persona y el color de su pelo. Si NO ¿Por qué?

d) La cantidad de alumnos de una clase y el número de aprobados. Si NO ¿Por qué?

Figura 5. Respuesta del estudiante E1, respuesta 1 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

El estudiante 1 contestó de manera correcta los numerales a, b y d sin embargo, se puede evidenciar que la argumentación no corresponde a una definición que justifique su respuesta, pues asume que de esta manera no comprende el concepto, por lo anterior se puede percibir que contesto por salir del paso o al azar, es decir que en la representación verbal no tiene dominio del concepto función.

Estudiante 5

1. Indica cuál de las siguientes relaciones son funciones. Escribe si o no y justifica tu respuesta.

a) El costo de comprar fruta y el número los kilos comprados. Si NO ¿Por qué?
Porque no pide sacar el valor para desarrollar el ejercicio

b) El costo de una llama telefónica y su duración. Si NO ¿Por qué?
Porque puede que sean datos que ya nos hallan dado

c) La edad de una persona y el color de su pelo. Si NO ¿Por qué?
Porque son datos que no dan

d) La cantidad de alumnos de una clase y el número de aprobados. Si NO ¿Por qué?
Porque toca desarrollar alguna operación o hacer algún

Figura 6. Respuesta del estudiante E5, respuesta 1 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 5 se puede afirmar que contesta de forma correcta los numerales a y c, pero ninguna de las argumentaciones está allegadas al concepto, por el contrario, las afirmaciones

no tienen sentido y ni relación alguna para la interpretación del mismo, es decir que en este caso tiene un concepto errado del objeto función.

Estudiante 13

1. Indica cuál de las siguientes relaciones son funciones. Escribe si o no y justifica tu respuesta.

a) El costo de comprar fruta y el número los kilos comprados. Si NO ¿Por qué?
es un sistema de función 2x2

b) El costo de una llama telefónica y su duración. Si NO ¿Por qué?
No hay variables

c) La edad de una persona y el color de su pelo. Si NO ¿Por qué?
No hay relacionamiento alguno

d) La cantidad de alumnos de una clase y el número de aprobados. Si NO ¿Por qué?
es un sistema 2x2

Figura 7. Respuesta del estudiante E13, respuesta 1 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 13 se puede evidenciar que contesta de manera correcta el numeral a, pero nuevamente la justificación no corresponde a esta pregunta, en el numeral b afirma: “no hay variables”, y para la d nuevamente presenta la misma argumentación del primer numeral, lo que quiere decir que no tiene una concepción afirmativa del concepto en esta representación, y dado que el numeral c su argumentación y su respuesta está de manera correcta y que esta misma afirmación la hubiese podido presentar en el numeral d, se puede concluir que presenta una confusión para dicho concepto.

Para el análisis realizado se pudo observar que el 73,07% de los estudiantes no tienen dominio del concepto de función en la representación verbal, y aunque algunas respuestas coinciden con la manera correcta, se encuentran respuestas con justificaciones erradas, argumentaciones que no tiene que ver con el tema, presentan confusiones a la hora de sintetizar, y otros dejan justificación en blanco lo que quiere decir que no tiene idea para contestar es decir, están marcadas por intuición o al azar.

El objetivo de la segunda pregunta fue analizar el dominio del concepto de función en el registro aritmético, según Duarte (2015) una función vista desde un conjunto de parejas ordenadas (x,y) , la coordenada X no se debe repetir. Es decir que el conjunto de salida solo puede tener una imagen en el conjunto de llegada.

Se muestran algunas evidencias de respuestas a este numeral.

Estudiante 1

2. ¿Cuáles de las siguientes parejas ordenadas corresponde a una función?

a) $\{(3,2)(2,3)(3,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Porque no vimos de esta forma

b) $\{(1,1)(7,6)(1,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Por que no vimos de esta forma

c) $\{(4,5)(2,1)(-4,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Por que no vimos de esta forma

d) $\{(0,1)(2,8)(2,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Por que no vimos de esta forma

Figura 8. Respuesta del estudiante E1, respuesta 2 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En este caso, en el estudiante 1 se puede evidenciar que marca a todas las respuestas de la misma manera, argumentando que “no vio de esta forma”, es decir que el estudiante no tiene idea alguna del concepto en el registro aritmético.

Estudiante 6

2. ¿Cuáles de las siguientes parejas ordenadas corresponde a una función?

a) $\{(3,2)(2,3)(3,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Forma intuitiva

b) $\{(1,1)(7,6)(1,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Forma intuitiva

c) $\{(4,5)(2,1)(-4,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Forma intuitiva

d) $\{(0,1)(2,8)(2,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Forma intuitiva

Figura 9. Respuesta del estudiante E6, respuesta 2 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

El estudiante 6 al igual que varios estudiantes afirmaron que marcaron la respuesta fue marcada de forma intuitiva, Gómez (2018) refiere: tenemos intuiciones porque poseemos representaciones mentales de los objetos matemáticos, los cuales los adquirimos por experiencias

reiteradas y no por memorización de fórmulas verbales. Es decir que en este caso los estudiantes deben poseer saberes anteriores o reconocer algún patrón para indicar dicha respuesta, pero es evidente que las respuestas de forma intuitiva que argumenta no tienen validez primero porque las respuestas no están de manera correcta y segundo porque no presenta una síntesis que se pueda asociar a un saber previo.

Estudiante 16

2. ¿Cuáles de las siguientes parejas ordenadas corresponde a una función?

a) $\{(3,2)(2,3)(3,0)\}$ Si NO ¿Por qué? pero que si es una función
porque el 2 y el 3 se repiten

b) $\{(1,1)(7,6)(1,0)\}$ Si NO ¿Por qué? lo mismo acá

c) $\{(4,5)(2,1)(-1,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Tambien pienso que es
una función

d) $\{(0,1)(2,8)(2,0)\}$ Si NO ¿Por qué? Igual que las anteriores

Figura 10. Respuesta del estudiante E16, de la respuesta 2 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

Se puede observar que el estudiante 16 tiene una noción del concepto de función, sin embargo, no hay claridad y se evidencia una confusión, a lo cual se puede intuir por la manera en la que marca las respuestas que no se acuerda muy bien del concepto, es decir que aprendió para el momento y no para seguirlo trabajando en temas posteriores.

En el análisis de este interrogante se pudo concluir que para el registro aritmético solo el 19,23% del estudiante tiene una definición concreta del concepto, mientras que el 80,77% presentan dificultades a la para reconocer, argumentar, defender y sintetizar las respuestas, por lo anterior se puede afirmar que no tienen una idea definida del concepto de función en esta representación.


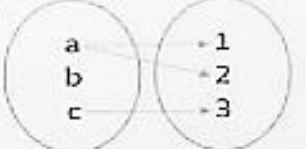
El propósito de la tercera pregunta estuvo encaminado en analizar el dominio del concepto de función en el registro figural (diagrama sagital). Es la representación de dos conjuntos A y B,

para que se cumpla función, a cada elemento de A (preimagen), solo le puede corresponder un elemento en B (imagen). (Duarte, 2015).



Se exponen algunas evidencias de respuestas a este numeral.

Estudiante 3

3. De los siguientes diagramas sagtales cuál representa una función.

a)  b) 

Si NO ¿Por qué? Por que el 3 Si NO ¿Por qué? Por que la b
esta solo esta sola y no puede quedar
ningun elemento solo

c)  d) 



Si NO ¿Por qué? Por que cada Si NO ¿Por qué? No hay
no hay otro elemento en los relación.
conjuntos.

Figura 11. Respuesta del estudiante E3, de la respuesta 3 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2



En el estudiante 3 se puede evidenciar que las argumentaciones que hace para dar respuesta a esta pregunta, lo hace con base a las relaciones que muestran las imágenes y eso puede que por un lado está muy bien, mientras se tenga claridad en el concepto, porque de lo contrario no se puede acertar de manera correcta y se cae en una contrariedad, es decir que lo que él está firmado sólo cumpliría para los numerales c y d.

Estudiante 6

3. De los siguientes diagramas sagitales cuál representa una función.

a)  b) 

Si NO ¿Por qué? Cumple con los parámetros de función. Si NO ¿Por qué? NO cumple con los parámetros de función.

c)  d) 

Si NO ¿Por qué? Por que los elementos no se pueden cruzar. Si NO ¿Por qué? No hay relación alguna.

Figura 12. Respuesta del estudiante E6, de la respuesta 3 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 6 se puede evidenciar que las argumentaciones para dar respuesta a esta pregunta son muy generales, pues afirma que los conjuntos cumple dependiendo de los parámetros de función, sin embargo al realizar el análisis se puede sustentar que bajo esta justificación el numeral a no corresponde con dicha afirmación, por consiguiente se puede intuir que no tiene muy claros estos parámetros del concepto de función, lo cual concuerda con la respuesta en el numeral c ya que defiende la respuesta afirmando que los elementos no se pueden cruzar, afirmación que no tiene sentido.

Respecto al análisis de esta pregunta se puede afirmar que el 46,15% de los estudiantes presenta dificultades en el dominio y comprensión del concepto de función debido a que muestran contrariedades y confusiones en las argumentaciones, pero el otro 53,85% de los estudiantes con definiciones concretas como la del estudiante E4 en el numeral c, afirma: “no, porque en el primer conjunto a “a” le pertenece más de un número en el otro conjunto, por lo anterior, se puede concluir que en este registro tiene mejor comprensión del concepto que en otros registros.

El objetivo de la cuarta pregunta fue analizar el dominio del concepto de función en el registro algebraico, este tipo de representación se generaliza a través del símbolo, ecuación de dos variables o fórmula (Becerra 2020 p.18).

A continuación, se presentan algunas respuestas de estudiantes.

Estudiante 1

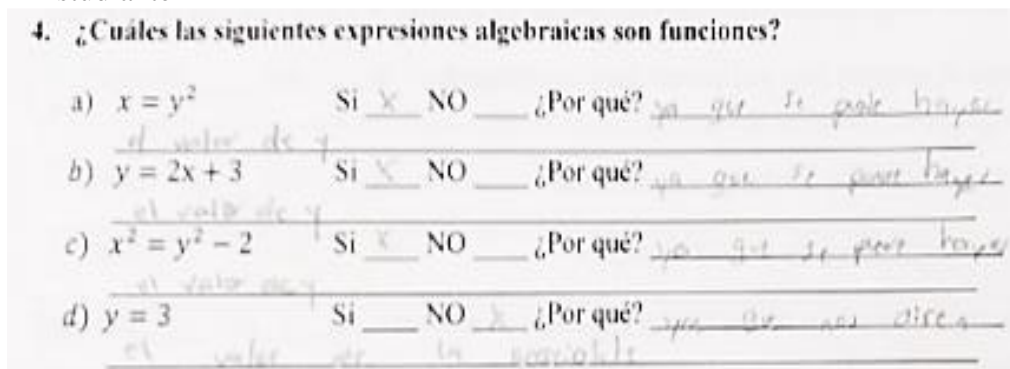


Figura 13. Respuesta del estudiante E1, de la respuesta 4 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En cuanto a la expresiones algebraicas el estudiante 1, para el numeral a, b, y c afirma que mientras se pueda despejar el valor de y, se asume que es una función, en cuanto al numeral d, da a entender que no cumple que sea función pues le dan el valor de la variable y, por lo cual se puede evidenciar que estaría en una contrariedad, pues para este numeral ya estaría despejada y, ¿Por qué no cumpliría que fuese función y es la afirmación que expone en los primeros numerales?, es decir que no tiene claridad con las argumentaciones que presenta en esta pregunta, de igual manera se evidencia que faltan algunos parámetros para justificar el concepto en esta representación.

Estudiante 12

4. ¿Cuáles las siguientes expresiones algebraicas son funciones?

a) $x = y^2$ Si NO ¿Por qué? porque solo hay un valor después de x

b) $y = 2x + 3$ Si NO ¿Por qué? porque se está sumando el 2x y el 3

c) $x^2 = y^2 - 2$ Si NO ¿Por qué? porque se está restando el y^2 al 2

d) $y = 3$ Si NO ¿Por qué? porque solo está el 3

Figura 14. Respuesta del estudiante E12, de la respuesta 4 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En el caso del estudiante 12, las argumentaciones tienen que ver más con las expresiones que acompañan a las variables, es decir que mientras una de las variables esté acompañada ya sea por una suma o un resta cumple con la definición de función, puesto que para el literal a y b no cumplen que estén de esta forma no serían funciones, por lo expuesto anteriormente se evidencia que les faltan condiciones a las argumentaciones presentadas, por lo tanto le falta dominio del concepto de función.

En base al análisis de esta pregunta se pudo evidenciar que el 84,61% de los estudiantes presentan dificultades con este registro, pues la gran mayoría de justificaciones quedaron en blanco, es decir no tiene ningún tipo de dominio el concepto; por otra parte, también presentaron dificultades en dar una argumentaciones claras y precisas, por consiguiente este es uno de los registros donde más presentan dudas a la hora de reconocer el concepto de función.

En la quinta pregunta la intención estuvo encaminado a conocer el dominio del concepto de función en el registro gráfico, se utiliza el sistema de ejes coordenados en el cual figuran los valores de las dos variables, variable dependiente en el eje x (abscisas) y variable independiente en eje y (ordenadas), Sangaku (2021).

Se presenta algunas respuestas de estudiantes.

Estudiante 1

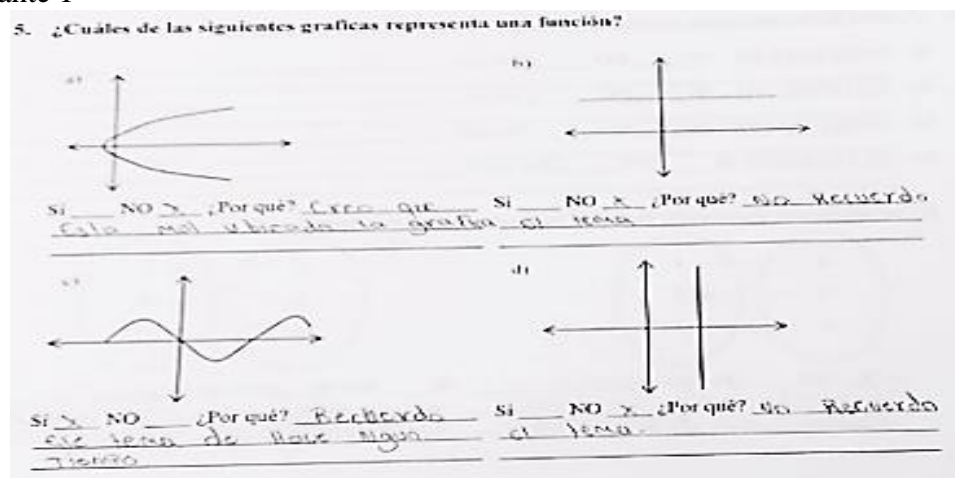


Figura 15. Respuesta del estudiante E1 a la respuesta 5 de la prueba diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 1 es evidente que no tiene dominio alguno en el concepto de función, pues argumenta que no recuerda el tema, lo cual es preocupante pues este concepto es base para algunos temas en décimo y once, también se puede interpretar de dos maneras, la primera que aprendió el concepto para el momento y no causó gran interés o la segunda que el docente no profundizó en este tema, se vio por encima lo cual no representa un interés en el estudiante.

Para el análisis de esta pregunta en cuanto al registro gráfico se pudo evidenciar que un 26,92% de los estudiantes presentan dificultad en el dominio del concepto de función, en algunas argumentaciones expresan que no se acuerdan del tema, mientras que otras no están sustentadas coherentemente, mientras que el 73,08% con la argumentación más concreta “al trazar una línea vertical solo toca a la gráfica en un solo punto”, se puede percibir que los estudiantes conciben la función matemática solo en la representación gráfica, por lo anterior se puede concluir que este es el registro donde tiene mayor claridad y dominio del concepto de función que en otros registros.

La sexta pregunta enfatiza en la representación tabular, Campos (2017) refiere que es una tabla con dos columnas, la primera columna contiene los valores de la variable independiente x , mientras que la otra contiene los valores de la variable dependiente y .

Algunas evidencias de las respuestas a este numeral

Estudiante 13

3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes tablas representan una función?

a)

a	b
-5	10
0	0
4	10
5	0

Si NO ¿Por qué? no hay
ningún patrón

b)

c	d
4	8
2	1
1	2
2	4

Si NO ¿Por qué? El patrón
es la potencia al
cuadrado de la variable c

c)

e	f
-1	1
0	0
1	1
2	4

Si X NO ¿Por qué? El patrón es
el doble o la mitad
de la variable dada

Figura 16. Respuesta del estudiante E13 a la respuesta 6 de la diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 17 se puede evidenciar que las argumentaciones que expresa no tienen sentido ni coherencia con la definición del concepto, se esperaban respuestas como “en la variable “a” que es el conjunto de salida hay números que se repiten”, por lo anterior se puede intuir que a pesar que observo las imágenes y busco una patrón de relación en tablas para dar la justificación, el estudiante no posee una definición específica de función.

Estudiante 21

3. ¿Cuál o cuáles de las siguientes tablas representan una función?

a)

a	b
-5	10
0	0
4	10
5	0

b)

c	d
4	8
2	1
1	2
2	4

Si NO ¿Por qué? al graficar cada uno de los puntos no es una forma correcta

Si NO ¿Por qué? Si no estaba en el punto de corte "0"

c)

e	f
-1	1
0	0
1	1
2	4

Si NO ¿Por qué? al graficar los puntos queda una parábola hacia arriba

Figura 17. Respuesta del estudiante E21 a la respuesta 6 de la diagnóstica. (Anexo 2)

Al realizar el análisis en el estudiante 21 y como es el caso de algunos estudiantes se encontró que realizaron una conversión al registro gráfico y desde ahí dieron una argumentación para justificar las respuestas, sin embargo se puede evidenciar que en este estudiante aún le falta dominio del concepto, pues en el caso del numeral a la “a” da a entender que cuando realizó la gráfica y al no obtener una imagen conocida o constante, asumió que no es una función y en el caso del numeral “b” se puede interpretar que al no tener un punto de corte con cero tampoco es función.

En el análisis de este interrogante se pudo concluir que para el registro tabular solo el 19,24% de los estudiante tiene una definición concreta del concepto, esto se pudo concluir que este porcentaje de estudiantes realizan una conversión de este registro a la registro gráfico, es ahí donde mejor dominio tiene del concepto, mientras que el 80,76% presentan dificultades para expresar una argumentación formal, carece de síntesis que defiendan una postura clara sobre el dominio del concepto de función, es importante resaltar que hay otros estudiantes que al ver los números negativos en las tablas asumen que no puede ser una función, por lo anterior se puede afirmar que no tienen una idea definida del concepto en esta representación.

La segunda parte de la prueba diagnóstica estuvo encaminada a analizar cómo los estudiantes realizaban la conversión del registro función en otros registros, según (Duval 1999 citado en Hernández y Reyes 2017) “la conversión es la actividad cognitiva que permite transformar de una representación a otro registro, preservado completa o parcialmente el contenido de la representación inicial” (p.3).

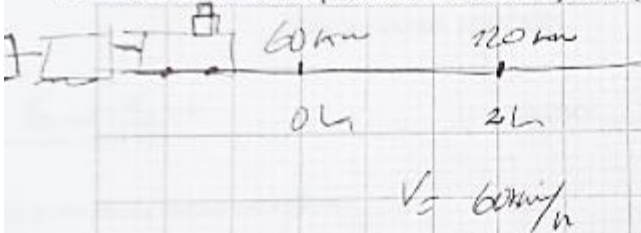
En el punto séptimo enfocó en el análisis 4 registros más destacados en el concepto de función, la conversión del objeto verbal al tabular, algebraico y gráfico.

A continuación, se exponen algunas respuestas de estudiantes.

Estudiante 1

7. Un tren avanza a 60 km hacia el norte, cada vez que transcurren una hora.

a. Elabora una tabla en la que relaciones la distancia y el tiempo transcurrido para horas.



b. Determina la expresión matemática que relaciona las dos variables.

tiempo = dependiente
 distancia = independiente.

c. Realice la gráfica que represente los valores de las variables.

no se puede hacer

Figura 18. Respuesta del estudiante E1 a la respuesta 7 de la diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 16 se puede evidenciar que en el numeral a, al realizar la conversión del registro verbal al registro tabular presenta dificultades, pues establece una relación mal planteada, no llega al registro tabular, en numeral b, reconoce las variables pero se puede evidenciar que presenta una confusión, sin embargo la expresión matemática la propone inconscientemente en el numeral a, pero aun así se puede intuir que presenta dificultad para plantear una expresión matemática cuando se solicita concretamente, en caso del numeral c, expresa que no sabe cómo hacerlo, lo cual es evidente que posee problemas para llegar al registro gráfico, es decir que el estudiante no maneja las unidades significantes de cada registro.

Estudiante 11

7. Un tren avanza a 60 km hacia el norte, cada vez que transcurren una hora.

a. Elabora una tabla en la que relaciones la distancia y el tiempo transcurrido para horas.

$d =$	60	120	180	240
$t =$	1	2	3	4

b. Determina la expresión matemática que relaciona las dos variables.

El tiempo depende de la distancia y la distancia es una variable independiente.

$d = t$

c. Realice la gráfica que represente los valores de las variables.

60 km	120 km	180 km
1h	2h	3h

Figura 19. Respuesta del estudiante E11 a la respuesta 7 de la diagnóstica. (Anexo 2)

En el estudiante 11 se puede evidenciar que en el numeral a al realizar la conversión del registro verbal al registro tabular no presenta ninguna dificultad, reconoce las variables y establece una relación entre ellas, mientras que en el numeral b al pasar al registro algebraico se puede

evidenciar que presenta una confusión, pues primero propone una igualdad entre las variables y luego determina que la variable dependiente es el tiempo, es decir que presenta dificultad para plantear una expresión matemática que relacione las dos variables, en caso del numeral “c” nuevamente traza la proporción del primer numeral, por lo cual se puede concluir que también presenta problemas para llegar al registro gráfico. Pero es evidente que el estudiante no tiene presente las unidades significativas de cada registro.

En el análisis de este interrogante se pudo concluir que en la conversión al registro tabular el 53,84% presentan dificultad, el 100% de los estudiantes no ejecutan la conversión al registro algebraico y el 65,38% no realizan la conversión al registro gráfico.

A continuación, se presenta un análisis concreto de la prueba diagnóstica en cada una de las representaciones y algunas conversiones del concepto función.

