# ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS DE LOS DOCENTES DE PRIMARIA, EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FRACCIÓN PARTE-TODO

DORYS JEANNETTE MORALES JAIME

DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
RED DE UNIVERSIDADES ESTATALES DE COLOMBIA
RUDECOLOMBIA
CADE - UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
TUNJA 2018

# ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS DE LOS DOCENTES DE PRIMARIA, EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FRACCIÓN PARTE - TODO

DORYS JEANNETTE MORALES JAIME

TRABAJO PARA OPTAR AL TÍTULO DE DOCTOR EN EDUCACIÓN

DIRECTOR

Dr. VICTOR MIGUEL ANGEL BURBANO PANTOJA

DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
RED DE UNIVERSIDADES ESTATALES DE COLOMBIA - RUDECOLOMBIA
CADE - UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
TUNJA 2018

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado

______________________________

Jurado

______________________________

Jurado

______________________________

Jurado

______________________________

Director

Dr. Víctor Miguel Ángel Burbano Pantoja

Tunja, 11 octubre de 2018

# DEDICATORIA

Dedicado a:

Mis padres Dilia Rosa y Rafael Alirio: a sus memorias, por sus enseñanzas, por su ejemplo de vida, por dejar un gran legado de aporte académico y de amor hacia a la educación Boyacense, porque me inculcaron el valor del servicio a la educación, la tenacidad y responsabilidad para culminar las metas y sueños emprendidos.

A mi esposo Ángel María, por su apoyo incondicional en los momentos más difíciles y cruciales de salud como también en mi vida, por esos espacios y tiempos que compartió con el desarrollo de este trabajo, por no dejarme desfallecer para lograr alcanzarlo.

A mis nietos Paula y Santiago que han sido el motor y razón de mi vida, porque siempre han apoyado mis procesos, por su comprensión y tiempos regalados para alcanzar esta meta, por ese gran amor que me brindan todos los días.

A mis hijos Leidy Johana, Carlos Fernando y Dorys Milena por su soporte en los diferentes procesos importantes de mi vida, por su apoyo permanente en mis metas personales, por sus aportes profesionales desde cada una de sus áreas que contribuyeron al desarrollo de este trabajo.

A mis amigos: Hernando, Jairo, Alexander, Miryam, Marlen, Geiner y Edwin por su apoyo profesional, por sus aportes académicos, por su experticia investigadora en las diferentes etapas de este trabajo, por su apoyo emocional e incondicional para lograr culminar este sueño.

# AGRADECIMIENTOS

A Dios en primera instancia y a la vida, porque me permitió llevar a cabo esta actividad a pesar de las dificultades de salud.

Dr. Víctor Miguel Ángel Burbano Pantoja, Docente de planta Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia adscrito a la Escuela de Matemática y Estadística, por sus aportes académicos, por sus permanentes orientaciones, por su acompañamiento y asesoría para que este trabajo alcanzara las metas propuestas.

Dra. Diana Elvira Soto, Directora del Doctorado en Ciencias de la Educación de Rudecolombia convenio Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia cade Tunja, por su gestión administrativa, por sus orientaciones y apoyo incondicional.

Dr. Jairo Hernando Guagüita, Docente de planta Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia adscrito a la Escuela de Matemática y Estadística, jurado interno, por su acompañamiento en este proceso, sus orientaciones asertivas y académicas, para llegar a feliz término.

Dra. Isabel Sierra, Docente de planta Universidad de Córdoba, jurada nacional; por sus sugerencias, orientaciones y aportes pertinentes para realimentar este trabajo.

Dr. Antonio Medina Rivilla, Docente de planta de la Universidad Nacional de Educación a Distancia de España, jurado internacional, por sus aportes valiosos para enriquecer y mejorar esta investigación, por sus recomendaciones profesionales y personales para llegar culminar esta meta.

A mis profesores del Doctorado que contribuyeron con mi desarrollo profesional y sus aportes académicos.

Post. Dr. Javier Alexander Montes Miranda, profesional especializado Ministerio de Educación Nacional, por su valioso acompañamiento y aporte académicos para el desarrollo de este trabajo.

Al grupo de docentes participantes de las Secretarias de Educación de Boyacá, Tunja, Duitama y Sogamoso, por su colaboración, aportes y tiempo para que este trabajo fuera posible desarrollarlo.

A los demás docentes, compañeros y administrativos del doctorado en ciencias de la educación de Rudecolombia convenio Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia cade Tunja, que contribuyeron directa e indirectamente al desarrollo personal y profesional.

A todas las personas que de una u otra forma hicieron posible que este trabajo se materializará.

**Tabla de contenido**

## Lista de tablas

**Lista de figuras**

# Lista de anexos

## Resumen

La presente investigación muestra los resultados de un estudio realizado con docentes en ejercicio que enseñan matemáticas en el sector oficial urbano y rural de Boyacá, Colombia, respecto de cómo abordan la resolución de problemas de fracción parte - todo, en contextos continuo, discreto y como razón. Su objetivo fue indagar esta competencia a través de la identificación de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación, en los procesos de aprendizaje, en la etapa de comprensión del problema cuando resolucionan problemas con el concepto y uso de la fracción como parte-todo, como sus habilidades matemáticas.

Las preguntas sobre las cuales giro el proceso investigativo fueron: los tipos de conocimientos específicos activados en el procesos de comprensión del problema, las estrategias metacognitivas de planeamiento, control y regulación; las habilidades pedagógicas y epistemológicas como su incidencia en la praxis de los docentes que enseñan matemáticas en básica primaria, alrededor de los procesos metacognitivos que se activan en la etapa de comprensión, al resolucionar situaciones problemas con el concepto de fracción como parte todo, contexto continuo, discreto y como razón a la luz de los referentes de calidad educativa del país.

En la fase metodológica, por ser una investigación cualitativa, se realizaron las fases propias de los estudios así: preparatoria, trabajo de campo, analítica e informativa, siguiendo el proceso exigido para cada uno. La muestra fue de 67 docentes del sector oficial colombiano, ubicados geográficamente en los sectores urbanos y rurales, servidores en Instituciones Educativas del departamento de Boyacá. Los instrumentos utilizados fueron talleres: uno inicial de presaberes, cuyo objetivo era conocer cuánto sabían los docentes respecto de la fracción parte todo, a través de situaciones problemas diferentes, en contexto continuo, contexto discreto, como razón. Después se aplicaron tres talleres específicos para profundizar sobre la fracción parte todo en contexto continuo, contexto discreto y como razón. También se utilizó una entrevista con preguntas semiestructuradas y el diario de campo. Se realizó un análisis textual a través del software SPADT (sistema de análisis de datos textuales), que permitió conocer los diferentes tópicos que pretendía la investigación.

La investigación presento seis categorías a partir del pensamiento numérico y específicamente el concepto de fracción parte – todo y sus usos en situaciones problemas

cotidianas, abordando la competencia del macro proceso de Resolución de problemas matemáticos, Estrategias metacogitivas, Etapa de comprensión de la situación problema, Conocimiento común del contenido del docente que enseña matemáticas, Trasposición didáctica y Formación de los docentes; abordando las subcategorías de tipos de conocimiento específicos lingüístico, semántico, esquemático; estrategias de planeación, control, regulación; conocimiento común del contenido y conocimiento especializado del contenido del docente que enseña matemáticas; trasposición didáctica del concepto y uso de la fracción parte – todo, formación de los docentes en licenciatura de matemáticas y licenciatura en básica primaria respectivamente a las categorías mencionadas, soportado en las fracciones (que incluye el aspecto histórico y epistemológico), haciendo un recorrido a nivel internacional y nacional. También se consideraron las normas educativas colombianas desde los referentes de calidad educativa, por ser ellas el fundamento legal, jurídico y administrativo que las Instituciones Educativas deben propender desde el componente académico y específicamente desde el plan de mejoramiento institucional, para ofrecer la equidad y calidad educativa en sus aulas.

En este orden de ideas, respecto de los teóricos más importantes tomados como referencia para el trabajo de investigación están: en la identificación de los procesos que evidencian el uso de las estrategias metacognitivas a Pintrich et al, (1991); Flavell (1985); en resolución de problemas a Weinstein, y Mayer, (1986), Dijkstra (1991), Poggioli (1983), Woods (1997); para efectos de las habilidades pedagógicas y epistemológicas adquirida en la práctica a Stanic & Kilpatrick, (1988); en la etapa de comprensión del problema Polya, (1969); Poggioli, (1983); en procesos y conocimientos específicos Mayer, (1982), caracterización de los conocimientos específicos Morales (2008), transposición didáctica Chevallard (1978). Alrededor de estos teóricos, giraron los demás temas que aborda la investigación, como es el Conocimiento de Contenido del Docente, Shulman (1986, 1987), Ball et al (2001) sobre el docente que enseña matemáticas el MKT, la Resolución de Problemas de Fracción como parte-todo en contextos continuos y discretos y como razón Godino (2007,2009,2011); Llinares y Sánchez (2003); Obando (2003); Pontón (2008), la Normatividad Colombiana sobre la Educación Matemática MEN y otros.

Los resultados y conclusiones fueron: respecto al tipo de conocimiento matemático que poseen los docentes objeto de la investigación, 33% son lingüísticos, 10% son semánticos y 18% son esquemáticos, mostrando que la mayoría de docentes emplean el uso de procesos algorítmico de forma inmediata mientras el 28% presentan un análisis más detenido de la información antes de dar resultados numéricos. Es de notar que 39%, porcentaje alto, no logra realizar representación alguna, por cuanto no realizaron el ejercicio, dejando sus hojas en blanco.

Respecto a cómo resuelven problemas con el uso de la fracción parte-todo en situaciones problemas de manera eficientemente en promedio de todos los talleres tan solo lo alcanzaron el 33% a pesar de ser docentes que presentan un promedio de 15 años de experiencia laboral y de enseñar este eje temático en las aulas escolares a nivel de básica primaria. Del 67% de los docentes que no logran ser eficientes en la resolución de situaciones problemas con el uso de la fracción parte – todo, es importante apreciar que de este porcentaje el 42% dejan la hoja en blanco y el 13% presentan procesos no asertivos, de igual manera es importante decir que las situaciones problemas diseñadas y ejecutadas por los participantes fueron desarrolladas por estudiantes de grado cuarto y quinto de básica primaria. Luego se puede inferir que los docentes no presentan habilidades conceptuales, ni de interpretación, como tampoco de representación matemáticas para realizar y tareas que colocan a sus estudiantes a desarrollar en el aula.

La eficiencia con respecto al uso del concepto especifico se concluyó: en contexto continuo el 44%, en contexto discreto 35%, al solicitar su argumentación entre la diferencia de estos dos contextos en las situaciones problemas desarrolladas el 40% logra argumentar, es decir que no hay un dominio en la diferencia del contexto discreto (numerable) y continuo (no numerable) aunque resuelven de forma mecánica los problemas.

En cuanto al análisis de las estrategias metacognitivas evidenciadas se puede decir que: el 33% ejecuta la estrategia de planeación, 30% activa la estrategia de planeación, el 18% realiza la estrategia de regulación, luego tan solo el 18% de los docentes realizan metacognición en la etapa de comprensión de la situación problema que se refleja en el bajo nivel de asertividad de los mismos, el 19% deja la hoja en blanco.

Su efectividad frente al uso del concepto como fracción parte – todo como razón fue del 42% presentando un alto grado de dificultad en la lectura y representación de la fracción al leer la situación problema.

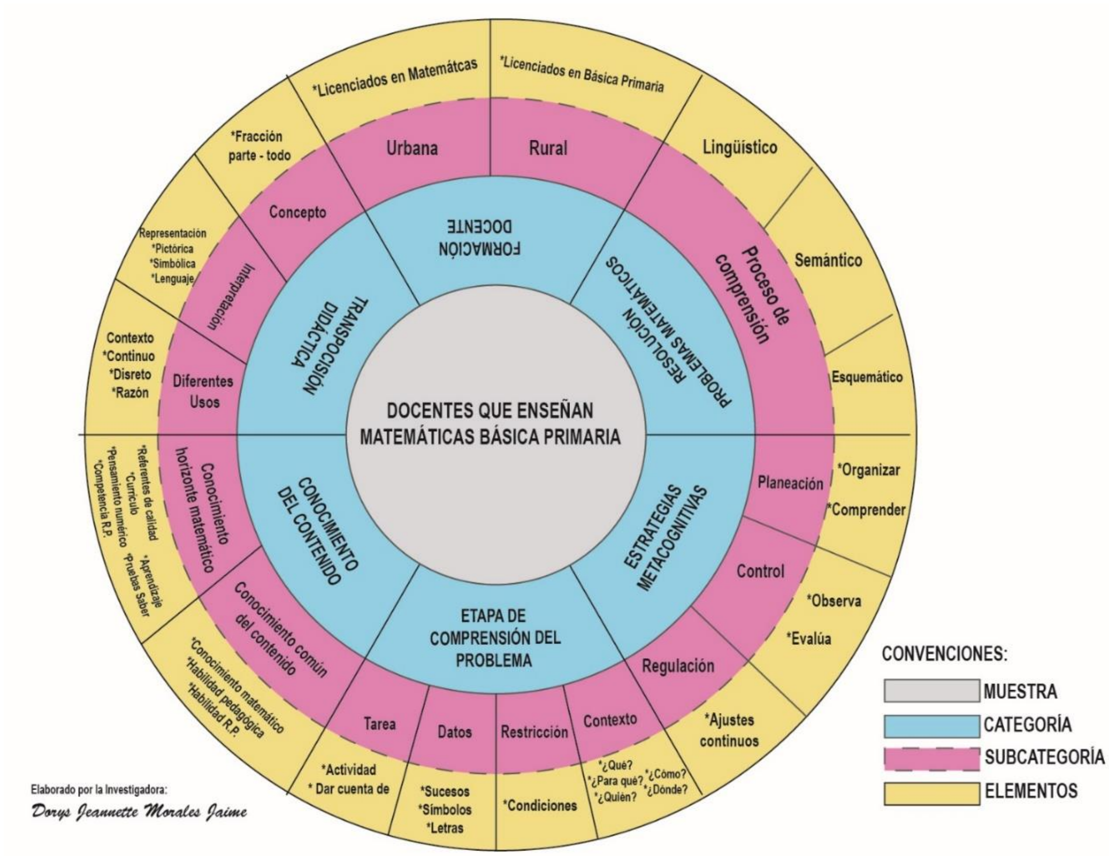
Respecto a la etapa de comprensión del problema, se evidencio: el 1% reconoce el contexto de la situación problema (¿quién?, ¿para qué?, ¿cuándo?, ¿cómo?, ¿dónde?), 38% identifica restricciones en la situación problema, el 91% logra reconocer los datos presentados en el problema, 24% identifica la tarea a resolver; entendida la tarea que quiere que se dé cuenta del aprendizaje abordado en la situación problema. Es importante observar que los docentes no presentan la competencia de la comprensión lectora y con ella el bajo nivel en el uso de preguntas literales e inferenciales, conllevando quizá al bajo nivel de asertividad para resolver situaciones problemas cotidianos.

En general, se puede afirmar, que los docentes urbanos con formación en licenciatura en matemáticas, se centran en el uso de algoritmos numéricos (operaciones), los cuales están ligados a procesos de ejercitación, siempre quieren dar la respuesta rápidamente, sus esquemas son incipientes, no logran hacer uso adecuado del lenguaje propio de la fracción parte –todo, no logran sino llegar a la etapa de planeación y control únicamente, existe un alto porcentaje de docentes que dejan la hoja en blanco; mientras que los docentes rurales quienes tienen formación en básica primaria son más analíticos y ligados a procesos de razonamiento matemático, sus esquemas son acompañados de un lenguaje propio de la fracción parte-todo acompañados de expresiones numéricas, combinan estrategias analíticas y con proceso algorítmicos, realizan equivalencias con el concepto de fracción y lo correlacionan con esquemas simbólicos y pictóricos, algunos identifican la diferencia entre datos y restricciones, algunos cumple con la estrategias de planeación, control y regulación permitiendo proceso de metacognicicion reflexivos en sus prácticas, en el uso del concepto de fracción parte todo como razón se logra evidenciar dificultad en el concepto y su representación numérica. Luego los docentes rurales presentan un mejor proceso de análisis y de reflexión en la resolución de problemas matemáticos que los docentes urbanos.

En los procesos metacognitivos de planeación, regulación y control son bajos los porcentajes de uso, por cuanto no saben exactamente qué es, cómo se trabajan y para qué sirven; no están interesados en esos procesos, siguen estrategias numéricas y tradicionales, en forma constante para resolver las situaciones problemas, hay dificultad en el concepto de fracción parte-todo y su uso en las matemáticas escolares, mostrando una bajo nivel de habilidades epistemológicas y pedagógicas en la resolución de problemas matemáticos aplicados con frecuencia en el aula para estudiantes de básica primaria.

El 41% de los docentes que dejan la hoja en blanco, que no logran realizar esquema alguno frente a la solución de problema escolares que resuelven sus problemas en el aula presentan una baja habilidad pedagógica y epistemológica de los docentes para resolver tareas escolares que ejecutan sus estudiantes, generando una gran incidencia en la transposición didáctica ya que se evidencia que los docentes no desarrollan el saber científico del concepto de fracción parte – todo y su uso en contexto continuo, contexto discreto, como razón , en el saber a enseñar dado el bajo desempeño de las notaciones y simbologías propias del concepto matemático luego no logra descontextualizar conocimiento antes de llevarlo a sus estudiantes mostrando que no logra realizar una trasposición didáctica para llegar al estudiante y por ende se hace necesario un proceso de meta-reflexión de sus practica y su compromiso desde su praxis educativa para mostrar una coherencia con los referentes de calidad educativa del país que responda al empoderamiento del cocimiento curricular y al desempeño de los aprendizajes exigidos en la educación matemática a la luz de los estándares básicos de competencias en el área de matemáticas en básica primaria.

**CATEGORIAS ESTUDIADAS EN LA INVESTIGACIÓN**




Por último, la investigación se inscribe en la línea del Doctorado en Ciencias de la Educación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia y RUDECOLOMBIA denominada: Historia y Prospectiva de la Educación Superior y Formación de Educadores en Iberoamérica.

**Palabras clave:** Metacognición, Resolución de problemas, Fracción parte-todo, Conocimiento Común Contenido, Etapa de comprensión del problema, Transposición didáctica, Referentes de calidad educativa.

## Abstract

This research shows the results of a study carried out with practicing teachers who teach mathematics in the official urban and rural sector of Boyacá, Colombia, with respect to how they address the resolution of part - whole fraction problems, in continuous, discrete contexts and as reason. Its objective was to investigate this competence through the identification of the metacognitive strategies of planning, control and regulation, in the learning processes, in the stage of understanding the problem when they solve problems with the concept and use of the fraction as part-all, like your math skills.

The questions on which the research process turned were: the types of specific knowledge activated in the process of understanding the problem, the metacognitive strategies of planning, control and regulation; the pedagogical and epistemological skills as its incidence in the praxis of teachers who teach mathematics in primary school, around the metacognitive processes that are activated in the comprehension stage, when solving problems situations with the concept of fraction as part, continuous context , discreet and as a reason in light of the references of educational quality in the country.

In the methodological phase, since it is a qualitative research, the phases of the studies were carried out as follows: preparatory, field work, analytical and informative, following the process required for each one. The sample was of 67 teachers of the Colombian official sector, located geographically in the urban and rural sectors, servers in Educational Institutions of the department of Boyacá. The instruments used were workshops: an initial one of Presaberes, whose objective was to know how much the teachers knew about the fraction of everything, through different situations, in a continuous context, a discrete context, as a reason. Afterwards, three specific workshops were applied to deepen the fraction of the whole in a continuous context, a discrete context and as a reason. An interview with semi-structured questions and the field diary were also used. A textual analysis was carried out through the software SPADT (textual data analysis system), which allowed to know the different topics that the research intended.

The research presented six categories based on numerical thinking and specifically the concept of part - whole fraction and its uses in situations of daily problems, addressing the competence of the macro process of solving mathematical problems, metacoagitive strategies, understanding stage of the problem situation, Common knowledge of the content of the teacher

who teaches mathematics, didactic transposition and teacher training; addressing subcategories of specific knowledge types linguistic, semantic, schematic; planning, control, regulation strategies; common knowledge of the content and specialized knowledge of the content of the teacher who teaches mathematics; didactic transposition of the concept and use of the part - whole fraction, teacher training in the bachelor 's degree in mathematics and the bachelor' s degree in elementary school respectively to the aforementioned categories, supported in the fractions (which includes the historical and epistemological aspect), making a journey through international and national level. Colombian educational standards were also considered from the referents of educational quality, as they are the legal, legal and administrative foundation that Educational Institutions should tend from the academic component and specifically from the plan of institutional improvement, to offer equity and educational quality in their classrooms.

In this order of ideas, regarding the most important theorists taken as reference for the research work are: in the identification of the processes that demonstrate the use of metacognitive strategies to Pintrich et al, (1991); Flavell (1985); in solving problems to Weinstein, and Mayer, (1986), Dijkstra (1991), Poggioli (1983), Woods (1997); for effects of pedagogical and epistemological skills acquired in practice from Stanic & Kilpatrick, (1988); in the stage of understanding the problem Polya, (1969); Poggioli, (1983); in specific processes and knowledge Mayer, (1982), characterization of the specific knowledge Morales (2008), didactic transposition Chevallard (1978). Around these theorists, turned the other topics addressed by the research, such as Teacher Content Knowledge, Shulman (1986, 1987), Ball et al (2001) on the teacher who teaches mathematics the MKT, the Problem Solving of Fraction as part-everything in continuous and discrete contexts and as a reason Godino (2007,2009,2011); Llinares and Sánchez (2003); Obando (2003); Pontón (2008), the Colombian Normativity on Mathematical Education MEN and others.

The results and conclusions were: with respect to the type of mathematical knowledge that the teachers object of the research possess, 33% are linguistic, 10% are semantic and 18% are schematic, showing that the majority of professors use the algorithmic processes of immediate while 28% present a more detailed analysis of the information before giving numerical results. It is noteworthy that 39%, high percentage, does not manage to make any representation, because they did not perform the exercise, leaving their sheets blank. Regarding how they solve problems with the use of the part-whole fraction in problem situations efficiently, on average, all the workshops reached only 33% despite being teachers who have an average of 15 years of work experience and teach this thematic axis in the school classrooms at the primary basic level. Of the 67% of teachers who fail to be efficient in solving problems with the use of the fraction part - everything, it is important to appreciate that of this percentage 42% leave the sheet blank and 13% present non - assertive processes, in the same way it is important to say that the situations problems designed and executed by the participants were developed by fourth and fifth grade students of elementary school. Then it can be inferred that the teachers do not present conceptual skills, nor of interpretation, nor of mathematical representation to perform and tasks that place their students to develop in the classroom. The efficiency with respect to the use of the specific concept was concluded: in a continuous context 44%, in a discrete context 35%, when requesting their argument between the difference of these two contexts in the developed problems situations 40% manages to argue, that is to say that there is no domain in the difference between the discrete (numerable) and continuous (uncountable) context, although they solve the problems mechanically. Regarding the analysis of the metacognitive strategies evidenced, it can be said that: 33% execute the planning strategy, 30% activate the planning strategy, 18% carry out the regulation strategy, then only 18% of the teachers perform metacognition in the stage of understanding the problem situation that is reflected in the low level of assertiveness of the same, 19% leave the sheet blank.

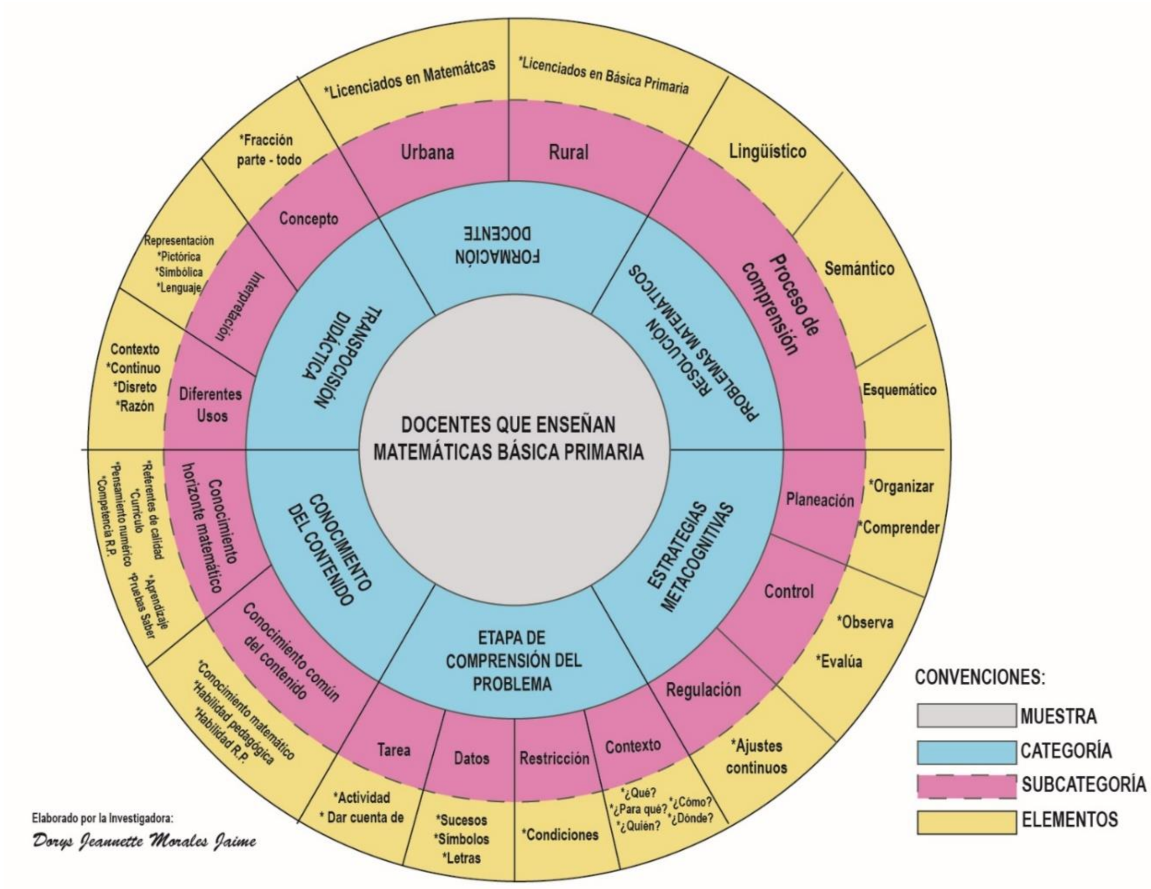
Its effectiveness against the use of the concept as a fraction part - all as a reason was 42% presenting a high degree of difficulty in reading and representation of the fraction when reading the problem situation.

Regarding the stage of understanding the problem, it was evident: 1% recognizes the context of the problem situation (who ?, for what ?, when ?, how ?, where?), 38% identify restrictions in the problem situation, 91% manage to recognize the data presented in the problem, 24% identify the task to be solved; understood the task that wants to realize the learning addressed in the problem situation. It is important to note that teachers do not present the competence of reading comprehension and with it the low level of use of literal and inferential questions, possibly leading to a low level of assertiveness to solve everyday problems.

In general, it can be said that urban teachers with a bachelor's degree in mathematics, focus on the use of numerical algorithms (operations), which are linked to processes of exercise, always want to respond quickly, their schemes are incipient , they do not manage to make proper use of the language of the fraction part - all, they only manage to reach the stage of planning and control only, there is a high percentage of teachers who leave the sheet blank; while rural teachers who are trained in basic primary are more analytical and linked to processes of mathematical reasoning, their schemes are accompanied by a language of the fraction part-whole accompanied by numerical expressions, combine analytical strategies and algorithmic process, perform equivalences with the concept of fraction and correlate it with symbolic and pictorial schemes, some identify the difference between data and restrictions, some comply with the strategies of planning, control and regulation allowing reflective metacognition process in their practices, in the use of the concept of fraction part all as a reason is achieved evidence difficulty in the concept and its numerical representation. Then rural teachers present a better process of analysis and reflection in solving mathematical problems than urban teachers.

In the metacognitive processes of planning, regulation and control the percentages of use are low, because they do not know exactly what it is, how they are worked and what they are used for; they are not interested in these processes, they follow numerical and traditional strategies, in a constant way to solve problem situations, there is difficulty in the concept of part-whole fraction and its use in school mathematics, showing a low level of epistemological and pedagogical skills in the resolution of mathematical problems frequently applied in the classroom for elementary school students. The 41% of teachers who leave the sheet blank, who fail to make any scheme to solve school problems that solve their problems in the classroom have a low pedagogical and epistemological ability of teachers to solve school tasks that run their students, generating a great incidence in the didactic transposition since it is evident that the teachers do not develop the scientific knowledge of the part - whole fraction concept and its use in continuous context, discrete context, as a reason, in the knowledge to teach given the low performance of the notations and symbols of the mathematical concept then does not decontextualize knowledge before taking it to its students showing that it fails to make a didactic transposition to reach the student and therefore a meta-reflection process is necessary of their practice and commitment from their educational praxis to show coherence with the referents of educational quality of the country that responds to the empowerment of curricular cooking and to the performance of the learning required in mathematics education in light of the basic standards of competences in the area of mathematics in primary primary.

CATEGORIES STUDIED IN THE INVESTIGATION




Finally, the research is part of the PhD in Educational Sciences of the Pedagogical and Technological University of Colombia and RUDECOLOMBIA called: History and Prospective of Higher Education and Training of Educators in Ibero-America.

**Keywords**: Metacognition, Problem solving, Fraction part-whole, Common Knowledge Content, Stage of comprehension of the problem, didactic transposition, Referents of educational quality.

# Introducción general

Las competencias de los docentes del siglo veintiuno conllevan a replantear su rol, desde la praxis, entendida ésta como una reflexión de sus prácticas en el aula y el desarrollo de la competencia matemática, acorde a los referentes de calidad educativa de Colombia, elaborados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

Estos referentes, específicamente aquellos que se leen en los Estándares básicos de Competencias y en las competencias básicas para docentes de primaria (MEN, 2002, 2013), abordan el ser competentemente matemático; tal competencia está ligada a todos los niveles educativos y a la adopción de un modelo epistemológico propio de las matemáticas.

Esta investigación de corte cualitativo se inscribe en la línea del Doctorado en Ciencias de la Educación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia y RUDECOLOMBIA denominada: Historia y prospectiva de la Educación Superior y Formación de Educadores en Iberoamérica, como también de aspectos disciplinares de las matemáticas.

La investigación abordó aspectos que tienen que ver con la metacognición, la resolución de problemas, las fracciones, el conocimiento común del contenido del docente que enseña matemáticas, observando dichas temáticas a nivel internacional y nacional. También se consideraron las normas educativas colombianas desde los referentes de calidad educativa, por cuanto ellas son el fundamento para el manejo legal, jurídico y administrativo que las Instituciones Educativas deben propender desde el componente académico y específicamente desde el plan de mejoramiento institucional, para ofrecer la equidad y calidad educativa en sus aulas.

Al revisar los resultados de las pruebas externas de corte internacional como TIMSS/9622-2007; PISA-OECD (2006) y SERCE (2006), se evidencia debilidades en el desempeño escolar de los estudiantes en el área de matemáticas y sus dificultades en los aprendizajes, para el desarrollo de habilidades y competencias en la Resolución de Problemas donde se involucra la fracción como parte-todo y su incidencia en la calidad educativa que compromete el actuar del docente.

En el Contexto colombiano, se hace necesario abordar esta problemática desde la práctica propia del docente, por cuanto en Colombia, las pruebas de estado que presentan los estudiantes en matemáticas, reflejan que las estrategias pedagógicas que se trabajan en el aula no están actualizadas a las necesidades que requieren los estudiantes para resolver los diferentes tipos de problemas y situaciones que tales pruebas plantean (MEN, 2015).

Al respecto, Fourés (2011) manifiesta que un problema intensamente presente en la docencia es la dificultad para establecer relaciones entre teoría y práctica. El uso de procesos metacognitivos, ayudaría a los docentes a generar y establecer estas relaciones al lograr revisar y reconocer sus propias estrategias de conocimiento y planificación utilizadas en su práctica cotidiana. Por su parte, Bara (2001) indica que las estrategias metacognitivas han de enseñarse en contexto, no deben enseñarse separadamente de los contenidos, es más, tienen integrarse en los contenidos habituales y ser evaluadas para que adquieran sentido. Por lo tanto, si se enseñan estrategias aparte del currículo y estas no muestran utilidad, los estudiantes no las consideran útiles y no las interiorizan.

Con base en este panorama, es pertinente elaborar una reflexión teórica en torno a las estrategias metacognitivas en docentes, destinadas a la enseñanza de la resolución de problemas de la fracción como parte- todo, lo anterior, con el fin de fundamentar desde los postulados teóricos la práctica docente en torno a la temática planteada.

Según Flavell (1976), la metacognición se refiere, entre otras cosas a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto.

En un sentido muy general, la categoría metacognición se refiere al conocimiento sobre nuestra propia cognición, acerca de nuestros estados cognitivos y procesos. Mientras que algunos autores que tratan el tema de la metacognición han enfatizado básicamente en los aspectos relativos a la reflexión y al conocimiento o la conciencia del sujeto de sus estados y procesos intelectuales meta-conocimientos, reflexión y conciencia metacognitiva, otros se han centrado en los aspectos vinculados a la regulación y control de la propia cognición (control ejecutivo o regulación metacognitiva), que implica a todos los procesos desplegados por el sujeto, tendientes a planificar, supervisar y evaluar la marcha de la ejecución y solución de las tareas; es decir, a la habilidad para manipular y regular los propios recursos y a las estrategias destinadas a asegurar la solución efectiva de las mismas (Rodríguez, 2005).

En cuanto a las estrategias metacognitivas, Pintrich, Smith, García y McKeachie (1991) sugieren que hay tres procesos generales: el planeamiento, la regulación y el control.