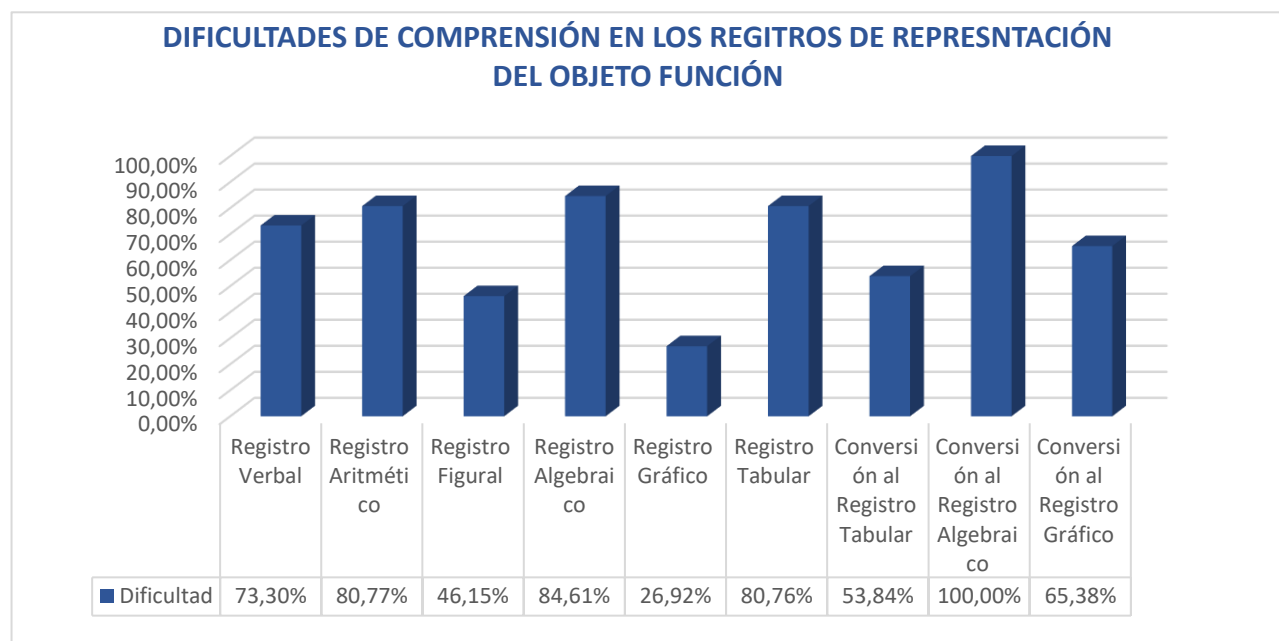


Figura 20. Resultados de la prueba diagnóstica. Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 20, es evidente la dificultad que presentan los estudiantes en cuanto al concepto de función en sus diferentes representaciones, se pudo intuir que en los registros aritméticos, algebraicos y tabulares es donde mayor problema se concentra, pues el 83% de los estudiantes reconocen que estas representaciones no son vistas como una función, sino son el camino para llegar a graficar la función, es decir que reconocen solo la gráfica función.

En el 7 punto, para la conversión al registro tabular, donde menores inconvenientes presentan, los E11, E12, y E18, plantean bien la tabla pero carece de unidades significantes en las magnitudes que interviene en la situación, por lo tanto no es congruente la conversión realizada, en cuanto al registro algebraico el 100% de los estudiantes presentan complicaciones a la hora de obtener la ecuación de ejercicio, por una parte no reconocen el orden de las variables, por otra no tiene coherencia para determinar la pendiente y algunos manifiestan no acordare de cómo hallar esta expresión. Finalmente, para en el registro tabular del 65,38% de los estudiantes que presentan inconvenientes, se pudo evidenciar que el E12, E13, E21 asociaron la gráfica como un dibujo representativo de la situación y no una representación en el plano cartesiano, por otro parte los E6, E10 y E11, carecen de las unidades significantes en las variables que interviene es esta situación.

En cuanto al estudiante que presenta TDAH, se logró evidenciar que presenta dificultades en todos los registros, en el registro verbal, aritmético y tabular, justifica no haber visto de esta forma el concepto de función, es decir que en estos tres registros no tiene noción alguna del concepto, en el sagital no recuerda muy bien con se determina el concepto, en el algebraico, aunque presenta algunas definiciones, se puede concluir que tiene algunas confusiones para justificar de manera correcta y en el registro gráfico también presenta algunas confusiones, justifica de igual manera no recordar el tema; en cuanto a las conversiones que debía realizar, se puede intuir que no comprende la representación a la cual debía llegar, aunque reconoce las

magnitudes presentes en la situación, no maneja las unidades significantes propias de cada registro, de igual manera se pudo evidenciar que la prueba se le tornó aburrida y plana, pues se levantó varias veces del puesto, se vio pensativo y un poco estresado al no comprender el tema.

Después de analizada y calificada la prueba diagnóstica, se realizó la retroalimentación del taller propuesto con todos los estudiantes, donde se recordó nuevamente el concepto de función en cada una de sus representaciones y posteriormente se explicó algunos ejercicios de función realizando conversión de en cada uno de los registros.

En seguida se diseñaron las actividades didácticas con base a los resultados de la prueba diagnóstica, se crearon 6 actividades, repartidas de la siguiente manera, tres situaciones, dos experimentales y una situación verbal.

Actividad 1, Situación geométrica.

La primera actividad (Anexo 3), tuvo como objetivo analizar como a partir de unas instrucciones el estudiante encuentra la relación de las dos variables (relación directa, recta que debe pasar por el origen de las coordenada, es decir una función lineal) en este caso el diámetro variable independiente y el perímetro variable dependiente, además se esperaba que ellos al encontrar la constante, la identificaran como el número π , de igual manera identificar los errores y aciertos en al realizar las conversiones en los diferentes registros, y así poder observar en que registro reconocen el concepto de función y como establecen algunas de las articulaciones entre diferentes registros de representación semiótica, la articulación entre registros hace referencia a la discriminación y coordinación significantes de dos representaciones de diferente registro (Duval, 2004)

De igual manera Duval (2004) enuncia que la conversión tiene dos características propias, la primera hace referencia a que es orientada, es decir que el individuo tiene conocimiento del registro de partida y el de llegada, y la segunda enmarca que la conversión puede ser congruente o no.

En la misma línea Duval (2004) plantea que el proceso de conversión debe ser espontánea para los estudiantes y debe cumplir con tres condiciones, correspondencia semántica (CSE), univocidad semántica terminal (USE), conversión del orden (COR).

Es importante tener en cuenta las unidades significativas, en este caso del objeto función en sus diferentes registros para analizar como los estudiantes realizan los procesos de conversión teniendo en cuenta los tres criterios mencionados anteriormente.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente se relacionan las unidades significativas en un cuadro dependiendo del registro de salida al registro de llegada que son base para el análisis de todas las actividades propuestas.

Unidades significativas	
Salida: Instrucciones	Llegada: Registro tabular
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: diámetro • Unidad de medida: cm 	Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: diámetro • Unidad de medida: cm
Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • Directa 	Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante
Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Perímetro • Unidad de medida: cm 	Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Perímetro • Unidad de medida: cm

Tabla 4. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 1). Elaboración propia

Para la conversión del registro tabular al registro gráfico se debe tener en cuenta las siguientes unidades significativas.

Unidades significantes	
Salida: Registro tabular	Llegada: Registro gráfico
Variable independiente (x) → <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: diámetro • Unidad de medida: cm Relación entre los valores de la variable independiente: → <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante. Variable dependiente (y) → <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Perímetro • Unidad de medida: cm Relación entre los valores de la variable dependiente → <ul style="list-style-type: none"> • Directa, Varían según el valor de la variable independiente. Relación entre los valores de la variable dependiente (y) y la variable independiente (x) → <ul style="list-style-type: none"> • Los valores de la variable dependiente (y) por cada valor de la variable independiente (x). 	Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: diámetro • Unidad de medida: cm Escala: varía de uno en uno hasta 15 Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Perímetro • Unidad de medida: cm Relación entre los valores de la variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • Van hasta 50 aproximadamente. Pendiente: Sentido inclinado, ascendente, positiva = 3,14

Tabla 5. Conversión del registro tabular al registro gráfico. (Actividad 1). Elaboración propia

Para la conversión del registro gráfico al registro algebraico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro gráfico	Llegada: Registro algebraico
Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: diámetro • Unidad de medida: cm Pendiente: Sentido inclinado, ascendente, positiva = 3,14 Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Perímetro • Unidad de medida: cm 	Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = y$ Se identifica la constante m: 3,14 $m > 1$ Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x

Tabla 6. Conversión del registro gráfico al registro algebraico. (Actividad 1). Elaboración propia

A continuación, se exponen algunos hallazgos importantes de la primera actividad propuesta.

Estudiante 1.

Salida: Instrucciones \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

1. Toma 5 círculos y enuméralos, mides los diámetros y perímetros (cm) de los círculos de madera.

2. Completa la siguiente tabla.

Diámetro	X	4.5	9.0	10	11.5	12.5
Perímetro	Y	14.14	28.27	31.42	36	39

Figura 20. Conversión del estudiante E1, Actividad 1. (Anexo 3)

El estudiante sigue las indicaciones de medir el diámetro y el perímetro de cada círculo, pero se evidencia que la medición que realiza no es la correcta, pues se esperaban respuestas con números decimales; por lo tanto, se puede intuir que estudiante hace un redondeo la de las cifras, pues al parecer presenta dificultad con las cifras decimales y le resulta más fácil trabajar con números enteros, o al pasar al registro gráfico tuvo algún conflicto y decidió trabajar con cifras redondeadas.

A continuación, se exponen aspectos relacionados con la congruencia desacuerdo con las condiciones planteadas por Duval (1999).

CSE: No, ya que hay ausencia de las unidades significantes en las dos variables, a lo que se refiere unidad de medida “cm”.

USE: Si a cada unidad significativa del registro de partida le corresponde una unidad en el registro de llegada.

COR: si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros.

El estudiante realizó una correspondencia del registro verbal al registro tabular de forma directa, efectuando las descripciones dadas; sin embargo, no se presenta una conversión congruente pues no se cumple la primera condición plantada por Duval.

Salida: Registró tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro gráfico

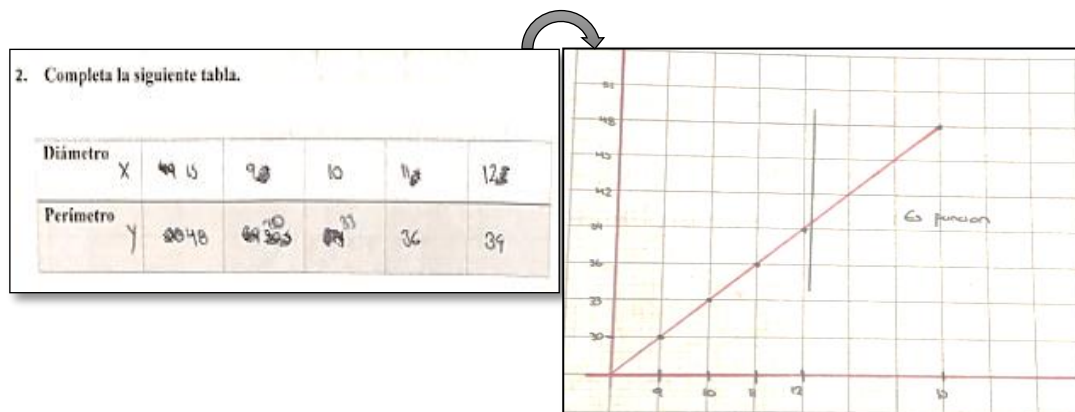


Figura 21. Conversión del estudiante E1, Actividad 1. (Anexo 3)

Criterios de congruencia:

CSE: No, aunque a cada unidad significativa del registro de partida está relacionado con uno en el registro de llegada hay ausencia de las unidades significantes en las dos variables, a lo que se refiere unidad de medida “cm”.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: Si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros.

Al pasar del registro tabular al registro gráfico se puede evidenciar que la correspondencia numérica está bien, pero la gráfica que el estudiante plantea por una parte carece de unidades significantes y por otra parece ser una relación directa, pues la recta muestra nacer desde el origen, sin embargo no es así la intersección de los eje estaría en la pareja ordenada (8,27), a lo cual se puede

intuir que el estudiante solo se centra en graficar las parejas que hallo en el registro tabular, es decir que dejó de lado una parte muy importante de la gráfica, que es el punto de corte con el eje “y”, pues al analizar las parejas ordenas la relación que plantea el estudiante en no es directa sino es una función lineal afín y para esta actividad la relación diseñada es directa. Por lo tanto, la conversión del registro tabular al registro grafico se realizó pero no de manera congruente pues al haber ausencias de unidades significantes no se completa totalmente la conversión.

Salida: Registro grafico \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico

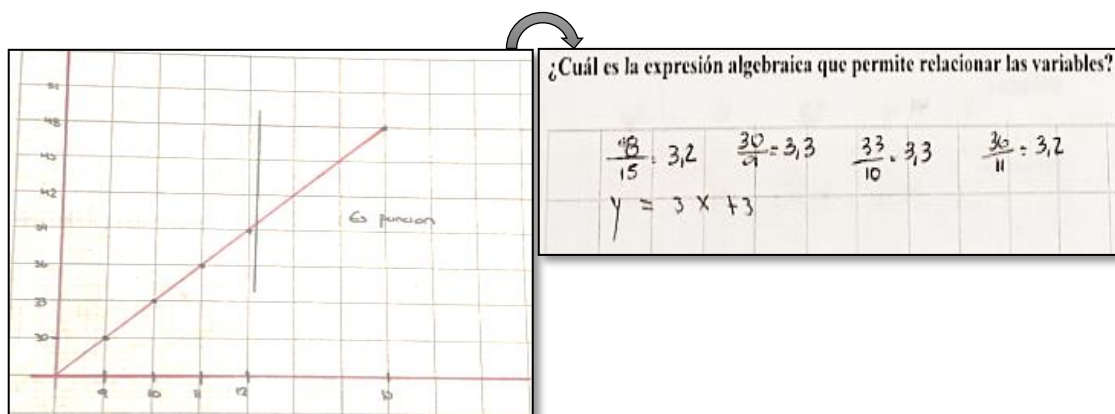


Figura 22. Conversión del estudiante E1 Actividad 1. (Anexo 3)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, existe correspondencia semántica pues las unidades de medida que intervienen en la situación, es importante mencionar que las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, sino están de manera explícita en las variables.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros, ya que las variables están en diferente orden con relación al otro registro.

Por lo anterior se puede concluir que la conversión si se da, pero no de manera congruente, pues las no se cumple el tercer criterio. Es importante mencionar que Duval (1999) afirma que en la conversión, la congruencia puede darse en un sentido, pero en sentido inverso puede que no, como lo es exactamente en este caso, es congruente cuando se pasa de la expresión algebraica al gráfico, pero ya no lo es en el sentido contrario, debido a que no se da forma directa, sino que hay que hacer un tratamiento para llegar a la fórmula.

Al pasar del registro grafico al registro algebraico, se puede evidenciar que el estudiante realiza un cálculo, es decir que halló una constante mediante la relación directa entre dos variables y se puede observar que no la utilizó en la ecuación o se puede intuir por una parte que nuevamente hace un redondeo en las cifras que obtuvo para plantar la ecuación y en este caso le coincide con la pendiente de la ecuación, o por otra se dio cuenta del error y pudo percibir que no era la manera correcta de hallar la pendiente de la ecuación y terminó haciendo un cambio a la fórmula de la pendiente, recordemos que anteriormente se mencionó que la relación que él planteó no es de forma directa sino de una función lineal afín, pues al analizar la ecuación planteada por el estudiante, la ecuación corresponde a la gráfica, lo que quiere decir que el estudiante tuvo que hacer un cálculo o evaluar el punto " $x = 0$ " para encontrar el punto de corte o lo hizo al tanteo.

Es interesante ver que, aunque lo que realiza el estudiante 1, no es lo que esperaba como respuesta, y al no poder utilizar los números decimales, optó por utilizar los números enteros pudo realizar la conversión en algunos registros y encontró la expresión algebraica, pues fue el único que llegó a esta expresión.

Estudiante 2

Salida: Instrucciones \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

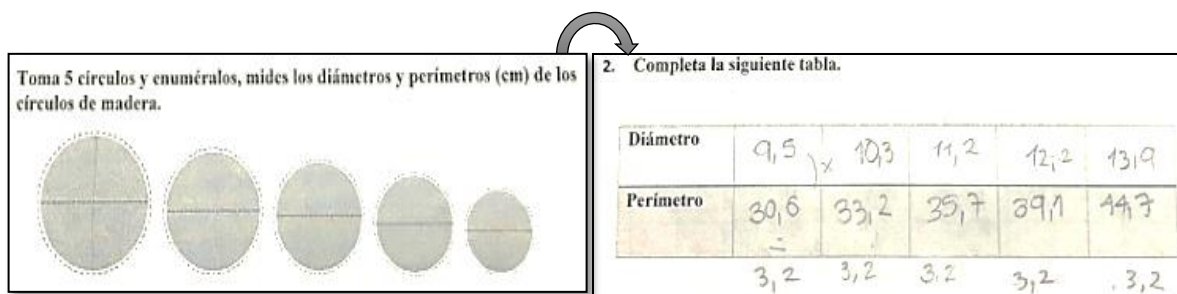


Figura 23. Conversión del estudiante E2 Actividad 1. (Anexo 3)

Criterios de congruencia:

CSE: No, aunque a cada unidad significativa del registro de partida está relacionado con uno en el registro de llegada hay ausencia de las unidades significantes en las dos variables, a lo que se refiere unidad de medida “cm”.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: Si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros.

El estudiante en la situación planteada realizó una correspondencia del registro verbal al registro tabular de forma directa, efectuando las descripciones dadas; sin embargo, no se presenta una conversión congruente pues no se cumple el primer criterio de congruencia.

Salida: Registró tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro gráfico

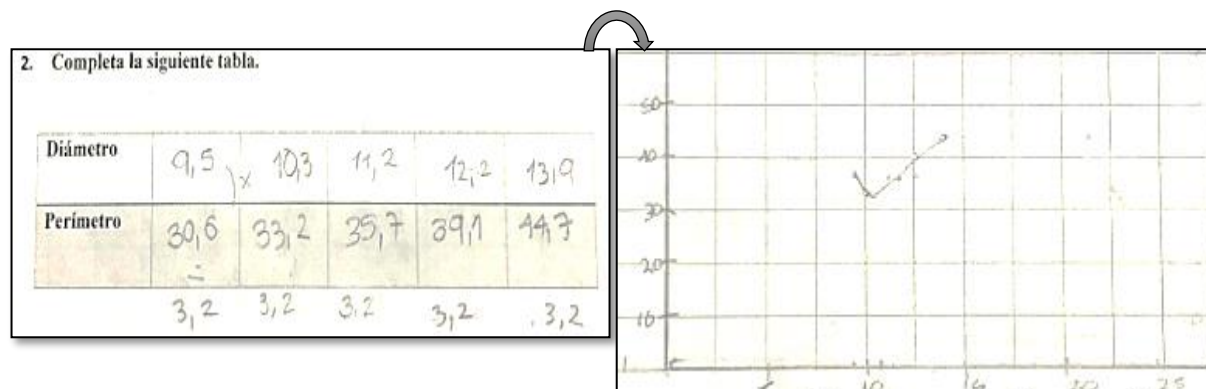


Figura 24. Conversión del estudiante E2 Actividad 1. (Anexo 3)

Criterios de congruencia:

CSE: No, aunque a cada unidad significativa del registro de partida está relacionado con uno en el registro de llegada hay ausencia de las unidades significantes en las dos variables, a lo que se refiere unidad de media “cm”.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: Si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros.

Para la situación planteada la conversión que realiza el estudiante no es congruente, pues no cumple con uno de los criterios de congruencia, además se puede evidenciar que en conjunto de llegada (registro gráfico), tiene un error de correspondencia dentro del mismo registro, pues la primera pareja ordenada que relaciona en el registro tabular no corresponde a la que plantea en la gráfica, es decir que posee problemas de conversión entre estos dos registros.

Salida: Registro grafico \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico

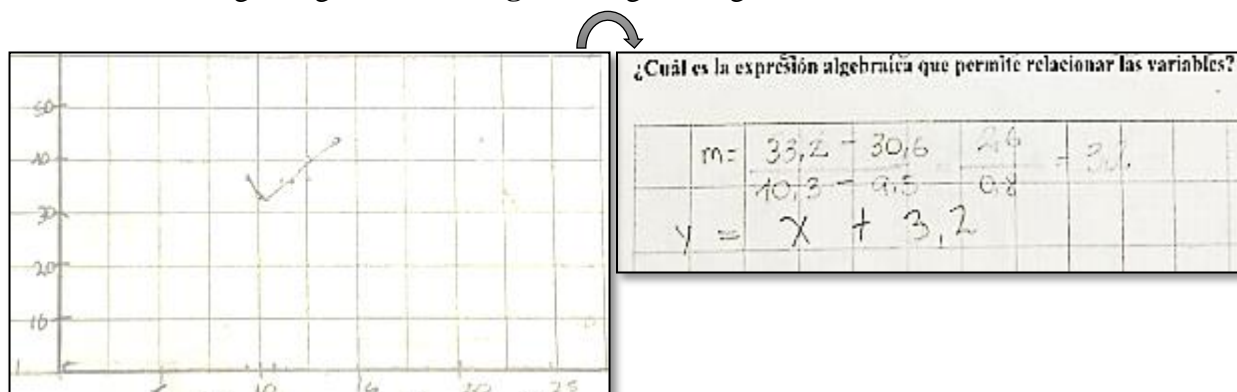


Figura 25. Conversión del estudiante E2 Actividad 1. (Anexo 3)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, existe correspondencia semántica pues las unidades de medida que intervienen en la situación, es importante mencionar que las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, sino están de manera explícita en las variables.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros, pues en la representación $y = x + 3,32$ las variables están en diferente orden con relación al otro registro.

La conversión que realiza el estudiante no es congruente por una parte porque no cumple con uno de los tres criterios de congruencia y por otra porque cuando halla el valor de la pendiente lo ubica en el en la posición donde se ubica el punto de corte con el eje “y”, es decir que el estudiante tiene problemas para hallar la expresión matemática de una función es este caso lineal.

A continuación se presenta un análisis concreto de la primera actividad.

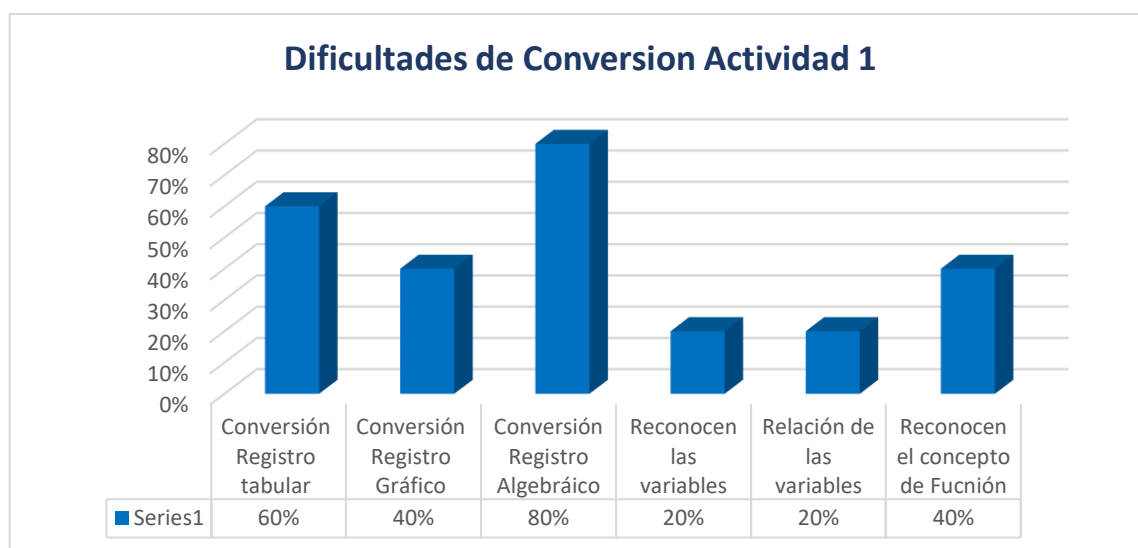


Figura 26. Resultados análisis de la actividad 1. Elaboración propia.

En términos generales de la primera actividad, se pudo observar que en la conversión al registro tabular solo el 40% de los estudiantes realiza de forma correcta, mientras que el otro 60% presenta dificultades, pues no relacionan las unidades significantes de las magnitudes, al pasar al registro gráfico el 60% realiza de manera correcta la correspondencia numérica en el plano cartesiano, pero es importante resaltar que de igual manera no nombran los ejes con sus respectivas unidades significantes.

Donde mayor dificultad se presentó fue al pasar al registro gráfico, pues los estudiantes deben por medio de un tratamiento encontrar el valor de la pendiente y luego evaluar en $x = 0$ para hallar el punto de corte con el eje y , es decir que en muchos casos no se puede pasar de forma directa a este registro, Duval (1999) ya citado anteriormente afirma que hay congruencia cuando se pasa del registro algebraico al gráfico, pero ya no se da de manera inversa, esta dificultad es llamada por Duval como *Fenómeno de no-congruencia*, pues se presenta en algunas representaciones del mismo objeto que proviene de sistemas semióticos diferentes y al realizar la conversión no se da de manera inmediato, pues la gráfica presenta de manera visual las unidades significantes de las magnitudes mientras que la expresión algebraica no.