En este orden de ideas, se entiende como metacognitivo el conocimiento que tiene cada individuo acerca de sus propios procesos cognitivos (fortalezas, debilidades, capacidades, habilidades y la experiencia al realizar determinada tarea) que requieren dichos procesos, la conciencia metacognitiva es el conocimiento que tiene un individuo respecto de los propósitos de las actividades que desarrolla y el propósito que obtiene.

Al contextualizar los procesos metacognitivos al área de matemáticas, específicamente a la Resolución de Problemas, se puede decir que se genera un proceso mental, en el cual, quien aprende combina variedad de elementos, conocimientos, destrezas, habilidades, capacidades, reglas y conceptos adquiridos de manera previa que admiten dar solución a una situación nueva.

Delgado (1998), afirma que el resolver problemas es una habilidad matemática que permite encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución del problema. Otras concepciones, describen la Resolución de Problemas como la competencia que se desarrolla a partir de diferentes estrategias del proceso enseñanza aprendizaje (Iriarte, 2011).

Según Dijkstra (1991) y Poggioli (1983), la Resolución da Problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra, el conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo. Consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional.

Un aspecto importante a considerar en el proceso de Resolución de Problemas es la representación que el docente utiliza para resolver problemas. Esta consiste en la transformación de la información problémicas en un lenguaje fácil de almacenar, en el sistema de la memoria, e incluye la identificación de las metas y los datos. García y Santarelli (2004), consideran la resolución de problemas como herramienta metacognitiva que permite el aprendizaje de contenidos matemáticos, a través de la reflexión de los alumnos y docentes en los procesos de resolución.

Aplicando estos conceptos de la resolución de problemas en la fracción como parte-todo, Pontón (2008) considera que con “la relación parte-todo se tiende un puente de entrada a la conceptualización de unidad como un todo divisible en partes más pequeñas, sin que por eso deje de ser unidad”(p.42), y Obando (2003) quien afirma “desde la relación parte- todo se genera un contexto importante a partir del cual conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta y tipo de magnitud (continua o discreta)” (p.8), disquisiciones estas importantes para la investigación realizada.

Llinares y Sánchez (1997) afirman que llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones, sin mencionar a las ya establecidas desde el lenguaje cotidiano. La comprensión del concepto de fracción depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es importante tener claro que significa cada uno (parte, todo, discreto, continuo, razón, entre otros), especialmente los docentes, en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por otra parte, la interpretación básica de la fracción como parte-todo es caracterizado por Obando (2003) quien dice que "La fracción parte- todo se considera como un todo "continuo o discreto" que se divide en partes iguales, indicando esencialmente la relación existente entre el todo y un número designado de partes" [….] "La relación parte-todo es un camino natural para la conceptualización de algunas propiedades (como la que conduce a la denominación "fracción propia" e "impropia"), algunas relaciones (como la de equivalencia), y algunas operaciones (como la suma y la resta)" (p.8), lo cual permite reconocer el grado de reconocimiento que tienen los docentes respecto de la fracción parte- todo en sus diferentes caracteres.

Estos planteamientos teóricos deben ser contextualizados por el docente en el aula de clases, lo cual implica que el profesor, por su rol, debe poseer un alto grado de competencias profesionales, ya sea por su disciplina y función como por su formación profesional; por lo tanto, "un docente actual debe ser capaz de comprender y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos, a fin de identificar objetos y significados, conocer y aplicar estrategias pertinentes y sistemáticas para procesar en forma correcta la situación problema" (MEN, 2002, p. 20).

La propuesta de Echeverría (2002) y Cejas (2003) señala que las competencias se componen del conocimiento especializado y la maestría en la ejecución de las tareas y contenido de las actividades propias del trabajo (saber); por la capacidad de dar una respuesta sistemática y oportuna ante las demandas propias de la actividad laboral (saber hacer); por la orientación al trabajo en equipo, a la colaboración y comunicación efectiva con la presencia de buenas relaciones interpersonales (saber ser) y adicionalmente, la capacidad para asumir responsabilidades, organizar y decidir (saber estar).

En Colombia, en el año 1994, la competencia se integra a la dinámica de los sistemas de evaluación de la calidad en educación superior; en este contexto es introducido como concepto por MEN en el año 2002 con el Estatuto de Profesionalización Docente. Al respecto, en este documento, el MEN define que la competencia es una característica subyacente en una persona, relacionada directamente con su actuación exitosa en un puesto de trabajo. En otras palabras, una persona demuestra que es competente a través de su desempeño, cuando es capaz de resolver con éxito diferentes situaciones de forma flexible y creativa (MEN, 2011).

Para el ejercicio de su rol, los docentes necesitan dominios conceptuales y teóricos especializados. No obstante, el dominio y la solidez conceptual, no son condiciones suficientes para que un docente impulse procesos de enseñanza-aprendizaje. Se requiere que el profesional de la educación sea capaz de llevar estos conocimientos a escenarios prácticos en el aula, para orientar y solucionar problemas concretos de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las dos dimensiones son necesarias para la definición de las competencias disciplinares (MEN, 2011).

La formación matemática y didáctica de los maestros requiere contemplar diversos tipos de conocimientos que están estrechamente relacionados entre sí, puesto que en su trabajo diario, el profesor debe dar respuestas a interrogantes tales como, qué matemáticas enseñar, cómo enseñar dichas matemáticas, qué conocimientos didácticos se requieren, cómo enseñar tales conocimientos didácticos y qué tipo de conexiones se deben establecer entre los diversos conocimientos implicados (Hincapié, 2011).

El estudio del conocimiento que deben tener los maestros de matemáticas ha sido un asunto de reflexión e investigación. Diversos investigadores (Shulman, 1986,1987; Ball, 2001, 2004, 2008; Godino, Batanero y Font 2007, Godino 2009, 2011; Gómez, 2007; Da Ponte, 2008, 2012) han propuesto, desde diversas perspectivas epistemológicas del conocimiento matemático y de la educación matemática, diferentes modelos que han permitido describir, explicar, valorar y guiar el avance de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La teoría de Shulman (1986) considera que "debe existir un conocimiento base para la enseñanza, esto es, un conjunto codificado o codificable de conocimientos, destrezas, comprensión y tecnología, de ética y disposición, de responsabilidad colectiva, al igual que un medio para representarlo y comunicarlo" (p.5); conocimiento que debe orientar el quehacer del docente en el aula. El autor propone categorías de conocimientos que un maestro debería tener.

Por otra parte, Ball, Thames y Phelps (2008) habla del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT, *Mathematical Knowledge for Teaching*), quien a diferencia de Shulman, lo define en forma general. Hill, Ball, y Schilling (2008) definen el MKT como "el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno" (p.374). También, el MKT es aquel conocimiento que caracteriza al maestro que enseña matemática. Ball, Lubienski y Melwborn (2001) señalan que "tal conocimiento no es algo que tendría un matemático como virtud por haber estudiado matemáticas avanzadas…más bien es un conocimiento especial para la enseñanza de las matemáticas" (p. 448). Adicionalmente, otros trabajos de investigación como el de Ball (2000) y el de Ball, et al. (2001) han estudiado el proceso de enseñanza en las aulas de matemáticas.

Además, Ball, Thames y Phelps (2008) describe el Conocimiento Común del Contenido (CCC) como "el conocimiento matemático y habilidades que se emplean en situaciones que no son exclusivas de la enseñanza, incluye el conocimiento que el profesor pone en juego para resolver problemas matemáticos, operar correctamente y aplicar definiciones y propiedades" (p.399).

La revisión de literatura expuesta, muestra la pertinencia de la presente investigación, dado que permite elaborar una caracterización de las estrategias metacognitivas que poseen los docentes que enseñan matemáticas desde su práctica, analizando las habilidades pedagógicas y epistemológicas en la resolución de problemas con el concepto de fracción como parte-todo a la luz de los referentes nacionales, dominios docentes que implícitamente inciden en el desarrollo de competencias matemáticas al interior del aula y en la enseñanza – aprendizaje del mencionado tema.

Los resultados de la investigación permitan elaborar una meta reflexión pedagógica de la práctica docente y a su vez abrir una nueva línea de indagación sobre las competencias y dominios de los docentes que enseñan matemáticas a la luz de sus habilidades en la resolución de problemas y su eficiencia en los mismos.

Realizadas las descripciones anteriores, donde se desglosa la pertinencia y correlación entre la necesidad de abordar la competencia de la resolución de problemas matemáticos y la identificación de estrategias metacognitivas en los procesos de comprensión de la situación problema y la incidencia en el desarrollo de habilidades pedagógicas y epistemológicas del concepto de fracción como parte-todo en los docentes que orientan el área de matemáticas a la luz de los referentes de calidad propuestos por el MEN, los cuales inciden implícitamente en los aprendizajes de los estudiantes.

Respecto al problema de investigación, los docentes que orientan matemáticas en básica primaria en el departamento de Boyacá, sujetos de esta investigación, tienen dificultades en la etapa de comprensión del problema (identificación del contexto, restricciones, datos y tarea) cuando trabajan la Resolución de Problemas de la fracción; no son conscientes del proceso utilizado y presentan algunas deficiencias respecto a sus habilidades pedagógicas y epistemológicas que subyacen en su práctica docente, asociada con los aprendizajes de conceptos y las técnicas propias de la resolución de problemas, además, tampoco realizan una meta-reflexión de su praxis, por lo cual se requiere caracterizar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación que emplean cuando resolucionan problemas, generar información sobre los tipos de conocimientos específicos que los docentes activan en los procesos de la etapa de comprensión del problema, cuáles son sus habilidades pedagógicas y epistemológicas y cómo inciden las estrategias metacognitivas en su praxis, todo esto, con el fin de generar recomendaciones que contribuyan al mejoramiento de la calidad educativa de matemáticas en el país.

El objetivo general se orientó a caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades pedagógicas y conocimientos que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá.

Por su parte, los objetivos específicos se centraron en: 1. Explorar los tipos de conocimientos específicos que posee el docente cuando resoluciona problemas con el concepto de fracción como parte-todo (contextos continuo, contexto discreto y como razón) en la etapa de comprensión del problema, 2. Interpretar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación en el docente, en la etapa de comprensión del problema, al resolver problemas de fracción parte- todo, contexto continuo, contexto discreto y como razón, 3. Analizar las habilidades pedagógicas y conceptos que poseen los docentes para resolver problemas de fracción como parte-todo y su uso a la luz de los referentes de calidad educativa colombiana, y 4. Establecer la incidencia de las estrategias metacognitivas de los docentes en el proceso de comprensión, al solucionar problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, desde su praxis.

El proceso investigativo se orientó por las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tipos de conocimientos específicos se activan en los procesos de la etapa de comprensión del problema en los docentes al resolucionar problemas con el concepto de fracción como parte-todo, contextos continuos, contextos discretos y como razón?

2. ¿Cuáles son las estrategias metacognitivas de planeamiento, control y regulación en los docentes en la etapa de comprensión desde la resolución de problemas de fracción como parte-todo y como razón?

3. ¿Qué habilidades pedagógicas y conceptos poseen los docentes en ejercicio, que enseñan matemáticas, frente a la estructura de la etapa de comprensión del problema y la competencia de Resolución de Problemas, con base en los referentes de calidad educativa colombiana?

4. ¿Cómo incide en su praxis, las estrategias metacognitivas de los docentes en el proceso de comprensión para la resolución de problemas de fracción como parte-todo, en contextos continuo, discreto y como razón?

En este orden de ideas, el trabajo de investigación identificó los procesos que se evidencian en el uso de las estrategias metacognitivas (Printrich et al, 1991), por parte de los docentes que orientan matemáticas en Básica Primaria, en las Instituciones Oficiales del departamento de Boyacá, al resolucionar problemas (Weinstein y Mayer, 1986) desde su habilidad pedagógica y epistemológica adquirida en su práctica (Stanic & Kilpatrick, 1988), en la etapa de comprensión del problema (Polya, 1969; Poggioli, 1983), con el uso del concepto de fracción como parte de un todo, basada en procesos y conocimientos específicos (Mayer, 1982). Alrededor de este eje, giraron los demás temas que aborda la investigación, como es el Conocimiento de Contenido del Docente que enseña matemáticas asociado con el MKT, la Resolución de Problemas de Fracción como parte-todo en contextos continuos y discretos y como razón, la historia en el tiempo del concepto de fracción y la Normatividad Colombiana sobre la Educación Matemática.

El estado del arte, contempla investigaciones consultadas a nivel internacional, nacional y local, sobre las temáticas de metacognición, resolución de problemas, la fracción parte-todo, conocimiento de los docentes, a nivel de tesis doctorales, de maestría y artículos de revistas sobre los mismos temas, presentados en Congresos, Simposios y reuniones de profesores de matemática.

Sobre la metacognición, se consultaron autores de nivel internacional con estudios en universidades de España (Complutense de Madrid, U. de Catamarca y Comahue de Argentina, Universitat Rovira y Virgili de Cataluña España, Universidad Santiago de Compostela de Portugal, y Universidad de Valparaiso de Chile) y Artículos en revistas de México y Argentina. Se abordó a Curotto (2010), a nivel doctoral, con el trabajo denominado “Metacognición en el aprendizaje de las matemáticas”; a Fourés (2011), con un artículo académico de reflexión sobre “Reflexión docente y Metacognición”; a Peñalva (2010), otro artículo en Revista Política y Cultura de México, sobre “las Matemáticas en el desarrollo de la Metacognición”; la Tesis Doctoral de Sarmiento (2007) sobre Enseñanza de las Matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente; la Tesis doctoral de Rocha (2006), sobre “Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica"; otro Artículo de reflexión perteneciente a Silva (2006), denominado "Educación en Matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje"; otra Tesis doctoral de la autora Rodríguez (2005), titulado "Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico"; el artículo de Calderón (2003) denominado "Las estrategias cognitivas y la Resolución de Problemas"; y por último la Tesis doctoral de Bara (2001), titulada "Estrategias Metacognitivas y de Aprendizaje: Estudio Empírico".

A nivel nacional se consultaron los siguientes autores con estudios en Universidades del país (Javeriana, Nacional de Medellín y Bogotá, U. Mariana S. Juan de Pasto, U. de Sucre de Sincelejo, U. del Quindío Armenia y U. de la Costa Barranquilla) así: Tesis de Maestría de Figueroa, Guevara, Posada y Rincón (2016) titulada Metacognición de docentes en situación problema de carácter interpersonal en estudiantes en el contexto escolar"; el artículo de reflexión de Carmi (2016) titulado "La metacognición y cómo los docentes la potencian en sus alumnos"; la tesis de maestría titulada "Propuesta con estrategias metacognitivas para fortalecer la comprensión lectora a través de ambientes virtuales de aprendizaje en estudiantes"; Taller realizado en Encuentro Colombiano de Matemáticas y tesis de maestría de Buitrago y García (2012), titulado "Procesos de regulación metacognitiva presentes en la Resolución de Problemas"; la tesis de Iriarte (2011), denominado Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos en estudiante de quinto básica primaria"; un artículo de reflexión sobre investigación a nivel doctoral de Marroquín (2012), denominado "Los procesos metacognitivos en la enseñanza: relación conceptual y realidad en el aula"; un artículo académico de Florez (2000), titulado "Autorregulación, metacognición y evaluación"; y un Resumen de Tesis de Acosta & Joya (S/F), titulado "Estrategias metacognitivas asociadas a la solución de problemas multiplicativos".

En síntesis, al observar el Estado del Arte en Metacognición se puede afirmar que las investigaciones estudian, en su mayoría, los procesos metacognitivos en estudiantes y docentes. Los investigadores concluyen que es importante cualificar a los docentes en teoría y técnicas metacognitivas, ya que este conocimiento favorece tanto a docentes como estudiantes en su proceso de aprendizaje y en la calidad educativa, por cuanto los estudiantes que trabajan las estrategias metacognitivas se vuelven autónomos y adquieren éxito en sus tareas escolares. Por otra parte, las Instituciones deben propender por generar espacios de reflexión para sus docentes, con el fin de que ellos puedan entrar en procesos de dialogo con sus pares, en aspectos de planeación, evaluación, realización de clases y otras actividades propias de las clases y no son pérdidas de tiempo.

Sobre el Estado del Arte del Conocimiento del Docente se hicieron consultas así:

A nivel Internacional: Tesis de Batanero, Gómez, Contreras y Díaz (2016) denominada Conocimiento matemático de los Profesores de Primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio. Universidad de Granada, España; Rodríguez, Picado, Espinosa, Rojas y Flores, 2016) un Artículo de Investigación titulado Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar conceptos básicos de funciones: un estudio de caso", de la Universidad Nacional Pedro Heredia, Costa Rica, U. Granada España y U. Católica del Norte, Antofagasta, Chile; Sosa G. L, (2012), Capítulo 4º. De Libro Investigación Académica titulado "Conocimiento del Profesor para la enseñanza de las matemáticas y contribución teórica al conocimiento del contenido y estudiantes", en la Universidad de Zacatecas, México; Godino (2009), artículo académico denominado "Categorías de Análisis de Conocimientos del Profesor de Matemáticas, de la U. de Granada, España;  Pinto y González (2008) tesis sobre "El conocimiento didáctico del Contenido en el Profesor de Matemáticas" conocido como PCK (pedagogical content knowledge) en inglés, o CDC (conocimiento didáctico del contenido) en español" en la U. de México; Díaz & Poblete, (2017) artículo académico para la U. de los Lagos, Osorno, Chile, sobre "Competencias Profesionales del Profesor de Matemáticas".

A nivel nacional, Velásquez y Cisneros (2013) Taller didáctico para Congreso de Matemàticas denominado "Conocimiento didáctico- matemático del maestro que enseña matemáticas" de la U. de Antioquia, Medellín, Colombia; y a nivel Local: Sepúlveda, (2016), tesis doctoral sobre "Conocimiento Didáctico del Profesor Universitario para la enseñanza del objeto grupo" de la Universidad Pedagógica y Tecnológico de Colombia, UPTC., Tunja, Colombia.

Sintetizando sobre el estado del arte en Conocimiento del Docente se puede manifestar que los teóricos e investigadores del tema, manifiestan la importancia de que los docentes en formación y aquellos que están en ejercicio, fortalezcan los conocimientos disciplinares en el área de matemáticas, de una forma integral, para lograr que el proceso de enseñanza aprendizaje que se aborda en el aula sea de calidad, con ética y eficacia, si se quiere que los estudiantes mejoren en sus conocimientos y procesos matemáticos. Así mismo, el maestro debe diseñar situaciones adecuadas para presentar los temas matemáticos a los estudiantes y discutir la pertinencia de las propuestas teóricas propuestas por Ball et al (2008) y de Godino (2009). Otro resultado se refiere a la pertinencia de que los docentes de matemáticas reflexionen respecto de la complejidad de los procesos de estudio matemático, sobre sus propias prácticas de enseñanza y sobre la idoneidad didáctica que propone Godino (2009).

Respecto de investigaciones consultadas sobre la Resolución de Problemas se tienen a:

A nivel Internacional, estudios realizados a nivel de doctorado y maestría; artículos en revistas sobre investigaciones realizadas, en las Universidades de Guatemala, Pedagógica Libertadores de Caracas, U. de Granada, España, U. Nacional de Córdoba (Argentina), Buenos Aires (Argentina), U. Mar de Plata, Argentina; U. de Lleida, (España); U. de Barcelona (España); con temas como "Método de Polya en la Resolución de Problemas matemáticos" de Escalante S, (2015), tesis de Maestría; Artículo de Investigación sobre tesis de Maestría, denominado "Estrategias de enseñanza de la Resolución de Problemas matemáticos" de Pérez & Ramírez, (2010); tesis de Maestría de la U. de Granada, llamada "Resolución de Problemas, ideas y tendencias e influencia en España" de Castro (2008); el artículo denominado "Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en Resolución de Problemas" de González F., (2002); Tesis de García, T., García A. & Santarelli (2004) de la U. de Buenos Aires, Argentina, titulada "Los procesos metacognitivos en la Resolución d Problemas y su implementación en la práctica docente"; Artículo académico de Vilanova et al (2001) docentes universitarios de la U. Mar de Plata, Argentina, denominado "La educación Matemática. El papel de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje"; tesis de Pifarré y Sanuy (2012) denominado La enseñanza de las estrategias de Resolución de Problemas matemáticos, un ejemplo concreto" de la U. de Lleida, España; Tesis de Gross (1999), denominado "La enseñanza de estrategias de Resolución de Problemas mal estructurados" de la U. de Barcelona (España).

A nivel nacional tenemos: tesis de maestría de Cárdenas & González, (2016), titulada "Estrategias de Resolución de Problemas Matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las Tic" de la U. Libre, Bogotá, Colombia.

En síntesis se puede concluir que los investigadores recomiendan la aplicación de estrategias para la Resolución de Problemas, conocer a profundidad las nuevas metodologías de la enseñanza de las matemáticas (Polya, Poggioli), su taxonomía, características, etapas de la Resolución de Problemas, la actualización y fortalecimiento del área que le permita mejorar su proceso de enseñanza –aprendizaje, la necesidad de cambiar la actitud de los estudiantes ante el estudio matemático y el papel de guía del docente como mediador de los procesos en el aula.

Respecto del estudio de la Fracción se tiene:

A nivel internacional: tesis doctoral de Castro E, (2015) de la Universidad de Granada España, denominada "Significados de las Fracciones en las Matemáticas Escolares y formación inicial de Maestros"; tesis de maestría de Flores, (2010), titulada "Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria" del Politécnico Nacional de México.

A nivel nacional se tiene: tesis de maestría de Gaviria, (2016), titulada "Estrategia didáctica para trabajar el concepto de fracción como relación parte- todo en grado quinto, teniendo en cuenta su origen histórico" de la U. de Santa Marta, Colombia; tesis de maestría de la U. Nacional de Colombia, Manizales, denominada "Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria" de Cano, (2014); tesis de maestría de Ordoñez, (2012), nombrada "La fracción, elemento dialogante en el contexto matemático" de la Universidad Nacional de Colombia, Bogotá; tesis de maestría de Hincapié, (2011), titulada "Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados con los docentes de primaria" de la Universidad Nacional de Antioquia, Colombia; tesis doctoral de Pontón (2008) de la U. del Valle, Colombia, titulada "Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones"; artículo de tesis de maestría de Obando, (2003) titulado "La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte- todo" de la U. del Valle, Cali , Colombia; y una tesis de Chaparro Morales, H. (2009), a nivel local Tunja, de la U. Pedagógica y Tecnológica de Colombia, titulada "Estrategias lúdico matemáticas para la enseñanza de las fracciones".

En síntesis se puede decir que los investigadores recomiendan: fortalecer los conocimientos de los profesores sobre la fracción y sus implicaciones a nivel del proceso de enseñanza aprendizaje; el trabajar la lúdica utilizando material concreto permite reforzar el concepto de fracción en los estudiantes, identificando sus propiedades y afianzando otras operaciones básicas; desarrollar en los estudiantes procesos de aprendizaje constructivos y autónomos, respecto de las relaciones de orden, equivalencia y aditivas de los números racionales; el concepto parte-todo es un eje a través del cual se puede acceder a los demás constructos de los números racionales. La homonimia introduce la reflexión en el hecho de que la fracción utiliza el mismo símbolo para referirse a varios conceptos como: razón, medición, cociente, relación parte todo y la sinonimia implica que un mismo número racional tiene distintas representaciones. La relación parte- todo genera un contexto importante a partir del cual se conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta y tipo de magnitud (continua o discreta); se debe introducir desde muy temprana edad en los estudiantes el concepto de fracción que permitan su comprensión y los diferentes significados (históricos, epistemológicos y pedagógicos), utilizando la estrategia de solución de problemas, para darle sentido al concepto.

En cuanto a la metodología, el trabajo de campo se desarrolló con docentes del sector oficial pertenecientes al departamento de Boyacá, licenciados en matemáticas y de Básica Primaria, dadas las condiciones geográficas de nuestro departamento donde el 70% de los docentes se encuentran en sectores rurales y el restante 30% es urbano. Adicionalmente la enseñanza de las matemáticas se encuentra a la luz de los referentes de calidad sin ninguna exclusión del contexto, a pesar de que las condiciones de las aulas de los docentes son diferentes; es decir, algunos docentes urbanos orientan matemáticas en un solo grado en el aula (graduado) pero muchos de los docentes rurales orientan el área a dos, tres y hasta seis grados en la misma aula (multigraduales) por lo cual fue importante estudiarlos. Para el análisis de los datos se utilizó la técnica de Triangulación, de que habla González (1999), cuando expresa que la Triangulación es un asunto de carácter metodológico, procedimental, pertinente en una investigación de tipo cualitativa. Su implementación está vinculada con la calidad y la robustez de la información sobre cuya base se han de construir los datos que servirán de soporte a las expresiones generales de carácter teorizante que conforma el discurso de una investigación.

Como se trata de una investigación de tipo cualitativo, se trabajó las fases propias de este tipo de investigación: preparatoria, de campo, analítica e informativa. En la fase preparatoria se hizo el diseño y la reflexión sobre los aspectos que se quería trabajar en la investigación. En la fase de trabajo de campo, se aplicó los talleres y se hizo la reflexión sobre el proceso. En la fase analítica se procedió a examinar el resultado de los talleres, entrevistas y diarios de campo. Se elaboró un análisis interpretativo sobre las respuestas ofrecidas por los docentes participantes y sus habilidades. Se realizó la triangulación de los datos y la reflexión final. En la fase informativa, se consolidó el informe final del estudio.

Los instrumentos que se emplearon para el desarrollo de la investigación estuvieron de acuerdo con las fases y los objetivos de la misma, estos fueron: taller de pre-saberes sobre el concepto de fracción parte-todo y sus uso, a partir de situaciones problemas presentados y liberados por el Icfes en Pruebas Saber; talleres de situaciones problemas con el concepto de fracción pate-todo en contexto continuo, en contexto discreto y como razón, centrándose en el proceso de comprensión del problema; entrevistas semi-estructuradas y diarios de campo de acuerdo con los referentes teóricos de la investigación.

Uno de los aportes de este trabajo de investigación es la interpretación de las estrategias metacognitivas en los procesos de planeación, control y regulación (Pintrich et al, 1991), para alcanzar la tarea en la etapa de comprensión del problema (contexto, restricciones, datos), como proceso de aprendizaje que busca codificar, aclarar y entender la información que da el problema (Weinstein, Mayer, 1986), al resolver situaciones con el uso del concepto de fracción como parte-todo en los docentes de básica primaria como habilidad de las concepciones pedagógicas y epistemológicas desde su praxis. Tal interpretación se logra como resultado de aplicar técnicas de procesamiento de información textual a través de la generación de respuestas características.

De modo general, el documento se organizó en capítulos así: se inicia con la introducción general. En el capítulo uno se encuentra el planteamiento del problema, preguntas, objetivos de la investigación, justificación del estudio, la revisión de antecedentes respecto de las estrategias metacognitivas, resolución de problemas, la fracción como parte-todo.

En el capítulo dos, tres y cuatro se encuentra el marco referencial. En el capítulo dos, se ubica el Estado del Arte, en el tercero, se presenta el Marco Teórico de las temáticas abordadas, en el cuarto, se realizó un estudio epistemológico e histórico sobre el concepto de Fracción. Esto permitió dar cuenta del proceso que ha sufrido la fracción a través del tiempo y su incidencia en la temática que ocupa la investigación y en las aulas escolares.

En el capítulo quinto, se describe la metodología de la investigación, sus fases, técnicas e instrumentos. En el capítulo seis, se encuentra los resultados, análisis y discusión de la investigación. En el capítulo siete, se presentan las conclusiones y líneas futuras de investigación. Al final del documento, se explicitan la Bibliografía y los Anexos.

# 1. Capítulo uno. Planteamiento del problema

La presente investigación indaga sobre estrategias metacognitivas, que se activan en los docentes en ejercicio cuando ejecutan la resolución de problemas matemáticos desarrollados por los estudiantes de básica primaria; la resolución implica dos subprocesos: el primero denominado *comprensión*, donde se activan las estrategias metacognitivas (planeación, control, regulación) Printrich (1991), como también los tipos de conocimientos específicos (lingüístico, semántico, esquemático), y el segundo llamado *solución*, que ocasiona la cognición desde las técnicas dominadas (conocimiento estratégico y algorítmico) Mayer (1982); adicionalmente estos procesos son analizados desde las habilidades y conocimiento matemático que el docente presenta para desarrollar las tareas que enseña, como las habilidades para aplicar conocimiento disciplinar del concepto de fracción parte todo y sus usos, la habilidad para comprender, identificar y aplicar teorías de aprendizaje como son las estrategias metacognitivas, la habilidad de resolver problemas que son enseñados en el aula como un contenido desde el uso de las situaciones problemas practicados y ejecutados en el aula como también la capacidad la responsabilidad profesional para el desarrollo de las competencias del siglo XXI y su incidencia en la trasposición didáctica de las matemáticas.

## 1.1. Área Problemática

El área problemática se ubica en el ámbito de la educación matemática al considerar el proceso de enseñanza aprendizaje que realizan los docentes que enseñan matemáticas en básica primaria. Se pretende caracterizar las estrategias metacognitivas (proceso que surge de la reflexión que el sujeto realiza con respecto a su propia manera de pensar), en la etapa de comprensión del problema, al resolver problemas con el concepto de fracción como parte-todo, en contextos continuo, discreto y como razón. Según (Ball, Hill, Sleep y Lewis, 2007), este proceso es una característica del “conocimiento común del contenido que posee el docente que enseña el área, respecto al conocimiento matemático y habilidades necesarias para resolver las tareas que los estudiantes están realizando.

## 1.2. Antecedentes

Sanabria, López y Leal (2014) presentan en su investigación “un modelo de desarrollo de competencias profesionales para docentes en formación, con énfasis en la metacognición sobre la práctica pedagógica, la investigación en el aula y la incorporación de tecnologías” un aporte interesante a nivel de habilidades metacognitivas de monitoreo y regulación de la práctica pedagógica destacando que “el docente en formación logra monitorear su praxis pedagógica con base en el análisis de sus registros en el diario de campo” (p. 159). Se reafirma la necesidad de identificar en los docentes las estrategias metacognitivas desde la planeación, control y regulación, como también la habilidad del maestro en la resolución de problemas específicos desde su práctica y la habilidad que desarrolla.

Cuando el proceso de enseñanza aprendizaje es de tipo mecánico, de corte operativo y/o transmisionista, con poca reflexión, y no se dan las etapas, propuestas por Polya; al respecto, Cortés y Galindo (2007), proponen que “debe tenerse en cuenta en la resolución de problemas matemáticos, las etapas de comprensión del problema, concepción del plan, ejecución del plan y el examen de la resolución obtenida” (p.18), para de esta manera mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, haciéndolo significativo.

En este trabajo se consideró pertinente analizar la capacidad de comprensión en contexto del docente, el reconocimiento de las restricciones, la toma de datos y la identificación de la tarea; como también el reconocimiento del tipo de conocimiento específico (lingüístico, semántico, esquemático) que se activa en esta etapa, elementos ligados a la estructura y habilidad matemática propia del docente a partir de su práctica, indagando en primera instancia como la concibe el docente dada la importancia en su incidencia en la enseñanza de la matemática.

Por otra parte, la solución de problemas relacionados con el concepto de fracción como parte-todo y su uso, presenta dificultad en situaciones aplicadas que se reflejan en la ejecución y desarrollo tanto en los docentes como también en el bajo desempeño de los resultados de los estudiantes en las pruebas externas que se aplican en el país; además, éstas están contemplados en los referentes de calidad, establecidos por el MEN (1998); es decir, cuando el docente lee la situación problema, se evidencia en su resolución estructuras de forma mecánica, con una tendencia numérica, orientada a reconocer datos y operaciones que conlleva a un resultado netamente algorítmico, dejando de lado, las estrategias propias de la comprensión del problema, la importancia del proceso de representación metacognitiva y mostrando una estructura débil conceptual (Pontón, 2008), afirmación que desde la experiencia de ésta investigadora, como formadora de docentes en ejercicio, ha logrado evidenciar, a través del desarrollo de talleres didácticos que orientan el área de matemáticas donde se centran en lo algorítmico y numérico, de manera inmediata, dejando de lado la etapa quizás más importante en la resolución de problemas como es la comprensión del problema para lograr identificar cual es la tarea y demás actividades necesarias para resolver el problema.

Aunque el pensamiento numérico es el más usado en el aula, no presenta un alto nivel de desempeño en los resultados de las pruebas externas saber en el país, quizá porque se debe comprender que incluye no solo el concepto numérico, sino también el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones y las ordenes de magnitud, entre otros. Dada la necesidad de comprender el significado del sistema de numeración desde su estructura, organización, y regularidad, es fundamental comprender los conceptos numéricos su importancia en el uso del lenguaje natural y en el desarrollo de una competencia transversal de cualquier ser humano contemplado en los referentes de calidad "ser competentemente matemático" (MEN, 2006); lo que implica capacidad para realizar tareas matemáticas, comprender las razones por las que se emplea el concepto, determinar el proceso en su realización para argumentar la conveniencia en su uso. Habilidades desarrolladas desde los primeros años de forma lógica e implícita en la naturaleza y medio social donde se da sentido numérico desde el conteo, el desarrollo de operaciones mentales, procesos de razonamiento cuantitativos y capacidad usar los números a partir de la información que lo rodea.

El docente que enseña matemáticas desde sus competencias profesionales y los retos pedagógicos del siglo XXI no puede ser desconocedor del fin de la enseñanza de las matemáticas en el aula escolar, por lo tanto, debe reconocer el quehacer matemático asociado a la comprensión conceptual, al desarrollo eficiente y eficaz del procedimiento y uso de algoritmos flexibles, la habilidad en desarrollar estrategias metacognitivas como también la asertividad en la comunicación y argumentación del uso de las matemáticas acompañado del pensamiento estratégico para formular, representar y resolver situaciones problemas cotidianas. El MEN (2006) en los estándares básicos de competencia define la expresión "ser matemáticamente competente" está estrechamente ligado a los cinco procesos: formular y resolver problemas; modelar procesos de fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; formular, comparar y ejercitar que son bordados desde el macro proceso de resolución de problemas dado que no se pueden desligar estos procesos de forma explícita, procesos que conllevan al desarrollo de competencias matemáticas vinculadas a la destreza, eficacia y eficiencia del individuo; lo anterior concretado desde el pensamiento lógico y los cinco pensamientos matemáticos propuestos por los lineamientos curriculares: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional.