En la misma línea es importante mencionar que 80% de los estudiantes reconocen las variables y la relación que se presenta en ellas, para esta actividad la relación que se planteó fue una correspondencia directa, es decir que la gráfica pasa por el origen de las coordenadas y de igual manera los estudiantes reconocen el concepto de función desde el registro gráfico, en la mayoría de estudiantes trazaron una línea vertical y desde ahí argumenta las respuestas, se puede intuir que desde que les enseñaron el concepto de función los captaron mejor desde este registro.

Actividad 2, Situación geométrica.

La segunda actividad (Anexo 4), tuvo como objetivo fortalecer las dificultades que presentan los estudiantes en la conversión de los diferentes registros del objeto función y analizar como a partir de unas instrucciones el estudiante encuentra la relación de las dos variables (relación lineal afín) en este caso los pasos de variable independiente y el número de cuadrados variable dependiente. Se pretende que los estudiantes a partir de la exploración logren identificar las variables que se relacionen con longitudes y áreas de una figura geométrica (cuadrado).

Es importante tener en cuenta las unidades significativas, en este caso del objeto función en sus diferentes registros para analizar como los estudiantes realizan los procesos de conversión teniendo en cuenta los tres criterios de congruencia para que se de forma correcta la conversión de un registro al otro.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente se relacionan las unidades significantes en un cuadro dependiendo del registro de salida al registro de llegada con base al análisis de la segunda actividad.

Unidades significantes	
Salida: Instrucciones	Llegada: Registro tabular
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Pasos • Unidad de medida: numérica 	Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Pasos • Unidad de medida: numérica
Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • Lineal afín 	Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante
Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: número de cuadrados • Unidad de medida: numérica 	Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: número de cuadrados • Unidad de medida: numérica

Tabla 7. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 2). Elaboración propia

Para la conversión del registro tabular al registro grafico se debe tener en cuenta las siguientes unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro tabular	Llegada: Registro gráfico
Variable independiente (x) → <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Pasos • Unidad de medida: numérica Relación entre los valores de la variable independiente: → <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante. Variable dependiente (y) → <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: número de cuadrados • Unidad de medida: numérica Relación entre los valores de la variable dependiente → <ul style="list-style-type: none"> • Lineal afín Varían según el valor de la variable independiente. Relación entre los valores de la variable dependiente (y) y la variable independiente (x) → <ul style="list-style-type: none"> • Los valores de la variable dependiente (y) por cada valor de la variable independiente (x). 	Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Pasos • Unidad de medida: numérica Escala: varía de uno en uno hasta 9 Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: número de cuadrados • Unidad de medida: numérica Relación entre los valores de la variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • Inicia en 1, va de 3 en 3 hasta 27 Pendiente: Sentido inclinado, ascendente, positiva = 3

Tabla 8. Conversión del registro tabular al registro gráfico. (Actividad 2) Elaboración propia

Para la conversión del registro gráfico al registro algebraico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro gráfico	Llegada: Registro algebraico
Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Pasos • Unidad de medida: numérica • Pendiente: • Sentido inclinado, ascendente, positiva = 3 Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: número de cuadrados • Unidad de medida: numérica 	Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = y$ • Se identifica la constante m: 3 $m > 1$ Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x

Tabla 9. Conversión del registro gráfico al registro algebraico. (Actividad 2) Elaboración propia

A continuación, se exponen algunos hallazgos importantes de la segunda actividad propuesta.

Estudiante 1

Salida: Instrucciones \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

a. Toma la hoja cuadrada, con la ayuda de la regla mide cada uno de los lados y ubica los puntos medios en cada uno de ellos.

b. Une los puntos medios de los lados paralelos de la hoja hasta formar cuatro cuadrados de igual tamaño.

c. Selecciona uno de los cuadrados de la indicación anterior (superior derecha), continua realizando la anidación del numeral a.

Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta las indicaciones del punto anterior y considera solo los cuadrados internos únicamente.

Pasos:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de cuadrados:	1	4	7	10	13	16	19	21	24	27

Figura 27. Conversión del estudiante E1 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, a cada unidad significativa del registro de partida le corresponde una unidad significativa en el registro de llegada.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una y solo una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: Si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros.

El estudiante realizó una correspondencia del registro verbal al registro tabular de forma directa, efectuando las descripciones dadas, al cumplirse los tres criterios de congruencia se dice que hay fenómeno de conversión de manera efectiva.

Salida: Registró tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro gráfico

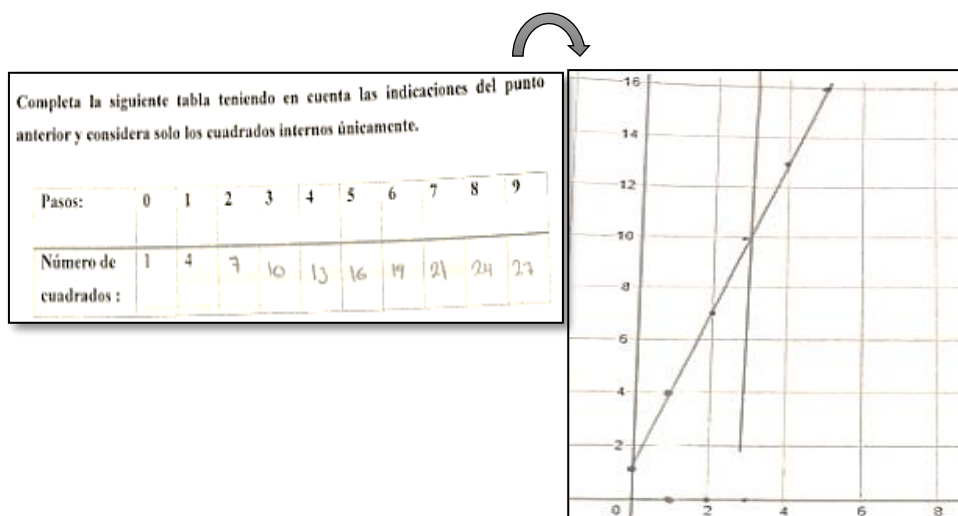


Figura 28 Conversión del estudiante E1 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia:

CSE: No, aunque a cada unidad significativa del registro de partida está relacionado con uno en el registro de llegada hay ausencia de las unidades significantes en el registro gráfico.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros.

Para la situación planteada la corresponderían numérica que efectúa el estudiante es de manera correcta; sin embargo, la conversión que realiza el estudiante no es congruente, pues no cumple con el primer criterio de congruencia, hacen falta las unidades significantes en los ejes del plano cartesiano (paso y número d cuadrados).

Salida: Registro grafico \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico

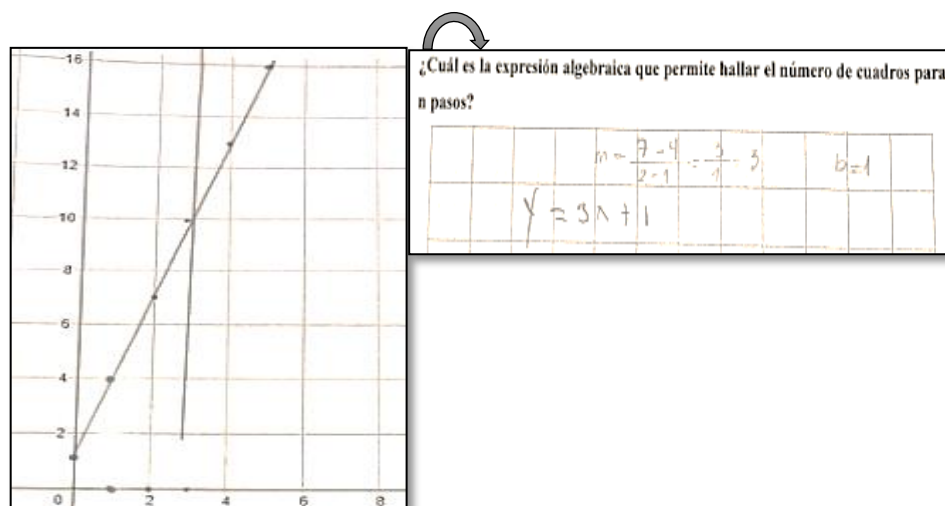


Figura 29. Conversión del estudiante E1 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, existe correspondencia semántica pues las unidades de media que intervienen en la situación, es importante mencionar que las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, sino están de manera explícita en las variables.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros, ya que la representación $y = 3x + 1$ las variables están en diferente orden con relación al otro registro.

La conversión que realiza el estudiante no es congruente por que no cumple con el tercer criterio de congruencia; sin embargo, cabe destacar que la ecuación que el plantea es correcta, se pudo evidenciar que el estudiante realiza un tratamiento para hallar la pendiente y reconoce las características de la ecuación lineal.

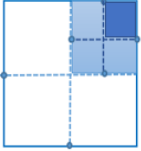
Estudiante 2.

Salida: Instrucciones \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

a. Toma la hoja cuadrada, con la ayuda de la regla mide cada uno de los lados y ubica los puntos medios en cada uno de ellos.

b. Une los puntos medios de los lados paralelos de la hoja hasta formar cuatro cuadrados de igual tamaño.

c. Selecciona uno de los cuadrados de la indicación anterior (superior derecha), continua realizando la anidación del numeral a.



Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta las indicaciones del punto anterior y considera solo los cuadrados internos únicamente.

Pasos:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de cuadrados:	1	4	8	16	24	32	36	44		

Figura 30. Conversión del estudiante E2 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, a cada unidad significativa del registro de partida le corresponde una unidad significativa en el registro de llegada.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una y solo una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: Si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significativas presentes de los registros.

El estudiante realizó una correspondencia del registro verbal al registro tabular de forma directa, efectuando las descripciones dadas, al cumplirse los tres criterios de congruencia se dice que hay fenómeno de conversión de manera efectiva. Sin embargo, se puede evidenciar que el estuante no comprendió las indicaciones suministradas en la actividad pues las respuestas para el número de cuadrados no es la correcta.

Salida: Registró tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro gráfico



Figura 31. Conversión del estudiante E2 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia:

CSE: No, aunque a cada unidad significativa del registro de partida está relacionado con uno en el registro de llegada hay ausencia de las unidades significantes en el conjunto de llegada.

USE: Si a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros, ya que el estudiante invierte las unidades correspondientes a los ejes en la representación gráfica.

El estudiante realizó una correspondencia del registro verbal al registro tabular de forma directa, pero la conversión no es congruente pues por una parte, no cumple con dos de los criterios de congruencia y por otra parte la primera pareja ordenada está invertida, además al no comprender las indicaciones, los valores hallados no corresponden con la pendiente pues entre la primera y segunda pareja ordenada la constante es una, para la segunda y la tercera es otra y de ahí en adelante

la pendiente estaría dada por otra cantidad numérica, es decir con cumple con las propiedades y características para ser una función lineal afín.

Salida: Registro grafico \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico

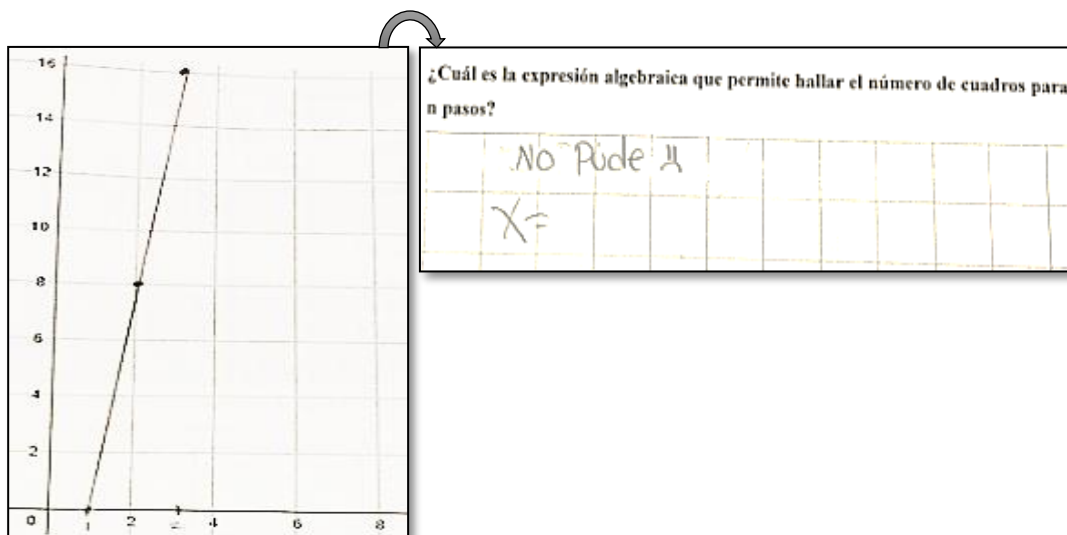


Figura 32. Conversión del estudiante E2 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia

CSE: No, hay correspondencia semántica.

USE: No, hay univocidad semántica.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes.

Es evidente que el estudiante tiene problemas en la conversión de estas dos representaciones, es decir que no tiene certeza de la ecuación y las características de una función lineal.

Estudiante 4

El estudiante E4, al pasar del registro tabular lo realiza de manera correcta, cumple con los tres criterios de congruencia y destaca las unidades significantes, pero al realizar el paso al registro grafico la correspondencia entre estos dos registros lo realiza de forma coherente, pero la gráfica carece de unidades significantes, por lo tanto, la conversión que realiza no es congruente.

Salida: Registro grafico \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico

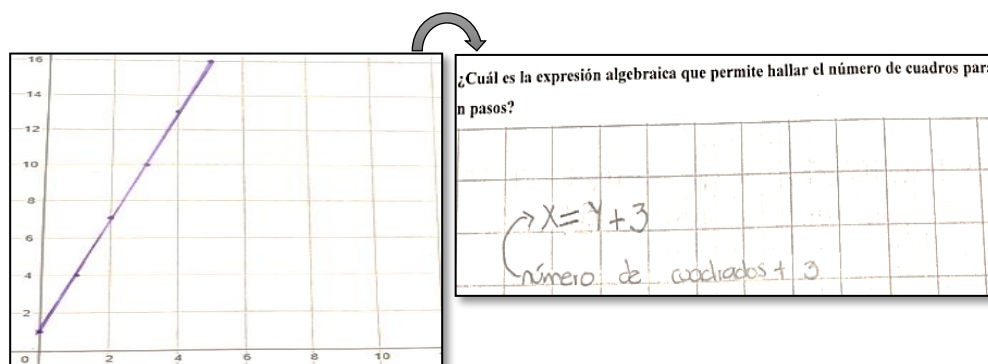


Figura 33. Conversión del estudiante E4 Actividad 2. (Anexo 4)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, existe correspondencia semántica pues las unidades de media que intervienen en la situación, es importante mencionar que las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, sino están de manera explícita en las variables.

USE: Si, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, aunque existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros, $x = y + 3$, no es la manera correcta de escribir la ecuación explícita de la recta, puedes se debe dejar indicado el despeje de la variable dependiente, además tampoco se cumple

el criterio de congruencia debido que se pasa de forma directa, se debe hacer un tratamiento dentro del mismo registro.

Aunque la conversión que realiza el estudiante cumple con los tres criterios de congruencia, se puede evidenciar, aunque plantea una expresión algebraica que no corresponder a la situación dada.

A continuación, se presenta un análisis concreto de la segunda actividad.

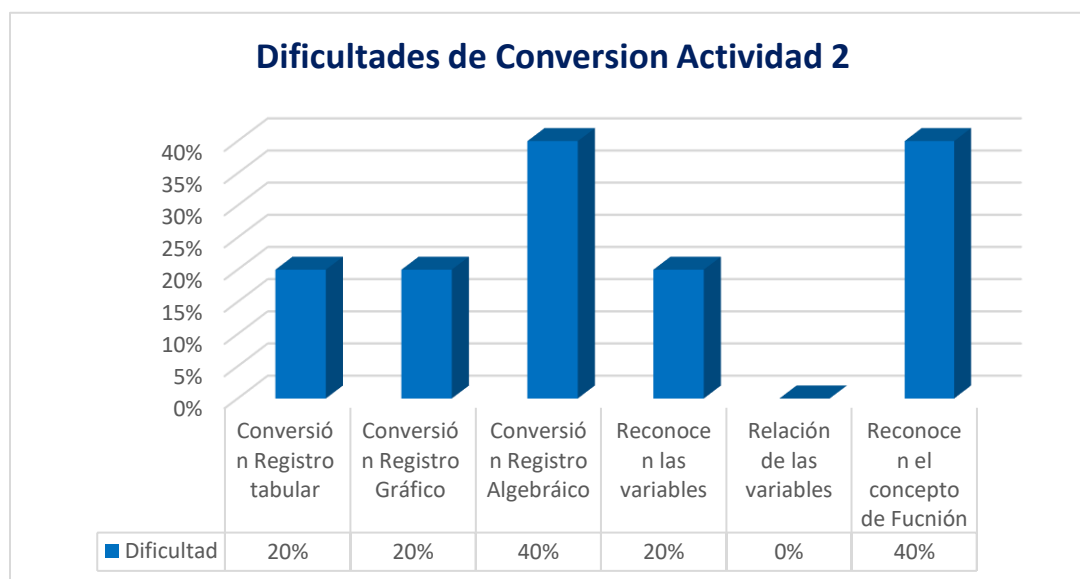


Figura 34. Resultados análisis de la actividad 2. Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 36 las dificultades que presentan los estudiantes en la conversión de las representaciones del objeto función disminuyeron un poco, en cuanto al registro tabear y al registro grafico el 80% de los estudiantes realizaron de forma correcta las conversiones, sin embargo es importante mencionar que la estudiante E4 realiza una correspondencia de forma educada al registro gráfico, pero carece unidades significantes, es por esto que la conversión no es congruente.

En el registro algebraico es donde mayor dificultad sigue presentando los estudiantes, pues a partir del análisis se puede intuir que los estudiantes presentan problemas para encontrar la pendiente, aunque esta se puede obtener de manera visual los estudiantes no la reconocen, es por esto que deben realizar algunos cálculos, pues en el registro grafico no se presenta de manera explícita. Finalmente, todos los estudiantes reconocen muy bien las variables, pero el estudiante E2 todavía presenta dificultades para reconocer el objeto función.

Actividad 3, Situación geométrica.

La tercera actividad (Anexo 5), tuvo como objetivo analizar la conversión del objeto de función cuando las variables se relacionan inversamente, es decir (mientras una variable aumenta la otra disminuye, y el producto entre sus parejas ordenadas debe ser constante, además como grafica se obtiene una curva).

La actividad consistía en darles a los estudiantes tejas y hojas de papel para ellos, encontraran y recortaran rectángulos de 36 cm^2 de área, con diferentes longitudes de bases y alturas, es decir que en esta situación se les da la constante y ellos deben hallar los valores de las magnitudes, pero también se esperaba que analizarán la situación y no hicieran uso de estos impelentes por se podía realizar por razonamiento desde la fórmula del área del cuadrado, pues aquí fue donde se encontró la primera dificultada, por una parte algunos estuantes se acordaban como hallar el área de un rectángulo y por otra otros estudiantes manifestaron que solo se podida obtener una placa de $6\text{cm} \times 6\text{cm}$, y no pensaban en otros valores.

La solución la encontraron cuando el estudiante E3, se acordó de la formula y la socializo con sus compañeros y le dio instrucciones de como poder encontrar algunos valores.

Para esta situación, de igual manera se analizan el proceso de conversión desde los tres criterios de congruencia, teniendo en cuenta el conjunto de salida al conjunto de llegada.

Unidades significantes	
Salida: Instrucciones	Llegada: Registro tabular
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Longitud base • Unidad de medida: cm Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • Inversa, es decir el producto entre las magnitudes es contante Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: longitud altura • Unidad de medida: cm 	Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Longitud base • Unidad de medida: cm Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • El producto entre los términos consecutivos es constante $k = 36$ Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: longitud altura • Unidad de medida: cm

Tabla 10. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 3). Elaboración propia

Para la conversión del registro tabular al registro grafico se debe tener en cuenta las siguientes unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro tabular	Llegada: Registro algebraico
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Longitud base • Unidad de medida: cm Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • El producto entre los términos consecutivos es constante $k = 36$ Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: longitud altura • Unidad de medida: cm 	Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = y$ Se identifica la constante $k = 36$ Variable independiste <ul style="list-style-type: none"> • x

Tabla 11. Conversión del registro tabular al registro algebraico. (Actividad 3) Elaboración propia

Para la conversión del registro grafico al registro algebraico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro algebraico	Llegada: Registro grafico
Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> $f(x) = y$ 	Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> Magnitud: longitud base Unidad de medida: cm
Se identifica la constante $k = 36$	Relación entre los valores de la variable <ul style="list-style-type: none"> El producto entre los términos consecutivos es constante $k = 36$
Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> x 	Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> Magnitud: longitud altura Unidad de medida: cm

Tabla 12. Conversión del registro algebraico al gráfico. (Actividad 3) Elaboración propia.

A continuación, se exponen algunos hallazgos importantes de la segunda actividad propuesta.

Estudiante 1

El estudiante E1 al pasar del registro tabular lo realiza de manera correcta, cumple con los tres criterios de congruencia y destaca las unidades significantes, se puede observar que presento algunos inconvenientes para llegar a la expresión matemática, pero lo logro (obsérvese en la figura 34).

Salida: Registro tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico

Realiza una tabla donde se relacionen los valores de las variables que se relacionan.	
Base (cm)	x 6 12 9 18 36
Altura (cm)	y 6 3 4 2 1

Determina la expresión matemática que relaciona las variables que se relacionan.	
$x = y = 36$	$y = \frac{36}{x}$

Figura 35. Conversión del estudiante E1 Actividad 3. (Anexo 5)

Criterios de congruencia:

CSE: Si, existe correspondencia semántica pues las unidades de medida que intervienen en la situación, es importante mencionar que las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, sino están de manera explícita en las variables.

USE: Si, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los registros, $y = \frac{36}{x}$, las variables están en diferente orden con relación al otro registro.

Aunque la correspondencia esta educada y conoce bien la expresión matemática para la reacción inversa, y además la halla de manera correcta, la conversión que realiza el estudiante no es congruente por una parte porque no cumple con uno de los tres criterios de congruencia. En cuanto a la conversión del algebraico al registro gráfico, realiza correctamente la correspondencia reconoce muy bien las unidades significativas que interviene en la situación, por lo tanto, la conversión realizada es congruente.

Además, el estudiante justifica de manera adecuada la relación que se presenta entre las variables, menciona que corresponde a una función, y lo hace desde el registro gráfico, pues alude que al trazar una recta vertical solo la toca en un punto.

Estudiante 5

Salida: Registró verbal \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

Se desea cortar placas rectangulares cuya área sea igual a 36 cm^2

Realiza una tabla donde se relacionen los valores de las variables que se relacionan.

Alto \times	1	4	6	12	18
Base \div	36	9	6	3	2

Figura 36: Conversión del estudiante E1 Actividad 3. (Anexo 5)

CSE: No, existe correspondencia semántica pues las unidades de medida que intervienen en la situación, en este caso (longitud de la base en cm y longitud de la altura en cm) no están presentes en el registro tabular.

USE: Si, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, corresponde igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

El estudiante no realizó de manera correcta la correspondencia correcta del conjunto salida al conjunto de llegada, presenta dificultad al reconocer las unidades significantes de las variables y el orden de en qué ubica las variables, por lo tanto, la conversión no es congruente.

Salida: Registro tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico



Realiza una tabla donde se relacionen los valores de las variables que se relacionan.					
Altura x	1	4	6	12	18
Base y	36	9	6	3	2

Determina la expresión matemática que relaciona las variables que se relacionan.					
		$x \cdot y = 36$			
		$y = \frac{x}{36}$			

Figura 37: Conversión del estudiante E1 Actividad 3. (Anexo 5)

CSE: Si, se puede decir existe correspondencia semántica pues las unidades de medida que intervienen en la situación, es importante mencionar que las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, sino están de manera explícita en las variables, pero se puede observar que en la primera parte de la fórmula está bien planteada, pero en la segunda parte cuando efectúa el despeje de la variable dependiente lo hace de manera incorrecta, es decir que presenta problemas para despejar ecuaciones.

USE: Si, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: No, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

Por lo tanto, al no cumplirse dos criterios de congruencia, la conversión no se realiza se forma correcta.

Salida: Registro algebraico \Rightarrow **Llegada:** Registro grafico

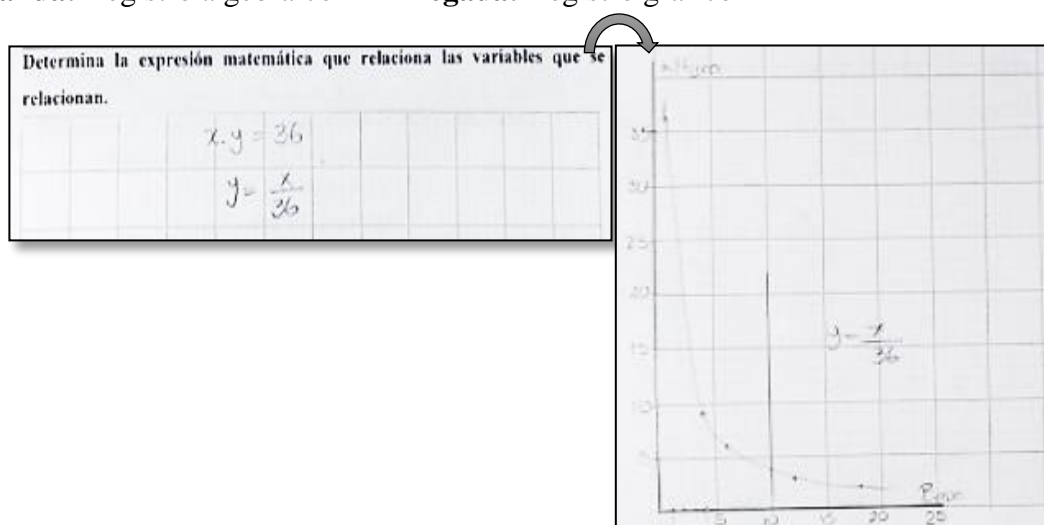


Figura 38: Conversión del estudiante E1 Actividad 3. (Anexo 5)

CSE: No, existe correspondencia semántica, aunque las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, al para al registro grafico carece de estas, en este caso las unidades de medida cm no están presentes en el gráfico.

USE: Si, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada.

COR: si, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

Sin embargo, aunque el ejercicio carece de unidades significantes, y la expresión algebraica esta de manera incorrecta, y aunque en el registro tabular está invertidas las variables, en la gráfica la correspondencia lo hace de manera correcta.

Es importante mencionar que el estudiante reconoce las variables que interviene en la situación, la relación que se presenta entre ellas y justifica que si es una función y lo reconoce desde el registro gráfico.

A continuación, se presenta un análisis concreto de la tercera actividad.

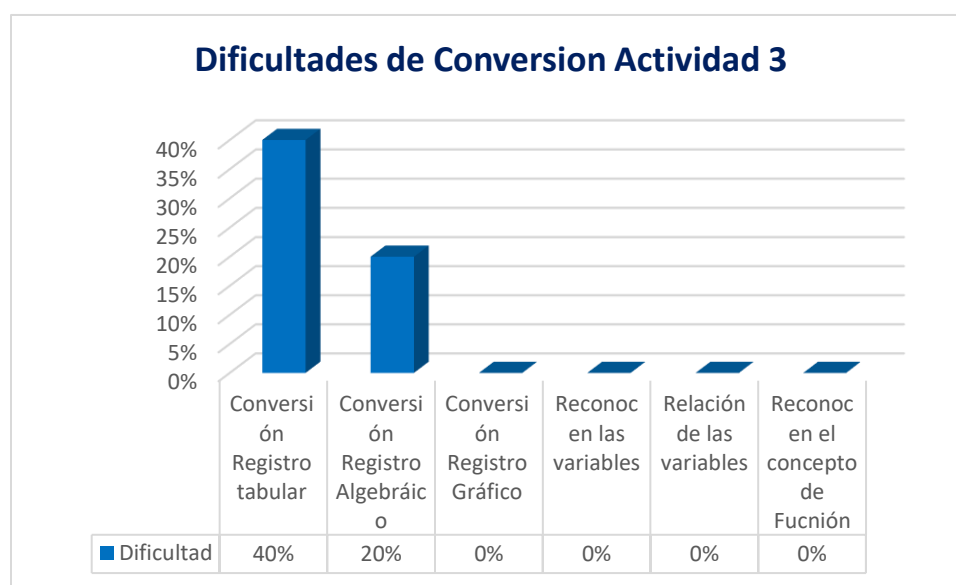


Figura 39. Resultados análisis de la actividad 3. Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 37 las dificultades que presentan los estudiantes en la conversión tabular el 60% de los estudiantes lo realizaron de manera correcta, mientras que el E4 Y E5 invierten las variables y carecen de unidades significantes, en el numeral 2 en la conversión al registro algebraico solo la estudiante E5, aunque planteó bien la ecuación en el tratamiento, es decir en el despeje de la variable dependiente cometió un error.

Para la conversión del registro gráfico todos los estudiantes realizan correctamente la correspondencia, aunque las estudiantes E4 y E5 tienen las variables invertidas en el registro tabular en la gráfica las ponen de manera correcta, finalmente todos los estudiantes reconocen muy bien las variables, la relación inversa que se presenta entre ellas y justifican que corresponde a una función nuevamente desde el registro gráfico.

Actividad 4, Situación experimental.

La cuarta actividad (Anexo 6), se realizó en grupo de 2 estudiantes, tuvo como objetivo afianzar la relación inversa, mediante una situación experimental donde los estudiantes pueden manipular instrumentos de medida y reconocer la relación entre las variables que se presentan en la situación, a diferencia de la actividad anterior los estudiantes deben hallar la constante que hay entre tiempo de vaciado y el del diámetro del orificio de salida del agua, el recipiente siempre debe estar lleno siempre en el mismo nivel, en esta situación los estudiantes deben hacer el mismo procedimiento para 5 tapas.

Es evidente que el grado de dificultad de la actividad es mayor pues la toma del tiempo debe ser más muy preciso pues pueden presentarse margen de errores debido esto.

De igual manera se analizan el proceso de conversión desde los tres criterios de congruencia con sus unidades significantes, para la conversión del registro tabular al registro algebraico se debe tener en cuenta la información que expone la siguiente tabla.

Unidades significantes	
Salida: Instrucciones	Llegada: Registro tabular
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Diámetro • Unidad de medida: cm 	Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Diámetro • Unidad de medida: cm
Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • Inversa, es decir el producto entre las magnitudes es constante 	Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • El producto entre los términos consecutivos es constante.

<p>Variable dependiente (y)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: tiempo • Unidad de medida: segundos 	→	<p>A cada estudiante le da diferente contante debido que aunque las tapas son las misma, el tamo del recipiente es diferente.</p> <p>Variable dependiente (y)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Tiempo • Unidad de medida: segundos
---	---	---

Tabla 13. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 4). Elaboración propia

Para la conversión del registro tabular al registro algebraico se debe tener en cuenta las siguientes unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro tabular	Llegada: Registro algebraico
<p>Variable independiente (x)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Diámetro • Unidad de medida: cm <p>Relación entre las variables</p> <ul style="list-style-type: none"> • El producto entre los términos consecutivos es constante <p>Variable dependiente (y)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: tiempo • Unidad de medida: segundos 	<p>Variable dependiente</p> <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = y$ <p>Se identifica la constante</p> <ul style="list-style-type: none"> • $y \cdot x = k$ <p>Variable independiste</p> <ul style="list-style-type: none"> • x

Tabla 14. Conversión del registro tabular al registro algebraico. (Actividad 4) Elaboración propia

Para la conversión del registro algebraico al registro gráfico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro algebraico	Llegada: Registro grafico
<p>Variable dependiente</p> <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = y$ <p>Se identifica la constante</p> <ul style="list-style-type: none"> • $y \cdot x = k$ <p>Variable independiste</p>	<p>Eje x (variable independiente) Eje horizontal</p> <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Diámetro • Unidad de medida: cm <p>Relación entre los valores de la variable</p> <ul style="list-style-type: none"> • El producto entre los términos consecutivos es constante

• x	Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Tiempo • Unidad de medida: segundos
-----	---

Tabla 15. Conversión del registro algebraico al gráfico. (Actividad 4) Elaboración propia

Estudiante 2

El estudiante E1 al pasar del registro tabular lo realiza de manera correcta, cumple con los tres criterios de congruencia y destaca las unidades significantes, al pasar el registro algebraico la expresa de manera educada, sin embargo con cumple con el tercer criterio de congruencia, pues no existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes, ya que la expresión matemática $y = \frac{11,4}{x}$ de las variables están en diferente orden con relación al otro registro, es decir que la conversión no es congruente. (Obsérvese en la figura 39)

Salida: Registro tabular \Rightarrow **Llegada:** Registro algebraico.

The figure shows two handwritten boxes connected by a curved arrow pointing from left to right. The left box contains a table with two rows: 'Diámetro' and 'Tiempo'. The right box contains an algebraic expression $y = \frac{11,4}{x}$.

Realiza una tabla donde se relacionen los valores de las variables que se relacionan.	Determina la expresión matemática que relaciona las variables que se relacionan.																								
<table border="1"> <tr> <td>Diámetro</td> <td>0,1</td> <td>0,4</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>1,5</td> </tr> <tr> <td></td> <td>cm</td> <td>cm</td> <td>cm</td> <td>cm</td> <td>cm</td> </tr> <tr> <td>Tiempo</td> <td>11,4</td> <td>28,5</td> <td>27,4</td> <td>11,3</td> <td>7,7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>seg</td> <td>seg</td> <td>seg</td> <td>seg</td> <td>seg</td> </tr> </table>	Diámetro	0,1	0,4	0,5	1	1,5		cm	cm	cm	cm	cm	Tiempo	11,4	28,5	27,4	11,3	7,7		seg	seg	seg	seg	seg	$K = x \cdot y$ $K = 11,4$ $y = \frac{11,4}{x}$
Diámetro	0,1	0,4	0,5	1	1,5																				
	cm	cm	cm	cm	cm																				
Tiempo	11,4	28,5	27,4	11,3	7,7																				
	seg	seg	seg	seg	seg																				

Figura 40: Conversión del estudiante E2 Actividad 4. (Anexo 6)

Al pasar del registro gráfico la correspondencia solo cumple con los primeros criterios de congruencia, pues las unidades significantes en una expresión algebraica no se encuentran de manera manifiesta, en el registro gráfico si las tiene presente, el tercer criterio es el que no se cumple debido a no existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes en la gráfica, pues la estudiante invierte las variables en el plano cartesiano. (Obsérvese en la figura 40)

Salida: Registro algebraico \Rightarrow **Llegada:** Registro gráfico.

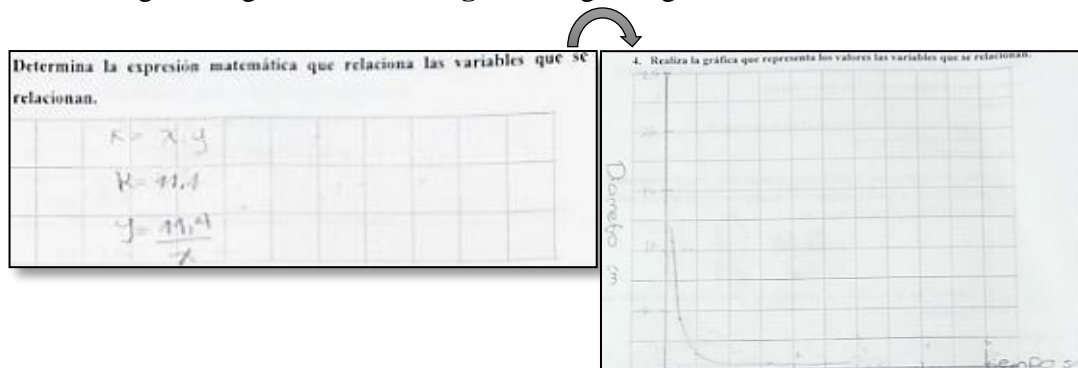


Figura 41: Conversión del estudiante E2 Actividad 4. (Anexo 6)

A continuación, se presenta un análisis concreto de la cuarta actividad.

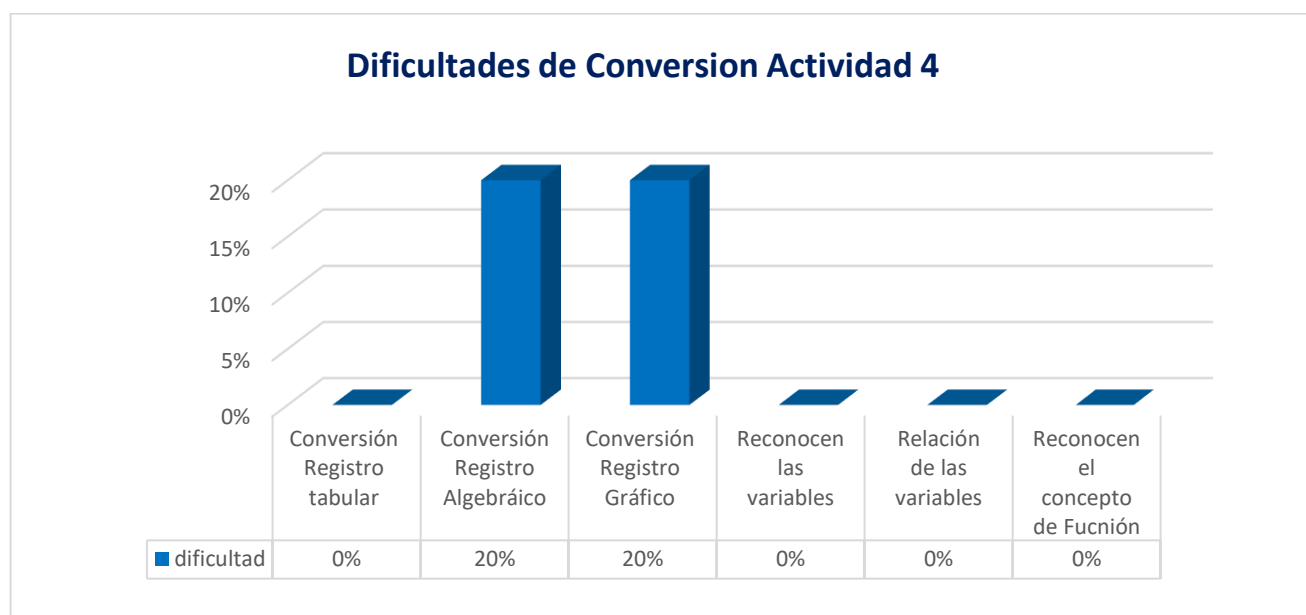


Figura 42. Resultados análisis de la actividad 4. Elaboración propia.

Como se puede observar en la figura 41, es evidente que la dificultad que presentan los estudiantes en cuanto al concepto de función en su representación tabular en esta actividad están superadas, pues todas las tablas de datos expresan la unidades significantes, a cada unidad del

elemento de salida solo le corresponde un único elemento de llegada, y existe correspondencia de orden entre los dos registros. Para García, Serrano & Espitia (2000), expresan que las tablas de valores y las gráficas en planos cartesianos son de gran ayuda para ampliar y desarrollar un entendimiento sobre la variación, esquemas y patrones de comportamiento.

La dificultad en el registro algebraico lo presenta la estudiante E5 que, aunque realice varios cálculos y algunas operaciones no logró encontrar la expresión aritmética que relacionara las variables y para el registro gráfico el estudiante presenta una confusión respecto a la el orden de las variables en los ejes del plano cartesiano.

Actividad 5, Situación experimental.

La quinta actividad tiene como finalidad a partir de situaciones experimentales que el estudiante pueda darse cuenta a partir de mediaciones reales como se relacionan las variables que intervienen en la situación, y así puedan justificar como se presenta el objeto función. Además, analizar cómo los estudiantes establecen comparaciones cualitativas y cuantitativas y pretende que los estudiantes establezcan la razón de cambio para valores que ya no estén presentes, y lo hagan por razonamiento lógico.

En esta actividad se presenta relación lineal, en la cual interviene el cambio de la longitud del resorte a medida que se va adicionan una pesa hasta colocar las 5 pesas iguales, en esta actividad el estudiante si debe realizar conversión en todas las representaciones del objeto.

Para la conversión del registro verbal al registro tabular se debe tener en cuenta las siguientes unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Instrucciones	Llegada: Registro tabular
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Masa • Unidad de medida: gramos 	Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Masa • Unidad de medida: gramos
Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • Lineal 	Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante
Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Distancia • Unidad de medida: cm 	Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Distancia • Unidad de medida: cm

Tabla 16. Conversión del registro verbal al registro tabular. (Actividad 5). Elaboración propia

Para la conversión del registro tabular al registro simbólico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro tabular	Llegada: Registro simbólico
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Masa • Unidad de medida: gramos 	Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x
Relación entre los valores de la variable independiente: <ul style="list-style-type: none"> • Lineal Varían según el valor de la variable Independiente. 	Relación de punto a punto Los valores aumentan dependiendo el peso de las pesas.
Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Distancia • Unidad de medida: cm 	Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • y
Pendiente <ul style="list-style-type: none"> • Recta inclinada sentido positivo 	Relación de la variación de la abscisa y la ordenada <ul style="list-style-type: none"> • A medida aumentan los valores de la variable independiente, los valores de la variable dependiente aumentan también.

Tabla 17. Conversión del registro tabular al registro simbólico. (Actividad 5) Elaboración propia

Para la conversión del registro simbólico al registro grafico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro simbólico	Llegada: Registro grafico
Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x 	Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Masa • Unidad de medida: gramos
Relación de punto a punto Los valores aumentan dependiendo el peso de las pesas.	Pendiente: <ul style="list-style-type: none"> • Sentido inclinado, ascendente, positiva
Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • y 	Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Distancia • Unidad de medida: cm

Tabla 18. Conversión del registro simbólico al registro gráfico. (Actividad 5) Elaboración propia

Para la conversión del registro gráfico al registro algebraico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro grafico	Llegada: Registro Algebraico
Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Masa • Unidad de medida: gramos 	Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = y$
Pendiente: <ul style="list-style-type: none"> • Sentido inclinado, ascendente, positiva 	Se identifica la constante m: k <ul style="list-style-type: none"> • La contante para cada estudiante es diferente pues cada uno trabajo con resortes y pesos diferentes.
Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Distancia • Unidad de medida: cm 	$m > 1$ Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x

Tabla 19. Conversión del registro gráfico al registro algebraico. (Actividad 5) Elaboración propia

Estudiante 4

Salida: Registro verbal \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

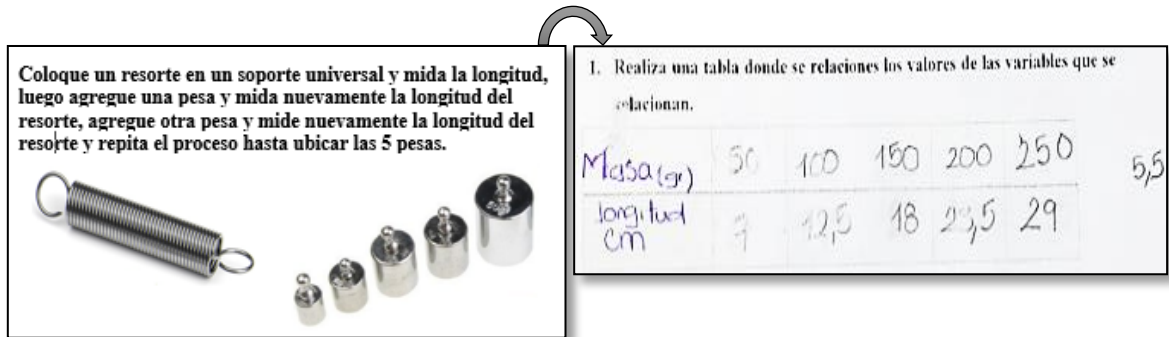


Figura 43: Conversión del estudiante E4 Actividad 5. (Anexo 7)

Es evidente que el estudiante E4 realiza de manera correcta la conversión del registro verbal al tabular, pues cumple con los tres criterios de congruencia, hay correspondencia semántica aunque las unidades significantes, a cada unidad significante elemental del registro de partida le corresponden una unidad elemental en el registro de llegada y existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros, aunque pasa por alto la primera pareja ordenada en la tabla de valores, en el registro gráfico si la relaciona.

Al pasar al pasar el registro simbólico y gráfico de igual manera realiza la conversión de manera directa, cumpliendo con los tres criterios de congruencia, se puede observar que al realizar la conversión en el registro algebraico ejecuta algunos cálculos para encontrar la pendiente, pero no escribe la ecuación al no contar con más espacio en ese numeral, por lo que se puede intuir que cuando encuentra la expresión matemática se devuelve y la expresa en la representación gráfica. (Obsérvese en la gráfica 43).

Salida: Registro grafico ➡ **Llegada:** Registro algebraico

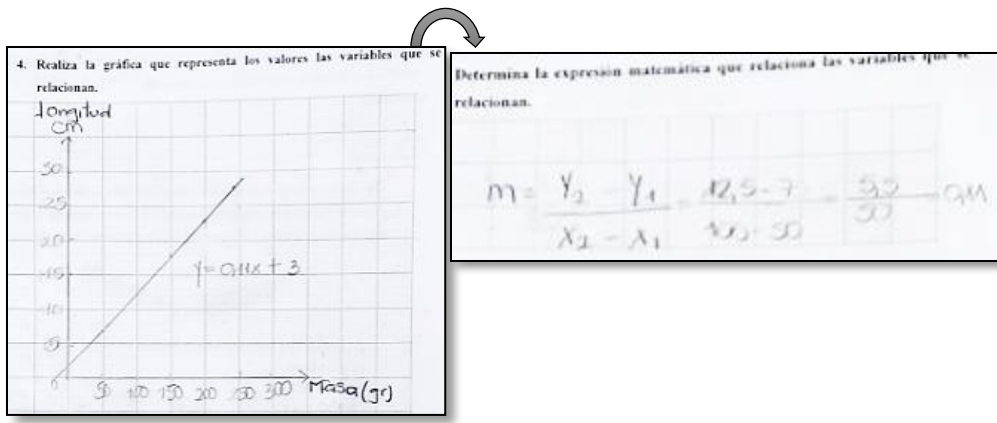


Figura 44: Conversión del estudiante E4 Actividad 5. (Anexo 7)

Para esta activad el 100% de los estudiantes realizaron correctamente esta actividad.

Actividad 6, Situación verbal.

La sexta actividad tiene como finalidad a partir la representación algebraica, analizar como el estudiante realiza tratamiento y conversión en las demás representaciones semióticas el objeto función, pues fue evidente que en esta representación es donde presentaron mayor dificultad.

Para la conversión del registro verbal al registro tabular se debe tener en cuenta las siguientes unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Algebraico	Llegada: Registro tabular
Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> x 	Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> Magnitud: tiempo Unidad de medida: días
Relación de punto a punto Los valores aumentan dependiendo los días de alquiler.	Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> La variación entre los términos consecutivos es constante
	Pendiente <ul style="list-style-type: none"> Recta inclinada sentido positivo
Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> $f(x) = y$ 	Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> Magnitud: Costo Unidad de medida: pesos
	Pendiente <ul style="list-style-type: none"> Recta inclinada sentido positivo

Tabla 20. Conversión del registro algebraico al registro tabular. (Actividad 6). Elaboración propia

Para la conversión del registro tabular al registro simbólico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro tabular	Llegada: Registro figural
Variable independiente (x) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: tiempo • Unidad de medida: días • 	Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x
Relación entre las variables <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante 	Relación de los valores independientes <ul style="list-style-type: none"> • La variación entre los términos consecutivos es constante
Variable dependiente (y) <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: Costo • Unidad de medida: pesos 	Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • y
Pendiente <ul style="list-style-type: none"> • Recta inclinada sentido positivo 	Relación de los valores dependientes <ul style="list-style-type: none"> • A medida aumentan los valores de la variable independiente, los valores de la variable dependiente aumentan también.