Dehaene (1997) manifiesta que es posible vincular el pensamiento numérico y el sentido numérico; entendido como " una forma especial de pensar sobre los números, no algorítmica, que conlleva a una comprensión de su naturaleza así como de las operaciones que se pueden realizar entre ellas", usar el sentido numérico presenta gran relevancia en la resolución de problemas y en la habilidad de seleccionar la operación adecuada, permitiendo mostrar eficiencia y eficacia acompañado de las habilidades del docente en la enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos en el sistema educativo en el medio social.

La responsabilidad profesional del docente conlleva a un proceso permanente de reflexión de enseñanza - aprendizaje, es así que se hace necesario crear comunidades educativas entre pares que permitan abordar las causas de las situaciones problémicas presentadas en los resultados de sus estudiantes en las pruebas internas y externas; esto permitiría también generar atención en aprendizajes específicos contemplados en el currículo escolar y en los referentes de calidad educativa del país para consolidar dentro de una comunidad de expertos para lograr realizar un seguimiento reflejados en los aprendizajes escolares y mejorar los procesos de aprendizajes y el desarrollo de la competencia en la resolución de problemas en sus estudiantes, es así, que se hace necesario conocer las habilidades que poseen los docentes en el desarrollo de tareas que ponen a sus estudiantes en el aula, acompañado del conocimiento del contenido disciplinar y sus habilidades pedagógicas para el desarrollo de su rol y el apoyo de sus estudiantes. Por otra parte, el dominio de la practica pedagógica en el uso de las estrategias desarrolladas por ellas a través de las técnicas matemáticas dominadas.

El uso del concepto de fracción parte-todo forma parte del pensamiento numérico, su uso se hace a menudo en el lenguaje natural del ser humano y de la cotidianidad de la vida como es hablar del total de los objetos y tomar cierta cantidad del todo, de igual manera reagrupar elementos del todo, por ejemplo el conteo de cien ladrillos y su acomodación por grupos de diez objetos, esto hace parte del concepto de fracción parte todo en contexto discreto, el empleo del leguaje como un tercio de un cuarto de mantequilla, media libra, un bloque de queso también hace uso del concepto de fracción parte-todo en contexto discreto y como razón, dando el uso de diferentes acciones y transformaciones del contexto del número y de la fracción parte todo. A pesar de esta proximidad del concepto de fracción parte- todo en la cotidianidad los resultados de las pruebas saber del país muestran un alto nivel de dificultad dado que su rendimiento en el bajo desempeño en este aprendizaje contemplado en el currículo escolar y evaluado en las pruebas nacionales, así como lo muestran las diferentes investigaciones del eje temático en el estado del arte.

Llinares y Sánchez (2003) considera que la dificultad en la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, radica básicamente en que están relacionados con diferentes tipos de situaciones (de medida, con el significado de parte de un todo, o como parte de un conjunto de objetos, de reparto utilizadas como cociente, como índice comparativo usadas como razón, y como un operador) y en su libro “Fracciones” (1981) expresa que un “factor importante en la formación de los conceptos (en el aprendizaje general) lo constituye el desarrollo del lenguaje vinculado a las nociones con las que se están trabajando” (p. 17). Estos elementos son de vital importancia en el conocimiento del contenido matemático de los docentes que orientan esta área, como también la necesidad de identificar las estrategias metacognitivas abordadas en los procesos de resolución de problemas con el concepto y uso de la fracción como parte-todo, contemplado en los estándares básicos de competencias, que retoma esta investigación.

Al respecto Harting (citado en Dickson, Brown y Gibson, 1991), plantea: “El concepto de fracción es complejo y no es posible aprenderlo enseguida. Es preciso adquirirlo a través de un prolongado proceso de desarrollo secuencial” (p. 296). Hincapié (2011) realiza en su trabajo doctoral una reflexión, sobre la necesidad de trabajar con los docentes la comprensión del concepto de fracción y sus diferentes significados. Al respecto Llinares (2003), referencia a Vergnaud afirmando que: “El dominio de las fracciones hace parte de un campo conceptual constituido por un conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo requiere la utilización de una variedad de procedimientos, de conceptos y de representaciones que están en estrecha conexión” (p.189).

Investigaciones en el campo de la Educación Matemática destacan la importancia de abordar los diferentes significados de la fracción: la fracción como partidor (relación parte-todo), la fracción como cociente, la fracción como operador, la fracción como razón y la fracción como medida. Los estudios realizados al respecto enfatizan la claridad, que desde los inicios de la básica primaria, debe existir para poder establecer las relaciones que entre ellos se dan y poder hacer las interpretaciones pertinentes a la hora de solucionar problemas de la vida cotidiana relacionados con dichos significados.

De otra manera, a nivel internacional los problemas relativos al aprendizaje de las matemáticas han sido estudiados, tratados y evaluados desde diversas perspectivas; sin embargo, en términos generales, y tal como lo presentan evaluaciones de amplio espectro a nivel mundial como las pruebas internacionales (TIMSS/9622-2007; PISA, 2006; SERCE, 2006), coinciden en el estudio del desempeño escolar de los estudiantes, en el área de matemáticas y sus dificultades en los aprendizajes, para el desarrollo de habilidades y competencias en la Resolución de Problemas y su incidencia en la calidad educativa.

A nivel nacional, Colombia aplica cada año las Pruebas Saber a los estudiantes que cursan los grados 3°, 5°, 9° para conocer las fortalezas y debilidades de los aprendizajes en las Instituciones Educativas en pro de la evaluación formativa en los establecimientos educativos entregando el informe por cada uno, en un modelo basado por evidencias contemplado por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) evidenciado en la matriz de referencia entregada por el MEN (2015) en el maletín día E y siempre día E dando respuesta a los lineamientos matemáticos y estándares de competencias básicas. Específicamente, en el área de matemáticas se evalúa los aprendizajes de los estudiantes reagrupando las competencias matemáticas en tres grandes grupos: Resolución de problemas, Comunicación y Razonamiento y los pensamientos y sistemas numéricos en tres componentes: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio.

A partir de estos resultados presentados en nivel de país como también por ente territorial, donde se evidencia un bajo desempeño escolar y dificultad en los aprendizajes no alcanzados por los estudiantes de básica primaria específicamente, esta investigación considero importante partir de los resultados arrojados en el informe MEN (2015): “los estudiantes no usan las fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas” en grado 3º y en grado 5° “los estudiantes no resuelven, ni formulan problemas que requieren el uso de la fracción como parte-todo, como cociente y como razón” con un promedio el 62% de los estudiantes del país que presentaron la prueba y que no contestaron correctamente las preguntas relacionadas sobre estos aprendizajes desde las competencias de resolución de problemas y comunicación.

De lo anterior se hace relevante retomar a Pontón (2008) e Iriarte (2011) investigadores colombianos sobre el tema confirman estos bajos resultados en años anteriores, cuyo análisis general coincide en que el 50% de la población de estudiantes del país se encuentra en el nivel bajo de desempeño en matemáticas, en la competencia de Resolución de Problemas; lo que ratifica una vez más la necesidad de indagar las posibles causas que inciden en la competencia de Resolución de problemas matemáticos, siendo este aprendizaje correspondiente al pensamiento numérico, el cual contempla en los Estándares Básicos de Competencias (EBC), el desarrollo de las competencias que se relacionan con la comprensión, uso y significado de los números, operaciones, relaciones calculo y estimación se considera pertinente indagar en las habilidades desarrolladas por los docentes que orientan la asignatura desde su conocimiento profesional y la emergencia de su práctica desde su rol y la relación dialéctica entre el conocimiento de las matemáticas y su enseñanza, se hace concerniente analizar las estrategias empleadas por los docentes que orientan esta área en básica primaria en la resolución de problemas con el uso del concepto de fracción parte-todo, competencia contemplada en la estructura curricular del país.

La trasposición didáctica, competencia que debe realizar todo docente que enseña matemáticas, por lo tanto desde su "saber sabio", debe desarrollar la capacidad de realizarse reflexiones internas preguntándose ¿qué?, ¿para qué?, y ¿cómo? enseñar, efectuando primero un reconocimiento conceptual del eje temático a desarrollar, con una habilidad pedagógica que evidencie los procesos, acciones y técnicas propias de ser dominadas por él para mostrar que es capaz de resolucionar situaciones problemas que coloca a sus estudiantes en el aula, por lo tanto se hace necesario indagar en el docente como resuelve situaciones problemas con el uso del concepto de fracción parte todo en contexto continuo, contexto discreto y como razón en la solución de situaciones problemas cotidianas.

### 1.3. Problemas relacionados con los procesos metacognitivos

El maestro, como uno de los agentes responsables de la enseñanza y aprendizaje en el aula, está comprometido a tener conocimientos disciplinares y dominio de estrategias pedagógicas y didácticas que le permitan contribuir al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes; esto implica también, pensar en el desarrollo de habilidades y destrezas para el nivel que corresponda (Hincapié, 2011).

Fourés (2011) manifiesta que un problema intensamente presente en la docencia es la dificultad para establecer relaciones entre teoría y práctica. El uso de procesos metacognitivos, ayudaría a los docentes a generar y establecer estas relaciones al lograr revisar y reconocer sus propias estrategias de conocimiento y planificación utilizadas en su práctica cotidiana.

Otro problema es la dificultad que tienen los docentes para revisar su práctica cotidiana, reconocer sus producciones y sus acciones; viéndolo con un ejemplo, la planificación y elaboración de la actividad diaria del docente sobre aquello que él considera que debe realizar en su práctica, es personal, queda encerrada en el propio docente o en la cátedra. El poder explicitarla con sus pares permitiría ampliar el horizonte de la misma, mostrar aspectos que podrían mejorarse a través de las reflexiones y acciones del diálogo con sus colegas, lo cual es metacognición (Fourés, 2011).

También, la práctica de los docentes se sostiene sobre un actuar en la práctica y una empírica, de la cual los propios protagonistas ni se dan cuenta, lo cual se evidencia cuando preguntan a sus alumnos: "¿Por qué piensan así? ¿Habrá otra forma de solucionar este problema? u otras preguntas de tipo metacognitivo, demostrando un entrenamiento metacognitivo, todavía incipiente" (Beltrán & Genovard, citado por Marroquín, 2012, p.62).

Otra dificultad tiene que ver con las Instituciones de formación docente y las educativas de básica primaria. Ellas deben entrar en el plano de la reconceptualización, realizando una reflexión crítica sobre las concepciones y prácticas que realizan sus docentes (Stenhouse, 1987; Schôn, 1992), desde el currículo y el análisis de la práctica. A partir de lo analizado, se manifiesta la necesidad de poder trabajar con los docentes en ejercicio, la importancia de reflexionar y conocer sus procesos de aprendizaje y de enseñanza, los cuales son aspectos de la metacognición.

En ausencia de los procesos evidenciados en el párrafo anterior, Fourés (2011) se hace la siguiente pregunta:

> ¿Puede un docente enseñar a trabajar procesos metacognitivos cuando él mismo no los realiza? Son los docentes los que al experimentar con la aplicación de la metacognición dentro de la praxis pedagógica logran reconocer sus propios procesos cognitivos y así pueden ayudar a sus estudiantes a alentar y cultivar una disposición favorable para la reflexión, condición intrínseca de la metacognición. Acercar herramientas para leer las prácticas cotidianas de los docentes es fundamental para ejercer una actividad reflexiva, crítica y autónoma (p. 158).

Por su parte, Figueroa et al, (2016) manifiesta que:

> … generar acercamientos a la comprensión de los procesos metacognitivos del docente en situaciones-problema de estudiantes en el contexto escolar, es relevante en cuanto permite identificar las maneras de pensar y el nivel de conciencia presente en sus intervenciones; por otra parte, realizar una aproximación a la metacognición docente ante dichas situaciones, favorece el quehacer pedagógico y contribuye al desarrollo humano de los agentes involucrados en el conflicto escolar, especialmente al proceso formativo del docente quien es parte fundamental de esta dinámica (p.17).

El papel de la metacognición en la educación matemática, según Schneider y Artel (2010) sirve como guía a los estudiantes a través de sus tareas de aprendizaje, resaltando que para el currículo de matemáticas en grado quinto, de una Institución, las diferencias de desempeño fueron analizadas como una función del seguimiento académico teniendo presente las estrategias metacognitivas. El conocimiento metacognitivo y el desempeño matemático tienen un 17% de varianza común y una correlación de 0.41.

De ahí la pertinencia, que se identifiquen las estrategias metacognitivas que usan los docentes de básica primaria que enseñan matemáticas, cuando resuelven problemas matemáticos, específicamente en la etapa de comprensión del problema donde se centra la necesidad de planear, controlar y evaluar información, con el objetivo de dar respuestas a los interrogantes que plantea esta investigación.

### 1.4. Problemas relacionados con la Resolución de Problemas de fracción

Las pruebas externas de corte internacional como TIMSS/9622-2007; PISA (2006) y SERCE (2006), presentan en sus resultados, debilidades del desempeño escolar de los estudiantes en el área de matemáticas y sus dificultades en los aprendizajes, para el desarrollo de habilidades y competencias en la Resolución de Problemas donde se involucra la fracción parte-todo y su incidencia en la calidad educativa que compromete el actuar del docente.

De igual manera, los resultados de las Pruebas externas “Saber” en Colombia, muy similares al anterior, evidencia dificultad en la competencia de Resolución de Problemas específicamente en básica primaria (3° y 5°) en el aprendizaje y uso del concepto de fracción como parte-todo, donde se muestran un alto porcentaje de la población, en nivel bajo de desempeño y su incidencia en la calidad educativa del país.

Dado que las Pruebas Saber son diseñadas por el MEN con el propósito de obtener, procesar, interpretar y divulgar a la comunidad educativa, información confiable respecto de las dificultades de los aprendizajes desde los componentes y competencias matemáticas, los informes de los entes territoriales y de los establecimientos educativos están orientados como punto de partida para implementar medidas necesarias para el mejoramiento de las actividades educativas.

Teniendo en cuenta que las pruebas externas presentan las dificultades en los aprendizajes de los estudiantes, se realiza un análisis de los resultados de las pruebas saber año 2015 a nivel de Colombia y del ente territorial de Boyacá en las competencias de Resolución de problemas y de Comunicación en los aprendizajes evaluados en los grados 3° y 5° que encierran los ciclos de la básica primaria, con los aprendizajes específicos al concepto y uso de la fracción parte-todo correspondientes al componente Numérico – Variacional contemplados en los estándares básicos de competencias que inciden en la calidad educativa del país.

*Tabla 1.*

*Resultados Pruebas Saber, comparativo Colombia, Boyacá, año 2015 en Instituciones Oficiales.*

| Ente territorial | Resolución problemas | Comunicación |
|---|---|---|
| Aprendizajes | Los estudiantes no resuelven, ni formulan problemas que requieren el uso de la fracción como parte-todo, como cociente y como razón | Los estudiantes no usan fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas. |
| Colombia | 62% | 61 % |
| Boyacá | 60% | 67% |

Nota: Adaptado de “Mallas de aprendizaje” por MEN, 2016. Bogotá Colombia.

En la Tabla 1, se observan los resultados de las pruebas Saber, año 2015, en Colombia y el ente territorial de Boyacá, buscando hacer un comparativo de los resultados a partir del aprendizaje y las competencias de Resolución de Problemas y Comunicación, centrados en los aprendizajes del componente numérico - variacional que aborda el concepto de fracción parte-todo así: en el grado tercero, el 64% de los estudiantes no usan fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas; en grado quinto, el 61% de los estudiantes no resuelven, ni formulan problemas que requieren el uso de la fracción como parte-todo, como cociente y como razón; estos resultados no son ajenos al quehacer docente y a la educación matemática. Dado que los porcentajes del 60% y 67% son tan altos en el departamento de Boyacá se hace necesario indagar cómo el docente concibe este concepto y desarrolla la habilidad de resolución de problemas matemáticos desde su praxis.

Al respecto, Hincapié, (2011), manifiesta que, al preguntar a los profesores de primaria sobre las causas de los vacíos conceptuales, respecto de la enseñanza del concepto de fracción, ellos argumentan que por la falta de tiempo se apresuran en cumplir con lo programado, lo que impide que realicen un trabajo riguroso y didáctico en la enseñanza de las fracciones. Además, añade que, debido a que no tienen una formación disciplinar profunda en el área, optan por guiarse de los textos escolares, realizando las actividades, en su mayoría al pie de la letra y en éstos se privilegia: las relaciones parte-todo, el fraccionamiento de la unidad (p.10), es decir, se inclinan por el desarrollo de habilidades de tipo procedimental, descuidando los procesos de comprensión conceptual, como por ejemplo, los diferentes significados de la fracciones, las representaciones y magnitudes, entre otros aspectos (p.10).

Ordoñez, (2012) al respecto señala:

> si bien es cierto que la práctica educativa (planeación del cómo lograr los objetivos de aprendizaje en los estudiantes) es determinante, también lo es el modelo desde el cual ésta se orienta, y muy seguramente ha sido intencionado por parte de los docentes […] quienes han adoptado diversas posturas, facilitando o complicando el uso de la fracción, o simple pero radicalmente, la han eliminado de sus contenidos y la han reemplazado por representaciones numéricas que aparentemente son más fáciles de manipular, sin que medie una significación adecuada y pertinente (p.2)

La comprensión del concepto de fracción depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es importante tener claro qué significa cada uno. Gallardo & Quispe (2008), reportan desde investigaciones sistemáticas la importancia de tener claro los diferentes significados de la fracción, como también las dificultades de la enseñanza por los docentes quedándose en la enseñanza de la fracción ejecutada desde una mirada netamente numérica, lo cual es comprendida de esta manera a través de los libros escolares, dejando de lado la concepción de la fracción como parte-todo y su uso en los diferentes contextos conllevando a la no comprensión y uso del concepto en la Resolución de Problemas cotidianos que implican que el docente debe profundizar y comprender el concepto desde su quehacer docente.

Lo anterior, permite reflexionar desde la educación matemática, sobre las variables que están incidiendo en el desarrollo de la competencia de la Resolución de problemas matemáticos y la enseñanza del concepto de fracción parte-todo en el aula y su implicación en los aprendizajes de los estudiantes frente a los referentes de calidad educativa contemplados en los estándares de competencias básicas del área establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006); como también de la importancia del docente que enseña el área, dado que si es capaz de conocer su propio conocimiento desde una reflexión permanente desde su práctica donde toma conciencia de su estrategias de control, planeación y autorregulación de sus procesos cognitivos muy seguramente el docente genera procesos de meta-reflexión de sus praxis y logra realizar una trasposición didáctica que evidencie herramientas del pensamiento para potenciar el uso de las matemáticas para potenciar y extender su conocimiento para resolver problemas con habilidad.

## 1.5. Problema

Realizadas las descripciones anteriores, donde se desglosa la pertinencia y correlación entre la necesidad de abordar la competencia de la resolución de problemas matemáticos como la importancia en la identificación de las estrategias de la metacognitivas en los procesos de comprensión de la situación problema y la incidencia en el desarrollo de habilidades pedagógicas y epistemológicas del concepto de fracción parte-todo en los docentes que orientan el área y a la luz de los referentes de calidad del país, los cuales inciden implícitamente en los aprendizajes de los estudiantes, se hace necesario formular el problema de la siguiente manera: Los docentes, sujetos de esta investigación, que orientan matemáticas en básica primaria, en el departamento de Boyacá, tienen problemas en la etapa de comprensión del problema (identificación del contexto, restricciones, datos y tarea) cuando trabajan la Resolución de Problemas de la fracción; no son conscientes del proceso utilizado; como también de sus habilidades pedagógicas y epistemológicas que subyacen en su práctica docente; de los aprendizajes de conceptos y las técnicas propias de la resolución de problemas y tampoco realizan una meta-reflexión de su praxis, por lo cual se requiere identificar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación que emplean cuando resolucionan problemas, saber sobre los tipos de conocimientos específicos que se activan en los procesos de la etapa de comprensión del problema, cuáles son sus habilidades pedagógicas y epistemológicas y cómo incide en su praxis, las estrategias metacognitivas, para entrar a generar recomendaciones que contribuyan al mejoramiento de la calidad educativa de matemáticas en el país.

Los retos de la educación cada día implica una formación integral del docente, dado los diferentes cambios y exigencias en el sistema educativo, así mismo las posturas políticas y teóricas que configuran el perfil profesional de la educación con capacidad para comprender, atender y resolver la complejidad de situaciones escolares como parte de su labor pedagógica; permitiendo reflexionar sobre el desarrollo de sus competencias profesionales que se debe trascender del aula a un campo social y humanístico que tiene como fundamento científico de la pedagogía.

La práctica pedagógica entendida como la reflexión permanente del docente frente a su cotidianidad del aula, teniendo en cuenta la pertinencia de su comunicación asertiva con el estudiante con algunos elementos como: las expectativas del aprendizaje con un mensaje claro de las metas para alcanzar en la clase, instrucciones explicitas para desarrollar actividades en la modelación de procesos, explicaciones de conceptos y estrategias en un lenguaje claro, preciso, académico y adecuado , con ejemplos pertinentes, que relacionen las experiencias con los intereses de la vida cotidiana del estudiante; esto implica el desarrollo de habilidades, técnicas y dominio disciplinar de lo que se enseña, el reconocimiento del contexto de manera correlacionada con lo que enseña en el contenido, la relación dialéctica entre conocimiento teórico y práctica, lo que implica el desarrollo de las competencias matemáticas en el docente. Por lo anterior, este trabajo está orientado a indagar sobre la habilidad que posee el docente en la resolver problemas que coloca a sus estudiantes a través del análisis de las estrategias metacognitivas que emplea en la etapa de comprensión de la situación problema como el reconocimiento de los tipos de conocimiento específico que se presentan en cada docente.

#### 1.5.1. Formulación del Problema .

Partiendo del estado del arte, se abordarán los problemas relacionados con las estrategias metacognitivas, la fracción como parte-todo desde el macro proceso de la Resolución de Problemas, habilidades matemáticas y las competencias profesionales que posee el docente que enseña ésta área. De tal manera que la pregunta de investigación es:

¿Cuáles son las estrategias metacognitivas y habilidades pedagógicas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá?

### 1.5.2. Preguntas de la investigación.

¿Cuáles son los tipos de conocimientos específicos que se activan en los procesos de la etapa de comprensión del problema en los docentes al resolucionar problemas con el concepto de fracción como parte-todo, contextos continuos, contextos discretos y como razón?

¿Qué estrategias metacognitivas (planeamiento, control y regulación) se evidencian en los docentes en la etapa de comprensión al resolver problemas de fracción como parte-todo en contexto continuo, contexto discreto y como razón?

¿Cuáles habilidades pedagógicas y conceptuales poseen los docentes en ejercicio, que enseñan matemáticas, frente a la estructura de la etapa de comprensión del problema y la competencia de Resolución de Problemas, con base en los referentes de calidad educativa colombiana?

¿Cómo inciden en su praxis, las estrategias metacognitivas de los docentes en el proceso de comprensión para la resolución de problemas de fracción como parte-todo, en contextos continuo, discreto y como razón?

## 1.6. Objetivos

### 1.6.1. Objetivo General.

Caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades pedagógicas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá.

### 1.6.2. Objetivos Específicos.

Explorar los tipos de conocimientos específicos que posee el docente cuando resoluciona problemas con el concepto de fracción como parte-todo (contexto continuo, contexto discreto y como razón) en la etapa de comprensión del problema.

Interpretar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación en el docente, en la etapa de comprensión del problema, cuando resuelve problemas de fracción parte- todo, contexto continuo, contexto discreto y como razón.

Analizar las habilidades pedagógicas y conceptuales que poseen los docentes para resolver problemas de fracción como parte- todo y su uso a la luz de los referentes de calidad educativa colombiana.

Establecer de las estrategias metacognitivas de los docentes en el proceso de comprensión, al resolver problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, desde su praxis.

**1.7. Justificación**

La investigación presenta aspectos desde los resultados de las pruebas nacionales e internacionales y su bajo desempeño en la competencia de resolución de problemas, la formación profesional del docente en la educación matemática, la trasposición didáctica, la pertinencia de la metacognición en la resolución de problemas, el conocimiento común del contenido del docente que enseña matemáticas.

Una vez se han revisado los resultados de las pruebas externas de corte internacional como TIMSS/9622; PISA (2006) y SERCE (2006), se evidencia debilidades en el desempeño escolar de los estudiantes en el área de matemáticas y sus dificultades en los aprendizajes, para el desarrollo de habilidades y competencias en la Resolución de Problemas donde se involucra la fracción parte-todo y su incidencia en la calidad educativa que compromete el actuar del docente dado que este concepto se encuentra en el pensamiento numérico y que se emplea en el lenguaje cotidiano toma relevancia indagar en el docente que enseña esta área, el desarrollo profesional desde su interpretación del concepto y uso de la fracción parte - todo y sus habilidades matemáticas y pedagógicas en el desarrollo de la solución de situaciones problemas que resuelven sus estudiantes en el aula ya que de manera implícita interviene en el proceso de transposición didáctica.

En el Contexto colombiano, se hace necesario abordar esta problemática desde la práctica propia del docente, por cuanto en Colombia, las pruebas de estado que presentan los estudiantes en matemáticas, reflejan que las estrategias pedagógicas abordadas desde el aula, no están actualizadas a las necesidades que requieren los estudiantes para resolver los diferentes tipos de problemas y situaciones que tales pruebas plantean (MEN, 2015); en consecuencia las acciones pedagógicas del docente se deben exploran desde “el saber sabio”, entendido este como los diferentes aspectos del saber disciplinar del docente que no puede presentarlo a sus estudiantes sin antes someterlo a una reflexión académica del ¿qué?, ¿para qué?, y el ¿cómo? se va a enseñar que implica el no solo conocer el concepto sino que también comprender las técnicas de enseñanza, poniendo en juego su acción didáctica.

Al respecto, Fourés (2011) manifiesta que un problema intensamente presente en la docencia es la dificultad para establecer relaciones entre teoría y práctica; en este sentido, se requiere que docente presente una estructura clara del pensamiento numérico desde el dominio del campo semántico, sus representaciones simbólicas, las operaciones básicas con sus estructuras, como también la cuantificación de magnitudes, permitiendo desarrollar habilidades conceptuales y matemáticas del uso del concepto de fracción parte – todo en la solución de situaciones problemas cotidianos. Por lo tanto, se requiere analizar los procesos metacognitivos (planeación control, regulación), que presentan los docentes en la competencia de resolución de problemas matemáticos para ayudar a generar y establecer estas relaciones, logrando revisar y reconocer sus propias estrategias de conocimiento y planificación utilizadas en su práctica cotidiana con el propósito de generar meta-reflexión de su práctica docente y su incidencia en el aula.

Por su parte, Bara (2001) indica que las estrategias metacognitivas deben enseñarse en contexto, no han de enseñarse separadamente de los contenidos, es más, deberían integrarse en los contenidos habituales y ser evaluadas para que adquieran sentido. Por lo tanto, si se enseñan estrategias aparte del currículo y estas no muestran utilidad, los estudiantes no las consideran útiles y no las interiorizan.

En concordancia con Flavell (1976), quien se refiere a la metacognición como la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto; se requiere el desarrollo profesional del docente que evidencie desde el saber científico la definición conceptual matemáticamente hablando y su acción axiomática. Es decir, para este caso específico reconocer el concepto de fracción parte –todo y su uso en el contexto continuo, contexto discreto y como razón; acompañado del saber enseñar, lo que implica su representación simbólica y notación dando un significado a la información leída en la situación problema; para así lograr articular el saber enseñado (docente, estudiante, saber) en la descontextualización y transformación del conocimiento evidenciado en la comprensión del problema y su solución del asertiva.

Lo anterior, permite ligar a los trabajos de Flavel como también la de otros autores donde convergen en sus definiciones de la metacognición y sus componentes, como un constructor tridimensional que abarca tres aspectos: la conciencia acerca de los procesos cognitivos, el monitoreo (supervisión, control y regulación) y la evaluación de dichos procesos; correlacionándolo así con la transposición didáctica de Chevallard (1978) donde el docente debe interiorizar en primera instancia el concepto, su interpretación y sus diferentes usos antes de ser trasmitido a sus estudiantes, en consecuencia la pertinencia en reconocer las estrategias metacognitivas que presentan los docentes que enseñan esta área en la etapa de comprensión de la situación problema y sus representaciones al solucionarlas.

En el proceso de enseñanza, desde la perspectiva de la didáctica, la metacognición hace referencia, por un lado, a la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje y por otro a la capacidad de desarrollar una conciencia y un control sobre los procesos de pensamiento y aprendizaje (Rodríguez, 2015); por lo tanto las competencias pedagógicas exigidas en el S XXI obligan a una reflexión permanente del docente frente a su cotidianidad del aula, teniendo en cuenta la pertinencia de su comunicación asertiva con el estudiante con algunos elementos como: las expectativas del aprendizaje con un mensaje claro de las metas para alcanzar en la clase, instrucciones explicitas para desarrollar actividades en la modelación de procesos, explicaciones de conceptos y estrategias en un lenguaje claro, preciso, académico y adecuado , con ejemplos pertinentes, que relacionen las experiencias con los intereses de la vida cotidiana del estudiante; esto implica el desarrollo de habilidades, técnicas y dominio disciplinar de lo que se enseña, el reconocimiento del contexto de manera ligada con lo que enseña en el contenido, la relación dialéctica entre conocimiento teórico y práctica, lo que implica pertinente explorar el desarrollo de las competencias matemáticas que posee el docente, contempladas en el desarrollo de esta investigación.

Pintrich (1991); Pintrich y García (1993), establecen en las estrategias metacognitivas, la regulación del esfuerzo, lo cual alude a la habilidad del estudiante, para persistir en las tareas a pesar de las distracciones o falta de interés; tal habilidad es de importancia para el éxito académico, en la medida que implica compromiso con las actividades y tareas propuestas. En consecuencia, el dominio conceptual y las habilidades propias del docente, retoma relevancia en el aula ya que él es el primer actor que debe entender el conocimiento que tiene acerca de sus propios procesos cognitivos (fortalezas, debilidades, capacidades, habilidades y la experiencia al realizar determinada tarea) que requieren dichos procesos, y la conciencia metacognitiva respecto de los propósitos de las actividades que desarrolla y el propósito que obtiene en la resolución de problemas y significado que tiene resolverlo.

En la educación matemática la resolución problemas ha tomado una gran relevancia desde la habilidad para resolver problemas dado que implica la articulación de las competencias de razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, comunicación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, que en el ámbito escolar se emplea muy frecuente desde los procesos de planeación pero que poco se reflexiona sobre su implicación y significado matemático. Luego es importante retomar los esquemas sobre resolución de problemas y su significado presentado por Stanic y Kilpatrrick (1988); para lograr generar en el docente que orienta la asignatura una mejor comprensión de cada uno de ellos para así lograr comprender su intensión pedagógica en el momento de ser usado en el aula. El primer significado: resolver problemas como contexto, es funcional en el currículo si se utiliza como vehículo al servicio de otros objetivos, jugando cinco roles principales (como justificación para enseñar matemáticas, para promover motivación a ciertos temas, como actividad recreativa, como medio para desarrollar nuevas habilidades, como practica) ; el segundo significado: resolver problemas como habilidad; conceptos pedagógicos y epistemológicos a partir del aprendizaje de conceptos y habilidades matemáticas básicas, las técnicas de resolución de problemas enseñados como un contenido, con problemas de practica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas; tercer significado: resolver problemas es "hacer matemática", hay un punto de vista particularmente matemático acerca del rol que los problemas juegan en la vida académica, y esta consiste en creer que el trabajo de la matemática es consiste en problemas y soluciones. Se hace necesario identificar la interpretación en los docentes sobre el significado de resolución de problema y su conocimiento acerca de sus significados para comprender lo que sucede al interior del aula que incide directamente en el desempeño de los estudiantes evidenciado en las pruebas externas nacionales como internacionales abordado en la investigación.

Contextualizando los procesos metacognitivos al área de matemáticas, específicamente a la Resolución de Problemas, se puede decir que se genera un proceso mental, en el cual, quien aprende combina variedad de elementos, conocimientos, destrezas, habilidades, capacidades, reglas y conceptos adquiridos de manera previa que admiten dar solución a una situación nueva.

Según Dijkstra (1991); Poggioli (1983), la Resolución da Problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra, el conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo. Consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional. En consecuencia, es relevante identificar en los docentes las representaciones de sus procesos en la etapa de comprensión de la situación problema ya que permite explorar sus conocimientos almacenados en la memoria de corto y largo plazo, la pertinencia y su efectividad en la tarea de la solución de situaciones problemas, que implican una comprensión lectora de forma literal como inferencial para reconocer elementos relevantes para su ejecución como es el contexto de la situación problema, la diferencia entre restricciones y datos, que conllevan a la identificación de la tarea que finalmente obedece a la solución del problema.