Tabla 21. Conversión del registro tabular al registro figural. (Actividad 6) Elaboración propia

Para la conversión del registro figural al registro grafico se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Salida: Registro simbólico	Llegada: Registro grafico
Variable independiente <ul style="list-style-type: none"> • x 	Eje x (variable independiente) Eje horizontal <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: tiempos • Unidad de medida: días
Relación de punto a punto Los valores aumentan dependiendo de los días alquilados	Pendiente: <ul style="list-style-type: none"> • Sentido inclinado, ascendente, positiva
Variable dependiente <ul style="list-style-type: none"> • y 	Variable dependiente (y) Eje vertical <ul style="list-style-type: none"> • Magnitud: costo • Unidad de medida: pesos

Tabla 22. Conversión del registro simbólico al registro gráfico. (Actividad 5) Elaboración propia

Estudiante 5

La primera pregunta de la sexta actividad tiene como finalidad analizar como los estudios realizan tratamiento dentro del mismo registro, es decir que se realiza tratamiento cuando en una ecuación se realiza simplificación en ella misma. (Gutiérrez & Aparicio, 2007).

Tratamiento en el registro algebraico.

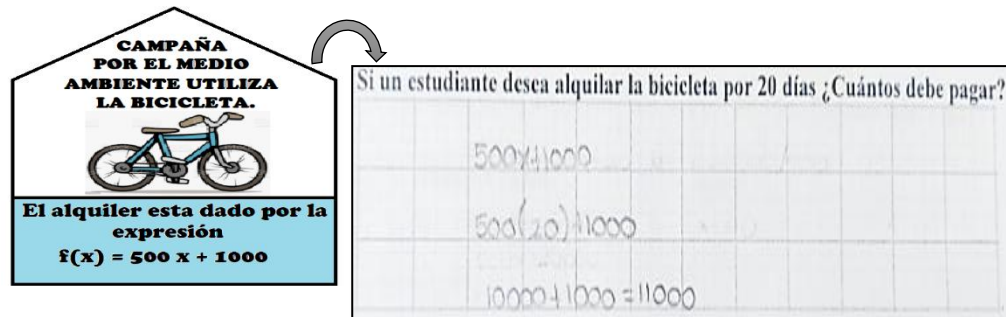


Figura 45: tratamiento dentro del registro algebraico E2 Actividad 6. (Anexo 8)

Se puede observar que la estudiante comprende la pregunta, realiza la correspondencia del número 20 haciendo referencia al día que se involucra en la situación, pero es evidente en esta situación se caracteriza por tener dos incógnitas y la estudiante toma la ecuación con una sola, es decir que cuando termina la solución el valor encontrado no tiene relación a la variable dependiente, por lo tanto, carece de unidades significantes.

Con este procedimiento anterior la estudiante paso al registro tabular y al registro figural, la conversión en estos tres registros cumple con los tres criterios de congruencia, pues existe correspondencia semántica, aunque las unidades significantes entre los registros, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada, hay igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

Estudiante 1.

Salida: Registro algebraico \Rightarrow **Llegada:** Registro tabular

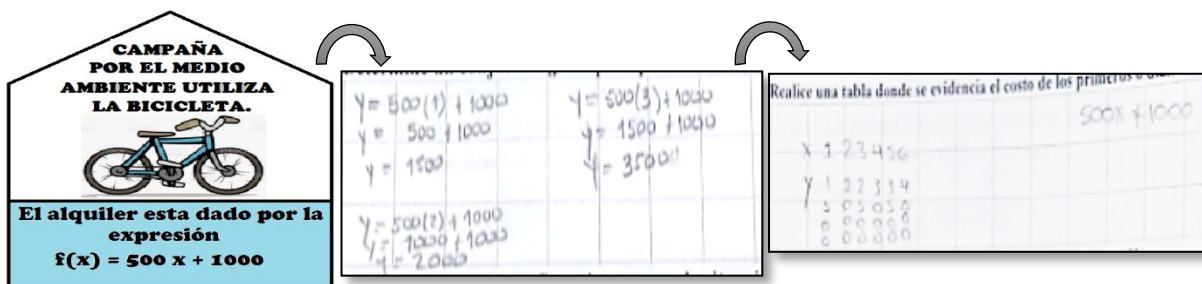


Figura 46: Conversión del estudiante E1 Actividad 6. (Anexo 8)

Al pasar del registro algebraico al registro tabular se puede que el estudiante realiza tratamiento, para encontrar cada uno de los valores para registrar en la tabla, sin embargo al realizar la expresión tabular reconoce muy bien la posición de las variables, sin embargo en cuanto a los criterios de congruencia, primer criterio no se cumple: correspondencia semántica aunque las unidades significantes entre los registros, pues carece de magnitudes (tiempo en días y costo en pesos), los otros dos criterios si se cumplen, es decir que a cada unidad significativa del registro de partida le corresponden una unidad en el registro de llegada y existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros, por lo tanto no es congruente conversión.

Salida: Registro algebraico \Rightarrow **Llegada:** Registro grafico

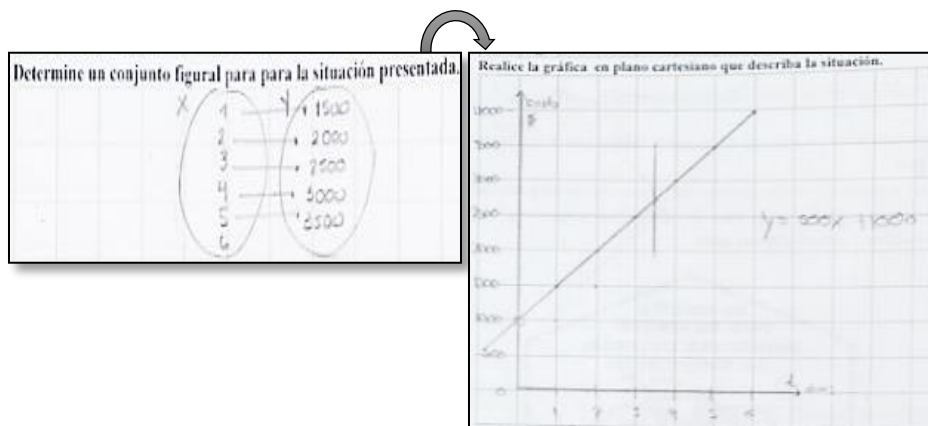


Figura 47: Conversión del estudiante E1 Actividad 6. (Anexo 8)

Al pasar del registro tabular al registro figural y grafico el estudiante realiza de manera directa y correcta la correspondencia numérica entre los valores de los registros, es importante mencionar que el primer criterio en el registro figural no da de manera manifiesta, mientras que en el registro grafico si se evidencian las unidades significantes (conto en pesos y tiempo en días), los demás criterios de igual forma se cumplen, a cada unidad significativa del registro de partida le corresponden una unidad en el registro de llegada y existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

Desde el registro grafico nuevamente el estudiante justifica que es una función y que al trazar una la línea vertical, solo toca la recta en un solo punto.

Estudiante 2.

Salida: Registro algebraico \Rightarrow **Llegada:** Registro gráfico

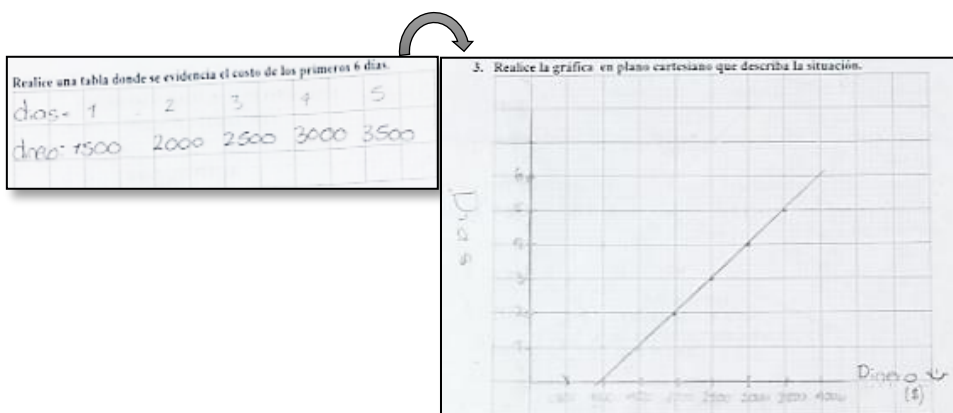


Figura 48: Conversión del estudiante E2 Actividad 6. (Anexo 8)

Es evidente que la estudiante continua con la dificultad para reconocer la posición de las variables es decir que no reconoce en donde se debe ubicar correctamente la variable independiente y dependiente, es decir que no cumple con el tercer criterio de congruencia que hace referencia a

igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros, por lo tanto, la conversión que realiza no es congruente.

A continuación, se presenta un análisis concreto de la cuarta actividad.

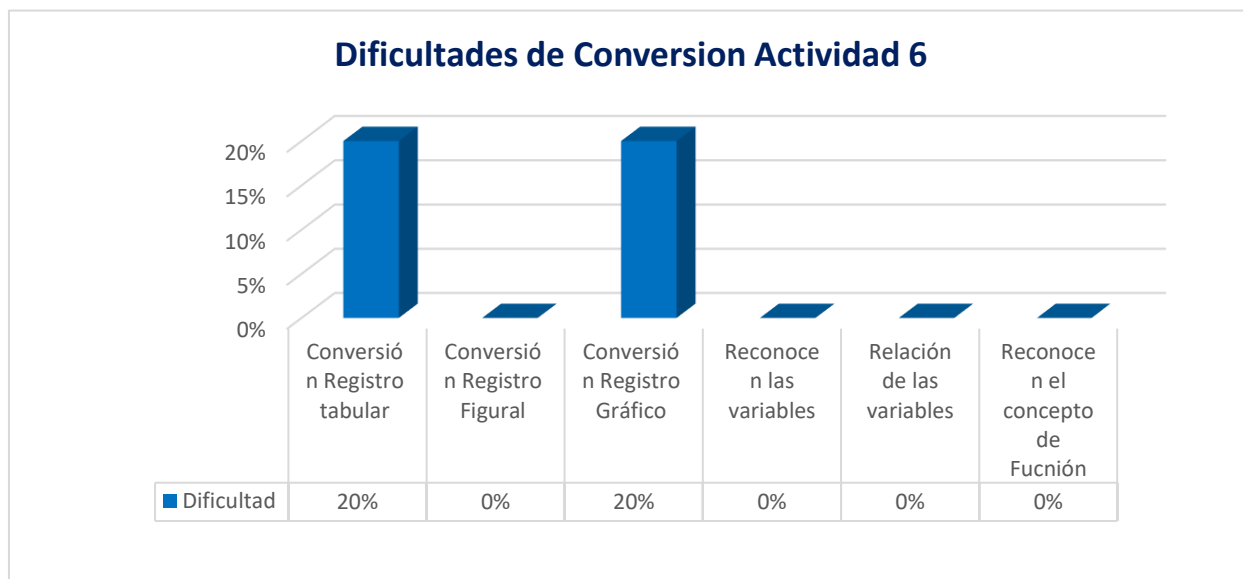


Figura 49. Resultados análisis de la actividad 4. Elaboración propia.

En el registro tabular el estudiante E1 presenta dificultades en cuanto a manifestar en la tabla las unidades significantes, se puede intuir que el estudiante no le toma importancia de las unidades significantes en este registro, en cuanto al registro grafico la estudiante E2, presenta dificultades para reconocer cuál de las variables es la dependiente, pues en varias actividades invierte las variables en el plano cartesiano. En cuanto a los tres ítems siguientes el 100 de los estudiantes reconocen las variables que se relacionan en la situación, también importante mencionar que para justiciar el objeto función los hacen desde el registro gráfico, por lo que se puede intuir que ellos aprendieron desde el primer momento a reconocer el concepto desde esta representación, por tanto, se puede intuir que solo aprendieron y memorizaron a reconocerlo desde esta expresión.

Prueba final

La prueba final se diseñó igual a la prueba diagnóstica, esta prueba se realizó con el propósito de determinar los avances de la comprensión del objeto función en sus representaciones semióticas, estableciendo los cambios en los aprendizajes de los 5 estudiantes del grado 9° después de haber implantado las diferentes situaciones didácticas propuestas en esta investigación, además es importante resaltar que la prueba estuvo diseñada para 1 hora, debido a el diagnóstico de concentración que presenta el estudiante con TDAH.

Esta prueba está dividida en dos partes, donde la primera consta de tres situaciones didácticas para analizar cómo realizan la conversión de una representación a otra y la segunda se refirió a reconocer el concepto de función en las diferentes representaciones semióticas.

Para analizar las conversiones en cada una de las representaciones de deben tener cuenta las unidades significativas que se presentan en cada situación, por lo tanto, para la prueba final se realizó un cuadro resumiendo y resaltando lo más significativo para cada situación.

Situación 1.

Para el análisis de la situación en cada uno de sus representaciones se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes	
Situación 1	
Variable independiente	<ul style="list-style-type: none"> • x • Eje horizontal • Magnitud: Capacidad • Unidad de medida: litros
Relación de punto a punto	<ul style="list-style-type: none"> • Los valores aumentan dependiendo del tiempo de llenado • Sentido inclinado, ascendente, positiva • $m = 1600$

Variable dependiente

- y
- Eje vertical
- Magnitud: tiempo
- Unidad de medida: horas

Tabla 23. Unidades significantes situación 1. (Anexo 9) Elaboración propia

En esta situación el 100% de los estudiantes realizan de manera correcta las conversiones en los registros aritmético, tabular y figural cumpliendo con los tres criterios de congruencia: correspondencia semántica aunque las unidades significantes (capacidad en litros y tiempo en horas), a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

Las dificultades se presentaron en los registros gráfico y algebraico, la estudiante E5 aunque realiza una correspondencia numérica de manera correcta en los ejes del plano cartesiano, invierte las unidades significativas. En el registro algebraico la estudiante E2 plantea una ecuación con pendiente 2, es evidente que esta ecuación no corresponde a la situación planteada, por otra parte la estudiante E5 toma el valor de la pendiente y lo ubica en el punto de corte con el eje y, por lo tanto esta estudiante presenta problemas para reconocer las ubicación de los puntos importantes en la ecuación de la recta, según Gutiérrez (2007), es importante de la expresión algebraica cuando se hace referencia a una recta, la escritura $y = ax + b$ donde a es la pendiente y coeficiente que acompaña la variable independiente y b constante y punto de corte con el eje y.

Estudiante 2 y 4 respectivamente.

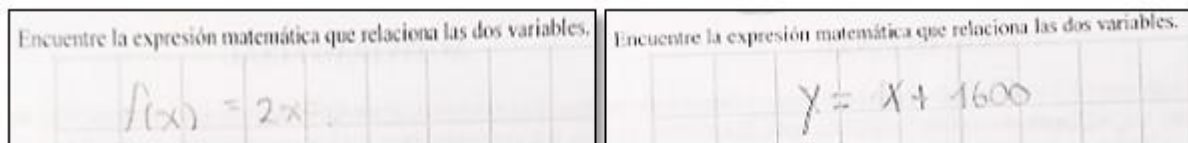


Figura 50. Respuesta del estudiante E2 y E4, registro algebraico. Prueba final (Anexo 9)

De igual manera el 100% de los estudiantes justifican que la situación corresponde a una función, y lo hacen desde el registro gráfico, pues justifican que, al trazar una línea vertical, solo toca a la recta en un punto.

Situación 2

Para el análisis de la situación en cada uno de sus representaciones se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes
Situación 2
<p>Variable independiente</p> <ul style="list-style-type: none"> • x • Eje horizontal • Magnitud: Número de artículos • Unidad de medida: numérica <p>Relación de punto a punto</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los valores aumentan dependiendo del número de artículos • Sentido inclinado, ascendente, positiva • $m = 2$ <p>Variable dependiente</p> <ul style="list-style-type: none"> • y • Eje vertical • Magnitud: precio de venta • Unidad de medida: pesos

Tabla 24. Unidades significantes situación 2. (Anexo 9) Elaboración propia.

Para esta situación el 100% de los estudiantes realizan de manera correcta las conversiones en los registros tabular y aritmético pues cada representación con los tres criterios de congruencia: correspondencia semántica, aunque las unidades significantes, a cada unidad significativa

elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

Para el registro algebraico de igual manera el 100% de los estudiantes determina la expresión matemática de manera correcta; sin embargo, solo cumple con los dos primeros criterios de congruencia, pues con el tercer criterio que hace referencia a igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros no lo cumple debido a que la expresión esta da por $y = mx + b$.

En el registro figural el 80% de los estudiantes realizan la conversión de manera congruente, es decir cumplen con los tres criterios establecidos por Duval, el estudiante E1, presenta dificultad en este registro pues plantea una a los dos conjuntos tanto de llegada como de salida, por lo tanto la relación no es coherente.

Estudiante 1.

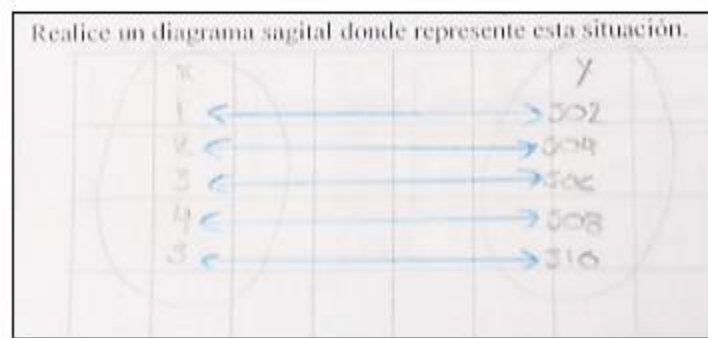


Figura 51. Respuesta del estudiante E1, registro figural. Prueba final (Anexo 9)

De igual manera el 100% de los estudiantes justifican que la situación corresponde a una función, y lo hacen desde el registro gráfico, pues justifican que, al trazar una línea vertical, solo toca a la recta en un punto.

Situación 3

Para el análisis de la situación en cada uno de sus representaciones se deben tener en cuenta estas unidades significantes.

Unidades significantes
Situación 3
<p>Variable independiente</p> <ul style="list-style-type: none"> • x • Eje horizontal • Magnitud: Valor de la arista • Unidad de medida: cm <p>Relación de punto a punto</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los valores aumentan dependiendo del número de artículos • Sentido inclinado, ascendente, positiva • $m = 2$ <p>Variable dependiente</p> <ul style="list-style-type: none"> • y • Eje vertical • Magnitud: volumen • Unidad de medida: cm^3

Tabla 25. Unidades significantes situación 3. (Anexo 9) Elaboración propia

En esta situación el 100% de los estudiantes realizan de manera correcta las conversiones en los registros algebraico, figural y aritmético, cumpliendo con los tres criterios de congruencia: correspondencia semántica, aunque las unidades significantes, a cada unidad significativa elemental del registro de partida le corresponde una unidad elemental en el registro de llegada, existe igual orden de aprehensión de las unidades significantes presentes de los dos registros.

En el registro tabular el 80% de los estudiantes realizan la conversión de manera congruente, es decir cumplen con los tres criterios establecidos por Duval, el estudiante E2, presenta dificultad en este registro, pues no determina quien en la variable dependiente y dependiente, además cacera de unidades significantes.

Estudiante 2

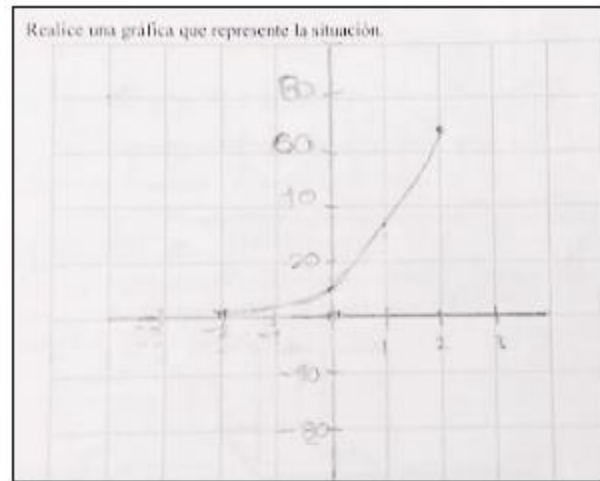


Figura 52. Respuesta del estudiante E2, registro figural. Prueba final (Anexo 9)

El 80% de los estudiantes justifican que la relación que se presenta en esta situación corresponde a una función, los estudiantes E1 y E5 lo hacen desde el registro gráfico, pues justifican que al trazar una línea vertical, solo toca a la recta en un punto, mientras que el estudiante E3, explica que en el diagrama sagital se evidencia que x no se repite y E4 justifica que el valor de x no se repite, el estudiante E2 si determina que no es función debido a que la gráfica es un tipo de parábola y no se presenta dependencia entre las variables.

Para la segunda tuvo como objetivo fortalecer los resultados de la prueba diagnóstica en cuanto al dominio del concepto de función en el registro verbal, aritmético, figural, algebraico, tabular y gráfico.

En la pregunta número 4, pregunta hace referencia al dominio del concepto de función en el registro verbal, es una descripción y generalmente cualitativa del objeto matemático, en esta el 100% de los estudiantes contestaron de manera correcta, con justificaciones adecuadas y concretas, en la pregunta 5, en cuanto al registro Aritmético el 80% de los estudiantes responde

de manera correcta, como es el caso de la estudiante 5 que para justificar la respuesta realiza una conversión la registro figural, (obsérvese en la figura 49), mientras que la estudiante E2, no responde, deja la hora en blanco, por lo tanto se puede intuir que presenta dificultades para reconocer el concepto de función en esta representación.

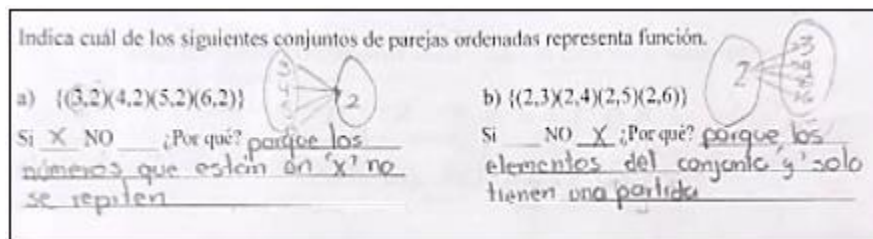


Figura 53. Respuesta del estudiante E2, registro aritmético. Prueba final (Anexo 9)

Para la pregunta 6, en el registro figural, el 80% de los estudiantes responde de manera correcta, con justificaciones adecuadas y concretas, como es el caso del estudiante E1, quien realiza una conversión en parejas ordenadas para justificar su respuesta.

La dificultad la presenta la estudiante E2, en el numeral *b*, donde se puede evidenciar que presentan confusión con la definición del concepto, y E4 en el numeral *a*, se puede observar que tiene noción del concepto, de igual manera presenta confusión a la hora de determinarlo en esta representación.

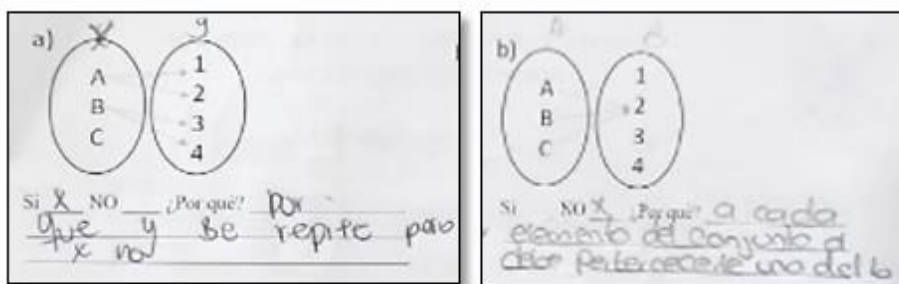


Figura 54. Respuesta del estudiante E2 y E4 respectivamente registro figural. Prueba final (Anexo 9)

En la pregunta 7, en el registro algebraico de iguala manera el 70% de los estudiantes responden de manera correcta, es decir que manejan el concepto de función en esta representación, por ejemplo, el estudiante E1, en el numeral a , realiza una conversión al registro aritmético, y el numeral b , dado que la ecuación está dada de forma general realiza tratamiento para despejarla de manera explícita, luego realiza nuevamente conversión el registro aritmético para justificar la respuesta.

De las siguientes expresiones algebraicas, determine si son funciones o no.

a) $y = x^2 + 1$ b) $6x - 3y = -12$

$y = -2 - 2x$

Si NO ¿Por qué? Al crecer los Si NO ¿Por qué? Al crecer los

por que X no es igual por que X no es igual

Figura 55. Respuesta del estudiante E1 registro algebraico. Prueba final (Anexo 9)

Nuevamente la dificultad la presentan las estandartes E2 y E4, como es el caso del numeral b , debido a que la ecuación esta presenta forma general, se esperaba que realizaran tratamiento y desde la forma explícita pudieran reconocer el concepto, pues la estudiante cuatro argumenta respuesta a que es debido a y está acompañada de un número, es decir que ella comprende que en la ecuación la variable y no debe estar acompañada, por lo tanto se puede intuir que presenta dificultad con el despeje de ecuaciones en este caso la ecuación explícita de la recta.

Para final concluyó con el registro gráfico, debido a que la prueba diagnóstica arrojó que es en este registro donde mejor comprenden el concepto de función, pues el 90% de los estuantes acertaron con las respuestas, dando la misma justificación, para el numeral a , “al trazar una línea vertical toca a la circunferencia en dos puntos”, y el b , “al trazar una línea recta toca a la gráfica en un solo punto”. La dificultad la presento el E3, quien presento una confusión con la asíntota

que muestra la figura, pues argumenta que la línea punteada toca en varios puntos la gráfica, es decir que no tiene presente el concepto de asíntota en esta representación.

A continuación, se presenta un comparativo de la prueba diagnóstica y la prueba final, con las respuestas de los cinco estudiantes que fueron estudio de análisis para la investigación.

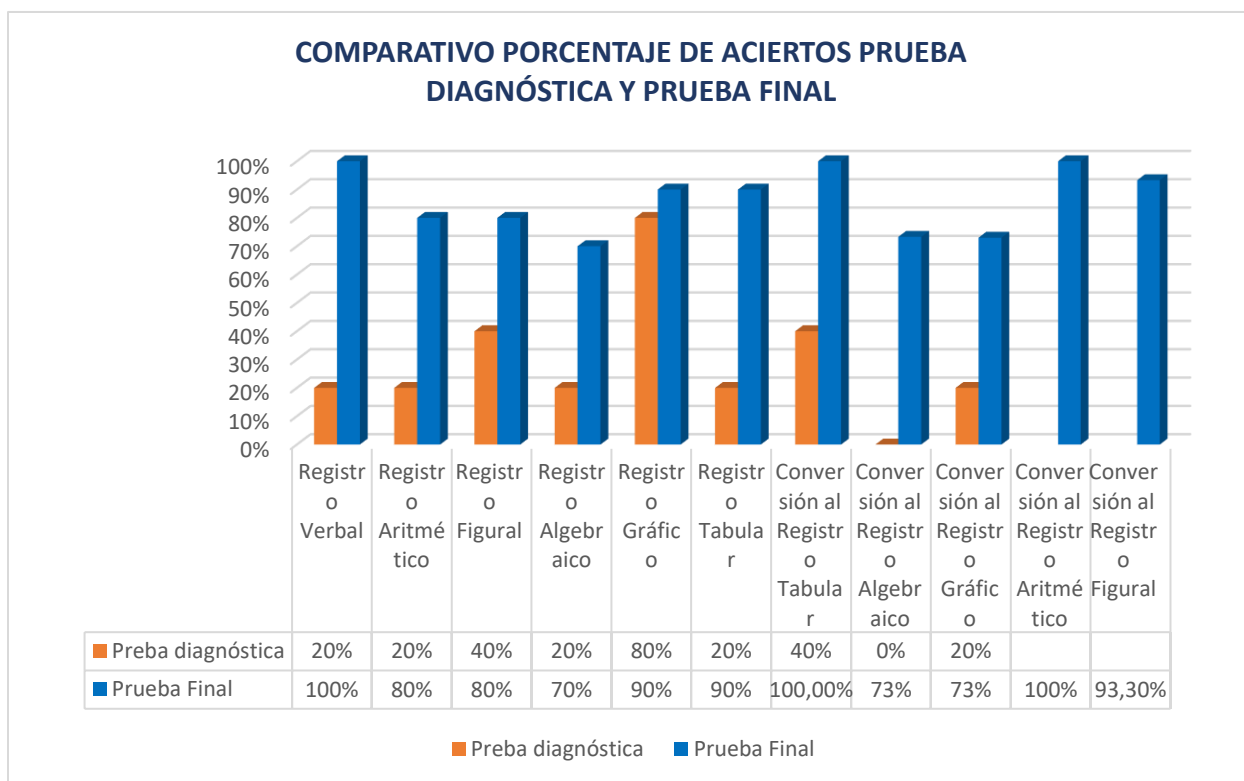


Figura 56. Comparativo de aciertos prueba diagnóstica-prueba final.

Comparando los resultados de las dos pruebas realizadas a los participantes, se puede evidenciar como los estudiantes mejoraron su desempeño, se hace visible que los estudiantes mediante las actividades didácticas y dirigidas para el fortalecimiento del objeto función, mejoraron la comprensión del concepto en cada una de sus representaciones semióticas. Es importante mencionar que la prueba diagnóstica no se preguntó por la conversión de los registros

aritmético y figural, pero se afianzaron en seis las actividades desarrolladas, es por esto que si se analizaron en la prueba final.

A continuación se muestra el avance del estudiante con Diagnóstico TDAH.

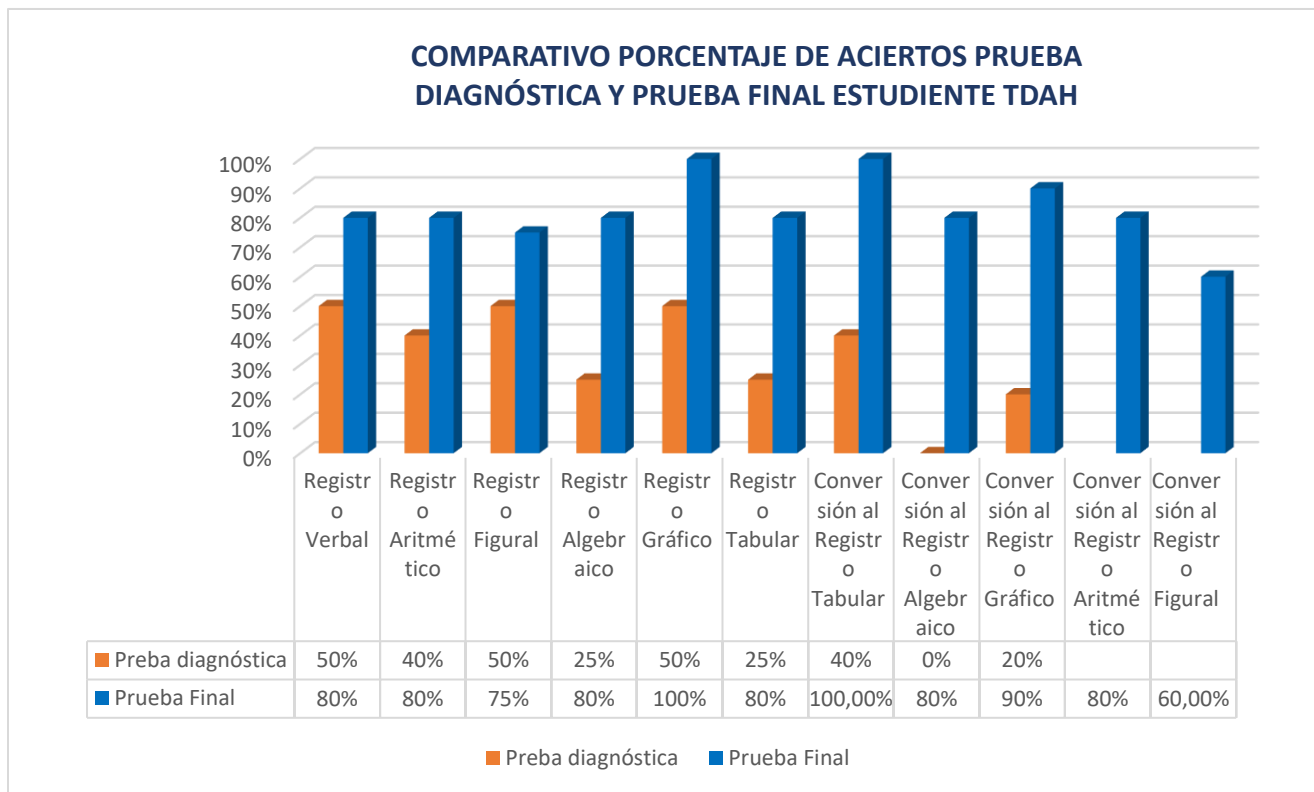


Figura 57. Comparativo de aciertos prueba diagnóstica-prueba final. Estudiante TDAH.

Comparando los resultados de las dos pruebas realizadas al estudiante con diagnóstico TDAH, se observa como el estudiante mejoro su desempeño, tanto así que en el registro algebraico donde mayor dificultad presentaba para llegar a su conversión, logro un 80% de acierto en esta representación semiótica del objeto, donde persisten algunas dificultades es la representación del registro figural debido a que cuando dibuja los diagramas, enlaza las parejas con una línea con flecha tanto al inicio como al final, es decir que no se indica cual es el conjunto de salida y cual el de llegada, por otra donde supero totalmente las dificultades para la comprensión del concepto

del objeto función fue en el registro gráfico y el registro tabular. También es importante destacar que en esta prueba el estudiante se notó más cómodo contestando la prueba, se evidencio más concentración mientras respondía, se levantó algunas veces a sacar la punta al lápiz para trabajar, en ciertas ocasiones observaba a sus compañeros, pero se pudo intuir que se sentía más seguro de las justificaciones que argumentaba.

Conclusiones

Para concluir el presente ejercicio investigativo, se señala que desde la propuesta inicial y teniendo como objetivo el mejoramiento de la comprensión del objeto función en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa privada, entre quienes se encuentra un estudiante que presenta TDAH, se pueden precisar diversos aportes significativos de la observación y diagnóstico, de la estrategia pedagógica y didáctica; y otros asociados con el proceso de acercamiento de la población a contextos significativos de la aplicación de las matemáticas en la cotidianidad y al desarrollo del pensamiento lógico dentro de su proceso de formación académica básica.

Por una parte, se puede concluir que, mediante la consolidación de situaciones didácticas significativas para la construcción del concepto de función y las representaciones semióticas puestas en el lenguaje del proceso, se hizo posible generar un proceso investigativo centrado en el mejoramiento del desempeño grupal y particular del estudiante con necesidades de inclusión, donde se logra la integración sin contratiempos, entendiendo que la inclusión se da cuando no se hacen tratos diferenciales discriminatorios, sino que se buscan nuevas estrategias para favorecer el aprendizaje, desde las construcciones propias de la individualidad del estudiante y no desde el mero imaginario pedagógico del estándar.

Es de concluir también que este tipo de estudios pormenorizados sobre la situación de un individuo en un contexto académico, social y cultural tan diverso como la escuela, requiere de métodos que apunten al desarrollo de aprendizajes comunes, sin que la diferencia limite sus resultados y en donde el docente explora diferentes alternativas didácticas para generar inclusión y equidad. Las acciones pedagógicas que se retroalimentan y en las que se versa sobre la

argumentación, hacen que los estudiantes se centren más en el proceso que en el resultado y con ello se genera más reflexión sobre el aprendizaje del conocimiento conceptual y procedimental en las matemáticas. En ello, no se halla diferencia entre estudiantes con o sin discapacidad por TDAH; allí se encuentra paridad y coherencia.

Del mismo modo, es posible concluir que el mejoramiento de las competencias y el desempeño en un área por demás compleja como las matemáticas, se da desde la comprensión de procesos didácticos sistemáticos y no desde acciones aisladas y centradas en meras operaciones con resultados exactos. Por ello, aplicar este tipo de acciones didácticas sobre el concepto de objeto función, permite a la institución, al investigador, al docente y al grupo de estudiantes abordar modelos alternativos de enseñanza, más cercanos a diseños universales; o por lo menos con los ajustes razonables necesarios para asegurar que todos los estudiantes tengan las mismas oportunidades de aprender.

Se evidencia con el estudio y se permite como conclusión comprender que precisamente ese mejoramiento sistemático del aprendiente en situaciones de aplicación directa del concepto de función, fortalece la concentración y atención y con ello se generan ambientes más propicios para el estudiante con el TDAH; lo cual genera también un mejoramiento asociado con el interés por aprender matemáticas y una mayor motivación hacia este tipo de procesos formativos. Esto resulta valioso desde la perspectiva de los procesos venideros de formación en matemáticas, en los que se supone un mejor desempeño por parte del estudiante participante con TDAH en el mismo nivel de todos los compañeros de grado noveno que se han integrado al proceso.

Bibliografía

Aula Intercultural, (2015). *Matemáticas inclusivas, escuela inclusiva, experiencias educativas.*

<https://aulaintercultural.org/2015/04/24/matematicas-inclusivas/>

Anónimo, (2016). *Profesorado de educación primaria-matemática y su didáctica teoría de las situaciones didácticas*

<https://inscastelli-cha.infed.edu.ar/sitio/upload/teoradelasituacionesdidcticasdeguybrousseau-120510115759-phpapp01.pdf>

Balbuena, F (2014). *Orientaciones y estrategias dirigidas al profesorado para trabajar con alumnado con trastorno por déficit de atención e hiperactividad.*

<http://www.feaadah.org/es/sobre-el-tdah/winarcdoc.php?id=705>

Barrera, F & Reyes, A. (2018). *Situaciones Didácticas en Educación Matemática.*

<file:///C:/Users/angel/OneDrive/Desktop/Barrera-2018.pdf>

Blaxter, L., Hughes, C & Tight, M. (2000). *Cómo se hace una investigación.* GEDISA Editorial

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics.* Kluwer Academic Publisher.

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas.* Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física.

http://www.cvrecursosdidacticos.com/web/repository/1462973817_Fundamentos%20de%20Brousseau.pdf

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al Estudio de la teoría de las Situaciones Didácticas.*

http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod_reso

[urce%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf.pdf](#)

Buenaventura, J. (2015). *Representaciones semióticas de sólidos que tiene los estudiantes de educación media.*

<http://repository.ut.edu.co/bitstream/001/1561/1/Trabajo%20de%20Grado%20Jaime%20Buenaventura%20%281%29%20%281%29.pdf>

Bustamante, J. (2017). *Hacia la Inclusión de Estudiantes con TDAH en el Aula como Proyecto Educativo en el Colegio Agustino Ciudad Salitre.*

<https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/33125/Orlando%20TDAH.pdf?sequence=5>

Cacuango, M. (2018). *Secuencia Didáctica Basada en Problemas Cotidianos para el Aprendizaje de Función Lineal.* <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/891/1/TFM-EM-68.pdf>

Callejo, V.M. (2000). *Educación en y para los derechos humanos: una lectura desde el área de matemáticas. Anuario Pedagógico.*

Campos, E. (2017). *Representaciones de funciones, material complementario.*

<https://www.reformamatematica.net/wpcontent/uploads/2018/09/MaterialComplementario-MiniMoocRA02PMB.pdf>

Cano, L.C. (2012). *La definición del concepto de función bajo el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión en estudiantes de Grado 11 de una institución educativa oficial de Medellín.*

http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/7497/1/JhonyCano_2012_conceptofuncion.pdf

Carmona, V. (2009). *Educando en Valores desde las Matemáticas*. Innovación y experiencias significativas. N (17). 1-8.

Casanova, M. A. (2011). De la educación especial a la inclusión educativa. Obtenido de Revista Participación educativa, ISSN 1886-5097, N°. 18:

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4943083>

Chavarría, J. (2006). *Teoría de las Situaciones Didácticas*.

<http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/teoria%20de%20las%20situaciones%20didacticas.pdf>

Chevallard, Y., Brosch, M., & Gascon, J. (1997) *Estudiar Matemáticas: El Eslabón Perdido entre Enseñar y Aprender*. [http://www.revista-educacion-](http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol9/3/14Diaz.pdf)

[matematica.org.mx/descargas/Vol9/3/14Diaz.pdf](http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol9/3/14Diaz.pdf)

Creu, M. (2014). *TDAH y Matemáticas: Propuesta para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de los alumnos de la ESO*.

https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2988/Creu_Obrer_Marco.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Casajús, A. (2005). *La resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH)*.

http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/41426/1/00.ACL_PREVIO.pdf

Duarte, P (2015) *Departamento de ciencias matemáticas, Iniciación al cálculo*.

https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/9773/taller_funciones.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Santiago de Cali, Colombia.

D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*.
https://books.google.com.co/books?id=CdhDIP8VF7YC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

D'Amore, B. (2006). *Objeto, significados, representaciones semióticas y sentido*.
<https://www.redalyc.org/pdf/335/33509909.pdf>

Durá, R. (2018). *TDAH y las dificultades en las matemáticas*.
<https://www.clinicamiralles.com/2018/06/27/tdah-y-dificultades-en-las-matematicas/>

Duval, R (1993). *Registres de representation semiotique et fonctionnement cognitif de la pensee, Didactique et de Sciencis Cognitives. 5 Estrasburgo*.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Santiago de Cali, Colombia.

Fundación CADAH (2012). *La importancia de la educación en alumno/as con TDAH*.
<https://www.fundacioncadah.org>

Garcés, D & Montaña, J (2015). *Estrategia didáctica para la inclusión de niños y niñas con necesidades educativas especiales, en la clase de educación física del grado cuarto del Ied Alemania solidaria*.
<https://repository.unilibre.edu.co>

García, J & Aldana, E (2016). *Las Representaciones semióticas ayudan a desarrollar el pensamiento algebraico*. <http://funes.uniandes.edu.co/11368/1/Garcia2016Las.pdf>

García, L., Hinojosa, M & Vázquez R (2004). *Dificultades en el aprendizaje del concepto de funciones de estudiantes de ingeniería.*

file:///C:/Users/angel/OneDrive/Desktop/24_dificultades_en_el_aprendizaje.pdf

Godino, J., Batanero, C. & Font. V (1996) *Un enfoque antisemítico del conocimiento y la instrucción matemática.*

http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Gómez, I (2018). *La Intuición en las Matemáticas.*

<https://eprints.ucm.es/id/eprint/23318/1/IGomez26.pdf>

Hernández, R., Fernández, C & Bautista P (2014). *Metodología de la Investigación.* (6° ed.). Santa Fe, México: Interamericana Editores.

Hernández, R & Mendoza, C (2018). *Metodología de la Investigación.* (1° ed.). Santa Fe, México: Interamericana Editores.

Hernández, C & Reyes, M (2017). *Tratamiento y conversiones entre registros de representación semiótica para la aprehensión del objeto fracción impropia.*

<http://funes.uniandes.edu.co/18441/1/Hernandez2017Tratamiento.pdf>

Herrera, Y & Muñoz, V (2014). *Propuesta Didáctica para Abordar El Concepto de Función a partir de La Modelación Matemática.*

<http://funes.uniandes.edu.co/12252/1/Herrera2014Propuesta.pdf>

Lacosta, A (2015). *La resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH).* <http://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/41426>

López & Valencia (2015). *Niños y adolescentes con necesidades educativas especiales.*

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0716864015000085>

Lozano, R (2018). *Enseñanza de las funciones desde enfoques de representaciones y enfoque comunicacional (con uso de tic) en cursos iniciales de matemáticas universitarias.*

<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/12770/7412-0525835.pdf;jsessionid=C591827776E58D23D30889F6FFDE4642?sequence=1>

Maturana, J (2017). *Situaciones didácticas y resolución de problemas cotidianos. Sistema de ecuaciones lineales con dos variables en el grado noveno de la I.E. Humberto Jordán*

Mazuera. <http://funes.uniandes.edu.co/10912/1/Maturana2017Situaciones.pdf>

MinEducaión (2014). *Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el documento orientador para el Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matemáticamente Competentes.*

<http://www.un.org/es/rights/overview/>

Martínez, L. (2007). *La Observación y el Diario de Campo en la Definición de un Tema de Investigación.* PERFILES LIBERTADORES, Pp.73-80.

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal.*

http://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/477/4/Representaciones_semi%C3%B3tica_aprendizaje_concepto_funcional_lineal.pdf

Pecharromán, C. (2014). *El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos dese una perspectiva ontológica.*

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262014000200004

Pérez, J & Gardey A. (2021) *Definición de didáctica*. <https://definicion.de/didactica/>

Ponte, J. (1992). *La historia del concepto de función y algunas implicaciones educativas*. https://www.researchgate.net/publication/322754157_La_historia_del_concepto_de_funcion_Y_algunas_implicaciones_educativas_Spanish_translation_of_The_history_of_the_concept_of_function_and_some_educational_implications_The_Mathematics_Educator_32_3-8_b

Rodríguez, S. & Aparicio, D. (2007). *Caracterización de tratamientos y conversiones: el caso de la función afín en el marco de las aplicaciones*. <https://www.monografias.com/trabajos-pdf4/caracterizacion-tratamientos-y-conversiones-caso-funcion-afin-marco-aplicaciones/caracterizacion-tratamientos-y-conversiones-caso-funcion-afin-marco-aplicaciones.pdf>

Rodríguez, E., Pérez S., Navas M., González P., Fominaya S & Duelo M (2006) *La escuela y el trastorno por déficit de atención con/sin hiperactividad (TDAH)*. http://sid.usal.es/idos/F8/ART13753/escuela_y_tda_con_sin_hiperactividad.pdf

Rubio, N (2021). *La teoría de situaciones didácticas: qué explica sobre la enseñanza*. <https://psicologiymente.com/desarrollo/teoria-situaciones-didacticas>

Russi, M (2016) “*Trastornos del aprendizaje en el TDAH*”. <http://www.tdahytu.es/trastornos-del-aprendizaje-en-el-tdah>

Sánchez, M. (2012) *¿Qué es la didáctica de las matemáticas?*

<https://mariosanchezaguiar.com/2012/09/28/que-es-la-didactica-de-las-matematicas/>

Sánchez J. (2007). *“Diseño y estudio de situaciones didácticas que favorecen el trabajo con registros semióticos” hace un aporte a todas aquellas actividades planteadas para el aprendizaje de los estudiantes.* <https://eprints.ucm.es/40389/1/T38101.pdf>

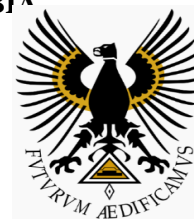
Sastre, P., Rey, G & Boubeé, C. (2008). El concepto de función a través de la historia.

<http://funes.uniandes.edu.co/14888/1/Sastre2008El.pdf>

Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos.* (4° ed.). Madrid, España: Ediciones Morata.