Un aspecto importante a considerar en el proceso de Resolución de Problemas es la representación que el estudiante utiliza para resolver problemas. Esta consiste en la transformación de la información problémica en un lenguaje fácil de almacenar, en el sistema de la memoria, e incluye la identificación de las metas y los datos. La representación también ha sido denominada espacio del problema, para referirse a las representaciones mentales de los individuos, acerca de su estructura y de los hechos, conceptos y relaciones del mismo (Poggioli, 1983). Por su parte, García y Santarelli (2004), consideran la resolución de problemas como herramienta metacognitiva que permite el aprendizaje de contenidos matemáticos, a través de la reflexión de los estudiantes y docentes en los procesos de resolución. Por lo tanto, desde el rol del docente que desempeña en el aula como orientador del conocimiento se hace relevante rastrear como concibe la competencia de resolución de problema, analizando en el primer proceso de comprensión, los tipos de conocimientos específicos que se activan para identificar sus representaciones esquemáticas como también a través de preguntas orientadoras para reconocer sus habilidades matemáticas en la etapa de comprensión del problema como es la identificación del contexto, diferencia entre restricciones y datos, para identificar lo más importante de este proceso quizá como es la tarea que solicita la situación problema, para lograr asociar las habilidades de comprensión lectora y matemáticas que permite evidenciar el uso del concepto de fracción parte - todo de manera asertiva y eficiente apoyada en las estrategias metacognitivas.

Aplicando estos conceptos de la resolución de problemas en la fracción como parte-todo, Pontón (2008) considera que la relación parte-todo se tiene un puente de entrada a la conceptualización de unidad como un todo divisible en partes más pequeñas sin que por eso deje de ser unidad, desde la relación parte- todo se genera un contexto importante a partir del cual conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta y tipo de magnitud (continua o discreta). Por otra parte, la interpretación básica de la fracción como parte-todo es caracterizada por Obando (2003) considera que “la fracción como Parte-Todo puede ser definida como una nueva cantidad que expresa la relación cuantitativa entre cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte” (p.165). La fracción parte- todo se considera como un todo “continuo o discreto” que se divide en partes iguales, indicando esencialmente la relación existente entre el todo y un número designado de partes. La fracción, por tanto, es la parte en sí misma y no, una relación entre dos cantidades: la medida de la parte con respecto a la medida del todo. De igual manera Llinares y Sánchez (1997) afirman que llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones, sin mencionar a las ya establecidas desde el lenguaje cotidiano, cuestión que suele estar presente en los procesos de aprendizaje de estos temas; luego la necesidad de comprender el concepto de fracción depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es importante tener claro que significa cada uno, en nuestro caso específico parte – todo, en contexto continuo, en contexto discreto, y como razón. Dada la relevancia y pertinencia del concepto de fracción parte-todo en el lenguaje natural del ser humano y su uso en situaciones problemas escolares, de igual manera al encontrarse en el currículo escolar, perteneciente al pensamiento numérico y sistema numérico contemplado en los estándares básicos de competencias (EBC), así mismo contemplado el aprendizaje en la matriz de referencia correlacionándola con la evaluación nacional "pruebas Saber" aplicada a los estudiantes de tercero y quinto grado de básica primaría en Colombia. Analizados estos aprendizaje en el país como en el departamento donde presenta el 64% de los estudiantes del departamento de Boyacá reflejan un bajo desempeño en la competencia de resolución de problema permitiendo inferir un problema conceptual de los mismos, se hace sobresaliente explorar en los docentes que enseñan esta asignatura sus conceptos y habilidades que poseen desde la competencia de resolución de problemas matemáticos a partir de situaciones problemas ejecutadas en el aula, para analizar uno de los actores fundamentales y contundentes en la educación para examinar su transposición didáctica y su incidencia aborda en esta investigación.

Estos planteamientos teóricos deben ser contextualizados por el docentes en el aula de clases, lo cual implica que el docente, por su rol, debe poseer un alto grado de competencias profesionales, ya sea por su disciplina, por su función, por su formación profesional; por lo tanto, un docente actual debe ser capaz de comprender y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos, para identificar objetos y significados, conocer y aplicar estrategias pertinentes y sistemáticas para procesar en forma correcta la situación problema (MEN, 2002).

Turín (1999) contempla que las competencias del docente deben centrarse en tres acciones: conocer y comprender, saber cómo actuar y saber cómo ser. El primero se refiere al conocimiento teórico, abordado desde el campo académico; el segundo desde lo práctico y lo operativo, que se centra en el conocimiento de ciertas situaciones y el tercero, se refiere al contexto social. Así mismo, debe poseer unas competencias transversales, que serían las instruccionales y el conocimiento general básico de su profesión. Estas competencias se reflejan en la resolución de problemas matemáticos, desde situaciones cotidianas. Lo que permite argumentar una vez más, la importancia en la competencia que el docente posee cuando resuelve situaciones problemas que sus estudiantes ejecutan en la cotidianidad del aula y de las pruebas nacionales, de igual manera explorar el conocimiento común del contenido contemplado en el MKT (Ball, 2008) como el conocimiento matemático y habilidad que incluye el conocimiento que el profesor pone en juego para resolver problemas matemáticos, operar correctamente y aplicar definiciones y propiedades; conocimiento que se analizan en el desarrollo de este trabajo a través del análisis e interpretación de los esquemas realizados y ejecutados por los docentes a través de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación.

Una aproximación a la definición del maestro como profesional es la que hace Altet (2005), quien considera "que se trata de una persona autónoma dotada de habilidades específicas y especializadas, ligada a una base de conocimientos racionales procedentes de la ciencia y legitimados por la academia, y de conocimientos explícitos surgidos de distintas prácticas" (p. 38). De igual manera, esta relación teoría y práctica es destacada por Pérez (1998), cuando resalta que "el conocimiento profesional del docente emerge en y desde la práctica y se legitima en proyectos de experimentación reflexiva y democrática en el propio proceso de construcción y reconstrucción de la práctica educativa" (p.190). La importancia de explorar el conocimiento especializado del contenido (Ball, 2005) que posee el docente que enseña matemáticas, el cual alude al conocimiento matemático y la habilidad exclusiva para desarrollar las tareas de la enseñanza, como es la apropiación e interiorización del tema a enseñar, la capacidad de representar las ideas de manera clara a sus estudiantes, proporcionar explicaciones matemáticas precisas y adecuadas, comprender métodos de resolución de problemas desde una transposición participativa directamente del docente Chevallard (1980), que consiste en los cambios sufridos por el saber a enseñar al convertirse en saber enseñado se explica cómo la transposición presente de un saber a otro. Es decir, as importante analizar como los docentes comprenden, interpretan, representan de forma simbólica y su notación del concepto de fracción parte – todo asociado al lenguaje adecuado en sus argumentaciones para luego hacer uso de él en situaciones problemas cotidianos en contexto continuo, contexto discreto, como razón a través de la competencia de resolución de problemas y su incidencia con los contenidos curriculares del sistema educativo.

La competencia es un concepto complejo y multifacético sobre el cual se han formulado múltiples definiciones, así como diversas clasificaciones teóricas, enfoques y usos en contextos tanto laborales como educativos (Charria, Sarsosa, Uribe, López y Arenas, 2011). Por otra parte, Hymes (1972) diferencia la competencia de la acción y destaca que la competencia es influida por el contexto mismo, como también Gallart y Jacinto (1995), Huerta, Pérez y Castellanos (2000) han planteado que la competencia vendría a ser un sinónimo de habilidad, aptitud, destreza, dominio, atribución, disposición o idoneidad con la característica de ser demostrable en un contexto al ser inseparable de la acción y el conocimiento. Luego inspeccionar las habilidades pedagógicas y epistemológicas del concepto y uso de la fracción parte-todo que poseen los docentes que orientan esta asignatura en básica primaria se hace destacado para esta investigación.

En Colombia, la competencia se integra a la dinámica de los sistemas de evaluación de la calidad en educación superior en 1994; en este contexto es introducido como concepto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el año 2002 con el Estatuto de Profesionalización Docente. Al respecto, en este documento, el MEN define que la competencia es una característica subyacente en una persona, relacionada directamente con su actuación exitosa en un puesto de trabajo. En otras palabras, una persona demuestra que es competente a través de su desempeño, cuando es capaz de resolver con éxito diferentes situaciones de forma flexible y creativa (MEN, 2011). En consecuencia, la metacognición y la resolución de problemas matemáticos permite identificar procesos estratégicos que pueden aplicarse en cualquier situación problema, dado que faculta al docente a conocer las limitaciones como aprendiz, estar consciente de la organización de la información para saber cómo usar y cuándo cada una de ellas es apropiada, identificar el problema a resolver, planificar estrategias apropiadas, chequear y supervisar la efectividad del plan diseñado para resolver el problema, evaluar la efectividad de los pasos anteriores para saber cuándo finaliza la tarea, dado que tambien implica la utilización de conocimientos adquiridos previamente, declarativos o procedimentales, acompañados del uso adecuado del concepto matemático a emplear desde la competencia matemática de resolución de problemas, haciendo relevante esta investigación como también abriendo una línea interesante a trabajar más adelante ya que se está centrando en las habilidades del docente.

En consecuencia, la presente investigación habilita la necesidad de analizar al docente desde el ejercicio de su rol, desde sus dominios conceptuales y teóricos especializados, como tambien identificar si la formación disciplinar y su experiencia en la enseñanza del tema a lo largo de los años permite evidenciar la capacidad de llevar estos conocimientos a escenarios prácticos en el aula, para orientar y solucionar problemas concretos de los procesos de enseñanza y aprendizaje, contemplado por el MEN (2011) sobre la definición de las competencias disciplinares; por lo tanto se analizarán las competencias de los docentes urbanos con formación en licenciatura de matemáticas y los urbanos con formación en licenciatura en básica primaria, profesores en ejercicio en el sector oficial que enseñan en básica primaria, muestra en la cual se desarrolla este trabajo. Pretendiendo que los resultados de la investigación permitan realizar una meta-reflexión pedagógica de la práctica docente y a su vez abrir una nueva línea de indagación sobre las competencias y dominios de los docentes que enseñan matemáticas a la luz de sus habilidades en la resolución de problemas y su eficiencia en los mismos desde la transposición didáctica del "saber sabio" propuesto por Chevallard (1978).

# 2. Capítulo dos. Marco de referencia

El marco referencial en esta investigación comprende los capítulos dos y tres. En este segundo capítulo, se presenta el estado del arte, en el tercero el marco teórico. Las temáticas que se abordan son: en primer lugar, la Metacognición y sus Estrategias; en segundo lugar, la Resolución de Problemas; en tercer lugar, la Fracción; en cuarto lugar, el Conocimiento del Docente Se espera de esta manera, dar una idea general sobre lo que se ha realizado en ellas, en forma individual.

## 2.1. Estado del Arte

### 2.1.1. La Metacognición y sus estrategias

Los procesos metacognitivos hacen referencia a la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje y desarrollar una conciencia y un control sobre los procesos de pensamiento y aprendizaje Flavell (citado por Iriarte, 2011).

En el proceso de la metacognición intervienen dos aspectos: 1) el conocimiento metacognitivo, Auto-valoración o conciencia metacognitiva la cual se refiere al conocimiento del individuo acerca de sus propios recursos cognitivos, de las demandas de la tarea y de las estrategias que se usan para llevar a cabo un trabajo cognitivo con efectividad. 2) el control ejecutivo, regulación de la cognición o auto- administración se trata de la habilidad para manipular, regular o controlar los recursos y estrategias cognitivas con la finalidad de asegurar la terminación exitosa de una tarea de aprendizaje o solución de problemas. Incluye, entre otras, las actividades de planeación, monitoreo, revisión, y evaluación (Iriarte, 2011).

Atendiendo a las anteriores consideraciones, este estudio presenta algunas investigaciones realizadas dentro del proceso de la metacognición.

A nivel Internacional, Curotto (2010), docente de la Universidad de Catamarca en Argentina, en un artículo para una revista, trabaja la “La metacognición en el aprendizaje de la matemática”. Concibe la metacognición como un producto del conocimiento que se refiere a lo que sabemos sobre nosotros, y como un proceso, a las actividades de planificación, supervisión y regulación del aprendizaje. Su objetivo estaba encaminado a explorar las estrategias metacognitivas que puedan acompañar la construcción del conocimiento, el desarrollo de estrategias cognitivas, la integración de saberes y cómo los docentes deben de utilizarlas en todos los niveles.

Además, aborda las estrategias para el aprendizaje de las matemáticas, con ejemplos útiles para el docente del área que quiera trabajar con la metacognición. Concluye proponiendo un análisis a priori de estrategias docentes cuya intención es desarrollar la metacognición en los alumnos en clases de matemática, estrategias que permitan formar al alumno en el control de sus concepciones epistemológicas, en el de la propia comprensión, formulando preguntas, resolviendo problemas, regulando y evaluando su propio aprendizaje.

Foures (2011) en un artículo académico sobre Reflexión Docente y Metacognición, realiza una mirada sobre la formación de formadores, abordando el tema de la metacognición en docentes y efectuando una reflexión sobre el particular. Se realizó en el Centro Regional Universitario Bariloche, Patagonia, adscrito a la Universidad Nacional del Norte Comahue, Provincia de Río Negro, Argentina. La metodología es un estudio de caso, a través de talleres, con docentes en formación en la Universidad quienes manifestaron preocupación por el poco espacio que tienen para reflexionar sobre su práctica docente que llevaban diariamente y la necesidad de mejorar la calidad y eficacia de su labor docente, en particular en el trabajo de aula y específicamente la planeación de clases y los diarios de ruta.

Una práctica docente reflexiva implica reconocer en los docentes un papel activo, con capacidad de pensar, de formular los propósitos y finalidades de su trabajo y así ser generador de propuestas en el ámbito académico y de la organización institucional. Una de las conclusiones fue: los docentes tienen dificultades para la escritura y dificultad para compartir las producciones personales ya sea de planificación o de diario de ruta. Otra es la dificultad que tienen los docentes para establecer relaciones entre teoría y práctica. Otra fue que el uso de procesos metacognitivos, ayudaría a los docentes a generar y establecer estas relaciones al lograr revisar y reconocer sus propias estrategias de conocimiento y planificación utilizadas en su práctica cotidiana y el hacerse conscientes que el diálogo, acciones y reflexiones con sus pares, posibilita una toma de conciencia sobre las estrategias de conocimiento del docente que sustenta su práctica diaria.

Finalmente, los docentes lograron reconocer que al experimentar la aplicación de la metacognición dentro de la praxis pedagógica reconocieron sus propios procesos cognitivos, lo cual les permitirá ayudar a sus estudiantes a alentar y cultivar una disposición favorable para la reflexión, condición intrínseca de la metacognición.

Peñalva (2010) en su artículo “Las Matemáticas en el desarrollo de la metacognición” indica que el desarrollo del pensamiento lógico es un apoyo instrumental para la metacognición en el planteamiento y solución de problemas en matemáticas. Manifiesta que las competencias metacognitivas son la base para la capacidad de aprender a aprender. La metacognición hace referencia al conocimiento de los mecanismos responsables del conocimiento, al conocimiento de nuestras cogniciones (Brown, 1987); conocimiento de las operaciones mentales (percepción, atención, memorización, lectura, escritura, comprensión, comunicación, etc.), las cuales hacen relación a: “qué son, cómo se realizan, cuándo hay que usar una u otra, qué factores ayudan o interfieren en su operatividad, etc.” (Zevallos, citado por Calderón, 2013, p.82)

Concluye que “para el desarrollo de competencias metacognitivas, los contenidos matemáticos son tan importantes como la forma en que el docente desarrolla su proceso aprendizaje” (Penalva, 2010, p.13).

Silva (2006), realiza un artículo de reflexión sobre “Educación en Matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje”. En él hace un análisis y algunas proyecciones con enfoque metacognitivo, haciendo énfasis en los procesos internos que realiza una persona que aprende, en el área de matemática. “La perspectiva cognitiva estudia las operaciones, procesos y estrategias que utiliza la persona que aprende;” (p.2). Así mismo, informa sobre los aspectos generales de la metacognición, concepto, clasificación, componentes (conocimientos, procesos cognitivos, regulación de los procesos cognitivos), posibilidades de trabajo (Saber qué, Saber cómo).

Informa sobre el estado del arte de la interrelación entre metacognición y enseñanza, dividiéndola en tres partes: 1) metacognición de la Educación Matemática, incluyendo dominios, campos de investigación actuales y los referentes conceptuales que fundamentan la investigación metacognitiva. 2) Presenta los aportes de la Investigación Metacognitiva, en la enseñanza d escolares como en la formación del profesorado. 3) Comprende lo realizado en lectura comprensiva y el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos y la metacognición. Entre los tipos de investigación en metacognición se tienen: 1) Monitoreo (comprende procesos del pensamiento y estados del conocimiento) y 2) Control (voluntad de dirigir los procesos de pensamiento).

Habla sobre los dominios metacognitivos que operan a través del conocimiento metacognitivos y la experiencia metacognitiva. El primero se subdivide en conocimientos relativos a personas, a la exigencia de la tarea y a las estrategias empleadas para resolver los problemas. El segundo, es el de las experiencias metacognitivas al resolver problemas: por ejemplo, conocer sobre la complejidad del problema, distinguir la ruta, que tan lejos o cerca se está del éxito.

Aborda el control, el cual se subdivide en cuatro etapas: planificación, ejecución, supervisión y evaluación. En esta última los siguientes aspectos ayudan en el proceso de evaluación: la resolución de problemas, razonamiento, comunicación, conceptos matemáticos, procedimientos y Actitudes. Entre las áreas de investigación en metacognición se tiene: Análisis de los protocolos, el Estudio del Control Ejecutivo, el Estudio de la Regulación Interindividual y el Estudio de la Autorregulación, según Brown (1987).

Finaliza el artículo con unos objetivos para trabajar un modelo de aprendizaje basado en metacognición y las siguientes conclusiones: La toma de decisiones de quien aprende determina si se da o no se da el aprendizaje. El aprendizaje no es gratuito ni se da espontáneamente: quien aprende debe efectuar un trabajo para aprender significativamente, lo mismo que para desaprender una concepción. El aprendizaje es el resultado de una acción voluntaria por parte de quien aprende. Esta toma de decisión está fuertemente influenciada por el contexto, es decir, por las interpretaciones y percepciones previamente existentes en el individuo. El incremento en la toma de conciencia de quien aprende, sobre la naturaleza y los procesos involucrados en el aprendizaje, permite el cambio de las actitudes hacia el conocimiento, lo mismo que de los procedimientos utilizados en el aprendizaje. Quien aprende, frecuentemente, no es consciente de sus carencias, tanto en el plano conceptual como en el de las habilidades de aprendizaje.

Sarmiento (2007) en su tesis sobre *La Enseñanza de las Matemáticas y las NTIC. Una estrategia de Formación permanent*e aborda en el capítulo 2 del estudio, la conceptualización general sobre las Teorías del Aprendizaje (Conductismo, Cognitivismo y Constructivismo), sus diferencias, las Teorías de la Enseñanza iniciando con la tradicional, la técnica, la Heurística, Socio crítica, dando cuenta de los enfoques, objetivos, recursos, trabajos en grupo y las nuevas tecnologías. Su objetivo era hacer un compendio de estas teorías y su incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula de Matemáticas, utilizando las TIC.

Rocha (2006), en su tesis doctoral de grado titulada *Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una* *perspectiva ontosemiótica*, de la Universidad de Santiago de Compostela, realiza una revisión de literatura exhaustiva sobre la metacognición y las estrategias para resolución de problemas matemáticos. Su objetivo era estudiar las relaciones entre los procesos cognitivos y metacognitivos y las prácticas de resolución de problemas por parte de los estudiantes de colegios.

La pregunta general de investigación fue: ¿De qué manera podemos comprender las prácticas que realizan los estudiantes en el proceso de resolución de problemas a través de la integración de ciertos constructos teóricos del EOS (Educación Obligatoria Secundaria) y de la metacognición? ¿Qué relaciones podemos identificar entre las competencias metacognitivas de los estudiantes, evaluadas en nuestras tareas de Resolución de Problemas, y su rendimiento académico**?**

La metodología utilizada fue de tipo cualitativa y cuantitativa, siguiendo directrices de Bardin, Batanero, Crespo, Luna (citados por Rocha, 2006). La población estaba constituida por 192 estudiantes, distribuidos así: a) 15 alumnos de 3º/4º de E.S.O. (Educación para Adultos) del Instituto San Clemente de Santiago de Compostela b) 173 estudiantes de 3º de E.S.O. de tres Institutos Públicos de Santiago de Compostela: Gelmírez I (3 clases), Rosalía de Castro (4 clases) y San Clemente (2 clases). c) 4 alumnos del tercero curso de Magisterio (Educación Primaria) de la Universidad de Santiago de Compostela. Participaron, además, en el estudio, 9 profesores de Matemáticas de los mencionados Institutos y dos profesores de la Universidad de Santiago de Compostela que han participado como colaboradores en la recogida de datos.

La autora concluye que la Metacognición es de utilidad para comprender mejor las prácticas de los estudiantes, cuando resuelven problemas. Para resolver una tarea, el estudiante activa una serie de actividades metacognitivas, que se hallan en estado latente, a través de adecuadas gestiones metacognitivas, y observar la función de apoyo que desempeñan dichas gestiones para hacer progresar los conocimientos cognitivos. No se puede reflexionar sobre aquello que no se conoce, de modo que la cognición acaba por servir de apoyo para que la metacognición emerja.

Rodríguez (2005), realiza una investigación doctoral denominada *Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*, en la Universidad Complutense de Madrid, tiene en cuenta el problema generalizado de los estudiantes para resolver sus problemas matemáticos. Hace un recuento histórico sobre las diferentes etapas en la resolución de problemas, desde el pensamiento de Sócrates (s IV y V AC), Descartes (s.16 y 17), Dewey (1910), Polya (1945) y otros más.

La autora manifiesta que se "necesita con carácter urgente mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en la educación obligatoria. La sociedad y los educadores demandan esta formación" (p.18). Su objetivo era mejorar la instrucción en matemáticas de modo que facilite la capacidad de resolución de problemas de los alumnos, en la educación secundaria y la pregunta está en el mismo planteamiento: ¿Cómo mejorar la instrucción en matemáticas de modo que facilite la capacidad de resolución de problemas de los alumnos? Dice, además, que están preocupados en el ámbito de las matemáticas, al finalizar la enseñanza obligatoria, por la capacidad de los alumnos, para hacer frente a los desafíos que tendrán como ciudadanos en el futuro.

Rodríguez realizó un análisis sobre la bibliografía, respecto de las dificultades que tiene el estudiante en su capacidad para resolver problemas y el modo de mejorarla. Elaboró un modelo instruccional para resolver los problemas de las tareas matemáticas cotidianos, para evitar la ambigüedad existente sobre el particular y clarificar los diferentes conceptos. Describe como la teoría antropológica de la Didáctica, gracias al modelo que plantea, integra la resolución de problemas, con los aspectos metacognitivos del proceso enseñanza- aprendizaje. Aborda la relación entre cognición y metacognición, y finaliza con la propuesta de modelo para la Resolución de tareas matemáticas, antes descrita.

Como conclusión, Rodríguez (2005) manifiesta "se ha podido mostrar cómo la incorporación de una verdadera actividad de resolución de problemas en el aula a través de la propuesta, cuyo nombre es REI (Recorridos de Estudio e Investigación) implica un afloramiento de los aspectos metacognitivos" (p.299).

Calderón (2003) en el artículo denominado "Las estrategias cognitivas y la Resolución de Problemas" editado en una Revista de Buenos Aires, tiene como objetivo explicar a los docentes sobre aspectos teóricos de la metacognición, sus autores, principales exponentes, la historia del tema (conocer y controlar) definiendo la metacognición como el control deliberado y consciente de las actividades cognitivas. Las acciones metacognitivas son las autorregulatorias; la importancia que tiene para la enseñanza proponiendo un cambio de las prácticas pedagógicas, de pasiva a constructiva, capaz de lograr un alumno activo, pensante, capaz de comprender lo que está aprendiendo y la posibilidad de trabajar para conseguirlo. Incluye la necesidad de que el docente realice una reflexión permanente sobre sus prácticas y finaliza con una propuesta para enseñar las estrategias metacognitivas.

Bara (2001), en su tesis doctoral *Estrategias Metacognitivas y de Aprendizaje: Estudio Empírico* trabajó sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitivo y el dominio de las estrategias por parte de los estudiantes en Instituciones Educativas de Madrid. El objetivo era lograr un alumno activo en el proceso de aprender a través del uso de estrategias metacognitivas, las cuales ayudan a planificar, regular y evaluar el aprendizaje.

La metodología fue un pretest y postest, con dos grupos (experimental, al que se le aplica una intervención) y otro de control (no se le aplica el programa). La muestra fue de 177 adolescentes pertenecientes a instituciones Educativas de Madrid. Se aplican dos instrumentos Lassi y Acra. Concluyen que los resultados muestran un mayor rendimiento en la mayoría de las estrategias analizadas que conforman los instrumentos.

A nivel Nacional se han desarrollado varios estudios, entre los cuales se destacan los de Figueroa et al. (2016), quien en su tesis de maestría titulada *Metacognición De Docentes En Situación-Problema de Carácter Interpersonal entre Estudiantes en el Contexto Escolar* plantea una aproximación a la caracterización de procesos metacognitivos en docentes, estudio que se realizó en tres instituciones Educativas de Bogotá con profesores de los grados octavo y noveno.

A nivel metodológico la investigación, se apoyó en tres instrumentos: cuestionario de auto evaluación metacognitiva, entrevista semi-estructurada y tarea cognitiva. El primer instrumento, apuntó a identificar la autopercepción de los docentes en las estrategias metacognitivas de planeación, control y evaluación; los resultados obtenidos permitieron tipificar los veintidós docentes de la muestra y seleccionar a cinco de ellos identificados con el mayor perfil metacognitivo. Idearon un instrumento para caracterizar la autopercepción metacognitiva, que permitió la tipificación del uso de estrategias y la formulación de la ruta. Concluyeron que en el acontecer pedagógico diario de un docente, el control metacognitivo parece guiar la acción cuando no hay suficientes esquemas preestablecidos para lograr un objetivo particular. Por lo tanto, los procesos netacognitivos son necesarios para la toma de decisiones, la resolución de problemas, la selección de la estrategia y el rendimiento en las acciones no rutinarias, entre otras.

Carmi (2016) escribe un artículo académico sobre la Metacognición y cómo los docentes la potencian en sus alumnos, tomado de la Revista Edutopia, versión inicial de Marcus Convers y Donna Wilson, con traducción de Aravena Carla. En él se lee:

> … que el éxito académico de los estudiantes a veces depende de la capacidad de pensar de manera efectiva e independiente con el fin de hacerse cargo de su propio aprendizaje, dominando las habilidades fundamentales y cruciales, en su paso por el ámbito escolar (Carmi, 2016, p. 1).

Manifiesta que algunos docentes disfrutan al enseñar a los estudiantes cómo manejar una de las herramientas más poderosas del pensamiento: la metacognición, o la capacidad de pensar en sus pensamientos, con el objetivo de mejorar en el aprendizaje.

Además, afirma que la metacognición se puede aprender cuando se enseñar, y se práctica de través de contenidos y contextos de forma explícita. Explican cómo se están realizando Investigaciones en la U. College de Londres respecto del sitio en el cerebro donde la metacognición se produce (corteza prefrontal anterior) y hasta qué punto ésta área del cerebro contribuye a la habilidad crítica de la metacognición.

Castellón, Cassiani y Pérez (2015) en su tesis de maestría titulada *Propuesta con Estrategias Metacognitivas para fortalecer la comprensión lectora a través de ambientes virtuales de aprendizaje para estudiantes* realizan una Investigación con la Universidad de la Costa, en Barranquilla, con el objetivo de diseñar una propuesta didáctica fundamentada en estrategias metacognitivas para fortalecer la comprensión lectora en ambientes virtuales de aprendizaje.

En la metodología realizaron un diseño cuasi experimental a un grupo de control y otro experimental, con alumnos de sexto grado de enseñanza media que presentaban problemas de comprensión lectora, utilizando un pretest y postest para medir el nivel de comprensión. Concluyen: los estudiantes que utilizaron las estrategias mejoraron significativamente su nivel de comprensión lectora comparado con el grupo de control. Los resultados además demuestran que utilizando las estrategias metacognitivas constituye en gran parte una solución efectiva, replicable y de bajo costo de implementación que aporta al principal actor en este proceso formativo y de aprendizaje “el estudiante” a la construcción de conocimiento autónomo.

Marroquín (2012) en un artículo de reflexión sobre investigación a nivel de PhD, denominado “Los procesos metacognitivos en la enseñanza: relación conceptual y realidad en el aula” tiene como tema general la relación del saber pedagógico y su ejecución en el aula de clase en docentes en formación y en ejercicio. El objetivo fue ampliar situaciones que evidencien la vigencia de procesos posibilitadores de un mayor nivel de calidad de la docencia, teniendo como punto de partida la formación de docentes con enfoque constructivista. La investigación fue realizada en una Institución de Educación Media de Pasto, con posibilidades de hacerla extensiva a la Educación Superior.

La pregunta de la investigación fue: ¿Cuáles son las facilidades o las interferencias relativas a los procesos metacognitivos y autorreguladores del aprendizaje, de las estudiantes en el aula de clase, dentro del quehacer docente de un grupo de profesores(as) del Liceo de la Merced Maridíaz de la ciudad de Pasto? La respuesta mediante el trabajo investigativo, dejó otros interrogantes y nuevas propuestas de investigación, por ejemplo: ¿Cuál es el resultado de la aplicación de un programa de metacognición y estrategias de aprendizaje, respecto al mejoramiento del rendimiento académico? ¿Qué relación existe entre los estilos de docencia y la formación de maestros en estudios de caso?

Como conclusiones se tienen:

> Los maestros asumieron los procesos metacognitivos, obteniendo logros por la planeación de estrategias debidamente respaldados con hechos observables y los docentes que experimentaron la autoevaluación sobre los patrones de su docencia, pueden realizar autorregulación de sus actividades en el aula y a la vez motivar a los estudiantes para que se autorregulen en sus aprendizajes y hacerlos autónomos. La metacognición como proceso aplicable desde la docencia está vigente, por su eficacia debe entrar a formar parte de los programas de perfeccionamiento docente en las instituciones de todos los niveles de la educación. El análisis y tipificación de algunas formas de evidenciar la relación teórico práctica de procesos cognitivos, metacognitivos y desarrollo de estrategias docentes en el aula, no es estática por el dinamismo del conocimiento; todo docente está en constante perfeccionamiento en el ser, el saber y saber hacer (p. 64).

Buitrago et al, (2012) en su investigación *Procesos de regulación metacognitiva presentes en la Resolución de Problemas* presenta las estrategias utilizadas en la búsqueda de huellas metacognitivas en los procesos de aprendizaje y resolución de situaciones problemáticas en estudiantes de último grado de educación media, de una institución oficial de la ciudad de Armenia, Quindío, Colombia. El objetivo de la investigación era identificar los procesos de regulación, mediante el seguimiento de las acciones metacognitivas de planeación, control y evaluación que emplean los estudiantes, durante sus procesos de resolución de problemas en matemáticas.

En la metodología se trabajó con veinte estudiantes de último grado de la Institución pública Las Colinas, de la ciudad de Armenia, Quindío, de estrato socio económica bajo, mediante una investigación de tipo cualitativo con características comprensivas y método inductivo; se pretendía identificar los procesos de regulación metacognitiva y no cuantificar los resultados.

Respecto del diseño metodológico, se inició con una prueba de entrada, seguida de una serie de talleres escritos qué acompañados por auto informes, puestas en común y grabaciones del proceso de resolución de problemas, permitieron hacer la indagación de procesos de regulación metacognitiva. Después se realizó la intervención mediante los talleres que indagaban acerca de las estrategias metacognitivas empleadas en la resolución de problemas y su relación, mediante un cuestionario sobre la planeación, control y evaluación que dieron cuenta de los procesos de regulación metacognitiva.

El autor concluyó que existe la necesidad de diseñar instrumentos para la indagación de procesos de regulación metacognitiva, que permitan la visualización de los mismos. Además, es necesario crear una cultura en el aula de exteriorización del pensamiento, en la cual los estudiantes deban acostumbrarse a reflexionar y discutir con respecto a sus propios procesos cognitivos. Orientar al estudiante a que se cuestione, revise, planifique, controle y evalúe su propia acción de aprendizaje.

Por otro lado, Iriarte (2011) en su trabajo de investigación denominado *Estrategias metacognitivas en la Resolución de Problemas matemáticos, en estudiantes de quinto básica primaria* muestra la influencia de la implementación de la didáctica con enfoque metacognitivo, para desarrollar la habilidad de resolución en problemas matemáticos, con estudiantes de básica primaria. El objetivo era trabajar las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticas. El diseño utilizado fue cuasi-experimental, con cuatro grupos. La intervención se realizó en cuatro fases: instrucción directa, el modelado metacognitivo, la práctica guiada y el aprendizaje cooperativo. Se realizaron comparaciones intra e inter-grupos, donde se estableció diferencias significativas que corroboraron la efectividad de las estrategias empleadas.

La pregunta de la investigación fue: ¿Cuál es la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo? Iriarte, concluye como recomendación de la investigación: “la preparación de los docentes en la aplicación en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, contribuye al desarrollo de competencias metacognitivas en el aula, aportando al aprendizaje autónomo de los estudiantes” (p.170).

Flórez O., (2000) en su artículo denominado "Autorregulación, metacognición y evaluación" de la Universidad de Antioquia, Colombia y editado en la Revista Acción Pedagógica, aborda la metacognición como proceso autorregulador del aprendizaje, el cual puede potenciarse gracias a una adecuada intervención docente. Su objetivo era reflexionar sobre los diferentes aspectos metacognitivos que inciden en el logro de la tarea propuesta, realizando el estudio a través de las teorías y metodologías educativas (conductista, constructivista, cognitiva, tradicional), contrastándolas con las actividades que realizan los docentes en su proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo cual, señala:

> El maestro debería dedicarse no a transmitir conocimientos, sino a crear ambientes cognitivos de aprendizaje a sus alumnos, por ejemplo: proponer a los alumnos tareas y retos reales, que la solución de la tarea exija práctica en el contexto natural real y que el alumno pueda observar a otros haciendo lo que se espera que él aprenda (p.4).