Anexos**Anexos 1: Consentimiento informado**

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA^A
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CONCEPTO DE FUNCIÓN



Yo, _____ en calidad de acudiente de
_____ del grado noveno, autorizo a los
investigadores, PhD José Francisco Leguizamón y Angela Marcela Velandia para publicar y
divulgar por medios electrónicos e impresos, sobre actividades realizadas en el proceso de
investigación, encaminada a fortalecer el aprendizaje del concepto de función a través de
situaciones didácticas y analizada desde las categorías de representaciones en los estudiantes de
grado noveno. Este proceso será objeto de investigación en el año 2021.

Firma del acudiente

Documento “consentimiento informado”

Anexos 2: Prueba diagnóstica

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRUEBA DIAGNÓSTICA

CONCEPTO DE FUNCIÓN



NOMBRE: _____ GRADO: _____

Responda sí o no en los siguientes enunciados.

1. Indica cuál de las siguientes relaciones son funciones. Escribe sí o no y justifica tu respuesta.

- a) El costo de comprar fruta y el número de kilos comprados. Si ____ NO ____ ¿Por qué?

- b) El costo de una llamada telefónica y su duración. Si ____ NO ____ ¿Por qué?

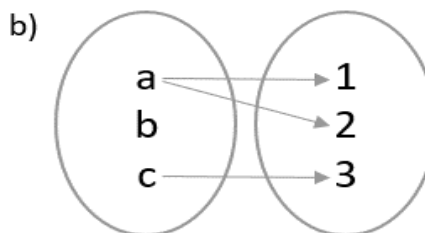
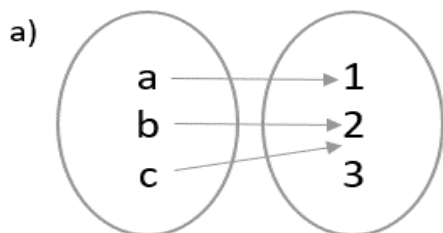
- c) La edad de una persona y el color de su pelo. Si ____ NO ____ ¿Por qué?

- d) La cantidad de alumnos de una clase y el número de aprobados. Si ____ NO ____ ¿Por qué?

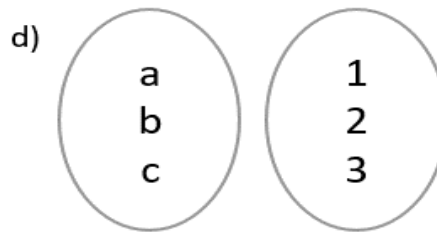
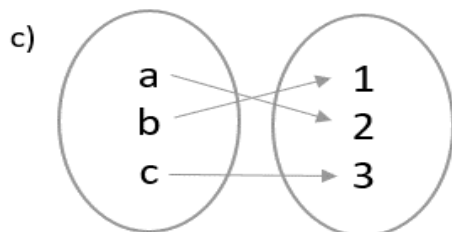
2. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de parejas ordenadas corresponden a una función?

- a) $\{(3,2)(2,3)(3,0)\}$ Si ____ NO ____ ¿Por qué? _____
- b) $\{(1,1)(7,6)(1,0)\}$ Si ____ NO ____ ¿Por qué? _____
- c) $\{(4,5)(2,1)(-4,0)\}$ Si ____ NO ____ ¿Por qué? _____
- d) $\{(0,1)(2,8)(2,0)\}$ Si ____ NO ____ ¿Por qué? _____

3. De los siguientes diagramas sagitales cuál representa una función.



Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____



Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

4. ¿Cuáles de las siguientes expresiones algebraicas son funciones?

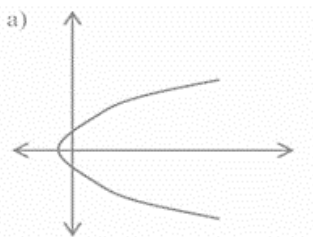
a) $x = y^2$ Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

b) $y = 2x + 3$ Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

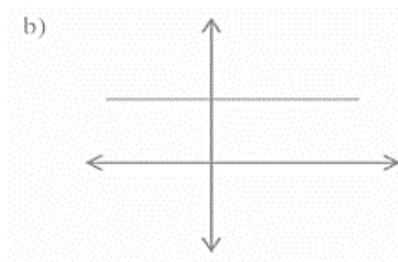
c) $x^2 = y^2 - 2$ Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

d) $y = 3$ Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

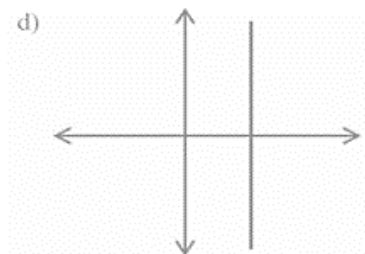
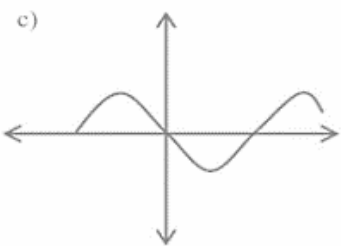
5. ¿Cuáles de las siguientes gráficas representa una función?



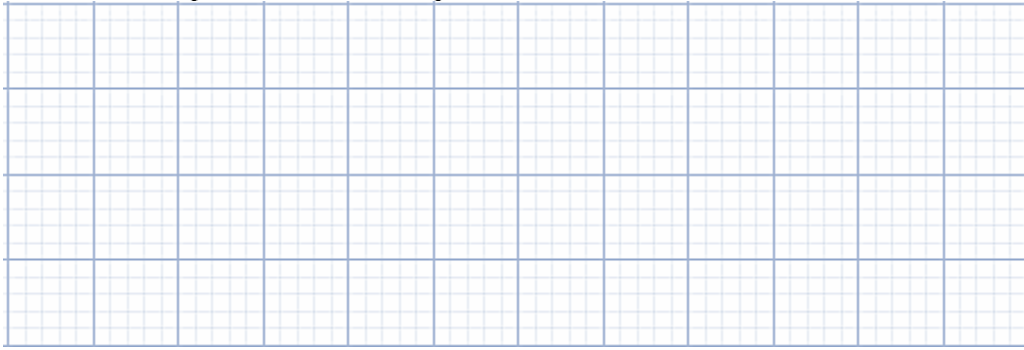
Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____



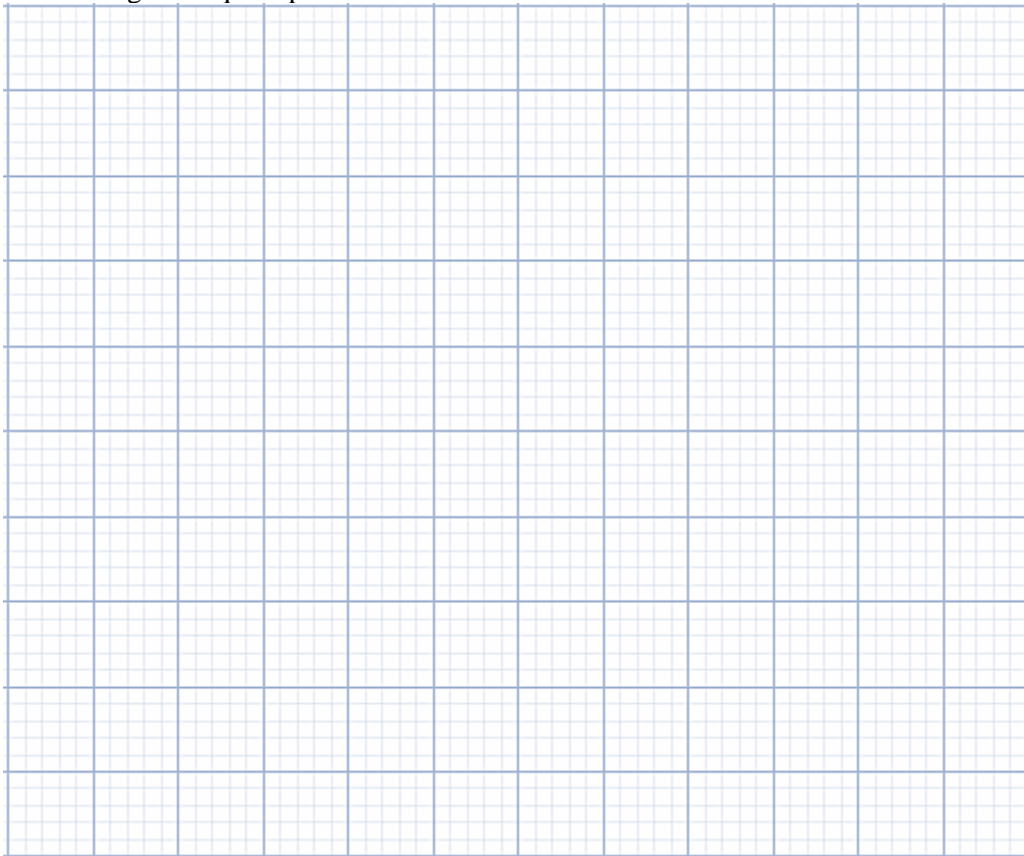
Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____



- b. Determina la expresión matemática que relaciona las dos variables.



- c. Realice la gráfica que represente los valores de las variables.



Anexos 3: Actividad 1.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CONCEPTO DE FUNCIÓN



Nombre: _____ **Grado:** _____

ACTIVIDAD # 1

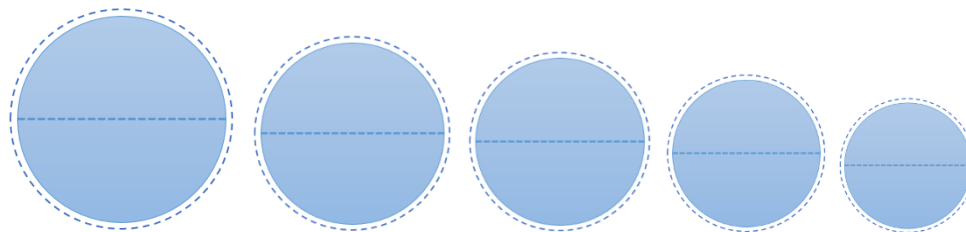
Objetivo: Determinar relaciones a partir de la toma de datos, tablas y gráficas. Situaciones asociadas al concepto de función.

Tiempo: 20 minutos.

Materiales:

- 5 círculos de madera de diferentes medidas
- Cuerda, metro o regla.

1. Toma 5 círculos y enumerarlos, mide los diámetros y perímetros (cm) de los círculos de madera.



2. Completa la siguiente tabla.

Diámetro					
Perímetro					

3. Gráfica los valores de la tabla del segundo punto.

Anexos 4: Actividad 2.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CONCEPTO DE FUNCIÓN



Nombre: _____ **Grado:** _____

ACTIVIDAD # 2

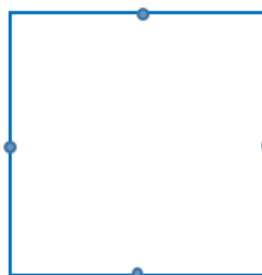
Objetivo: fortalecer y representar situaciones asociadas al concepto de función.

Materiales:

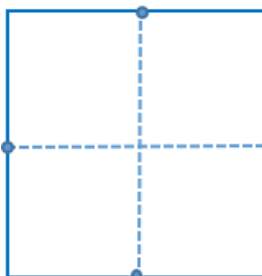
- Hoja cuadrada blanca
- Esfero de color y regla.

1. Sigue las siguientes instrucciones y completa la tabla del segundo punto.

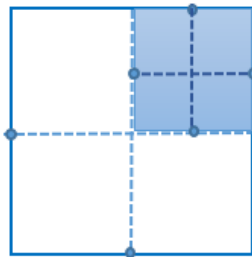
- a. Toma la hoja cuadrada, con la ayuda de la regla mide cada uno de los lados y ubica los puntos medios en cada uno de ellos.



- b. Une los puntos medios de los lados paralelos de la hoja hasta formar cuatro cuadrados de igual tamaño.



- c. Selecciona uno de los cuadrados de la indicación anterior (superior derecha), continua realizando la anidación del numeral a.



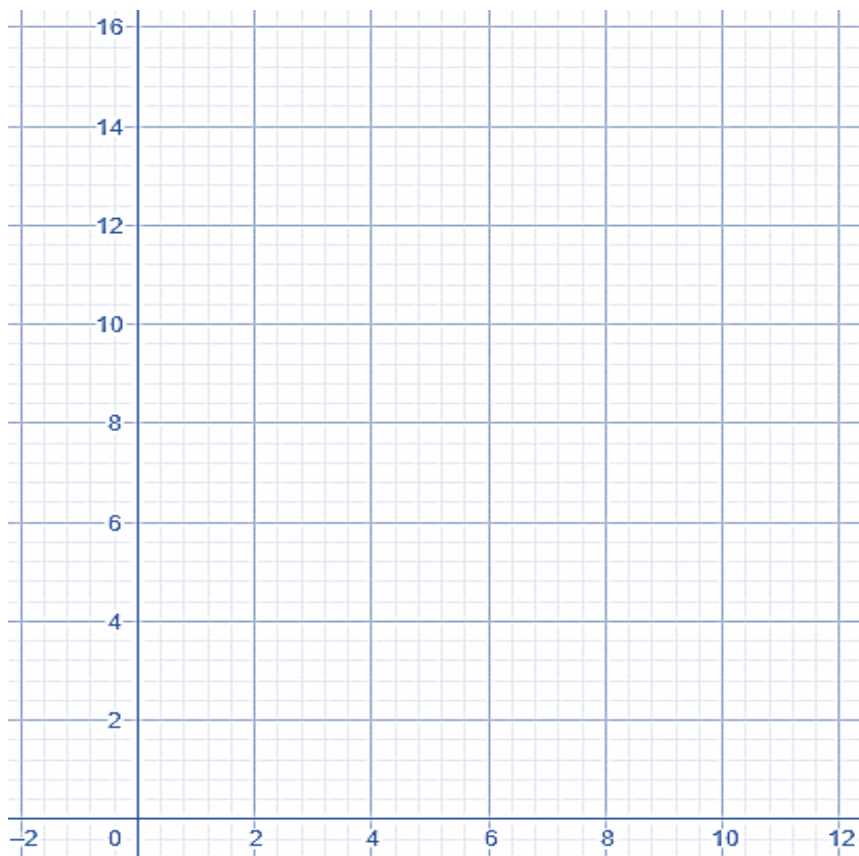
- d. Continúa el proceso hasta que no puedas realizar más divisiones, recuerda que debes realizarle las divisiones al cuadrado que está ubicado en la parte superior derecha de la hoja.

2. **Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta las indicaciones del punto anterior y considera solo los cuadrados internos únicamente.**

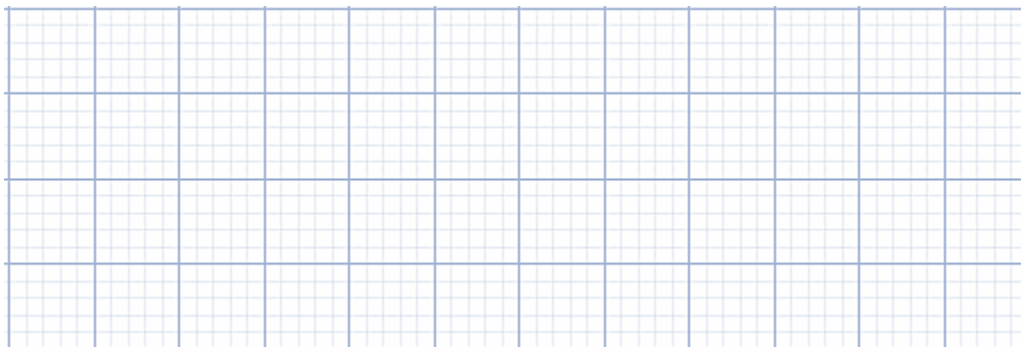
Pasos:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de cuadrados :	1	4								

3. **¿Encuentras alguna regularidad en los intervalos de la tabla? Justifica tú respuesta.**

4. **Gráfica los valores de la tabla del segundo punto.**



5. ¿Cuál es la expresión algebraica que permite hallar el número de cuadros para n pasos?



6. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el ejercicio? _____

7. ¿Cuál es la relación que hay entre las variables? Justifica tu respuesta.

8. ¿Crees que la relación que se da entre las variables es una función? Si___ NO___

Justifica tu respuesta:_____

Anexos 5: Actividad 3.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
 MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
 CONCEPTO DE FUNCIÓN



Nombre: _____ Grado: _____

ACTIVIDAD # 3

Objetivo: Definir y reconocer el concepto de función en base a la formulación

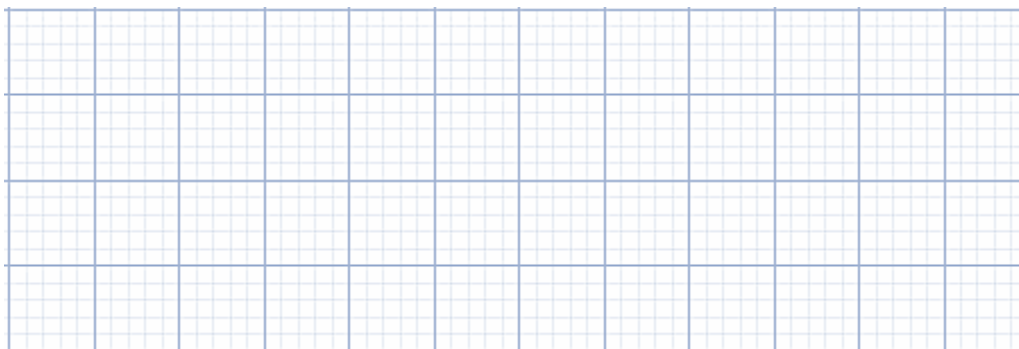
Materiales:

- Hojas de papel
- Regla y tijeras.

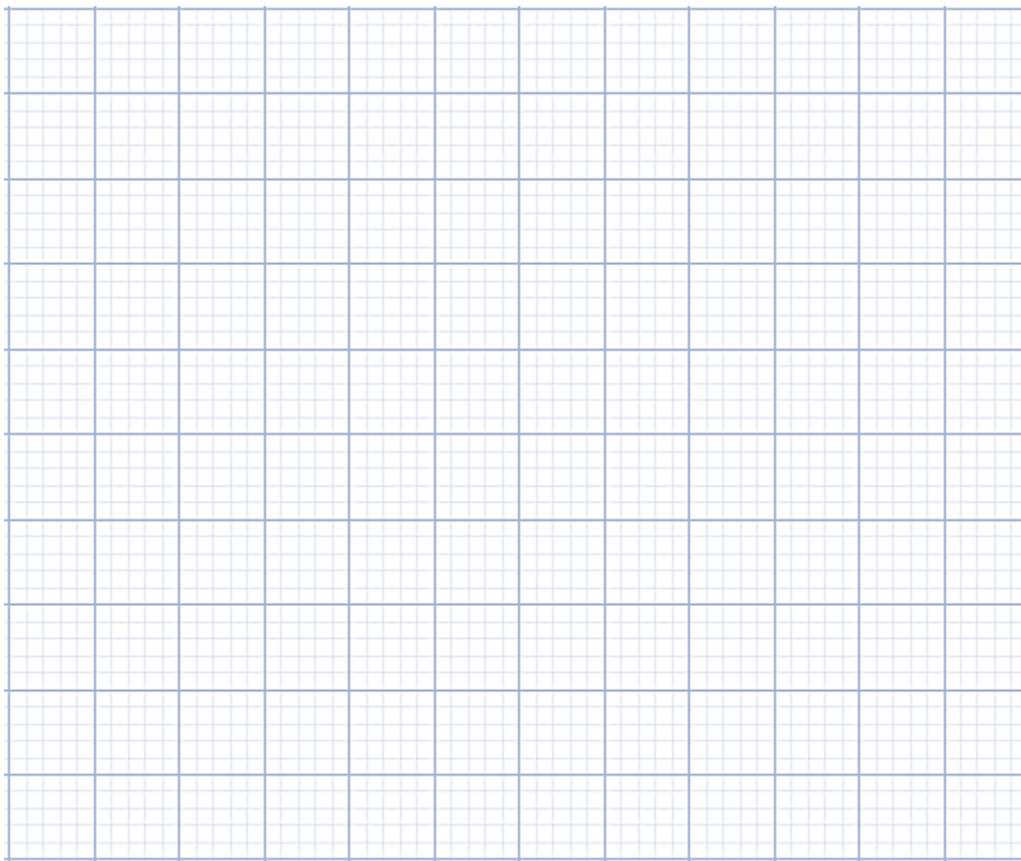
Se desea cortar placas rectangulares cuya área sea igual a 36 cm^2 , pero con diferentes bases y alturas.

1. Realiza una tabla donde se relacionan por lo menos 5 valores para hacer placas.

2. Determina la expresión matemática que relaciona las variables que se relacionan.



3. Realiza la gráfica que representa los valores y las variables que se relacionan.



4. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el ejercicio?

5. Determina la relación que hay entre las variables que se relacionan.

6. ¿Crees que la relación que hay entre las variables que se relacionan corresponde a una función? Justifica tu respuesta.

Anexos 6: Actividad 4.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CONCEPTO DE FUNCIÓN



Nombre: _____ **Grado:** _____

ACTIVIDAD # 4

Objetivo: reconocer el concepto de función en base a la formulación y realizar la conversión en distintos registros de representación.

Materiales:

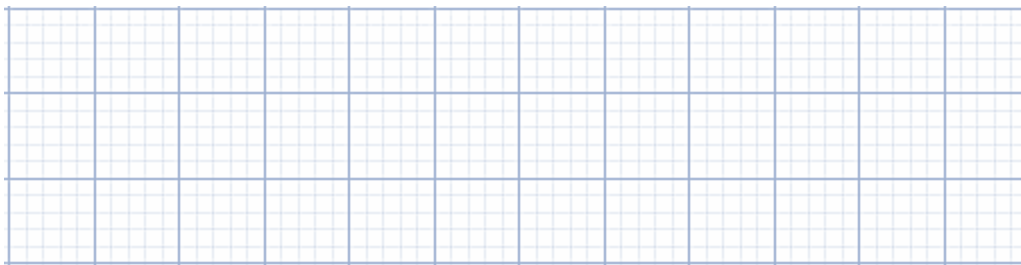
- 5 tapas, cada tapa con un orificio de diferente diámetro.
- Botellas pequeñas de agua.
- Cronómetro.

Tome 5 tapas que tengan un orificio de diferente diámetro, y una botella llénala de agua siempre en el mismo nivel (debe tener un orificio en la parte inferior), mida el tiempo de vaciado, para cada una de las tapas.

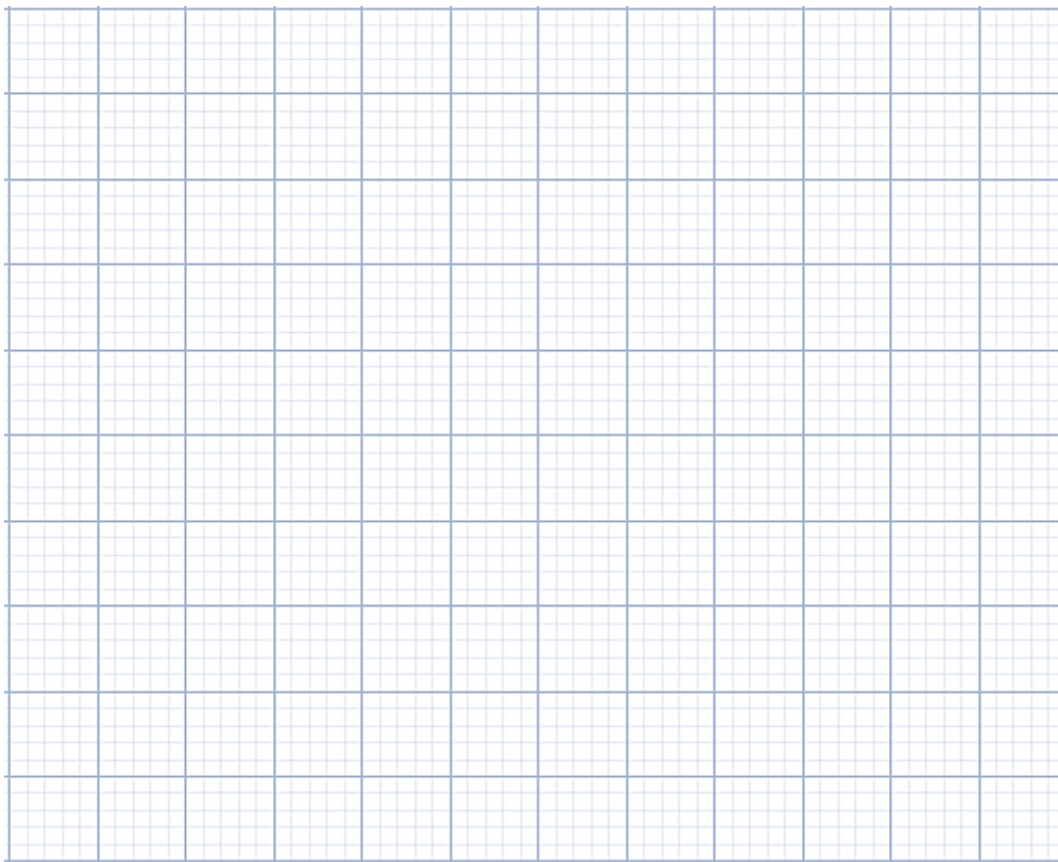


1. Realiza una tabla donde se relacionan los valores de las variables que se relacionan.

2. Determina la expresión matemática que relaciona las variables que se relacionan.



3. Realiza la gráfica que representa los valores de las variables que se relacionan.



4. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el ejercicio?

5. Determina la relación que hay entre las variables que se relacionan.

6. ¿Crees que la relación que hay entre las variables que se relacionan corresponde a una función? Justifica tu respuesta.

Anexos 7: Actividad 5.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
 MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
 CONCEPTO DE FUNCIÓN



Nombre: _____ Grado: _____

ACTIVIDAD # 5

Objetivo: reconocer el concepto de función en base a la formulación y realizar la conversión en distintos registros de representación.

Materiales:

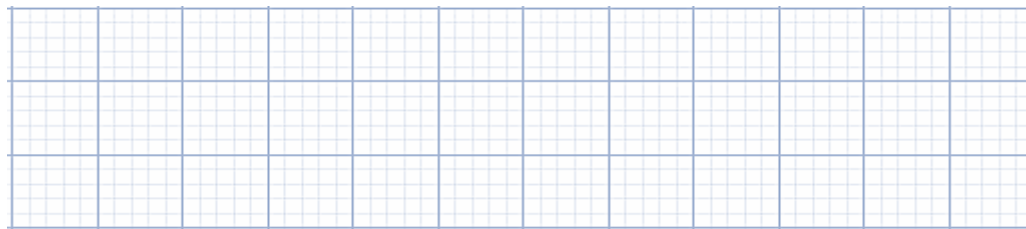
- 1 resorte y pesas
- Regla.

Coloque un resorte en un soporte universal y mida la longitud, luego agregue una pesa y mida nuevamente la longitud del resorte, agregue otra pesa y mide nuevamente la longitud del resorte y repita el proceso hasta ubicar las 5 pesas.

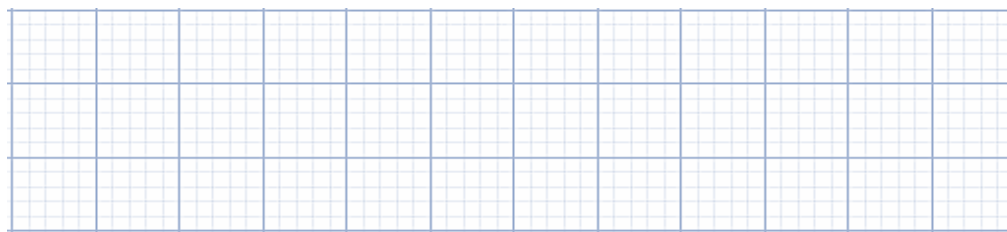


1. Realiza una tabla donde se relacionan los valores de las variables que se relacionan.

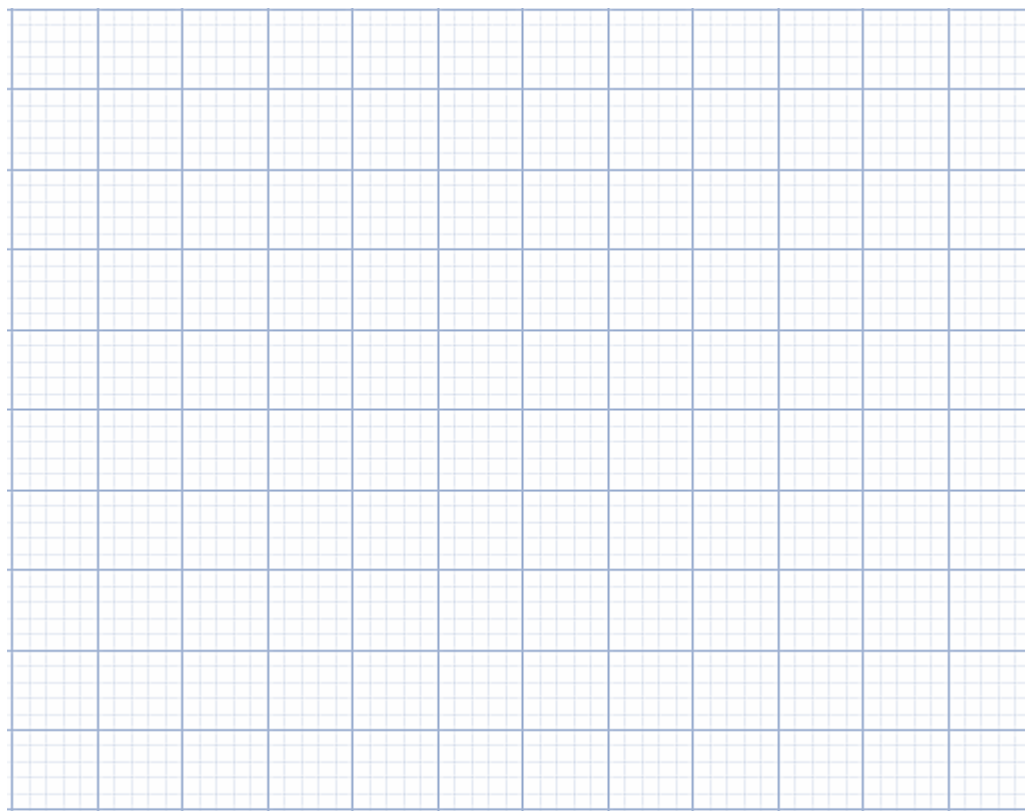
2. Determine el conjunto el conjunto simbólico ordenas para las situación presentada.



3. Determina la expresión matemática que relaciona las variables que se relacionan.



4. Realiza la gráfica que representa los valores y las variables que se relacionan.



5. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el ejercicio?

6. Determina la relación que hay entre las variables que se relacionan.

- 7. ¿Crees que la relación que hay entre las variables que se relacionan corresponde a una función? Justifica tu respuesta.**

Anexos 8: Actividad 6.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CONCEPTO DE FUNCIÓN



ACTIVIDAD # 6

Nombre: _____ Grado: _____

Objetivo: Realizar conversiones el concepto de función a partir de la representación algebraica.

En Bogotá se está realizando una campaña para la preservación del medio ambiente, la cual invita a utilizar la bicicleta en lugar del carro y ofrece la siguiente promoción para estudiantes o quienes no tienen carro.

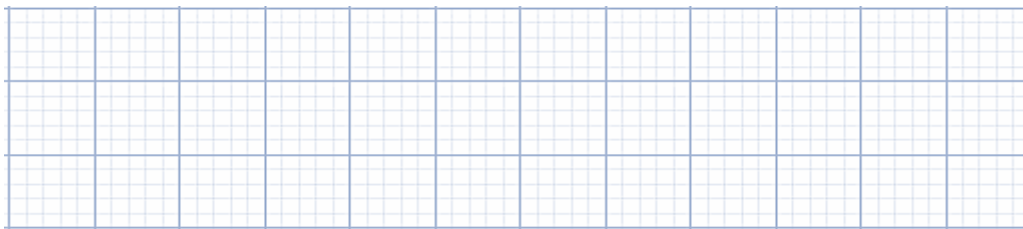
**CAMPAÑA
POR EL MEDIO
AMBIENTE UTILIZA
LA BICICLETA.**



**El alquiler esta dado por la
expresión**

$$f(x) = 500x + 1000$$

1. Si un estudiante desea alquilar la bicicleta por 20 días ¿Cuántos debe pagar?



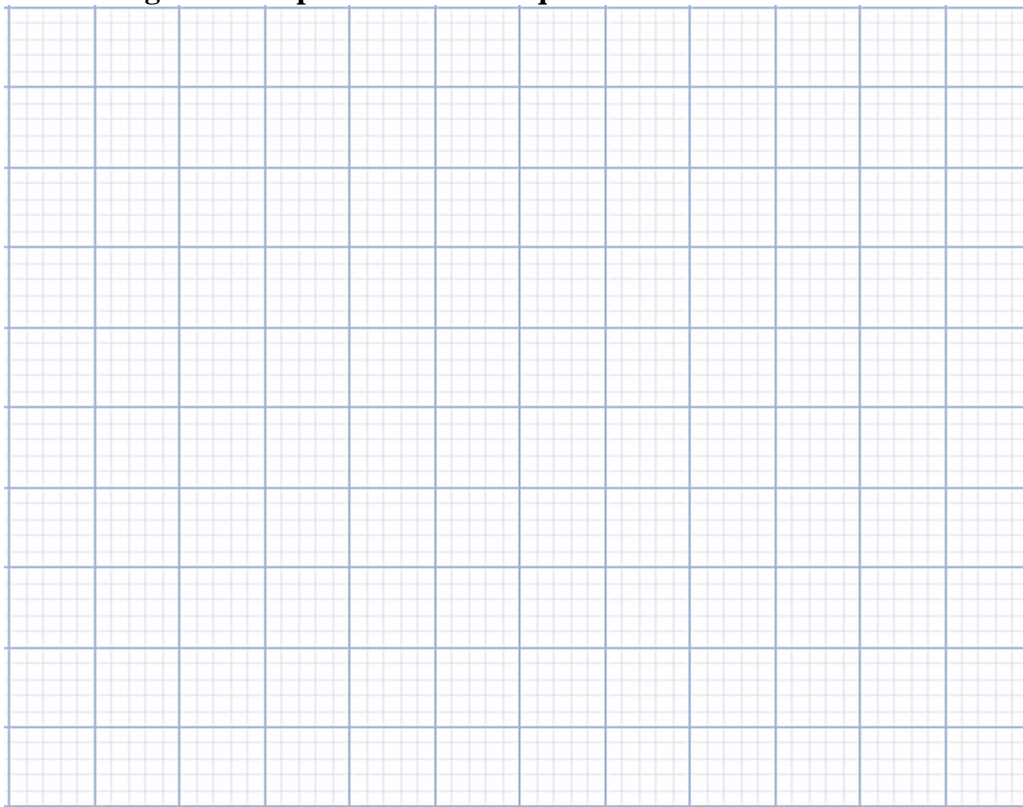
2. Realice un atabla de valores para el alquiler por 6 días.



3. Determine un conjunto figural para para la situación presentada.



4. Realice la gráfica en plano cartesiano que describa la situación.



5. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en el ejercicio?

6. Determina la relación que hay entre las variables que se relacionan.

7. ¿Crees que la relación que hay entre las variables que se relacionan corresponde a una función? Justifica tu respuesta.

Anexos 9: Prueba final

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CONCEPTO DE FUNCIÓN



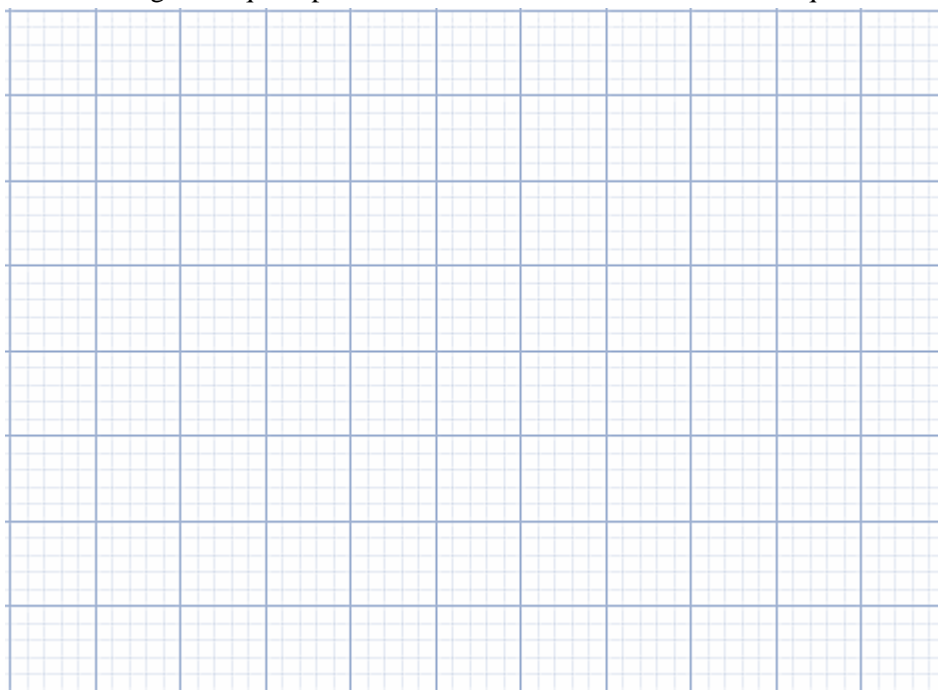
Nombre: _____ **Grado:** _____

Objetivos:

- Evaluar el dominio y comprensión el objeto función en sus diferentes representaciones.
- Analizar la conversión y tratamiento en los diferentes registros del concepto función.

ACTIVIDAD FINAL

1. María desea hacer aseo a un tanque de almacenamiento de agua, el tanque tiene una capacidad de 10.000 litros, una vez limpio empieza a llenarse a una razón de 1600 litros por hora.
 - a) Realice una gráfica que represente la situación de llenado del tanque.



- b) Encuentre un conjunto simbólico que represente la situación.



- c) Realiza una tabla donde se relacionan los valores de las variables que se relacionan.

d) Realice un diagrama sagital donde represente esta situación.

e) Encuentre la expresión matemática que relaciona las dos variables.

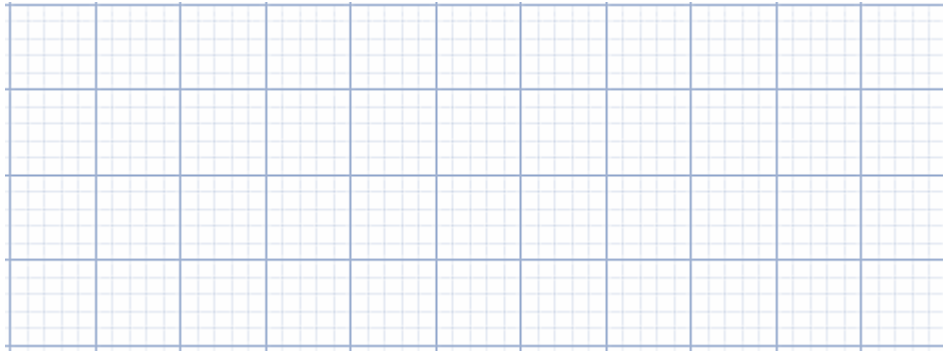
f) Determine si la relación entre las variables es función.

2. En una compraventa se determina la siguiente expresión para no presentar pérdidas, “el precio de venta de un artículo es el doble del precio de compra, más \$500”.

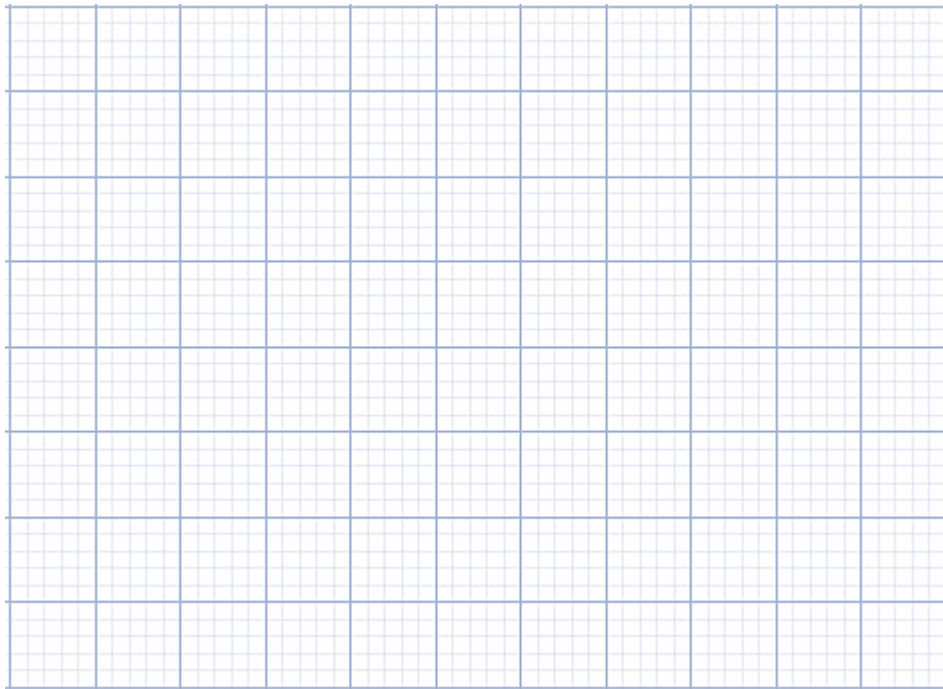
a) Escriba la expresión matemática que representa la relación que planteó la compraventa.

b) Determine un conjunto tabular para los 5 valores donde se pueda observar la relación planteada.

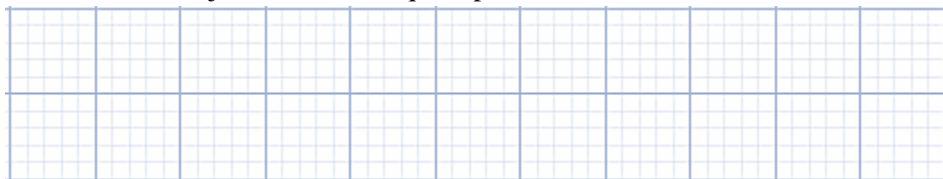
c) Realice un diagrama sagital donde represente esta situación.



d) Realice una gráfica que represente la situación.

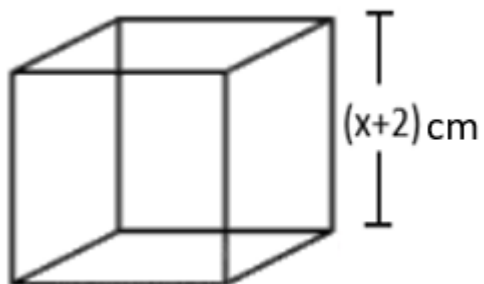


g) Encuentre un conjunto simbólico que represente la situación.



e) Determine si la relación entre las variables es función.

3. Observa la siguiente figura.

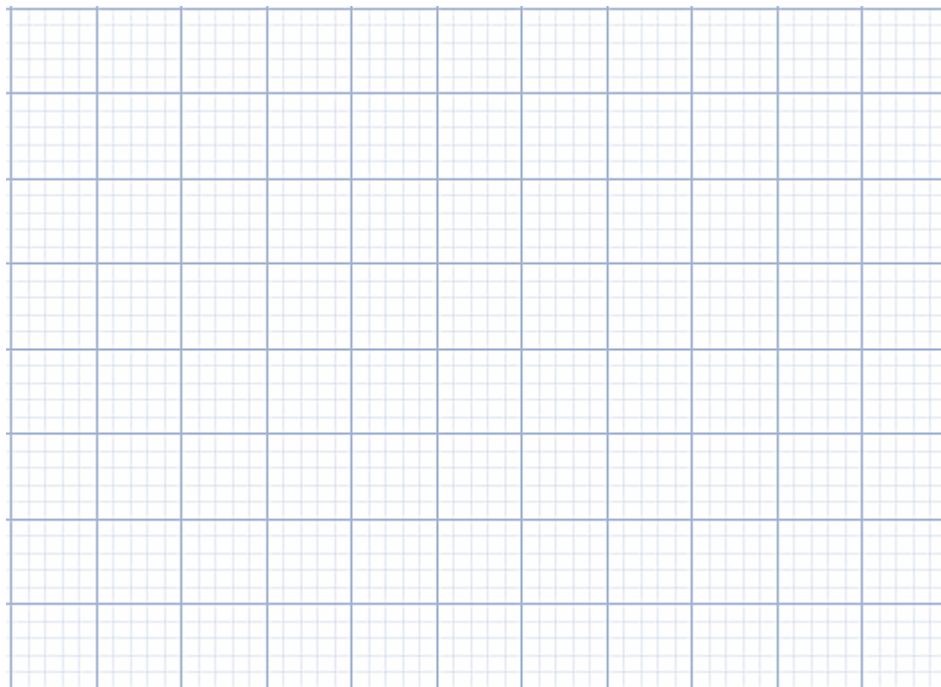


- a) Encuentre la expresión matemática que determine el volumen del cubo.

- b) Realice una tabla de valores donde represente el volumen del cubo.

- c) Realice un diagrama sagital donde represente esta situación.

- d) Realice una gráfica que represente la situación.



h) Encuentre un conjunto simbólico que represente la situación.



e) Determine si la relación entre las variables es función.

4. Identifica cual o cuales de las siguientes relaciones son funciones.

a) La edad de una persona y el número de cigarrillos que fuma al día. Si ____ NO ____ ¿Por qué?

b) Un automóvil avanza a 80 km por hora. Si ____ NO ____ ¿Por qué?

5. Indica cuál de los siguientes conjuntos simbólicos representa función.

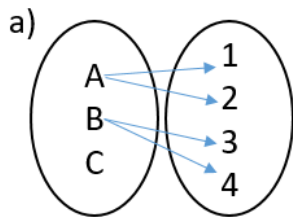
a) $\{(3,2)(4,2)(5,2)(6,2)\}$

b) $\{(2,3)(2,4)(2,5)(2,6)\}$

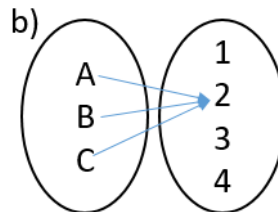
Si ____ NO ____ ¿Por qué? _____

Si ____ NO ____ ¿Por qué? _____

6. En los siguientes diagramas sagitales, identifique si representan una función o no.



Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____



Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

7. De las siguientes expresiones algebraicas, determine si son funciones o no.

a) $y = x^3 + 1$

b) $6x - 3y = -12$

Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes tablas representan una función?

a)

A	B
-3	1
0	0
3	1

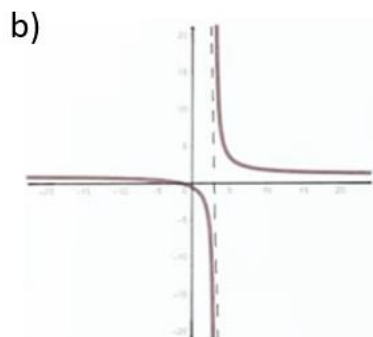
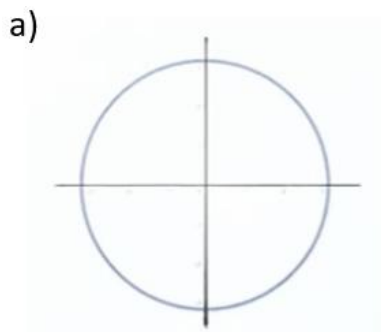
b)

A	B
2	1
1	0
2	1

Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

9. ¿Cuál o cuáles de las siguientes graficas representan una función?



Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____

Si ___ NO ___ ¿Por qué? _____