Así mismo explica el autor que:

> la metacognición debe considerarse una evaluación verdadera y pedagógica, que obre en consecuencia con los principios de una enseñanza basada en los conocimientos y progresos del estudiante; como también, la relación estrecha e inseparable que existe entre los procesos de aprender, enseñar y evaluar (p.1).

Concluye que las actividades y procedimientos metacognitivos se pueden enseñar a los alumnos de manera intencional y explícita, y específicamente para cada problema. También que los buenos alumnos son aquellos que logran mejorar, controlar y evaluar su actividad de aprendizaje, gracias a su autoconocimiento y su motivación respecto de la materia o tarea propuesta.

Acosta & Joya (S/F) en su investigación titulada *Estrategias metacognitivas asociadas a la solución de problemas multiplicativos* reportan los resultados obtenidos con los estudiantes de tercer grado del Gimnasio Campestre, en el uso de estrategias metacognitivas en solución de problemas multiplicativos. El objetivo era el de implementar una estrategia general que contribuyera al desarrollo de las habilidades metacognitivas de los estudiantes para resolver problemas multiplicativos. Trabajaron el enfoque metodológico cualitativo interpretativo con estudio de caso. Realizaron una propuesta de enseñanza centrado en las estrategias metacognitivas para identificar aquellas que más usan los estudiantes y que fueran efectivas para resolver los problemas propuestos.

Como conclusiones, indican que lograron los objetivos propuestos, puesto que la propuesta permitió hacer observables los procesos metacognitivos en las diferentes etapas trabajadas. Así mismo, pudieron describir las estrategias utilizadas por los estudiantes, mediante la aplicación de la estrategia general.

*Tabla 2.*

*Síntesis del estado del arte sobre la metacognición.*

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional. Universidad de Catamarca, Argentina. |
| Nombre Autor /Año | Curotto, M.,2010 |
| Clase | Artículo doctoral |
| Nombre Tesis | Metacognición en el aprendizaje de las matemáticas |
| Objetivos/Acciones | Explorar las estrategias metacognitivas que puedan acompañar la construcción del conocimiento, el desarrollo de estrategias cognitivas, la Integración de saberes y cómo los docentes deben de utilizarlas en todos los niveles. |
| Conclusiones | Concluye proponiendo un análisis a priori de estrategias docentes para desarrollar la metacognición en los alumnos en clases de matemática, estrategias que permitan formar al alumno en el control de sus concepciones epistemológicas, su comprensión, formulando preguntas, resolviendo problemas, regulando y evaluando su propio aprendizaje. |
| Categoría | Descripción |
| Nivel/Lugar | Internacional, Mèxico |
| Clase | Artículo Revista Política y Cultura |
| Nombre Autor /Año | Peñalva, L.P. 2010 |
| Nombre Tesis | Las Matemáticas en el desarrollo de la Metacognición |
| Objetivos/Acciones | Las competencias metacognitivas son la base para la capacidad de aprender a aprender. |
| Conclusiones | Para el desarrollo de competencias metacognitivas, los contenidos matemáticos son tan importantes como la forma en que el docente desarrolla su proceso aprendizaje |
| Categoría | Descripción |
| Nivel/Lugar | Internacional,  U. del Norte, Comahue, Argentina |
| Clase | Artículo Académico de Reflexión |
| Nombre Autor /Año | Fourés, C.I. 2011 |

| | |
|---|---|
| Nombre Tesis | Reflexión docente y Metacognición |
| Objetivos/Acciones | Compartir las problemáticas que se presentan en su trabajo cotidiano, para realizar sobre ellas una reflexión en común e intentar así contribuir al mejoramiento de la práctica, debido a la singular importancia al detectan la dificultad que encuentran los docentes para trabajar sobre sus procesos Metacognitivos |
| Conclusiones | Consideran que los docentes al experimentar con la aplicación de la metacognición dentro de la praxis pedagógica lograron reconocer sus propios procesos cognitivos y así ayudar a sus estudiantes a alentar y cultivar una disposición favorable para la reflexión y la metacognición. |
| Categoría | Descripción |
| Nivel/Lugar | Internacional, Universitat rovira i virgili |
| Clase | Tesis Doctoral |
| Nombre Autor /Año | Sarmiento,S.M, 2007 |
| Nombre Tesis | Enseñanza de las Matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente |
| Objetivos/Acciones | Su objetivo era hacer un compendio de teorías y su incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula de Matemáticas, utilizando las Tics |
| Conclusiones | Concluye dando cuenta de los enfoques, objetivos, recursos, trabajos en grupo y las nuevas tecnologías, para trabajar las Matemáticas en el aula.<br>Se debe introducir cambios en los materiales, la organización del aula en cuanto a horarios, tiempos y agrupación; también modificar las estrategias que habitualmente se usan en una clase tradicional y para ello el docente debe estar dispuesto, modificar su actitud, así como su conocimiento profesional sobre los recursos tecnológicos pues “el modo en que se evalúa, se da soporte a los estudiantes debe tener en cuenta las características de la tecnología. |
| Categoría | Descripción |
| Nivel/Lugar | Internacional, Buenos Aires |
| Clase | Artículo de tesis |
| Nombre Autor /Año | Calderon, L., 2003 |
| Nombre Tesis | Las estrategias cognitivas y la Resolución de Problemas. |
| Objetivos/Acciones | Objetivo explicar a los docentes sobre aspectos teóricos de la metacognición, sus autores, principales exponentes, la historia del tema (conocer y controlar) |
| Conclusiones | Necesidad de un cambio de las prácticas pedagógicas, de pasiva a constructiva, capaz de lograr un alumno activo, pensante, capaz de comprender lo que está aprendiendo y la posibilidad de trabajar para conseguirlo.<br>Incluye la necesidad de que el docente realice una reflexión permanente sobre sus prácticas y finaliza con una propuesta para enseñar las estrategias metacognitivas |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, U. Complutense Madrid |
| Clase | Tesis doctoral |
| Nombre Autor /Año | Rodríguez, E., 2005 |
| Nombre Tesis | Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico |
| Objetivos/Acciones | Su objetivo era mejorar la instrucción en matemáticas de modo que facilite la capacidad de resolución de problemas de los alumnos. Aborda relación entre cognición y metacognición |
| Conclusiones | La incorporación de una actividad de resolución de problemas en el aula a través de la propuesta REI (Recorridos de Estudio e Investigación) implica un afloramiento de los aspectos metacognitivos. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, Universidad Complutense, Madrid. |
| Clase | Tesis doctoral |
| Nombre Autor /Año | Bara Sosa, P.M., 2001 |
| Nombre Tesis | Estrategias Metacognitivas y de Aprendizaje: Estudio Empírico |
| Objetivos/Acciones | El objetivo era lograr un alumno activo en el proceso de aprender a través del uso de estrategias metacognitivas, las cuales ayudan a planificar, regular y evaluar el aprendizaje. |
| Conclusiones | Se aplican dos instrumentos: Lassi y Acra.<br>Concluyen que los resultados muestran un mayor rendimiento en la mayoría de las estrategias analizadas que conforman los instrumentos. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Nacional, Universidad Javeriana Bogotá |
| Clase | Tesis de Maestría |
| Nombre Autor /Año | Figueroa et al., 2016 |
| Nombre Tesis | Metacognición de docentes en situación-problema de carácter interpersonal entre estudiantes en el contexto escolar |
| Objetivos/Acciones | Caracterizar los procesos metacognitivos en docentes, que se realizó en tres instituciones Educativas de Bogotá con profesores de los grados octavo y noveno. |
| Conclusiones | Los resultados obtenidos permitieron tipificar los veintidós docentes de la muestra y seleccionar a cinco de ellos identificados con el mayor perfil metacognitivo. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Nacional, Gimnasio Campestre, Compartir Bogotá. |

| | |
|---|---|
| Clase | Resumen tesis. |
| Nombre Autor /Año | Acosta & Joya, (S/F) |
| Nombre Tesis | Estrategias metacognitivas asociadas a la solución de problemas multiplicativos |
| Objetivos/Acciones | El objetivo era implementar una estrategia general que contribuyera al desarrollo de las habilidades metacognitivas de los estudiantes para resolver problemas multiplicativos. |
| Conclusiones | Concluyen que son observables los procesos metacognitivos en las diferentes etapas trabajadas. Así mismo describen las estrategias utilizadas por los estudiantes, mediante la aplicación de la estrategia general. |

Nota: Elaboración por la autora.

En síntesis, al observar el Estado del Arte en Metacognición se puede afirmar que las investigaciones estudian, en su mayoría, los procesos metacognitivos en estudiantes y docentes. Los investigadores concluyen que es importante cualificar a los docentes en teoría y técnicas metacognitivas, ya que este conocimiento favorece tanto a docentes como estudiantes en su proceso de aprendizaje y en la calidad educativa, por cuanto los estudiantes que trabajan las estrategias metacognitivas se vuelven autónomos y adquieren éxito en sus tareas escolares. Por otra parte, las Instituciones Educativas deben propender por generar espacios de reflexión para sus docentes, con el fin de que ellos puedan entrar en procesos de dialogo con sus pares, en aspectos de planeación, evaluación, realización de clases y otras actividades propias de las clases y no son pérdidas de tiempo.

### 2.1.2. Estado de Arte sobre la enseñanza de la competencia de Resolución de Problemas

Enseñar a docentes y de paso, en un futuro, a los estudiantes a resolucionar problemas es una tarea sentida en esta investigación, por cuanto, en primer lugar, debe hacer parte de la praxis de todo docente; en segundo lugar, es un deber de las Instituciones Educativas velar porque se impartan conocimientos que desarrollen en los estudiantes habilidades y adquieran herramientas didácticas para aprender mejor los temas impartidos en el aula, siendo una de las más importantes, la capacidad para resolver problemas (MEN, 2006).

La resolución de problemas ha tomado fuerza en el campo investigativo, debido a la importancia que esta tiene en el desarrollo de competencias para la vida de las personas, es así como en diferentes documentos tanto internacionales como nacionales, resaltan su valor y la necesidad del desarrollo de esta competencia (Informe Cockcroft, 1982; PISA 2006; Lineamientos Curriculares de Matemática, 1998). La Resolución de Problemas es un estado que genera un proceso mental, en el cual, quien aprende combina variedad de elementos, conocimientos, destrezas, habilidades, capacidades, reglas y conceptos adquiridos de manera previa que admiten dar solución a una situación nueva.

Sin embargo, Delgado (1998), afirma que el resolver problemas es una habilidad matemática que permite encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución del problema. Otras concepciones, describen la Resolución de Problemas como la competencia que se desarrolla a partir de diferentes estrategias del proceso enseñanza- aprendizaje (Iriarte, 2011).

Por tales razones, a continuación, se da a conocer el resultado de la búsqueda sobre estudios e investigaciones que abordan esta temática:

A nivel Internacional, Escalante (2015) en su trabajo de investigación denominado *Método Polya en la Resolución de Problemas matemáticos,* hizo un estudio con estudiantes de grado quinto primaria, de la Escuela Rural Mixta Bruno Emilia Villatoro López del municipio de la Democracia del departamento de Huehuetenango, Guatemala, sobre la determinación de pasos del método Polya, en la Resolución de problemas matemáticos, con el propósito de formar estudiantes en competencias cognitivas, constructores e innovadores.

Utilizó la metodología cuantitativa con diseño cuasi experimental, con una distribución probabilística. La muestra fue de 25 estudiantes, con edades comprendidas entre los 9 y 11 años, que cursaban quinto de primaria. Los procesos fueron: primero, observación, luego una pre-evaluación, seguida de una pos-evaluación, con la finalidad de comprobar la efectividad del método Polya, para la resolución de problemas matemáticos. El autor concluye: con la aplicación del proceso, los estudiantes ahora trabajan analíticamente, de forma racional, comparten ideas, criterios e intereses, fomentando la unidad y el trabajo.

Castro (2008) en su investigación denominada *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencia en España*, para la Universidad de Granada, realizó un estudio en el tiempo, sobre las Ideas, tendencias e influencia de los estudios de Resolución de Problemas en España. Su objetivo era identificar sobre cómo está el estado el arte de los estudios de Resolución de Problemas (R.P.) en España y su incidencia en la educación en ese país.

La metodología empleada fue una búsqueda deductiva de los estudios de R.P. a nivel nacional e internacional. Las conclusiones a las que llegó se centran en: 1) necesidad de atender a los estudiantes que tienen talento matemático en las aulas escolares, 2) hay factores en los estudiantes que inciden en la elección de estrategias para solucionar los problemas matemáticos, y 3) se hace necesario cambiar la actitud de los estudiantes hacia el estudio matemático.

Por otro lado, García T., García A. & Santarelli (2004), en su investigación denominada "Los procesos metacognitivos en la Resolución de Problemas y su implementación en la práctica docente" consideran la resolución de problemas y el análisis de protocolos como herramientas metacognitivas que permiten el aprendizaje de contenidos matemáticos, a través de la reflexión de los alumnos y docentes en los procesos de resolución. Los momentos trabajados fueron: cátedras compartidas sobre la resolución de problemas, confección de protocolos, planificación e implementación de situaciones problemáticas, con la participación de todos los involucrados; interpretación de la experiencia y análisis de protocolos. La población estaba compuesta por dos profesoras licenciadas: una de matemáticas y otra de filosofía y pedagogía; 25 estudiantes para profesores del Instituto Superior de Formación Docente; y dos docentes y once alumnos de quinto año de Carmen de Patagones, Provincia de Buenos Aires, Argentina. Uno de los aspectos de la investigación y su conclusión principal fue: la experiencia de compartir el aula de clase, entre la docente profesional y la de básica primaria, trabajando en forma conjunta las situaciones de enseñanza aprendizaje. También concluyeron que fue una búsqueda de la "buena enseñanza", aprendiendo de los otros y ayudando a aprender.

González (2002), en su investigación titulada *Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en resolución de problemas*, hace un estudio que buscaba responder las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las posibilidades de utilización didáctica de la resolución de problemas en el contexto del aula de clases de Matemática? ¿Se puede explicar el desempeño en Matemática de los estudiantes, tomando en cuenta la calidad de su funcionamiento cognitivo y metacognitivo? ¿Cuáles son los procesos superiores de funcionamiento intelectual que utilizan los estudiantes? ¿Cuál es su repertorio de herramientas de pensamiento formal, cómo lo usan, qué conocen acerca de la cognición humana? y, ¿Cómo manejan sus propios recursos cognitivos y qué grado de conciencia tienen acerca de ellos? Su objetivo fue la búsqueda de la solución de problemas matemáticos con texto planteados por el profesor. La actividad desarrollada permitió derivar un modelo didáctico basado en la resolución de problemas, enfatizando la toma de conciencia. El autor utilizó técnicas de observación participante, enmarcadas en una investigación cualitativa del tipo Estudio de Caso

En esta investigación se adoptó una perspectiva cognoscitivista del aprendizaje basada en un modelo del procesamiento humano de información, a partir del cual se construyó una interpretación cognitiva del desempeño académico en Matemática. A partir de la experiencia del autor, son dos las conclusiones principales: 1) la posibilidad de "Hacer Matemática" utilizando la resolución y problemas, y 2) el carácter del papel protagónico que debe desempeñar el docente como mediador de los procesos cognitivos y metacognitivos asociados con la actividad resolutoria.

De otra parte, Pifarré et al. (2012) realizan una investigación con estudiantes del curso tercero del Instituto de Secundaria Ronda de la ciudad de Lleida, España, sobre "La enseñanza de estrategias de Resolución de Problemas matemáticos, un ejemplo concreto" donde priorizan el aprendizaje de Estrategias Cognitivas, Metacognitivas y Heurísticas de Resolución de Problemas y los principales resultados obtenidos. El estudio centra sus esfuerzos en diseñar e implementar un proceso de enseñanza que amplíe y mejore el repertorio de estrategias de los estudiantes, para resolver problemas en campos específicos.

Su objetivo era que los estudiantes fueran competentes en el campo de las matemáticas, específicamente por la utilidad de la enseñanza de resolución de problemas para la vida cotidiana de los estudiantes y el incremento en la significatividad del aprendizaje de los contenidos matemáticos, tanto de tipo conceptual, como procedimental y actitudinal.

Sus conclusiones fueron:

1) la posibilidad de mejorar las estrategias para resolver problemas de los alumnos de ESO y la incidencia positiva que este aprendizaje tiene en su rendimiento en el área de las matemáticas, 2) la incidencia positiva, en el aprendizaje de los alumnos, de cuatro elementos de la propuesta didáctica analizada y que, desde su punto de vista, tendrían que estar presentes en el diseño de propuestas de enseñanza-aprendizaje que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas matemáticos de los alumnos: a) contextualizar los problemas a resolver por el alumno en situaciones cotidianas de su entorno, b) utilizar métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema, proceso poco conocido desde el punto de vista del alumno, c) diseñar

diferentes tipos de materiales didácticos que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los diferentes procedimientos para resolver un problema, y d) crear espacios de discusión y de reflexión alrededor de este proceso como, por ejemplo, el trabajo en pequeños grupos o en parejas (p.11).

Vilanova et al, (2001) en el artículo académico a nivel del departamento de Matemáticas de la Universidad del Mar de Plata, Argentina, titulado: "La Educación Matemática, el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje" explican sobre el papel que desempeña la resolución de problemas en la Educación Matemática. Este es central en la enseñanza y el aprendizaje del área.

Primero explican lo que significa educación matemática, luego resolución de problemas y su significado a través del tiempo. Por ejemplo, un significado es que la Resolución de problemas es frecuentemente vista como "una de tantas habilidades a ser enseñadas en el currículo de problemas". Otro significado es que "resolver problemas es hacer matemática". Trabajan a Polya y su pensamiento.

Luego, informan sobre las últimas investigaciones en Matemáticas con autores como Lester, Shoenfeld y Kilpatrick, sus postulados, trabajos y las temáticas: a) la determinación de la dificultad en los problemas, b) las distinciones entre buenos y malos resolutores de problemas, c) la instrucción en resolución de problemas, y d) el estudio de la metacognición. Posteriormente, analizan los factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos. Una de las conclusiones es que existe urgente necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de "cómo enseñar a través de la Resolución de Problemas".

También Gross (1999), realizó una investigación denominada "La enseñanza de estrategias de Resolución de Problemas mal estructurados" de la Universidad de Barcelona, allí aborda las principales teorías que existen sobre estrategias para la Resolución de Problemas, así como los métodos para identificarlas. Manifiesta que estas estrategias se pueden utilizar de forma sistemática para ayudar a resolver los problemas. Además, estudia los procesos, técnicas y estrategias que se utilizan para la solución de problemas complejos, mal definidos y mal estructurados. La autora manifiesta, que en la resolución de problemas juega un papel importante la transferencia. Concluye que se debería ayudar a los estudiantes a que las diversas habilidades que fueran adquiriendo deberían aplicarlas a diferentes contextos. Por eso la transferencia debería enseñarse como habilidad metacognitiva.

A nivel Nacional, se destacan estudios como el de Cárdenas & González (2016), quien en su tesis titulada *Estrategia para la Resolución de Problemas Matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en Estudiantes del Grado Octavo del Instituto Francisco José de Caldas* abordaron el tema de la Resolución de Problemas. Su objetivo fue determinar las estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de razonamiento matemático con el fin de implementar una estrategia didáctica basada en los principios de Polya y mediada por el uso de las TIC, que permita mejorar este proceso en estudiantes del grado octavo del Instituto técnico Francisco José de Caldas. La pregunta abordada fue ¿Cuáles son las estrategias que utilizan los estudiantes del Instituto Francisco José de Caldas para resolver problemas matemáticos?

La metodología empleada incluyó un enfoque cualitativo, con principios metodológicos de la investigación descriptiva, siguiendo a Hernández (2006) quién la define con el propósito de describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos; esto es, detallar cómo son y se manifiestan; es decir, midiendo, evaluado o recolectando datos sobre diversos conceptos (variables), aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar.

Las conclusiones obtenidas fueron: al implementar el Método de George Polya, los estudiantes encontraron un camino tranquilo y pausado para llegar a la consecución de la respuesta al problema de razonamiento matemático, siguiendo cada una de las etapas. Los porcentajes de la prueba diagnóstico con la prueba de salida para la aprobación de las mismas, varió en un 42% a favor, lo cual significa el mejoramiento por parte de los estudiantes de su proceso de resolución de problemas matemáticos. Por medio del Método Polya, no solo se reforzó la parte de resolución de problemas, sino que también se evidencio que los estudiantes tenían que recurrir a sus conocimientos matemáticos, ya que debían resolver ecuaciones, hacer operaciones, interpretar diagramas y operar algebraicamente (Cárdenas y González, 2016).

*Tabla 3.*

*Síntesis del estado del arte sobre resolución de problemas*

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional<br>Municipio de La Democracia departamento Huehuetenango, Guatemala |
| Clase | Tesis |
| Nombre Autor /Año | Escalante, S. 2015 |

| | |
|---|---|
| Nombre Tesis | Método Polya en la Resolución de Problemas matemáticos |
| Objetivos/Acciones | Determinación de pasos del método Polya, en la Resolución de problemas matemáticos, con el propósito de formar estudiantes en competencias cognitivas, constructores e innovadores. |
| Conclusiones | Con la aplicación del proceso, los estudiantes ahora trabajan analíticamente, de forma racional, comparten ideas, criterios e intereses, fomentando la unidad y el trabajo. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional , U. de Granada, España |
| Clase | Tesis |
| Nombre Autor /Año | Castro (2008) |
| Nombre Tesis | Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencia en España |
| Objetivos/Acciones | El objetivo era identificar sobre cómo está el estado el arte de los estudios de Resolución de Problemas (R.P.) en España y su incidencia en la educación en ese país. |
| Conclusiones | 1) Necesidad de atender a los estudiantes que tienen talento matemático en las aulas escolares. 2) Hay factores en los estudiantes que inciden en la elección de estrategias para solucionar los problemas matemáticos. 3) Se hace necesario cambiar la actitud de los estudiantes hacia el estudio matemático. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, U. Nacional de Villa María, Córdoba, Argentina |
| Clase | Libro Cap.11 |
| Nombre Autor /Año | González, F. 2002 |
| Nombre Tesis | Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en resolución de problemas |
| Objetivos/Acciones | Examinar la dinámica cognitiva y metacognitiva de un grupo de estudiantes de profesorado, participantes de un curso, diseñado para propiciar la actividad intelectual de estos sujetos mediante la búsqueda de la solución de problemas matemáticos con texto planteados |
| Conclusiones | 1) la posibilidad de “Hacer Matemática” utilizando la resolución de problemas; y 2) el carácter del papel protagónico que debe desempeñar el docente como mediador de los procesos cognitivos, Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática, (cognitivos y metacognitivos asociados con la actividad resolutoria). |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional<br>U. Pedagógica Libertadores, Caracas, Venezuela |
| Clase | Artículo de Investigación sobre tesis Maestría |
| Nombre Autor /Año | Pérez & Ramírez,, 2010 |

| | |
|---|---|
| Nombre Tesis | Estrategias de enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos |
| Objetivos/Acciones | Analizar los fundamentos teóricos y metodológicos tanto, de la resolución de problemas matemáticos como de las estrategias para su enseñanza. La resolución de problemas constituye el centro de la Matemática, el docente puede valerse de ella para enseñar esta disciplina, sin embargo, los docentes trabajan con sus estudiantes ejercicios rutinarios, mecánicos que distan mucho de estimular los procesos cognoscitivos necesarios entre los estudiantes |
| Conclusiones | Es importante que los docentes conozcan lo que representa realmente un problema, las taxonomías que existen al respecto, sus características, etapas de resolución, así como también sobre las estrategias para su enseñanza, de manera que puedan crear enunciados creativos, originales y variados que constituyan un reto para los estudiantes e impliquen un esfuerzo cognoscitivo al resolverlos, en este sentido, se espera que el presente marco conceptual contribuya con la formación y actualización del docente en el área y que le permita introducir mejoras de las estrategias de enseñanza que utiliza para la resolución de problemas matemáticos. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, Carmen de Patagones, Provincia de Buenos Aires, Argentina |
| Clase | García & Santarelli, 2004 |
| Nombre Autor /Año | Tesis |
| Nombre Tesis | Los procesos metacognitivos en la Resolución de Problemas y su implementación en la práctica docente |
| Objetivos/Acciones | El análisis de protocolos como herramientas metacognitivas que permiten el aprendizaje de contenidos matemáticos, a través de la reflexión de los alumnos y docentes en los procesos de resolución. |
| Conclusiones | La experiencia de compartir el aula de clase, entre la docente profesional y la de básica primaria, trabajando en forma conjunta las situaciones de enseñanza aprendizaje. También, que fue una búsqueda de la "buena enseñanza", aprendiendo de los otros y ayudando a aprender. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Nacional, U. Libre. Bogotá, Colombia |
| Clase | Tesis Maestría |
| Nombre Autor /Año | Cárdenas & González, 2016 |
| Nombre Tesis | Estrategia para la Resolución de Problemas Matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las Tic |
| Objetivos/Acciones | Determinar las estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de razonamiento matemático |
| Conclusiones | Al implementar el Método de George Polya, los estudiantes encontraron un camino tranquilo y pausado para llegar a la consecución de la respuesta al |

| | |
|---|---|
| | problema de razonamiento matemático, siguiendo cada una de las etapas propuestas. |

Nota: Elaboración por la autora.

En síntesis se puede concluir que los investigadores recomiendan la aplicación de estrategias para la Resolución de Problemas, conocer a profundidad las nuevas metodologías de la enseñanza de las matemáticas (Polya, Poggioli), su taxonomía, características, etapas de la Resolución de Problemas, la actualización y fortalecimiento del área que le permita mejorar su proceso de enseñanza –aprendizaje, la necesidad de cambiar la actitud de los estudiantes ante el estudio matemático y el papel de guía del docente como mediador de los procesos en el aula.

### 2.1.3. Estado del Arte

Estudios sobre la enseñanza y aprendizaje de problemas contemplado en los EBC en el pensamiento numérico y específicamente sobre el concepto y uso de la fracción como parte de un todo, se han realizado diferentes investigaciones a nivel de la educación primaria, secundaria y la implicación en formación de docentes (UNESCO 2013, 2016; TIMSS/9622-2007; PISA, 2006, 2007; SERCE, 2006, ), a nivel internacional Castro, 2015; Florés, 2010; y a nivel nacional (Castro, 2015; Iriarte 2011; Hincapié, 2011; Obando, 2003; Pontón, 2008) y las Pruebas Saber, las cuales muestran que el 50% de la población se encuentra en el nivel bajo de desempeño en matemáticas y en lenguaje; trabajos que convergen en la dificultad de aprendizaje y uso adecuado en la resolución de situaciones problemas.

Debido al frecuente uso de la fracción como parte de un todo, en la resolución de problemas que se aborda en la vida escolar y cotidiana, específicamente en los estándares curriculares colombianos (MEN, 2006, 2015, 2016), el cual lo contempla como un aprendizaje propio del componente numérico variacional, desde la competencia de Resolución de Problemas (matrices de referencia y mallas de aprendizaje para el grado 5º), se hace necesario identificar cómo los docentes que enseñan matemáticas en básica primaria lo conciben, desde su acción directa en la resolución de problemas cotidianos, referido al conocimiento común del contenido (habilidades) que debe poseer un docente de matemáticas en relación a un tema, en un nivel educativo determinado y enmarcado en una situación problema específica (Ball et al., 2008).

A partir de la observación directa, al aplicar talleres didácticos sobre el concepto de fracción como parte de un todo, a los docentes de primaria que orientan matemáticas, se ha podido evidenciar la dificultad que tienen ellos de resolver problemas que implica este concepto y su uso, en contexto cotidianos, ya que existe la tendencia de identificarlo como un operador (cociente) más acercado al número racional, situación que conlleva a una concepción errada en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula. En este sentido, Harting (citado por Dickson, 1991), plantea “que el concepto de fracción es complejo y no es posible aprehenderlo enseguida. Es preciso adquirirlo a través de un prolongado proceso de desarrollo secuencial” (p. 296).

Dentro de las investigaciones que se han realizado sobre la relación de Fracción como parte- todo se destacan las que se describen a continuación:

A nivel Internacional, Castro (2015) en su investigación sobre los *Significados de las Fracciones en las Matemáticas Escolares y Formación inicial de maestros*, aborda el conocimiento del Contenido y el Conocimiento Didáctico del Contenido acerca de lo que manifiestan unos estudiantes universitarios de matemáticas, en la Universidad de Granada en España, sobre la noción escolar de fracción basada en la relación parte-todo. Utiliza el método didáctico y sus tipos de análisis, dando énfasis a los cuatro primeros (análisis conceptual, del contenido, cognitivo y de instrucción) no abordan el de actuación o evaluativo.

En su investigación, Castro (2015) muestra un análisis didáctico como metodología útil para evidenciar y describir el conocimiento del maestro en formación continuada, sobre temas concretas de las matemáticas escolares. Estudia la relación parte-todo como una de las interpretaciones que le dan significado a las fracciones, pero se limita a interpretar esta relación en la fase de introducción del concepto de fracción. El trabajo centra su atención en la relación parte-todo como fundamento de las fracciones. Manifiesta, qué a pesar de ser un concepto básico de la aritmética escolar, se encuentran ausencias en el conocimiento manifestado por los docentes. Del mismo modo, subraya qué a nivel de la educación básica, la relación parte-todo es considerado como un concepto pre- numérico que debe formar parte del conocimiento del profesor, puesto que en este nivel se dan las bases para los primeros conceptos numéricos, por lo cual, el docente debe tener un conocimiento preciso sobre el particular. Finalmente, diseña instrumentos para el estudio del área de las fracciones, los cuales, según la autora “son una base inicial sobre la cual construir nuevos instrumentos” (p. 241).

Las conclusiones del estudio fueron: 1) La utilización de los componentes del análisis didáctico para el estudio del conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico de los maestros en formación inicial. 2) La observación y el tratamiento de los datos permitió responder sobre la forma como llevan a cabo la enseñanza de la relación parte-todo, los maestros en formación inicial. Por último, el trabajo mostró que el análisis didáctico ofrece un marco metodológico que permite profundizar en diferentes aspectos del conocimiento del maestro en formación inicial, sobre un tema concreto de las matemáticas escolares.

Flores G., (2010) en su investigación titulada *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*, trabajó con 108 estudiantes de diferentes cursos de secundaria. El objetivo se centró en identificar el significado de las fracciones a nivel teórico, escolar y práctico. La Pregunta de la investigación fue ¿Cuáles son los significados asociados a la noción de fracción presente en el discurso escolar? La metodología empleada fue revisión teórica, Diseño y aplicación de un cuestionario, como también revisión de libros de texto en matemáticas. La autora concluye que la investigación permitió deducir los diferentes significados que tiene la fracción, lo cual ocasiona dificultades a los estudiantes, por lo cual se debe realizar un análisis histórico-epistemológico de la noción de fracción, a raíz de la importancia que tiene el tema.

A nivel Nacional, Gaviria (2016), en su tesis de maestría titulada *Estrategia didáctica para trabajar el concepto de fracción como relación Parte-Todo en grado quinto, teniendo en cuenta su origen histórico,* realizó un análisis histórico epistemológico, disciplinar y didáctico del concepto de fracción, en la institución oficial San Isidro Labrador del corregimiento de Atánquez, ubicada en el resguardo indígena kankuamo, al suroriente de la Sierra Nevada de Santa Marta, comunidad que trabaja bajo el ordenamiento educativo propio *Makú-Jogúki*, proyecto que promueve el proceso de recuperación y preservación del conocimiento y de las prácticas culturales kankuamas.

La pregunta de la investigación fue: ¿Qué tipo de estrategia didáctica puede aportar a la comprensión e interpretación del concepto de fracción por parte de los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa San Isidro Labrador? Para responder esta pregunta se construyó una estrategia didáctica que partió del análisis de las dificultades evidenciadas en una prueba diagnóstica realizada a los niños y niñas de quinto grado de la institución mencionada respecto al concepto de fracción y sus diferentes significados.

La investigación fue cuasi-experimental, con pre-test y post-test, de tipo cualitativo y cuantitativo acompañada de una estrategia didáctica, aplicando el enfoque de “Resolución de Problemas” que propone Pólya. Como técnica de recolección de datos se contó con la observación directa, el cuestionario y algunas entrevistas. Como evidencias de este trabajo, aporta formatos de cuestionarios, diarios de clases de los estudiantes, fotografías y videos que fueron empleados para el análisis posterior.

Las conclusiones fueron las siguientes: se detectó de manera satisfactoria, algunas fallas en el actual sistema de enseñanza puesto que se evidenció que se trabaja a partir del conteo, situación que ha suscitado que la mayoría de los estudiantes centren su proceso de conceptualización en el número natural y no en la fracción como tal; por esta razón, los niños y niñas son víctimas de la dicotomía entre lo continuo y lo discreto, entre el número y la magnitud.

Adicionalmente, se elaboraron materiales didácticos de bajo costo para ser utilizados en el aula. Por último, al realizar el análisis cualitativo y cuantitativo del desarrollo de la estrategia didáctica propuesta, basados en una prueba inicial (pre-test), en el desarrollo de seis sesiones de trabajo llevadas a cabo en el aula y, por último, en una prueba final (pos-test), se confirmó que la intervención favoreció la apropiación del concepto de fracción como parte-todo por parte de los estudiantes de la muestra seleccionada.

Cano (2014) en su tesis de maestría, realiza una *Unidad Didáctica para la enseñanza de los Fraccionarios en el grado cuarto de Básica Primaria*, de la Institución Educativa Supia, Universidad Nacional de Colombia en sede Manizales. Se trata de un estudio de Caso. Su objetivo fue la utilización de material concreto para la enseñanza de la fracción.

La metodología implementada involucró un pre-test como punto de partida de la intervención pedagógica y didáctica, utilizando los significados básicos del concepto de fracción, a saber: la fracción como parte de un todo, la fracción como cociente, la fracción como medida, la fracción como un porcentaje, la fracción como operador; utilizando material concreto y tangible que facilite la construcción del concepto de fracción en los niños al manipular estos elementos; luego se aplicó un pos-test para verificar los resultados obtenidos después de la intervención pedagógica y didáctica, y las metodologías propias de la didáctica de las matemáticas que desencadenen procesos de aprendizaje más significativos por parte de los niños.

Como conclusión se manifiesta que el desarrollo y aplicación de la Unidad didáctica al grupo de diez estudiantes mostró que las actividades realizadas en forma lúdica y utilizando material concreto permiten construir en los estudiantes el concepto de fracción de forma efectiva, cumpliendo con los estándares que propone el MEN sobre fracciones en este grado. Añade, que el trabajar en forma abstracta el concepto de fracción (operativa), presenta dificultad para la comprensión y el desarrollo de actividades en los estudiantes.

Por otro lado, Ordóñez (2012), en su tesis de maestría *La Fracción, Elemento Dialogante en el Contexto Matemático* trabaja las fracciones, con el objetivo de construir una propuesta didáctica fundamentada en el análisis disciplinar y didáctico del concepto de número racional y sus contextos de significación para los estudiantes de 3º y 4º grados de Educación Básica Primaria. La metodología utilizada fue un modelo pedagógico integrador, con participación de 16 estudiantes de primaria del INEM "Francisco de Paula Santander" de la localidad 8-Kennedy- de Bogotá. Se realizó una prueba diagnóstica, la cual permitió observar el conocimiento de los niños sobre las fracciones.

La autora concluye que ante el delgado y casi invisible velo que separa los conceptos de razón y fracción como parte de un todo, urge la fundamentación sólida de los mediadores. Una buena práctica para este propósito es el abordaje de los conceptos partiendo de situaciones problémicas que permitan discusiones, reflexiones y acuerdos entre la experimentación y la teoría. Incluir en la cotidianidad académica no sólo la práctica al interior de las aulas sino el diálogo e intercambio de saberes con los pares a través de análisis pedagógico constructivos, propuestas didácticas y metodológicas que impliquen el estudio y la investigación (formativa en principio). Diseñar e incorporar material didáctico que facilite y promueva procesos de redescubrimiento. Por ejemplo, construir fracciones representadas con polígonos diferentes de los rectángulos y de los círculos.

Por otra parte, Hincapié (2011) en su tesis de maestría *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota en Antioquia*, hace un estudio formando a docentes de educación primaria sobre el concepto de fracción y sus diferentes significados, teniendo como soporte La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (citado por Hincapié, 2011); las cinco interpretaciones del concepto de fracción desde algunos autores de la Educación Matemática: Obando y Llinares (como se citó en Hincapié, 2011) .

Su objetivo era el de fortalecer las prácticas de enseñanza de los docentes de primaria de la Institución, favoreciendo la comprensión conceptual de las fracciones a partir de desarrollo de guías de trabajo con situaciones problema que involucren sus diferentes significados y representaciones. La pregunta que orientó el proceso investigativo fue ¿Cómo fortalecer las prácticas de enseñanza de los docentes de la básica primaria de la I. E. San Andrés, que posibiliten la comprensión del concepto de fracción y sus diferentes significados?

Con respecto a la metodología, se buscó que en un ambiente de aula taller y con trabajo en equipos pequeños, se desarrollaran guías, para reconstituir con los docentes las nociones básicas acerca del tema disciplinar y así, ellos pudieran avanzar hacia los sistemas conceptuales con los estudiantes de primaria, y poder favorecer la comprensión de la proporcionalidad y, el desarrollo de las representaciones simbólicas, en la relación de las fracciones, los decimales y los porcentajes.

La experiencia se desarrolló en la Institución Educativa San Andrés, ubicada en el Municipio de Girardota en la vereda del mismo nombre. Para la realización de este trabajo se contó con los 23 docentes de Educación Básica Primaria de escuela regular y de escuela nueva y con el apoyo del Señor Rector. Como conclusión general del estudio se lee: iniciar a los estudiantes desde temprana edad en actividades que permitan la comprensión del concepto de fracción y sus diferentes significados, utilizando la estrategia de solución de problemas, para darle sentido al concepto, teniendo presente cuales son los conocimientos previos de los estudiantes, hacia donde pretende llevarlos con lo planteado y que se desea confrontar.

Otras conclusiones fueron: realizar clases interactivas en donde se utilice material concreto para que los estudiantes lo manipulen y logren desarrollar otras habilidades o competencias; elaborar guías de trabajo, con el propósito de diseñar situaciones desde el contexto matemático y cotidiano, promoviendo el trabajo en equipo y así permitirle a los estudiantes que entre ellos se apoyen y construyan el concepto de fracción, ya que éste requiere de especial tratamiento por su complejidad; Juegos con un propósito claro del docente, para motivar y despertar interés de los estudiantes y así poder afianzar la comprensión del concepto de fracción y sus diferentes significados.

Pontón (2008) en su tesis de maestría denominada *Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones* en la Universidad del Valle en Cali, plantea el trabajo de enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo, interpretándose fundamentalmente como composición aditiva; no desconoce que este constructo puede generar procesos multiplicativos y dejar abierta la identificación de otro constructo que potencialice la perspectiva multiplicativa. Llega a las siguientes conclusiones: Se ve en el constructo de la relación parte-todo, un eje a través del cual se puede acceder a los demás constructos de los números racionales. La homonimia introduce la reflexión en el hecho de que la fracción utiliza el mismo símbolo para referirse a varios conceptos como: razón, medición, cociente, relación parte-todo y la sinonimia la da el hecho que un mismo número racional tiene distintas representaciones.

Continúa la autora e indica, desde la relación parte-todo se tiene un puente de entrada a la conceptualización de unidad como un todo divisible en partes más pequeñas sin que por eso deje de ser unidad. Añade: desde la relación parte- todo se genera un contexto importante a partir del cual conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta y tipo de magnitud (continua o discreta).

Otro autor es Obando (2003), quien realiza un artículo denominado "La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo". La investigación plantea temáticas alrededor de los procesos de enseñanza y aprendizaje relacionados con los números racionales y la relación parte-todo. Trabajó metodologías propias de la Didáctica en el Gimnasio La Colina de Cali de los grados cuarto, quinto y sexto, durante dos años. Como herramientas utilizó entrevistas, talleres, observaciones de clase, registros fílmicos y trabajos de estudiantes. Incluye una mirada a la historia de las fracciones. El problema se relacionó con la complejidad de las fracciones y por otro, la importancia del concepto de fracción.

El autor concluye que se debe desarrollar en los estudiantes, procesos de aprendizaje constructivos y autónomos, respecto de las relaciones de orden, equivalencia y operaciones aditivas de los números racionales. También, la debilidad existente desde las fracciones parte-todo para conceptualizar la estructura multiplicativa de los números racionales. Otra, el recuperar para la enseñanza de los números racionales los aspectos relacionados con la medida, el tipo de unidad y magnitud.

A nivel local, se encuentra Chaparro (2009). En su tesis para la U. Pedagógica y Tecnológica de Colombia, trabaja las fracciones desde la parte lúdica, con material concreto. Su tesis titulada *Estrategias lúdico matemáticas para la enseñanza de las fracciones tiene* como objetivo trabajar las fracciones a partir de materiales concretos, en forma lúdica. Las conclusiones realizadas, dice la autora, tuvieron éxito por cuanto los estudiantes comprendieron los procesos concernientes a la fracción parte- todo.

*Tabla 4.*

*Síntesis del estado del Arte sobre la fracción parte – todo.*

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, U. de Granada, España |
| Clase | Tesis doctoral |

| | |
|---|---|
| Nombre Autor /Año | Castro, E., 2015 |
| Nombre Tesis | “Significados de las Fracciones en las Matemáticas Escolares y Formación inicial de maestros |
| Objetivos/Acciones | Evidenciar y describir el conocimiento del maestro en formación continuada, sobre temas concretas de las matemáticas escolares. Estudiar la relación parte-todo como una de las interpretaciones que le dan significado a las fracciones. A pesar de ser un concepto básico de la aritmética escolar, se encuentran ausencias en el conocimiento manifestado por los docentes. |
| Conclusiones | 1) La utilización de los componentes del análisis didáctico para el estudio del conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico de los maestros en formación inicial. 2) La observación y el tratamiento de los datos permitió responder sobre la forma como llevan a cabo la enseñanza de la relación parte-todo, los maestros en formación inicial. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, Instituto Politécnico Nacional, México |
| Clase | Tesis de Maestría |
| Nombre Autor /Año | Flores, 2010 |
| Nombre Tesis | Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria |
| Objetivos/Acciones | Identificar el significado de las fracciones a nivel teórico, escolar y práctico. |
| Conclusiones | La investigación permitió deducir los diferentes significados que tiene la fracción, lo cual ocasiona dificultades a los estudiantes, por lo cual se debe realizar un análisis histórico- epistemológico de la noción de fracción, a raíz de la importancia que tiene el tema. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Nacional |
| Clase | Artículo sobre tesis maestría |
| Nombre Autor /Año | Obando , 2003 |
| Nombre Tesis | “La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo”. |
| Objetivos/Acciones | Plantea temáticas alrededor de los procesos de enseñanza y aprendizaje relacionados con los números racionales y la relación parte-todo. |
| Conclusiones | Desarrollar en los estudiantes, procesos de aprendizaje constructivos y autónomos, respecto de las relaciones de orden, equivalencia y operaciones aditivas de los números racionales. También, la debilidad existente desde las fracciones parte-todo para conceptualizar la estructura multiplicativa de los números racionales. Otra, el recuperar para la enseñanza de los números racionales los aspectos relacionados con la medida, el tipo de unidad y magnitud. |

| Categoría | Descripción |
|---|---|

| | |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Nacional, U. del Valle, Cali, Colombia |
| Clase | Tesis Doctoral |
| Nombre Autor /Año | Pontón, 2008 |
| Nombre Tesis | Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones |
| Objetivos/Acciones | Trabajar la enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo, interpretándola como composición aditiva; Manifiesta que este constructo puede generar procesos multiplicativos y dejar abierta la identificación de otro constructo que potencialice la perspectiva multiplicativa. |
| Conclusiones | Se ve en el constructo de la relación parte-todo un eje a través del cual se puede acceder a los demás constructos de los números racionales. La homonimia introduce la reflexión en el hecho de que la fracción utiliza el mismo símbolo para referirse a varios conceptos como: razón, medición, cociente, relación parte-todo y la sinonimia implica que un mismo número racional tiene distintas representaciones. La relación parte- todo genera un contexto importante a partir del cual se conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta y tipo de magnitud (continua o discreta). |

Nota: Elaboración por la autora.

En síntesis se puede decir que los investigadores recomiendan: fortalecer los conocimientos de los profesores sobre la fracción y sus implicaciones a nivel del proceso de enseñanza aprendizaje; el trabajar la lúdica utilizando material concreto permite reforzar el concepto de fracción en los estudiantes, identificando sus propiedades y afianzando otras operaciones básicas; desarrollar en los estudiantes procesos de aprendizaje constructivos y autónomos, respecto de las relaciones de orden, equivalencia y operaciones aditivas de los números racionales; el constructo de la relación parte todo es un eje a través del cual se puede acceder a los demás constructos de los números racionales. La homonimia introduce la reflexión en el hecho de que la fracción utiliza el mismo símbolo para referirse a varios conceptos como: razón, medición, cociente, relación parte todo y la sinonimia implica que un mismo número racional tiene distintas representaciones. La relación parte- todo genera un contexto importante a partir del cual se conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta y tipo de magnitud (continua o discreta); se debe introducir desde muy temprana edad en los estudiantes el concepto de fracción que permitan su comprensión y los diferentes significados (históricos, epistemológicos y pedagógicos), utilizando la estrategia de solución de problemas, para darle sentido al concepto.

**2.1.4. Estado del arte sobre conocimiento del docente y el saber profesional del docente que enseña matemáticas**

La búsqueda del estado de arte, respecto de las investigaciones realizadas sobre el conocimiento del docente y el saber profesional de quien enseña matemáticas los resultados son los siguientes:

A nivel Internacional, Díaz & Poblete (2017) de la Universidad de los Lagos en Osorno, Chile, investigadores y profesores del Centro Universitario, realizan un artículo académico sobre la investigación titulada "Competencias Profesionales del Profesor de Matemáticas", con el objetivo de realizar una forma de evaluar la competencia profesional del docente de Matemáticas. Para ello desarrollaron un modelo considerado marcos de contextos que involucraban aspectos del saber, del saber- hacer, del ser y del saber-ser del profesor de matemáticas asociados a sus competencias profesionales y generales, demostrando la calidad de su quehacer profesional en el aula.

Incluye caracterización de habilidades y competencias en matemáticas del Profesor matemático. Concluyen que el docente evaluado demuestra habilidad para seguir, desarrollar y exponer los razonamientos matemáticos con eficiencia. Demuestra mayor competencia en los aspectos transversales al permitir que sus estudiantes expresen sus ideas. Muestra capacidad para propiciar mejores ambientes para el aprendizaje de las matemáticas. Menor competencia en el marco de contexto del saber-hacer /didáctico de enseñanza-aprendizaje, saber/ contenido sobre matemática y la habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios con eficiencia y en las competencias especializadas (asumir nuevas exigencias curriculares y utilizar diversas estrategias de enseñanza).

Batanero, et al. (2016) realizan una investigación denominada "Conocimiento matemático de los Profesores de Primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio" de la Universidad de Granada en España, donde abordan uno de los temas que preocupa a esta investigación: el conocimiento común del contenido de los profesores de matemáticas. Abordan a Shulman (1986), Hill, Ball & Schilling (2008) para su trabajo sobre el conocimiento y sus componentes.

Su objetivo era evaluar algunos elementos del conocimiento común y especializado del contenido y del conocimiento del contenido y los estudiantes. La metodología se focalizó en trabajar la primera parte de la investigación con una muestra de 157 futuros profesores en formación de básica primaria. Después, trabajando en grupo, con 81 profesores en ejercicio y seis problemas sobre probabilidades, realizaron la segunda parte de la investigación: el conocimiento del contenido y de los estudiantes. Analizaron y dedujeron las respuestas a partir de los problemas presentados por estudiantes en investigaciones previas, realizando discusiones colectivas a las soluciones y actividades de simulación.

El estudio les permitió concluir que son pocos los trabajos realizados sobre conocimiento matemático del profesor para enseñar probabilidades; así mismo, que el hecho de realizar discusiones sobre los resultados implica que el conocimiento común del contenido ayudó a los profesores en formación a desarrollar mejor su conocimiento del contenido y de los estudiantes. Otra conclusión fue la necesidad de fortalecer los conocimientos disciplinares sobre probabilidades y sus componentes, tanto en los futuros profesores, como en aquellos que están en ejercicio.

Rodríguez, et al. (2015), en su tesis de investigación denominado "Conocimiento Común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar los conceptos básicos de funciones: un estudio de caso", en un colegio académico de educación secundaria en Costa Rica, indican que los docentes constituyen agentes claves en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. La metodología utilizada fue de tipo cualitativo basado en estudio de caso, utilizó el análisis didáctico y su objetivo se centró en caracterizar el conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor de matemáticas que enseña el tema de funciones. Estudiar el conocimiento profesional del docente de matemáticas es un tema presente en la agenda de los investigadores en la línea de formación de profesores. Cada docente debe poseer un conocimiento específico para la enseñanza que va más allá del conocimiento matemático. Tuvieron en cuenta a investigadores como Ball, Thames y Phelps (como se citó en Rodríguez et al, 2015), para el conocimiento común y para la metodología, recurrieron a Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (como se citó en Rodríguez et al, 2015).

Obtuvieron las siguientes conclusiones: el profesor exterioriza un conocimiento significativo de conceptos matemáticos, de conocimiento procedimental apropiado y una capacidad valiosa para definir estructuras conceptuales, así mismo este saber se relaciona con el conocimiento del programa de estudios para secundaria e indicadores que se entrelazan con el conocimiento didáctico del contenido.

Velásquez y Cisneros (2013), en el Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe realizaron un taller sobre el "Conocimiento didáctico- matemático del maestro que enseña matemáticas" discutiendo los modelos del conocimiento propuestos por Shulman, Ball y Godino. Las actividades estuvieron orientadas a diferenciar tanto el conocimiento común como el conocimiento especializado y la idoneidad didáctica de las situaciones propuestas a los estudiantes por parte de los maestros.

El taller se desarrolla en tres momentos durante los cuales, se proponen tres situaciones matemáticas para ser analizadas; en el segundo, los participantes diseñan situaciones para la enseñanza de conceptos matemáticos específicos y en el tercero, se discuten y analizan en forma colectiva, las propuestas de los participantes.

Los resultados indican que los maestros deben reflexionar sobre el conocimiento del contenido, además sobre los conocimientos que se requieren para la enseñanza de los mismos. Así mismo, el maestro debe diseñar situaciones adecuadas para presentar los temas de matemáticas a los estudiantes y discutir la pertinencia de las propuestas teóricas propuestas por Ball, et. al. (2008) y de Godino (2009). Otro resultado apunta a la pertinencia de que los docentes de matemáticas reflexionen respecto de la complejidad de los procesos de estudio matemático, sobre sus propias prácticas de enseñanza y sobre la idoneidad didáctica que propone Godino (2009).

Las conclusiones del taller fueron: los niños presentan dificultades en el aprendizaje, debido a la complejidad del conocimiento matemático, a las creencias epistemológicas de los docentes y al diseño de las actividades de aprendizaje; se requiere diseñar e implementar instrumentos que permitan valorar los conocimientos del docente, para generar procesos de transformación en las prácticas del aula, y que el análisis del conocimiento didáctico matemático del maestro que enseña matemáticas, puede contribuir al diseño de programas de formación de docentes, a la implementación de normas y de políticas educativas que podrían ayudar a mejorar el proceso de formación matemática de los niños.

Sosa (2012) en su investigación "Conocimiento del Profesor para la enseñanza de las matemáticas y contribución teórica al conocimiento del contenido y estudiantes" profundiza sobre el conocimiento de los profesores de matemáticas, en particular, el del conocimiento del contenido y estudiantes (KCS, *Knowledge of content and Student*), en estudiantes de secundaria en España. Se enfoca en un modelo de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, *Mathematical Knowledge for Teaching*). Manifiesta que Ball, et. al, (como se citó en Sosa, 2012) propone el MKT en sus investigaciones. Ellas se centran en el conocimiento matemático para la enseñanza, a nivel de la educación primaria (en particular), estudiando ese conocimiento a partir del profesor.

La investigación asume que:

> … para enseñar matemáticas, saber el contenido es una condición necesaria para explicarlas, pero no es una condición suficiente, pues existen casos en los que el docente cuenta con un buen dominio matemático y sin embargo, no es capaz de desarrollar un buen proceso de enseñanza […] y añade, citando a Shulman “los subdominios del MKT constituyen un elemento clave en el conocimiento profesional del docente (Sosa, 2012, p.1151).

La metodología empleada es la aplicación de un paradigma de tipo interpretativo. El objetivo consistía en comprender e interpretar el MKT en bachillerato, con el estudio de dos casos de profesoras licenciadas en matemáticas que impartían instrucción en el último año de bachillerato. Se hicieron observaciones de aula, notas de campo, cuestionarios y entrevistas, además de la filmación de clases.

Sobre las conclusiones de la investigación, se indica:

> … no es suficiente el conocimiento disciplinar para asegurar una competencia profesional. Los docentes deben tener otros conocimientos psicológicos sobre los estudiantes (cómo aprenden, conocer sus afectos, dificultades y errores característicos) lo anterior, permitirá a los docentes, anticiparse sobre ideas e imágenes inadecuadas que tienen los estudiantes sobre los contenidos, sobre sus habilidades para resolver problemas, los recursos con que cuentan y comprender los factores que condicionan la enseñanza aprendizaje de los estudiantes (p.14).

Godino (2009) en un artículo académico titulado “Categorías de Análisis de Conocimientos del Profesor de Matemáticas, realiza un trabajo para el Departamento de Didáctica en Matemática de la Universidad de Granada, España, analiza el modelo de conocimiento del Profesor propuesto por Shulman y las diferentes adaptaciones realizadas.

Su objetivo era presentar un modelo de conocimiento didáctico matemático del Profesor que tenga en cuenta las diferentes facetas o dimensiones implicadas en la enseñanza aprendizaje de contenidos específicos. La metodología utilizada fue el Enfoque Onto-Semiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática realizada por el autor, en los años 2002 y 2007 se constituye en un sistema teórico para la investigación en educación matemática. En la conclusión se establece que el breve análisis realizado de las categorías de conocimientos didácticos del profesor de matemáticas, introducidas por los modelos seleccionados, muestran que, en mayor o menor medida, se han incluido aspectos parciales de las seis facetas propuestas en el modelo basado en el EOS. Los niveles de análisis propuestos en el EOS suponen una profundización y sistematización en la descripción de cada una de las facetas que puede ser útil en el diseño de acciones formativas de los profesores, y para evaluar las concepciones y conocimientos didácticos de los mismos. Así mismo, los criterios de idoneidad didáctica formulados pueden ser una guía para el diseño, implementación y evaluación de planes de formación de los profesores, y para la reflexión / indagación de los mismos sobre su propia práctica.

Pinto & González (2008) realizan su investigación sobre "El conocimiento didáctico del Contenido en el Profesor de Matemáticas" conocido como PCK (*Pedagogical Content Knowledge*), o CDC (*Conocimiento Didáctico del Contenido*) en español. En dicho estudio se dan a conocer cómo surge el CDC, su significado, fundamento y naturaleza teórica. Se basan en la teoría de Shulman y sus postulados.

El objetivo de la investigación fue trabajar sobre la necesidad de profundizar en los conocimientos sobre el CDC requerido para la enseñanza y el modo en que los profesores usan su conocimiento, así como el explorar cuál es el CDC básico y las competencias que los profesores requieren para enseñar eficazmente un tema en diferentes niveles escolares y cómo se relacionan estas competencias. Trabajaron las siguientes preguntas: ¿Desde qué perspectivas teóricas se estudia el conocimiento profesional del profesor de matemáticas? ¿Por qué es un constructo no encontrado en la literatura en matemática educativa en México? ¿El CDC es una cuestión ignorada? La metodología considerada fue de tipo descriptivo y bibliográfico sobre el conocimiento didáctico del contenido.

Las conclusiones fueron:

1) el desarrollo de la investigación sobre el CDC permitió efectuar un acercamiento a las bases teóricas y prácticas que requieren los programas de formación, conocer cómo se desarrolla u opera en la realidad escolar, clarificar su comprensión y significado, y generar un repertorio de estrategias o representaciones instruccionales, 2) representa un esfuerzo para desarrollar un modelo sobre la cognición del profesor y su praxis, 3) en México esta línea de investigación no se contempla por lo cual dejan planteado el interrogante ¿el CDC es una cuestión ignorada en México?, 4) se requiere realizar más investigación sobre el CDC para seguir generando un cuerpo de conocimientos que fundamente y oriente la formación de los programas de docentes, para de esta manera conocer y demostrar sus

beneficios, difundir sus alcances e incrementar su credibilidad (Pinto & González, 2008, p.24).

Godino, Rivas, Castro y Konic (2012) realizaron una ponencia para las Sextas Jornadas de Educación Matemática, Región de Murcia sobre el "Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de Matemáticas" donde manifiestan que una de las principales tareas del profesor de matemáticas es el diseño, implementación y evaluación de la práctica docente, con la finalidad de favorecer el aprendizaje de los estudiantes. Para ellos la resolución de problemas ocupa un lugar central para el desarrollo de competencias matemáticas, pero la complementan con el análisis epistémico cognitivo y el uso de herramientas teóricas del EOS, de que habla Godino y Font (2007), sobre configuración de objetos y significados (p.10). Esta ponencia hace parte de los proyectos de investigación EDU2010-14947 del Ministerio de Ciencia e Innovación y EDU2012-31869 del Ministerio de Economía y Competitividad (Madrid).

D'Amore, Font y Díaz (2007), plantean la "Dimensión Meta-didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática" dando a conocer los niveles de análisis didáctico de los procesos de estudio matemático. "Resaltan que los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas deben orientarse al logro de unos objetivos formativos que incluyen unas prácticas matemáticas valiosas para la formación de ciudadanos y profesionales, ello requiere la apropiación de unos meta conocimientos sobre las propias matemáticas y sobre los conocimientos didácticos que contribuyan positivamente a dicha formación". Este trabajo fue realizado en el marco del proyecto de investigación SEJ2007-60110/ EDUc. MCYT-FEDER.

A nivel Nacional, González (2014) en su tesis de maestría titulada *Desarrollo en el aula de Estrategias y Habilidades Metacognitivas en la enseñanza de las Ciencias Naturales*, aborda la incidencia de las metodologías empleadas en el desarrollo de habilidades metacognitivas en los escolares. Su trabajo lo desarrolló en la Institución Educativa Ateneo, del municipio de Pradera en el Valle del Cauca, Colombia, como fruto de su investigación con la Universidad Nacional de Colombia, sede Palmira, (Valle).

El objetivo fue estimular el desarrollo en el aula de estrategias y habilidades metacognitivas en la enseñanza de las ciencias naturales en los estudiantes de séptimo grado. En la metodología trabajó con dos grupos, en uno, aplicaron estrategias de aprendizaje significativos y en el otro, estrategias tradicionales. Los resultados obtenidos muestran que la estrategia de aprendizaje significativo, a partir del estudio de un texto escolar, junto con la implementación de estrategias de estudio de forma reflexiva en el aula, favorecen el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes.

A nivel local, Sepúlveda (2016) en su tesis doctoral denominada “Conocimiento Didáctico del Profesor Universitario para la enseñanza del objeto grupo” pretende realizar un aporte en el campo de formación de profesores de matemáticas, relacionando la investigación con la caracterización del Conocimiento Didáctico y Matemático que debe tener todo profesor de esa área que pretenda enseñarla. Su objetivo fue caracterizar el Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) de los estudiantes de formación matemática de una Universidad Colombiana formadora de Profesores de Matemáticas (UFPM) mediante el diseño e implementación de un instrumento para evaluar la Componente epistémica del CDM de los estudiantes para la labor de la enseñanza universitaria.

La pregunta de investigación fue: ¿qué conocimiento básico matemático, necesitan los estudiantes de formación matemática para una enseñanza idónea del objeto grupo? La metodología del estudio fue mixta: cualitativa y cuantitativa por cuanto primero se realiza un estudio semiótico y documental de tipo histórico, epistemológico y fenomenológico, sobre el significado global del objeto Grupo. En la segunda parte, para el diseño e implementación del Instrumento utilizó el modelo CDM.

Un resultado interesante en las conclusiones de la tesis doctoral apunta hacia la caracterización de las categorías del conocimiento común y conocimiento ampliado del contenido, como conocimientos bases para potenciar el desarrollo de un conocimiento especializado del contenido necesario para la labor de la enseñanza del objeto matemático. Según Godino; Pino-Fan, y Vásquez, (como se citan en Sepulveda, 2016), se establece que *el conocimiento común del contenido* se relaciona con los conocimientos matemáticos que no son propios de la enseñanza; los cuales posee cualquier persona para resolver situaciones-problemáticas propias del nivel educativo, en este caso del nivel universitario y en relación con el objeto Grupo. Como conclusión, se establece que el conocimiento común del contenido, se relaciona con el desarrollo de procesos del pensamiento algebraico avanzado de los estudiantes; este desarrollo del pensamiento matemático es uno de los objetivos que se buscan en la educación de los primeros grados hasta el nivel superior: en la educación universitaria, procesos como abstraer, generalizar, sintetizar, representar, definir, refutar, entre otros, toman gran relevancia (Sepúlveda, 2016, p. 716).

Como síntesis de este apartado se puede decir que aunque la autora aborda a profundidad el Conocimiento ampliado del Contenido y el Conocimiento común, caracterizando sus categorías, esto implica el escaso número de investigaciones sobre la temática que ocupa este estudio a todos los niveles. De ahí la importancia de trabajar el presente tema de la investigación.

*Tabla 5.*

*Síntesis sobre competencia del docente*

| Categoría | Descripción |
|---|---|
| Nivel/Lugar | Internacional, Universidad de Granada en España, |
| Clase | Tesis |
| Nombre Autor /Año | Batanero et al., 2016 |
| Nombre Tesis | Conocimiento matemático de los Profesores de Primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio |
| Objetivos/Acciones | Evaluar algunos elementos del conocimiento común y especializado del contenido y del conocimiento del contenido y los estudiantes |
| Conclusiones | Son pocos los trabajos realizados sobre conocimiento matemático del profesor para enseñar probabilidades;<br>El hecho de realizar discusiones sobre los resultados implica que el conocimiento común del contenido ayudó a los profesores en formación a desarrollar mejor su conocimiento del contenido y de los estudiantes.<br>La necesidad de fortalecer los conocimientos disciplinares sobre probabilidades y sus componentes, tanto en los futuros profesores, como en aquellos que están en ejercicio. |
| Categoría | Descripción |
| Nivel/Lugar | Internacional: U. Nacional Pedro Heredia, Costa Rica,U. Granada<br>Granada, España |
| Clase | Investigación Universitaria. Artículo Revista<br>Uniciencia |
| Nombre Autor /Año | Rodríguez et al.,2015 |
| Nombre Tesis | Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar conceptos básicos de funciones: un estudio de caso |
| Objetivos/Acciones | Identificar y caracterizar este conocimiento |
| Conclusiones | El profesor exterioriza un conocimiento significativo de conceptos matemáticos, de conocimiento procedimental apropiado y una capacidad valiosa para definir estructuras conceptuales, así mismo este saber se relaciona |

| | |
|---|---|
| | con el conocimiento del programa de estudios para secundaria e indicadores que se entrelazan con el conocimiento didáctico del contenido. |
| Categoría | Descripción |
| Nivel/Lugar | Internacional, U. Zacatecas, México |
| Clase | Libro, Cap. 4, Investigación académica |
| Nombre Autor /Año | Sosa G., L, 2012 |
| Nombre Tesis | Conocimiento del Profesor para la enseñanza de las matemáticas y contribución teórica al conocimiento del contenido y estudiantes |
| Objetivos/Acciones | Profundizar sobre el conocimiento de los profesores de matemáticas, en particular, el del conocimiento del contenido y estudiantes (KCS). |
| Conclusiones | “No es suficiente el conocimiento disciplinar para asegurar una competencia profesional. Los docentes deben tener otros conocimientos psicológicos sobre los estudiantes (cómo aprenden, conocer sus afectos, dificultades y errores característicos) lo anterior, permitirá a los docentes, anticiparse sobre ideas e imágenes inadecuadas que tienen los estudiantes sobre los contenidos, sobre sus habilidades para resolver problemas, los recursos con que cuentan y comprender los factores que condicionan la enseñanza aprendizaje de los estudiantes. |

Nota: Elaboración por la autora.

Sintetizando sobre el estado del arte en Conocimiento del Docente se puede manifestar que los teóricos e investigadores del tema, manifiestan la importancia de que a los docentes en formación y a aquellos que están en ejercicio, fortalezcan los conocimientos disciplinares en el área de matemáticas, de una forma integral, para lograr que el proceso de enseñanza aprendizaje que se aborda en el aula sea de calidad, con ética y eficacia, si se quiere que los estudiantes mejoren en sus conocimientos y procesos matemáticos.

Así mismo, el maestro debe diseñar situaciones adecuadas para presentar los temas matemáticos a los estudiantes y discutir la pertinencia de las propuestas teóricas propuestas por Ball et. al (2008) y de Godino (2009). Otro resultado se refiere a la pertinencia de que los docentes de matemáticas reflexionen respecto de la complejidad de los procesos de estudio matemático, sobre sus propias prácticas de enseñanza y sobre la idoneidad didáctica que propone Godino (2009).

# 3. Capitulo Tres. Marco Teórico sobre la Metacognición, Resolución de Problemas, la Fracción parte-todo

## 3.1. La Metacognición.

### 3.1.1. El inicio de la Metacognición.

Los estudios relacionados con la metacognición se remontan a los años setenta del siglo XX, con los trabajos de John H Flavell, de la Universidad de Stanford y han venido en las últimas décadas realizándose con mayor interés. La definición que le dio Flavell (1976) a este término afirma que se refiere al "conocimiento que una persona tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionando con ellos" (Iriarte 2011, p. 182). La metacognición describe, la supervisión activa y la regulación y organización de estos procesos, en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto.

A partir de los trabajos de Flavell, otros autores han realizado sus propios enunciados de lo que para ellos es la metacognición y sus componentes; parece haber cierto acuerdo en cuanto a que la metacognición es "un constructo tridimensional que abarca tres aspectos: la conciencia acerca de los procesos cognitivos, el monitoreo (supervisión, control y regulación) y la evaluación de dichos procesos" (Iriarte 2011, p.182).

Por otra parte, en el proceso de enseñanza, desde la perspectiva de la didáctica, "la metacognición hace referencia, por un lado, a la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje y por otro a la capacidad de desarrollar una conciencia y un control sobre los procesos de pensamiento y aprendizaje" (Rodríguez, 2015, p. 70).

Para Wellman (1985), la metacognición se refiere al conocimiento sobre los procesos cognitivos de la persona, y a los estados tales como memoria, atención, conocimiento, conjetura e ilusión.

Yussen (1985), resalta que "la metacognición es la actividad mental mediante la cual otros estados o procesos mentales se constituyen en objeto de reflexión" (p.118) y considera que la metacognición alude a un conjunto de procesos que se ejercen sobre la cognición misma, por ejemplo, pensar en las estrategias que mejor ayudan a recordar ("metamemoria"); o interrogarse a sí mismo para determinar si ha comprendido o no, algún mensaje que alguien acaba de comunicarle (“metacomprensión”); o considerar las condiciones que pueden distraer menos a uno mientras observa algo (“meta-atención”) (Rocha, 2006).

Por su parte, Wittrock (1996) define la metacognición como el conocimiento acerca del conocimiento y control de los pensamientos, motivaciones y sentimientos. De esta manera, un estudiante que razona respecto de sus procesos de pensamiento, monitorea su progreso y planea estrategias cognitivas, está comprometido con una actividad metacognitiva.

En un sentido muy general, la categoría “metacognición” se refiere al conocimiento acerca de nuestra propia cognición, acerca de nuestros estados cognitivos y procesos. Mientras que algunos autores que tratan el tema de la metacognición han enfatizado básicamente en los aspectos relativos a la reflexión y al conocimiento o la conciencia del sujeto de sus estados y procesos intelectuales *meta-conocimientos, reflexión y conciencia metacognitiva),* otros se han centrado en los aspectos vinculados a la regulación y control de la propia cognición (*control ejecutivo o regulación metacognitiva*), que implica a todos los procesos desplegados por el sujeto con vistas a planificar, supervisar y evaluar la marcha de la ejecución y solución de las tareas; es decir, a la habilidad para manipular y regular los propios recursos y a las estrategias destinadas a asegurar la solución efectiva de las mismas (Rodríguez, 2015).

### 3.1.2. Estudios sobre la Metacognición.

Alan Schoenfeld fue uno de los pioneros en el estudio de la metacognición dentro de la Educación Matemática. Este autor, en 1985, presenta un constructo teórico interaccionando procesos cognitivos y metacognitivos que inciden sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática, en particular sobre la resolución de problemas. Identifica cuatro categorías de conocimiento y comportamiento: 1) “recursos”, 2) “heurísticas”, 3) “control” y 4) “sistemas de creencias” (Rocha, 2006).

En las ideas de este autor: 1) los “recursos” son el conocimiento de los propios procesos de pensamiento que uno tiene para solucionar un problema particular, 2) “heurística”, significa “sirviendo saber o entender”, una “estrategia heurística”, es una técnica o sugerencia diseñada para ayudar a entender mejor un problema, 3) “control”, llamado también “autorregulación”, es el conocimiento que guía la selección e implementación de recursos, una estrategia cognitiva para la asignación de medios, y 4) “sistemas de creencias” (e intuiciones) son los fenómenos que pueden influenciar el comportamiento del alumno sobre sí mismo, sobre la tarea, entre otros:

> Mientras el conocimiento de los propios procesos y la auto-regulación tratan del reconocimiento, supervisión y control […], las creencias e intuiciones consideran las relaciones de los individuos con las situaciones matemáticas y los efectos de la perspectiva individual sobre el comportamiento matemático” (Ferreira, 2003, p. 63).

El autoconocimiento que posee una persona acerca de sus procesos cognitivos, de las características y exigencias de las situaciones y tareas a resolver, y de las estrategias que puede desplegar para regular eficientemente su ejecución en las mismas, constituyen indudablemente un componente esencial del aprendizaje, estrechamente vinculado a su eficiencia, su carácter consciente y autorregulado. Todos estos fenómenos se relacionan e integran el concepto de *metacognición.*

Los fracasos de estudiantes, al resolver problemas matemáticos, pueden ser explicados por algún mal funcionamiento en las dos últimas categorías del modelo de Schoenfeld, toda vez que los requisitos de conocimientos que poseen los estudiantes no son aplicados coherentemente, puesto que no saben cómo monitorear y evaluar sus decisiones. En su labor investigadora, desarrollando cursos de estrategias de resolución de problemas, el autor encontró que los estudiantes tenían recursos para resolver problemas, pero que eran incapaces de aplicar esos recursos con éxito ya que les faltaba el conocimiento de cómo regular sus pensamientos Schoenfeld considera que la “cognición matemática” interactúa con la metacognición y que las instrucciones que llevan en cuenta esos dos procesos contribuyen para aumentar las habilidades de los estudiantes para resolver problemas, incluso problemas poco familiares.

### 3.1.3. Estudios Actuales sobre la Metacognición.

En la actualidad, según Bara Sosa (2001) en su estudio, la metacognición es un tema destacado en las investigaciones, diferentes estudios la trabajan a partir de temas como:

> la “metamemoria” (Flavell y Wellman, 1977; Schneider, 1985; Schneider y Pressley, 1998), la “resolución de problemas” (Davidson, Deuser y Sternberg, 1994, Jausovec 1994), el “razonamiento” (Kuhn, 1989), la “inteligencia” (Sternberg, 1985), la “lectura” (Baker y Brown, 1984; Paris, 1991 entre otros), la “educación matemática” (Schoenfeld, 1987; Swanson, 1990 entre otros), la “comunicación” (Mayor et. al., 1993) y el “aprendizaje” y la “instrucción” (Mateos, 2001; Mayor et. al., 1993; Ferreira, 2003, entre otros) (p. 37).

### 3.1.4. Metacognición y Desarrollo Profesional.

Ferreira (2003) trabaja la relación entre metacognición y desarrollo profesional de profesores de matemáticas, manifiesta que la metacognición “es un proceso que envuelve la toma de conciencia y comprensión de los propios saberes y prácticas, la reflexión y la autorregulación del propio aprendizaje y practica” (p.35).

### 3.1.5. Metacognición y Reflexión.

Una de las actividades más importantes de la metacognición es la “Reflexión”. Ferreira (2003), al discutir en sus estudios la relación que existe entre los conceptos metacognición y reflexión, observa la intrínseca relación entre ambos conceptos, toda vez que el primero envuelve la reflexión sobre los procesos cognitivos, pero tal relación aún no ha sido discutida en profundidad. Para ella “la reflexión es una acción importante dentro del proceso metacognitivo, sin embargo, para otros autores la reflexión seria un concepto amplio que envolvería la metacognición” (p. 40).

Por otra parte, McAlpine, et. al (1999), señalan que “la reflexión es entendida como un proceso formativo de evaluación compuesto por seis componentes: metas, conocimiento, acción, monitoramiento, toma de decisión y un ´pasillo de tolerancia” (p.47).

Puntambekar & Boulay citado por Macías & Sanabria (2006) definen la reflexión como:

> El proceso consciente del propio conocimiento y de los propios procesos cognitivos. Las actividades de reflexión animan a los estudiantes a analizar sus realizaciones, contrastar sus acciones con las de otros, abstraer las acciones que ellos utilizan en situaciones similares y comparar sus acciones con las realizadas por los expertos Goodman, Soller, Linton y Gaimari (1998) (p. 80).

### 3.1.6. Tipos de Estrategias.

Según la clase de estudiante que se enfrenta a resolver un problema, son variadas las estrategias que se llevan a cabo para buscar la solución a un problema. Se observan entre ellas, las de repaso, elaboración, organización y de pensamiento crítico, nombradas por Pintrich y García (1993) como estrategias cognitivas: repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico y estrategias metacognitivas: las de planeación, control y regulación.

**Estrategias cognitivas:** Entre las estrategias cognitivas, Pintrich et al (1991) y Pintrich & García (1993) distinguen estrategias de repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico. Estas estrategias se describen a continuación.

***Estrategia de Repaso*:** la memoria a largo plazo guarda gran cantidad de información. En esta estrategia, el estudiante busca la manera de recordar; proceso que se puede llevar a cabo, si se hace una lectura breve de un tema, si se observa la manera como se ha resuelto un problema, si se hace repetición constante de un planteamiento con el fin de afianzar un proceso.

***Estrategia de Elaboración*:** en esta estrategia, el estudiante utiliza el conocimiento previo que tiene en su memoria de largo plazo y la cruza con la nueva información, buscando afianzar su contexto o cambiarlo. Si la nueva información le sirve más que la previa, la información se transforma y se utiliza en la memoria de trabajo.

***Estrategia de Organización*:** estas estrategias conducen al estudiante a procesar más a fondo los materiales de estudio, "permitiendo construir conexiones internas entre las piezas de información ofrecidas en el material de aprendizaje (Pintrich et al.(1991); Pintrich & García, 1993; Winstein, Husmman & Dierking, 2000).

***Estrategia de Pensamiento crítico*:** en esta estrategia, el estudiante intenta pensar de un modo más "profundo, reflexivo y crítico sobre el material de estudio (Pintrich & García, 1993). Se observa cuando el estudiante entrega los procesos desarrollados en la solución de un problema.

***Estrategias Metacognitivas*:** En cuanto a las estrategias metacognitivas Pintrich, Smith, García y McKeachie (1991) sugieren que hay tres procesos generales: el planeamiento, la regulación y el control. Estos procesos se indican en seguida.

***Planeación*:** esta estrategia permite al estudiante organizar y comprender más fácilmente un material de estudio o el planteamiento de un problema. Se centra en observar la forma como el estudiante establece el procedimiento de trabajo para resolver el problema.

***Regulación*:** El estudiante hace ajustes continuos de los procesos cognitivos que realiza al solucionar un problema, se observa cuando al hacer entrega de procesos en la solución de problemas, hay cambios en su estructura; el estudiante debe entregar todo lo que realiza, sin efectuar borrado o tachado de algún procedimiento hecho.

***Control*:** esta estrategia se observa cuando se evalúa la atención y cuestionamiento que el estudiante realiza en la solución de un problema. Este procedimiento se mide al observar cuántas veces el estudiante hace uso de la retroalimentación, para determinar el mejor proceso para solucionar el problema.

Pintrich et al., (1991) y Pintrich & García (1993), establecen en las estrategias metacognitivas, la regulación del esfuerzo, lo cual alude a la habilidad del estudiante, para persistir en las tareas a pesar de las distracciones o falta de interés; tal habilidad es de importancia para el éxito académico, en la medida que implica compromiso con las actividades y tareas propuestas.

### 3.2. Resolución de Problemas.

En la actualidad, la Resolución de Problemas es considerada la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la Resolución de Problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que los rodea.

Según Dijkstra (1991) y Poggioli (1983), la Resolución de Problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra, el conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo. Consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional. Por ejemplo, si en un problema dado se debe transformar mentalmente metros en centímetros, esta actividad sería de tipo cognoscitivo. Si se pregunta cuán seguro se está sobre si la solución al problema es correcta, tal actividad sería de tipo metacognitivo, mientras que resolver el problema, con papel y lápiz, siguiendo un algoritmo hasta alcanzar su solución, podría servir para ilustrar una actividad de tipo estratégico (Poggioli, 1983).

Según Stanic & Kilpatrick (1989), el término "resolución de problemas" se ha convertido en un "slogan" que acompañó diferentes concepciones sobre ¿qué es la educación?, ¿qué es la escuela?, ¿qué es la matemática? y ¿por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular?

Stanic & Kilpatrick (1989), hacen un esquema sobre Resolución de Problemas, con tres significados, a continuación se describen:

### 3.2.1. Primer significado: Resolver problemas como contexto

Los autores plantean, que resolver problemas es funcional en el currículo si se utiliza su proceso de desarrollo, en beneficio de otros objetivos; para esto enmarcan su proceso en cinco roles: como justificación para enseñar matemática, como motivador para ciertos temas, como recreación, corno medio para desarrollar nuevas habilidades, como práctica. Se puede observar qué en la utilización de los roles, los problemas son usados como medios; esto es, la resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador del logro de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas.

### 3.2.2. Segundo significado: Resolver problemas como habilidad.

Al respecto, los autores muestran la Resolución de Problemas como una habilidad. Las concepciones pedagógicas y epistemológicas se direccionan a las técnicas de Resolución de problemas, enseñados como un *contenido,* con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

### 3.2.3. Tercer significado: Resolver problemas es “hacer matemáticas”

Hay un punto de vista particularmente matemático acerca del rol que los problemas juegan en la vida académica y ésta consiste en creer que el trabajo de la matemática realmente consiste en problemas y soluciones. Por su parte, Newell & Simón (1972) manifiestan que “un problema se define como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere” (p.2), así mismo, Zambrano Castro (s/f), o como una situación, en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una “meta” utilizando para ello alguna estrategia en particular. Entonces, “la meta”, hace referencia a determinar una solución, la cual, si no es probada, puede ser errónea. La meta o solución está asociada con un estado inicial y la diferencia que existe entre ambos se denomina problema. Las actividades llevadas a cabo por los sujetos, tienen por objeto operar sobre el estado inicial, para transformarlo en meta.

Los diferentes planteamientos que se hacen sobre la resolución de problemas, muestran la importancia que ellos han tenido en las últimas décadas, no se puede hacer un contexto general de cada una de las opiniones que se tienen en los diferentes ámbitos educativos, pero lo anterior indica que no es indiferente el concepto de resolución de problemas. Un aspecto importante a considerar en el proceso de Resolución de problemas es la representación que el estudiante utiliza para resolver problemas. Esta consiste en la transformación de la información problemática en un lenguaje fácil de almacenar, en el sistema de la memoria, e incluye la identificación de las metas y los datos. La representación también ha sido denominada espacio del problema, para referirse a las representaciones mentales de los individuos, acerca de su estructura y de los hechos, conceptos y relaciones del mismo (Poggioli, 1983).

### 3.2.4. Las Estrategias de la Resolución de Problemas.

La estrategia busca aplicar procesos cognitivos y metacognitivos que le ayudan al estudiante a entender el problema, a aplicar los conocimientos necesarios para resolver los problemas y a buscar el mejor procedimiento posible para su solución, los conocimientos previos, la memoria a largo plazo y la memoria de trabajo, serán las herramientas cognitivas y metacognitivas que el estudiante utilice para solucionar un problema. Estudios previos sobre buenos ambientes que faciliten el aprendizaje y la generación de estrategias demuestran que la diferencia entre estudiantes exitosos y los que no tienen éxito se encuentra en el uso de estrategias de aprendizaje, de pensamiento y de resolución de problemas (Wong, 1985). Los buenos estudiantes controlan factores que afectan el pensamiento, manejando activamente las estrategias que son necesarias para tener éxito.

Kintsch y Greeno (1985) señalan que, una estrategia adecuada para resolver problemas consiste en traducir cada oración del enunciado del problema, a una representación mental interna y, luego organizar la información relevante en una representación mental coherente de la situación descrita en dicho enunciado. En este sentido, se puede señalar que las representaciones mentales adecuadas o inadecuadas, utilizadas por los individuos para resolver problemas, pueden facilitar o inhibir la solución. Derry & Murphy (1986) establecen que “una estrategia es el conjunto de procedimientos que se instrumentan y se llevan a cabo para lograr un objetivo” (p.3); cognitivamente se puede establecer, como el conjunto de procesos mentales empleados por un estudiante al buscar resolver un problema, de tal manera que pueda facilitar la adquisición de conocimiento. Para Weinstein & Mayer (1986), las estrategias son “todas las actividades u operaciones mentales” (p.315), ante lo cual, el estudiante en su proceso de aprendizaje, busca como objetivo codificar, aclarar, entender la información que da el problema. En general, las estrategias de aprendizaje (Weinstein, Husman y Dierking, 2000) dicen que se establecen como “cualquier comportamiento, pensamiento, creencia o emoción que ayude a adquirir información e integrarla al conocimiento ya existente, así como a recuperar la información disponible” (p.728).

Las estrategias de aprendizaje según Rinaudo & Donolo (2000) y Rinaudo & Vélez (2000), se clasifican como procedimentales e intencionales; las procedimentales corresponden a procesos que el estudiante realiza para buscar qué haría, cómo lo haría y qué esperaría obtener en el momento de resolver el problema; en las intencionales, el estudiante direcciona la estrategia para buscar un fin. Las estrategias procedimentales se asocian en matemática al proceso algorítmico, que el estudiante puede aplicar en forma secuencial al resolver un problema.

Los procedimientos en matemática están asociados a una secuencia de procesos que aplica el estudiante, al solucionar un problema; dependiendo del estudiante, el proceso se puede dar en menos o más pasos. Las estrategias intencionales, están direccionadas a la búsqueda de una solución; sin embargo, la forma como el estudiante aplique la estrategia, lo puede llevar a realizar análisis por submetas, donde la solución se da al resolver el problema por partes, de tal manera que al unir los resultados, se puede llegar a la respuesta final.

### 3.2.5. La Teoría de Poggioli.

Por otra parte, según Poggioli (1987), las estrategias generales en resolución de problemas son aquellos procesos de pensamiento que pueden usarse en forma efectiva para procesar información, al margen del contenido o dominio del conocimiento específico de un problema; entre ellas se enunciarán las determinadas por dicha autora así:

- Identificar el problema.
- Abstraer la información del problema.
- Identificar la pregunta.
- Definir variables.
- Formalizar las situaciones (ecuaciones).
- Plantear alternativas de solución.
- Aplicar una de las alternativas
- Evaluar la solución.

Las estrategias comprenden la utilización de diferentes tipos de conocimiento, encontrándose que los resultados apoyan la noción de que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión.

### 3.2.6. La Resolución de Problemas en matemáticas.

Desde la década de los sesenta del siglo XX se aprecia una preocupación creciente por incorporar la Resolución de Problemas en el currículo de las matemáticas escolares y un esfuerzo por sustentar las innovaciones curriculares sobre trabajos de investigación educativa. La escuela soviética de Educación Matemática puso enorme interés sobre este foco de investigación y sus avances. Algunos documentos claves al respecto son los que se indican a continuación.

Gaviria (2016) describe que los egipcios a lo largo de toda la historia eran puntales en cobrar ciertos impuestos a cada agricultor de acuerdo al área laborada en dicho plano o tierra. Esto significaba que cada faraón tenía que calcular con frecuencia ciertos porciones de tierra, y para dar solución a problemas prácticos surgieron las primeras fórmulas matemáticas. La historia de la Resolución de Problemas de matemática está vinculada a la historia de la matemática.

En la actualidad, el National Council Teacher of Mathematics (NCTM) norteamericano publica *An Agenda for Action* (1980), y sitúa como primer ítem en su lista de recomendaciones para la década de los 80s, la idea de que la resolución de problemas debe ser el eje de la matemática escolar, el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas y dedica el libro del año 1980 íntegramente al tema: *Problem Solving in School Mathematics* (NCTM, 1980).

La ATM inglesa, en el párrafo 249 del informe Cockcroft, (1985) establece que la habilidad en resolver problemas es el núcleo central de las matemáticas, y elabora un documento en el que se afirma taxativamente que la resolución de problemas podría y debería reemplazar a la aritmética rutinaria como el tema principal en las clases de primaria. Añade:

> La enseñanza de las Matemáticas debe considerar la Resolución de Problemas, como un factor primordial en todo contexto y más aún cuando se incluye la aplicación de diferentes áreas entrelazadas con situaciones de la vida diaria. Es de vital importancia incorporar los procesos en resolución de problemas, como factores que afectan no solo a la educación, sino que se deben fundamentar las estrategias que necesita el estudiante en ella, para que la aplique en el contexto diario (p. 54).

Los Estándares Curriculares del NCTM (1989, 2000) en España, incluyen la resolución de problemas como uno de los estándares que hay que desarrollar en el currículum escolar de matemáticas. En España se incluyen recomendaciones explícitas en la propuesta curricular que propugna en el Decreto Curricular Base de 1989. En esta dirección, la resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario, porque es un medio de aprendizaje y refuerzo de contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la interrelación entre los distintos bloques y las restantes áreas (NTCM, 1989).

Por su parte, Guzmán (2012) comenta que antes de lanzarse a buscar soluciones y aplicarlas para intentar resolver el problema, hay que analizar detenidamente las causas colaterales, efectos que no son detectables a primera vista las cuales se llaman fases o procesos; las cuales se mencionan a continuación:

- Fase comprensiva y abordaje del problema.
- Fase búsqueda de estrategias,
- Fase de actuación según el plan adoptado,
- Fase de revisiones decisiva para que se produzca un aprendizaje duradero

Clitford (2010) menciona que los procedimientos que los estudiantes ponen en juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de la situación. Con un mismo cálculo se pueden resolver problemas aritméticos de diferente complejidad. Para el estudiante, en cada caso, se debe establecer relaciones distintas para la resolución de problemas matemáticos.

### 3.2.7. Teoría de Woods.

La teoría de Woods (1997, 2001, 2002), la cual, también se aplica en este estudio sobre Resolución de Problemas implica:

- Estar conscientes del proceso utilizado para resolverlo.
- Monitorear y reflexionar sobre el proceso utilizado.
- Saber identificar patrones para decidir con rapidez, si la situación es un problema o un ejercicio.
- Aplicar diversas tácticas y heurísticas.
- Poner el énfasis en la precisión de la solución, no en la velocidad con la que se resuelve.
- Analizar los datos creando gráficas y diagramas que permitan comprender mejor el problema.

- Ser organizado y sistemático durante el proceso de resolución
- Ser flexible.
- Recordar los conocimientos involucrados y determinar su calidad, exactitud y pertinencia, así como la de los datos disponibles.
- Estar dispuesto a trabajar con información ambigua, aceptando el cambio y la angustia.
- Estar dispuesto a reunir información para definir adecuadamente el problema.
- Tener un acercamiento que utilice principios básicos y no tratar de memorizar soluciones simples para después combinarlas.

A continuación, se presentan las clases de problemas más usados en matemática:

- Problema de reconocimiento.
- Problema de algorítmicos o de repetición.
- Problemas de procesos.
- Problemas de traducción simple o Compleja.
- Problemas sobre situaciones reales.
- Problemas de puzles.
- Problemas de historias matemáticas

### 3.2.8. La teoría de Polya y las etapas de Resolución de Problemas.

Pólya (1954) trabajó muchos enfoques, propuestas y teorías. En su obra "How to solve it", realiza un análisis sistémico en etapas, para resolver problemas, el cual es un método general basado en cuatro sencillos pasos: "entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás" (Escalante, 2015). Según Polya (1954), estas etapas incluyen interrogantes asociados:

***Comprender el problema*****:** ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?

***Concebir un plan*****:** ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?

***Ejecutar el plan*****:** ¿Son correctos los pasos dados?

***Examinar la solución obtenida*****:** ¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?

Su obra más importante fue sobre la Resolución de Problemas, dejando diez mandamientos para los profesores de matemáticas, a saber:

- Interés en la materia.

- Conocimiento de la materia.
- Observar las expectativas y dificultades de los estudiantes.
- Descubrir e investigar.
- Promover actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.
- Permitir aprender a conjeturar.
- Permitir aprender a comprobar. Sugerir; no obligar que lo traguen a la fuerza
- Advertir que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros.
- No mostrar todo el secreto a la Primera vez. Dejar que los estudiantes hagan las conjeturas antes.

La mayoría de los programas de entrenamiento en solución de problemas, enfatizan procesos generales como los planteados por Polya (1965). Para efectos de la presente investigación se ha tomado el primer paso: entender el problema, el cual se abordará más adelante, como comprensión del problema.

### 3.2.9. La teoría de Mayer sobre Resolución de Problemas.

Por otra parte, Mayer (1983), establece que los problemas tienen cuatro componentes: las metas, los datos, las restricciones y los métodos. Las metas son la comprensión del problema, constituyen lo que se desea lograr en una situación determinada. Poggioli, (1983), al respecto manifiesta que “en un problema puede haber una o varias metas, las cuales pueden estar bien o mal definidas” (p.3).

Los datos y las restricciones son el análisis de la información numérica o verbal con que cuenta el estudiante para analizar el problema planteado. (Poggioli, 1983) manifiesta “al igual que las metas, los datos pueden ser pocos o muchos, pueden estar bien o mal definidos o estar explícitos o implícitos en el enunciado del problema” (p.3). Las restricciones son los factores que limitan la vía para llegar a la solución. De igual manera; pueden estar bien o mal definidos y ser explícitos o implícitos. Los métodos u operaciones son estrategias, es decir, los procedimientos utilizados para resolver el problema.

### 3.2.10. La teoría de Schoenfeld y las habilidades en la solución de problemas.

A su vez, Schoenfeld (1985) considera insuficientes las estrategias planteadas por Polya para la Resolución de Problemas. Manifiesta que el proceso es más complejo y que involucra algunos otros elementos como aquellos de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural. Por tal razón, establece cuatro aspectos que intervienen y se deben de tener en cuenta, los cuales son:

- Recursos cognitivos, entendidos como conocimientos previos (el dominio del conocimiento).
- Heurísticas: estrategias o reglas para progresar en situaciones con dificultades.
- Control: uso de estrategias metacognitivas, es decir, aquello que permite realizar un uso eficiente de los recursos disponibles.
- Sistema de creencias: conjunto de ideas o percepciones que las personas poseen acerca de las matemáticas y su enseñanza.
- Para abordar el proceso de resolución de problemas, Schoenfeld (1985) también indica cuatro pasos:
- Analizar y comprender el problema.
- Diseñar y planificar una solución.
- Explorar diferentes soluciones, considerando problemas similares, modificaciones al problema original o considerando amplias modificaciones al problema inicial.
- Verificar la solución, realizando y contestando diferentes preguntas como las siguientes: ¿utiliza todos los datos pertinentes?, ¿está acorde con predicciones o estimaciones razonables?, ¿es posible obtener la misma solución con otros métodos?, ¿es posible reducir la solución a resultados conocidos?

En muchos planteamientos de problemas, el estudiante puede determinar con claridad o no, el proceso a llevar a cabo en la solución de un problema, esto depende de la claridad con que se enuncie el problema. Backhoff, Sánchez, Peón y Andrade (2010) señala algunos rasgos que caracterizan a los buenos problemas: los problemas no son cuestiones con trampas ni acertijos. Los problemas pueden o no tener aplicaciones prácticas. Los problemas representan un desafío. Los problemas deben ser abordables. Esto es, el estudiante debe poder desarrollarlos; el conocimiento base con que cuente su memoria de largo plazo, debe facilitarle en su mayoría la comprensión y análisis de los problemas planteados, sino es así, el estudiante no querrá abordarlos.

La habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, aparece no sólo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general, con que han de trabajarse los contenidos de la matemática [...] situándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje en esta área. (Vilanova, et al, 2001, p.35).

Es importante recalcar que, la gran cantidad de ejercicios que se pueden plantear y resolver, y los problemas que buscan una solución óptima, se basan en comprender el problema para poder resolverlo, esto es, el estudiante debe ser hábil en desarrollar procedimientos e identificar los conceptos básicos. Las estrategias que aplique el estudiante en la resolución, determinaran habilidades para comprender y resolver el problema, sea que quede bien resuelto o no.

### 3.2.11. Proceso de Comprensión y Solución de Problemas.

Según los tipos de conocimiento específicos que se activan en la etapa de comprensión del problema, de conformidad con la teoría de Mayer, se puede decir: para lograr la comprensión conceptual de las fracciones y sus diferentes significados se propone las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática y para desarrollar procesos de aprendizaje más significativos. Mayer (1982, 1983, 1985 y 1986), propone un modelo de resolución de problemas matemáticos, basado en los procesos de comprensión y solución, en los que intervienen cinco campos específicos del conocimiento: lingüístico, semántico, esquemático, estratégico y operativo, explicados anteriormente.

Un ejemplo propuesto por Mayer (1985) para resolver problemas matemáticos es el siguiente: “Una barca a motor viaja corriente abajo durante 120 minutos, con una corriente de 8 Km. por hora. En el mismo viaje de regreso, corriente arriba, tarda 3 horas. Hallar la velocidad de la barca en aguas tranquilas” (p. 46).

En este ejemplo, se hace necesario realizar dos procesos mentales: en primer lugar, un proceso de comprensión que lleve a la representación interna del problema, reduciéndolo e integrándose a las estructuras cognitivas del sujeto; para realizar este proceso, se requieren tres tipos de conocimientos específicos: Conocimiento lingüístico de la lengua, en la que está redactado el problema, para entender las palabras que lo conforman. Conocimiento semántico para comprender los hechos que se comunican. En este caso, se ha de saber, que 120 minutos son dos horas, que los ríos tienen corriente abajo y arriba y que la velocidad del agua es de 8 km. por hora.

Conocimiento esquemático que le permita integrar el problema en una estructura cognitiva y saber lo que ha de hacer para resolverlo. En este ejemplo, a persona debe conocer el esquema de "espacio = velocidad x tiempo" y el esquema mental de los problemas de "corrientes" que le permitirá crear la ecuación representativa del problema: (velocidad del barco + velocidad de la corriente) x tiempo corriente abajo) = (velocidad del barco - velocidad de la corriente) x (tiempo corriente arriba).

En segundo lugar, una vez que se ha traducido e integrado el problema a la estructura cognitiva del sujeto, se ha de dar un proceso de solución que planifique, organice, aplique y evalúe las operaciones necesarias. Para ello, también se requieren otros dos conocimientos específicos:

***Conocimiento operatorio o algorítmico***, es el que realiza las operaciones que son necesarias para resolver el problema. Así, en el ejemplo anterior, se han de dominar las operaciones básicas de cálculo aritmético (suma, resta y división) y algebraico (operar con paréntesis y despejar la incógnita).

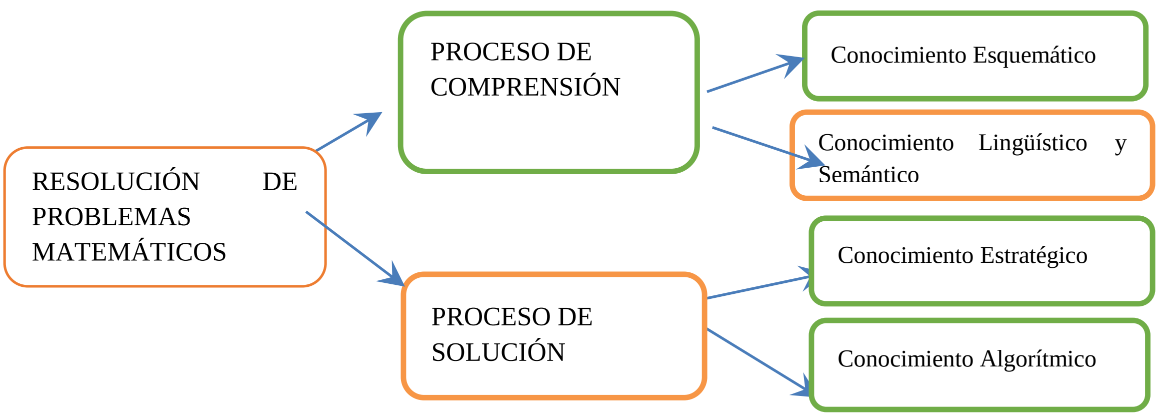



*Figura 1.* Resolución de Problemas matemáticos según Mayer. Adaptado de "Pensamiento, resolución de problemas y cognición" por Mayer, R., 1986, Barcelona, Paidós.

***Conocimiento estratégico,*** es el que planifica, secuencia, dirija y evalúe los distintos tipos de conocimientos: lingüístico, semánticos, esquemático, algorítmico.

Un aspecto importante a considerar en el proceso de Resolución de problemas es la representación que el estudiante utiliza para resolver problemas. Esta consiste en la transformación de la información problemática en un lenguaje fácil de almacenar, en el sistema de la memoria, e incluye la identificación de las metas y los datos. La representación también ha sido denominada espacio del problema, para referirse a las representaciones mentales de los individuos, acerca de su estructura y de los hechos, conceptos y relaciones del mismo (Poggioli, 1983).

Por otra parte, De Larrosa, Kintsch, Reusse & Weimer (1988) comprueban que la dificultad para resolver muchos problemas está en el empleo de estructuras lingüística poco adecuadas al conocimiento y madurez conceptual de los niños. Para superar estas dificultades, Polya (1957) y Mayer (1986) recomiendan emplear un lenguaje adecuado al nivel de madurez del sujeto, enunciar los datos y la meta del problema con otras palabras y representarlo de forma gráfica. En la Tabla 6, se indican los pasos a seguir en la resolución de un problema y las preguntas.

*Tabla 6*

*Etapas y secuencias para desarrollar conocimiento metacognoscitivo para la resolución de problemas*

| Primero | Comprensión del problema |
|---|---|
| Comprender el problema | ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuáles son las condiciones?, ¿Es posible cumplir las condiciones? ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita?, ¿Son insuficientes?, ¿Son redundantes?, ¿Son contradictorias? Represente el problema con una figura. Adopte una notación adecuada. Separe las diferentes partes de las condiciones, ¿Puede ponerlas por escrito? |
| Segundo | Concepción de un plan |
| Descubrir las relaciones entre los datos y la incógnita. Puede verse obligado a tomar en cuenta problemas auxiliares si no encuentra una relación inmediata. Debe llegar a tener un plan de resolución | ¿Se ha encontrado antes con el problema?, ¿Lo ha visto de forma diferente?, ¿Conoce algún problema relacionado?, ¿Conoce algún teorema que le pueda ser Útil? Revise la incógnita. Intente recordar algún problema familiar que tenga una incógnita igual o parecida. ¿Puede replantearse el problema? Si no puede resolver el problema propuesto, intente resolver primero algún problema que se relacione con el mismo. ¿Puede imaginarse un problema más sencillo, relacionado con éste?, ¿Algún problema más general?, ¿más particular?, ¿Análogo? ¿Puede resolver alguna parte del problema? Mantenga sólo una parte de las condiciones, abandone la otra parte. ¿Hasta qué punto se determina entonces la incógnita, cómo puede variar?, ¿Podría extraer algo práctico a partir de los datos?, ¿Puede pensar en otros datos adecuados para hallar la incógnita?,¿Puede cambiar la incógnita, o los datos, o las dos cosas si hace falta, para que la incógnita esté más próxima a los datos nuevos?, ¿Ha utilizado todas las condiciones? ¿Ha tomado en cuenta todos los elementos esenciales que intervienen en el problema? |
| Tercero | Ejecución del plan |
| Llevar a cabo un plan | Cuando lleve a cabo su plan de resolución, compruebe cada paso. ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrar que es correcto? |
| Cuarto | Verificación |

| | |
|---|---|
| Examinar la solución obtenida | ¿Puede comprobar el resultado? ¿Puede comprobar el razonamiento?, ¿Puede percibirlo a simple vista? ¿Puede utilizar el resultado o el método para algún otro problema? |

Nota: Adaptado de “Resolución de Problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato” por Bañuelos, A.M., 1995, *Perfiles Educativos*. No.67, p.50-58.

## 3.3. La Fracción como Parte-todo

### 3.3.1. Estudio epistemológico e histórico del concepto de fracción.

El concepto de fracción y sus distintos significados se ha ido desarrollando a través de tiempo, desde las primeras civilizaciones, hasta la actualidad. El desarrollo de las matemáticas y sus conceptos ha tomados siglos de contextualizaciones y debates para construir las bases de las matemáticas, tal como se conoce hoy en día.

En la Figura 2, se observa, una línea del tiempo sobre la cronología de los números fraccionarios, el cual se inicia por el año 1800 antes de Cristo con información sobre la escritura en papiros de fracciones en Egipto, pasando por babilonios, griegos, sumerios, hindúes, edad media, el año 1600 con John Napier en Escocia, quien introduce el uso de la coma decimal, Stiven y otros, hasta llegar a los tiempos actuales.  Es una muestra, no es una línea del tiempo terminada, el hacerlo, implicaría otra investigación.

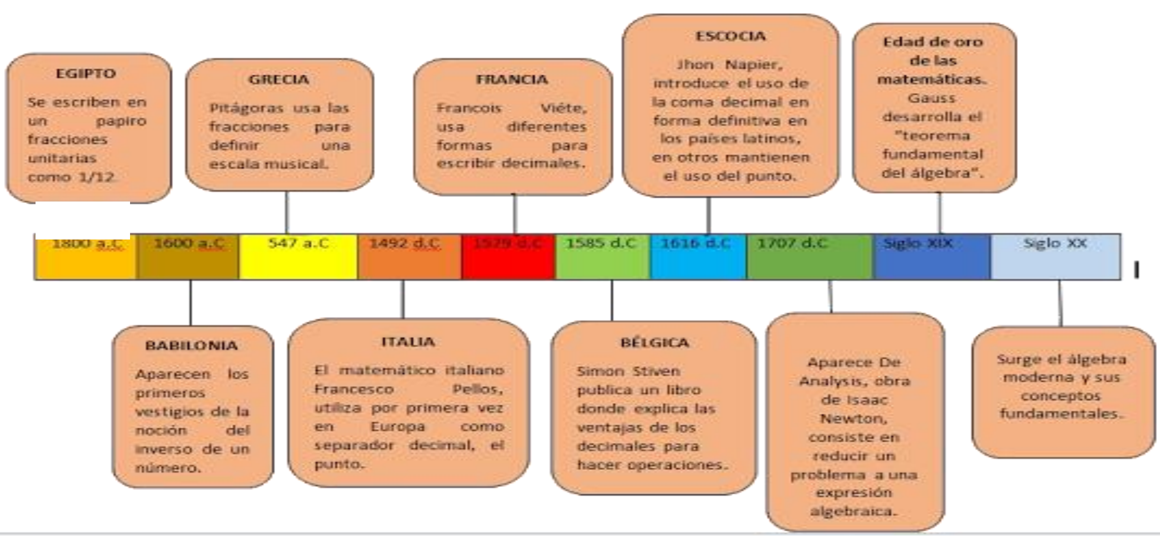



*Figura 2.* Cronología de los números fraccionarios. Adaptado de “fracciones en grado sexto” por Escobar-Vásquez, 2016, recuperado de: https://www.google.com.co/imgres?imgurl=https%3A%2F%2F1.bp.blogspot.com%2F

#### *3.3.1.1. Inicios de la fracción.*

Contar y medir: los números aparecen cuando el hombre tiene necesidad de contar objetos, personas, animales, elementos de su entorno. Por tal razón se deduce que el hombre pudo contar, de manera inicial, conjuntos de cinco o diez elementos, usando los dedos de las manos y después hasta quince y veinte, si utilizaba los dedos de sus pies.

Pero, llego el momento en que este método le resulto precario, por cuanto le inhibía el proceso de conteo. De esta manera, se cree que el hombre se ideo un sistema, con huesos, piedras y pedazos de madera con las cuales pudiera contar un mayor número y guardar mayor cantidad de datos. En los palos hacían marcas que representaban datos mayores (Gaviria, 2016). De esta forma, el hombre inventó la escritura numérica y ayudó a que el concepto abstracto de número se fuera conociendo, mediante el uso de un conjunto de signos y reglas que cambiaban según la cultura. El vocablo ‘fracción’ tiene su origen etimológico en la locución latina fractio, que traduce división, fractura o rotura. Juan de Luna (1575, 1645) fue el primero en usarla, cuando al compilar algunos escritos de tipo de Al’Khwarizmi tradujo del árabe el término al-Kasr que significa quebrar o romper.

Gaviria (2016) explica que la noción de fracción surge mucho antes de este momento: “Así como el hombre empezó a contar a partir de los números naturales, empezó a medir con los números racionales cuya idea fundamental, históricamente hablando, son las fracciones” (p.21). Se cree que los hombres de la edad de piedra nunca representaron las fracciones puesto que no tenían necesidad de ellas; sin embargo, con el pasar del tiempo algunas comunidades fueron adquiriendo un alto nivel de desarrollo cultural y científico (a veces mezclado con algunas prácticas mágicas), surgiendo así, la necesidad de usar fracciones. Esto ocurre hacia la Edad del Bronce, época cuando las culturas egipcia y babilónica dominaron gran parte del conocimiento humano de la época.

Obando, (2003), añade que:

> la medición, -el acto de medir- es importante en el proceso de conceptualizar los números racionales, pues de ella se derivan las fracciones, cuando lo que se mide no es un múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada (p.61).

#### *3.3.1.2. Egipcios.*

Es hacia la Edad del Bronce, la época en la cual las culturas egipcia y babilónica dominaron gran parte del conocimiento humano de la época. Se calcula que para el año 3000 a.C. los egipcios usaban un sencillo sistema pictográfico (jeroglífico) para la escritura de los números, pero complicado para operarlo entre sí. En este sistema numérico de base diez, no posicional, se encontraron evidencias del uso de fracciones unitarias (1/3), cuyo numerador es uno y el denominador es un entero positivo.

Sobre el particular, se afirma que: Uno de los textos matemáticos más antiguos es el Papiro *Rhind*, compuesto por *Ahmés* hacia el año 1650 a.C. *Ahmés* fue un escriba que se apoyó de algunos escritos antiguos que datan de la Dinastía XII de Egipto. Este documento fue considerado como un manual práctico de matemáticas egipcias, el cual presenta en su contenido algunos problemas de la vida cotidiana en los que se trabajan fracciones, ecuaciones, progresiones, cálculo de áreas y volúmenes de algunas figuras geométricas, pero con algunos errores en sus planteamientos y soluciones (Gaviria, 2016).

*Figura 3.* Papiro de Rhind. Extraído de “Estrategia Didáctica para Trabajar el Concepto de Fracción como Relación Parte-Todo en Grado Quinto, teniendo en cuenta su origen Histórico” por Gaviria, U, 2016, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá D.C., Colombia

Gaviria (2016) indica:

Los egipcios representaban una fracción como suma de fracciones unitarias, sin repetición, puesto que afirmaban que cada fracción era ‘única’, por lo tanto, no era permitido iterar sumandos; por ejemplo, para representar la fracción 2/3 lo hacían de la siguiente manera traducido a nuestro actual sistema de numeración (p.22).

Esta suma de fracciones unitarias puede visualizarse como sigue:

$$\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}$$

Por otro lado, los egipcios en su escritura de fracciones, colocaban un símbolo de forma ovalada, que se pronunciaba como *ro*, encima del denominador

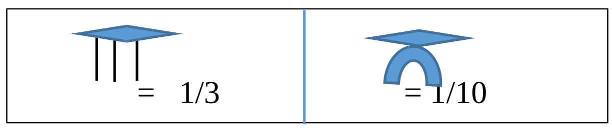



*Figura 4.* Uso de "ro" en numerales egipcios. Adaptado de "La Fracción, elemento Dialogante en el Contexto Matemático" por Ordoñez, C., 2012, [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia

Las fracciones ½, ¼, 1/8 tenían escritura especial entre los egipcios.

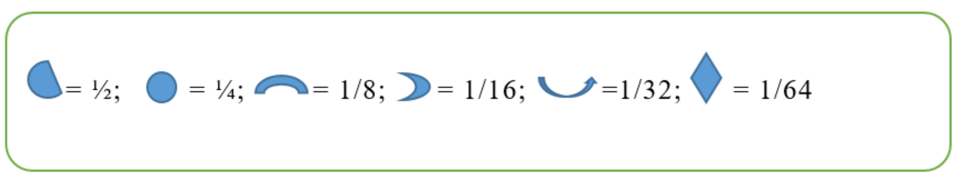



*Figura 5.* Fracciones egipcias con escritura. Adaptado de "Estrategia Didáctica para Trabajar el Concepto de Fracción como Relación Parte-Todo en Grado Quinto, teniendo en cuenta su origen Histórico" por Gaviria, U, 2016, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá D.C., Colombia

#### ***3.3.1.3. Los babilonios.***

La cultura babilónica empleaba un sistema de numeración posicional de base 60, con una representación para el cero. De aquí se deriva el uso moderno de 60 segundos en un minuto, 60 minutos en una hora, 360 grados en un círculo (Ordoñez, 2012); los babilonios fueron capaces de realizar grandes avances en matemáticas por dos razones: en primer lugar, el número 60 es un número compuesto, con muchos divisores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60, lo cual facilita los cálculos con fracciones; adicionalmente, a diferencia de egipcios y romanos, los babilonios, indios y mayas poseían un verdadero sistema de notación posicional, en donde los dígitos escritos en la columna de la izquierda representan valores mayores (tal y como en nuestro sistema de base diez: 734 = 7×100 + 3×10 + 4×1). Los sumerios y babilonios fueron pioneros a este respecto (Hincapié, 2011).

La Figura 6, es una tablilla de barro babilónica *YBC 7289* con anotaciones. La diagonal muestra una aproximación de la raíz cuadrada de 2 en cuatro cifras sexagesimales, que son como seis cifras decimales: $1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1.41421296$. Para los quebrados propios 1/2, 1/3, 2/3, 5/6, hubo nombres propios y signos específicos.

El período de la Antigua Babilonia es el período al cual pertenecen la mayoría de las tablillas de arcilla, que es por lo que la matemática de Mesopotamia es comúnmente conocida como matemática babilónica. Algunas tablillas de arcilla contienen listas y tablas, otras contienen problemas y soluciones desarrolladas. (Ver Figura 7).

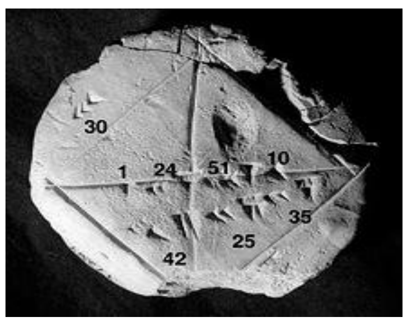



*Figura 6.* Tablilla de arcilla babilónica llamada YBC 7289. Adaptado de “Estrategia Didáctica para Trabajar el Concepto de Fracción como Relación Parte-Todo en Grado Quinto, teniendo en cuenta su origen Histórico” por Gaviria, U, 2016, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá D.C., Colombia

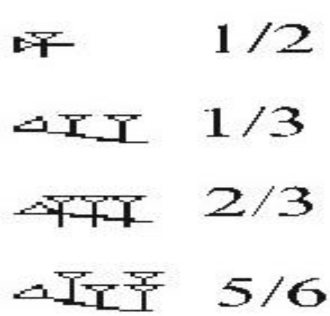


Figura 7. Fracciones cuneiformes. Adaptado de “Estrategia Didáctica para Trabajar el Concepto de Fracción como Relación Parte-Todo en Grado Quinto, teniendo en cuenta su origen Histórico” por Gaviria, U, 2016, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá D.C., Colombia

Al resumir las contribuciones de las dos civilizaciones (babilonia y egipcia) en matemáticas, se debe señalar como una aritmética esencialmente de números enteros y de fracciones, aunque hay cálculo aproximado de irracionales, notación posicional, muy poco simbolismo, relevante desarrollo del álgebra y la aritmética en los babilonios, que luego serían retomados por los griegos (aunque de otra manera) (Hincapié, 2011).

#### *3.3.1.3. Los sumerios.*

Los antiguos sumerios, en Mesopotamia (3000 a. C.), desarrollaron un complejo sistema de metrología desde el año 3000 a. C. A partir del año 2600 a. C. en adelante, los sumerios escribieron tablas de multiplicar en tablillas de arcilla y realizaron ejercicios geométricos y problemas de división. Las trazas más antiguas de los numerales babilónicos se remontan también a este período.

#### *3.3.1.4. Los chinos.*

En la antigua China se destacó el hecho, de que en la división de fracciones se exige la previa reducción de éstas a común denominador; los chinos conocían bien las operaciones con fracciones ordinarias, incluso hallaban el mínimo común denominador de varias fracciones.

#### *3.3.1.5. Los griegos.*

Los griegos mostraron sus grandes habilidades en el uso de los números fraccionarios aplicándolos en la geometría, realizando algunas construcciones geométricas de segmentos cuyas longitudes representan racionales.

Edad Media (S.XIII). Hacia el siglo XIII, Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, fue un matemático italiano, famoso por haber difundido en Europa el sistema de numeración actualmente utilizado de la notación posicional (de base 10, o decimal) y un dígito de valor nulo: el cero; y por idear la suma de fracciones unitarias. Más tarde, el matemático inglés Silvester (1880) lo investigó con mayor profundidad.

El Renacimiento (S. XVI). La fusión de las unidades de la Aritmética y la Geometría se establece a partir de los trabajos de Stevin, en el siglo XVI, a raíz del comercio existente en Europa que no permitía efectuar los negocios en forma eficiente y precisa por el sistema de medida existente. Obando (2003) manifiesta:

> Simón Stevin (1583) establece el carácter de número de la unidad, así como su divisibilidad, sin que por ello deje de ser unidad. De esta manera borra las fronteras entre lo continuo y lo discreto, esto es, entre las magnitudes y los números. Pero además extiende la notación decimal para la escritura de las fracciones de unidad (tal como la conocemos hoy en día), las cuales desde entonces son consideradas como números (p.160).

Y Obando (2003) añade:

> Como puede verse, el trabajo de Stevin permite la transformación profunda de la naturaleza epistemológica del concepto de número instaurada desde los griegos. Pero es de destacar que este cambio tiene entre sus raíces el interés de matematizar las prácticas sociales ligadas al comercio, prácticas que, desde la perspectiva griega, no merecían la atención del matemático (p.161).

Por otra parte, desde el estudio histórico- epistemológico de su tesis doctoral, Obando (2003) destaca dos hechos fundamentales:

> Las dicotomías “continuo–discreto”, “unidad aritmética–unidad geométrica” y “número–magnitud”, que se muestran como factores epistemológicos claves en el proceso de construcción histórico del concepto de número racional, deben ser firmemente conceptualizadas si se quiere que las fracciones de unidad sean aceptadas como números y, las prácticas sociales de la medición son una fuente importante para avanzar en el proceso de conceptualización de las fracciones de unidad como números (p.161).

En 1579, François Viéte usa diferentes formas para escribir los números decimales. Por su parte, en 1616, John Napier introduce el uso de la coma decimal en forma definitiva en los países latinos; en otros, siguieron usando el punto.

Descartes (1596-1650), en su libro de Geometría, trabajo las fracciones como cociente. Gaviria (2016) manifiesta sobre el particular:

> El cociente de dos números sería la razón de los segmentos que los representan (según los principios del libro V de los Elementos de Euclides)” (p.32); añade Gaviria (2016) respecto de lo anterior, que “Descartes aclara como pueden emplearse las letras en geometría, […]

de esta manera para dividir la línea BE por la BD, se designa a la una $a$ y a la otra $b$ y se escribe *a/b* para dividir *a* por *b* (p.32).

### 3.3.2. Tiempos Modernos y Contemporáneos.

El siglo XIX, edad de Oro de las Matemáticas, Gauss desarrolla el teorema del álgebra. Para el siglo XX, surge el álgebra moderna y sus conceptos fundamentales, como se conoce hoy en día. Gaviria (2016) manifiesta:

> En la actualidad, la herencia cultural y científica de otras culturas ha culminado con una práctica que permite simbolizar las fracciones de formas diferentes. Las notaciones más populares y usadas son $\boldsymbol{aa}/\boldsymbol{bb}$ (introducida por *De Morgan* en 1845) o la común $\boldsymbol{aabb}$; sin embargo, también se utiliza el signo de porcentaje (%), o los dos puntos (:) para las escalas de mapas o planos (p.33).

El presente estudio aborda el concepto de fracción como parte de un todo, en contexto continuo, discreto y como razón, por cuanto permite interpretar la relación de cantidades de cada conjunto que se compara.

#### *3.3.2.1. La Fracción y sus diferentes significados.*

En general, la fracción se define como un numero de la forma *a/b* donde *a* y *b*, son números enteros y $b \neq 0$ y *a/b* se entienden como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales (*b*) y luego tomar una cantidad *(a)* de esas partes. Donde *a* se conoce como numerador y *b* como denominador de la fracción.

Llinares & Sánchez (1997) afirman que: "llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones, sin mencionar a las ya establecidas desde el lenguaje cotidiano, cuestión que suele estar presente en los procesos de aprendizaje de estos temas" (p.189). La comprensión del concepto de fracción depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es importante tener claro que significa cada uno.

#### *3.3.2.2. La Fracción como Parte-todo.*

Inicialmente, *"fracción"* significa la división de la unidad en partes iguales y la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes, el cual puede estar formado por varios todos. Ordoñez (2012) sobre la fracción manifiesta que es la división de una cosa en partes. Parte o porción de un todo (toma una fracción de tarta).

El *"todo"* hace referencia al nombre de unidad, en cada caso concreto, por ejemplo, una carta, un balón, un esfero (Llinares y Sánchez, 1998; Chaparro, 2009). La *"parte-todo",* es la idea intuitiva de dividir una totalidad en partes iguales, por ejemplo, cuando se habla de un pastel o de una manzana.

Por otra parte, la interpretación básica de la fracción como parte-todo es caracterizada por Obando (2003) de la siguiente manera: "la fracción como Parte-Todo puede ser definida como una nueva cantidad que expresa la relación cuantitativa entre cierta cantidad de magnitud tomada como unidad (todo) y otra cantidad de magnitud tomada como parte" (p.165).

De conformidad con Pruzzo (2012), Pujadas y Eguiluz (2000), Llinares y Sánchez (1997), se evidencia que los estudiantes no manejan esta interpretación. Se analizó el origen y desarrollo del concepto de fracción, con el objetivo de identificar algunas dificultades que presentó el hombre en cada momento histórico dado para la comprensión de sus significados y por ende discernir de una mejor forma las dificultades que presentan nuestros niños, en las aulas de clases, al momento de apropiarse de este importante concepto para su diario vivir.

Gallardo, González y Quispe (2008), manifiestan que existen cinco significados de la fracción reportadas a través de diferentes investigaciones (Kieren, 1976, 1988, 1993; Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Gairín, 1998; Escolano & Gairín, 2005; como se citaron en Gallardo et al, 2008): "parte-todo, cociente, operador, razón y medida. La relación parte- todo es la base para comprender las demás; la medida es el eje básico, porque establece la relación cuantitativa entre dos magnitudes (la parte y el todo)" (p.21)

Obando (2003), señala que:

> La fracción parte- todo se considera como un todo "continuo o discreto" que se divide en partes iguales, indicando esencialmente la relación existente entre el todo y un número designado de partes. La fracción, por tanto, es la parte en sí misma y no, una relación entre dos cantidades: la medida de la parte con respecto a la medida del todo. La relación parte-todo es un camino natural para la conceptualización de algunas propiedades (como la que conduce a la denominación "fracción propia" e "impropia"), algunas relaciones (como la de equivalencia), y algunas operaciones (como la suma y la resta) (p. 63)

Obando (2003) sintetizando la conceptualización sobre las fracciones, desde la relación parte- todo indica la relación parte-todo constituye un eje a través del cual acceder a otros conceptos de los números racionales. Las medidas, las fracciones decimales, los números decimales no enteros, los cocientes, algunos tipos de razones, la recta numérica.

A través de la relación parte-todo se tiende un puente de entrada a la conceptualización de la unidad como un todo divisible en partes más pequeñas, sin que por esto deje de ser unidad. Por lo tanto, se inicia un trabajo en la noción del continuo real. Además, lo anterior hace necesario un análisis de las relaciones entre la unidad aritmética y la unidad geométrica, proceso indispensable en la construcción conceptual de las fracciones de unidad como números.

La relación parte-todo es un camino natural para la conceptualización de algunas propiedades (como la que conduce a la denominación “fracción propia” e “impropia”), algunas relaciones (como la de equivalencia), y algunas operaciones (como la suma y la resta).

#### *3.3.2.3. La fracción y el contexto continuo.*

Es un término matemático. Continuo significa "que constituye un todo íntegro, sin interrupción" También se puede decir que “contexto continuo” es la representación de las partes del todo que no son numerables, tiende a ser infinito, por ejemplo: se tiene una circunferencia, la cual se puede fraccionar en ángulos, no importa cuantos, es infinito; el contexto continuo, las partes son numerables y hacen parte del todo, por ejemplo, se tiene diez esferas las cuales son el todo, pero si se partiera una, pierde su condición física y por ende deja de ser parte del “todo” (Chaparro, 2009).

#### *3.3.2.4. La fracción y el contexto discreto.*

Es un término matemático al igual que continuo. Significa "individualmente independiente y distinto". Murray (2011) al respecto expresa: “una función discreta es una función matemática cuyo dominio de definición es un conjunto numerable (o discreto)” (p.3). En el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, el significado de “discreto” es aquello que incluye o denota discreción. Conducta o dicho discreto. Discreto es también separado, distinto.

#### *3.3.2.5. La Fracción como Razón.*

Se da el nombre de "razón" a la comparación de dos cantidades; con dos miradas diferentes; se puede hacer dicha comparación, con la mirada de averiguar la diferencia que hay entre ellas o la averiguar las veces que la una contiene a la otra (Sánchez, 2014). La fracción como razón, también es una comparación entre dos conjuntos de unidades (de igual o diferente magnitud). Las razones pueden ser comparaciones parte-parte en un conjunto (magnitud discreta) o comparaciones parte-todo (magnitud continua y discreta).

La generalidad de la interpretación de la fracción como razón consiste en que permite comparar cantidades de magnitudes diferentes, mientras que en la interpretación parte-todo en un contexto de medida sólo permite comparar cantidades del mismo tipo (Hincapié, 2011).

Un ejemplo para dar claridad al concepto del significado de fracción como razón, es el siguiente: "En un concurso de pintura al aire libre se presentaron 50 participantes y diez obtuvieron algún premio. ¿Qué fracción representa los ganadores?" (Gaviria, 2016, p. 43). Este significado se usa comúnmente con la idea de formar proporciones y permite también desarrollar o integrar los conceptos de fracciones equivalentes, probabilidad y porcentajes. La relación entre los significados de la fracción como razón y como medida se explica por medio del siguiente ejemplo: La estatura de Juan equivale a *2/3* la estatura de María.

#### *3.3.2.6. La Fracción como medida.*

La fracción como medida aparece cuando con la fracción *a*/*b* se desea medir una determinada magnitud, en la cual la unidad no está contenida un número entero de veces, en la magnitud que se quiere medir. Para obtener la medida exacta se debe: Medir utilizando múltiplos y submúltiplos de la unidad y realizar comparaciones con la unidad (Obando, 2003).

La conceptualización de fracción como medida permite al estudiante ser capaz de identificar que una fracción a/b es a veces; es decir, que si repite 3 veces obtendrá, y si lo repite 4 veces, obtendrá. La comprensión de este significado les permitirá a los estudiantes resolver con mayor habilidad sumas y restas de fracciones y relacionarlos con otras representaciones como lo son los números decimales y estos nos llevan a los porcentajes (Hincapié, 2011).

#### *3.3.2.7. La Fracción como cociente.*

Respecto de la fracción como cociente, Obando (2003), menciona que:

> La fracción como cociente indicado es el resultado de dividir uno o varios objetos entre un número de personas o partes. También, se puede definir como el valor numérico de la fracción *a/b*. En este caso, la fracción es el resultado de una situación de reparto donde se busca conocer el tamaño de cada una de las partes resultantes al distribuir a unidades en b partes iguales. De esta manera, cuando la fracción es interpretada como el resultado de una división, esta fracción tendrá un significado y no será un símbolo muerto, sin sentido para quien lo utiliza (p. 69).

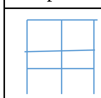
Un ejemplo sobre el concepto del significado de fracción como cociente es como sigue: “Seis niños van a repartirse cinco chocolatinas. Cómo deben hacer la repartición si todos quieren comer la misma cantidad.” (Gaviria, 2016, p. 46)

#### *3.3.2.8. Representación actual de la Fracción.*

A continuación, se observan los principales sistemas de representación de las fracciones, según Morcote, (2001), se observa en la tabla 7. Se observa las representaciones que actualmente tiene la fracción: como Figural se subdivide en Continuo (superficie y longitud) y Discreto; como Numeral: Fracción, Porcentaje y Decimal; como Literal, las distintas formas usadas en el lenguaje.

*Tabla 7*

*Principales sistemas de representación de las fracciones (Morcote, 2001)*

| Figural | | | Numeral | | | Literal |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Continuo | | Discreto | Fracción | Porcentaje | Decimal | Cuatro<br>Un cuarto<br>Uno de cuatro<br>Una cuarta parte<br>Proporción de uno a cuatro |
| Superficie | Longitud (o lineal) | | | | | |
|  | 0 1<br>\|_____\|______\| | O……O<br>O……\|O\| | 1/4 | 25% | 0,25 | |
| De cuatro partes guales | Señala punto entre 0 y 1 | Uno de los cuatro | Cociente de dos números | Sugiere 100 como la unidad | 25 de 100 | Cuatro partes iguales |

Nota: Adaptado de “El conocimiento profesional de estudiantes para profesor en una programación sobre Fracciones”

### 3.3.3. Aspecto didáctico del número racional.

Al mirar el aspecto didáctico del número racional, se observa qué al interpretar los números racionales desde un análisis semántico, sintáctico y matemático de la fracción, Ohlsson (como se citó en Obando, 2003):

> Caracteriza las fracciones a partir del concepto de constructo matemático y de dos tipos de significados: el significado matemático y el significado aplicacional. Desde esta

perspectiva se distinguen cuatro constructos para las fracciones: función cociente, número racional, vectores binarios y función compuesta (p.162).

De esta manera, Ohlsson al caracterizar las fracciones, “pone de manifiesto la complejidad del campo de significados de las fracciones al mostrar cómo éstas pueden ser interpretadas desde esos cuatro constructos matemáticos” (Obando, 2003, p.163).

Y añade Obando (2003):

> Por su parte, varios autores (Behr y Harel, 1990; Behr, Harel, Post y Silver, 1992; Behr, Harel, Post y Lesh, 1993) profundizan en el análisis propuesto por Ohlsson, en el sentido de realizar una caracterización semántica más fina de los distintos constructos bajo la óptica de la matemática de cantidades. Esta óptica los lleva a considerar dos nuevas variables, a saber: el tipo de unidad (simple o compuesta) y el tipo de magnitud (continua o discreta) (p.163)

Obando (2003) concluye:

> Desde el análisis didáctico se reconocen nuevos elementos para el desarrollo de la propuesta de trabajo en el aula. De un lado, la importancia del concepto de fracción como un puente de entrada a los números racionales, pero sin dejar de lado los aspectos semánticos, sintácticos y matemáticos, unidos a los diferentes constructos en que se pueden organizar los diversos significados matemáticos y aplicaciones de éstos. De otro lado, en tanto que las fracciones tienen en los procesos de medición un elemento importante para su conceptualización, se hace necesaria una referencia explícita, desde la óptica de la matemática de cantidades, al tipo de unidad y de magnitud, sobre los que se realizan los procesos de medición, a partir de los cuales se establecen las fracciones y, por ende, las relaciones entre unidad aritmética y geométrica (p.163)

### 3.4. Competencia del Docente.

El docente, por su rol, debe poseer un alto grado de competencias profesionales, ya sea por su disciplina, por su función, por su formación profesional; por lo tanto, un docente actual debe ser capaz de comprender y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos, para identificar objetos y significados, conocer y aplicar estrategias pertinentes y sistemáticas para procesar en forma correcta la situación problema (MEN, 2002, 2013).

Una aproximación a la definición del maestro como profesional competente es la que hace Altet (2005), quien considera “que se trata de una persona autónoma dotada de habilidades específicas y especializadas, ligada a una base de conocimientos racionales procedentes de la ciencia y legitimados por la academia, y de conocimientos explícitos surgidos de distintas prácticas" (p. 38). De igual manera, esta relación teoría y práctica es destacada por Pérez Gómez (1998), cuando resalta que "el conocimiento profesional del docente emerge en y desde la práctica y se legitima en proyectos de experimentación reflexiva y democrática en el propio proceso de construcción y reconstrucción de la práctica educativa" (p. 190).

La competencia es un concepto complejo y multifacético sobre el cual se han formulado múltiples definiciones, así como diversas clasificaciones teóricas, enfoques y usos en contextos tanto laborales como educativos (Charria, Sarsosa, Uribe, López y Arenas, 2011).

Hymes (1972) diferencia la competencia de la acción y destaca que la competencia es influida por el contexto mismo (citado en Charria et al, 2011). Autores como Gallart & Jacinto (1995) han planteado que la competencia vendría a ser un sinónimo de habilidad, aptitud, destreza, dominio, atribución, disposición o idoneidad con la característica de ser demostrable en un contexto al ser inseparable de la acción y el conocimiento.

El concepto de competencia fue introducido por McClelland (1973) a partir de la caracterización de niveles de desempeño superiores en los puestos de trabajo asociados a los comportamientos individuales y a la disposición del individuo para realizar las tareas propias del cargo. En este enfoque se integran al concepto de competencia aspectos como la motivación, rasgos, conocimientos, habilidades, autoimagen y rol social relacionados con un desempeño efectivo y/o superior; además, se encuentran clasificaciones de la competencia en las que es entendida como rasgo, conjunto de comportamientos observables, o como la integración de éstos últimos con elementos motivacionales y éticos.

En las propuestas de Echeverría (2002) y Cejas (2003), se señala que las competencias se componen del conocimiento especializado y la maestría en la ejecución de las tareas y contenido de las actividades propias del trabajo (saber); por la capacidad de dar una respuesta sistemática y oportuna ante las demandas propias de la actividad laboral (saber hacer); por la orientación al trabajo en equipo, a la colaboración y comunicación efectiva con la presencia de buenas relaciones interpersonales (saber ser) y adicionalmente, la capacidad para asumir responsabilidades, organizar y decidir (saber estar).

En Colombia, la competencia se integra a la dinámica de los sistemas de evaluación de la calidad en educación superior en 1994; en este contexto es introducido como concepto por el MEN en el año 2002 con el Estatuto de Profesionalización Docente. Al respecto, en este documento, el

MEN define que la competencia es una característica subyacente en una persona, relacionada directamente con su actuación exitosa en un puesto de trabajo. En otras palabras, una persona demuestra que es competente a través de su desempeño, cuando es capaz de resolver con éxito diferentes situaciones de forma flexible y creativa (MEN, 2011).

### 3.4.1. Conocimiento del Docente para la Enseñanza.

Para el ejercicio de su rol, los docentes necesitan dominios conceptuales y teóricos especializados. No obstante, el dominio y la solidez conceptual, no son condiciones suficientes para que un docente impulse procesos de enseñanza-aprendizaje. Se requiere que el profesional de la educación sea capaz de llevar estos conocimientos a escenarios prácticos en el aula, para orientar y solucionar problemas concretos de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las dos dimensiones son necesarias para la definición de las competencias disciplinares (MEN, 2011).

En este sentido, Hincapié, (2011) manifiesta que: la característica de la formación docente se debe dar a través de la participación activa, reflexión conjunta y la elaboración de actividades que se desarrollen en un ambiente de aula taller, así: 1) Presentación de situaciones problemáticas relevantes para la enseñanza de conceptos matemáticos, 2) Integración de conocimientos y destrezas significativas para la práctica y participación activa del trabajo en grupo, y 3) Creación de espacios de la reflexión, experimentación y progresivo enriquecimiento entre el colectivo.

Los conocimientos de los docentes son decisivos a la hora de organizar las actividades que se llevarán a cabo en el aula clase. La visión sobre la disciplina, a la que pertenecen los contenidos que se van a enseñar, lo hacen seleccionar y elaborar recortes de los mismos ligados a los supuestos que tiene sobre ellos (Llinares & Sánchez, 1998).

El conocimiento que tenga el docente acerca del desempeño de los alumnos lo llevan a organizar la clase de determinadas formas; de igual manera, sus teorías acerca de cómo debe llevarse a cabo el proceso de enseñanza, le permite plantear actividades de aprendizaje acordes con las mismas. Si el profesor no cuenta con la formación adecuada, deberá actualizarse, innovar sus prácticas o formarse.

El estudio del conocimiento que deben tener los maestros de matemáticas ha sido un asunto de reflexión e investigación. Diversos investigadores (Shulman, 1986,1987; Ball, et. al, 2001, 2004, 2008; Godino et al., 2007, 2009, 2011; Gómez, 2007; Da Ponte, 2008, 2012) han propuesto, desde diversas perspectivas epistemológicas del conocimiento matemático y de la educación matemática, diferentes modelos que han permitido describir, explicar, valorar y guiar el avance de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La formación matemática y didáctica de los maestros requiere contemplar diversos tipos de conocimientos que están estrechamente relacionados entre sí, ya que en su trabajo diario debe dar respuestas a interrogantes tales como, qué matemáticas enseñar, cómo enseñar dichas matemáticas, qué conocimientos didácticos se requieren, cómo enseñar tales conocimientos didácticos y qué tipo de conexiones se deben establecer entre los diversos conocimientos implicados (Hincapié, 2011).

Entre los conocimientos que un docente debe poseer para ejercer su labor está el conocimiento sobre la normatividad que rige la educación. A continuación, se hace una recopilación sobre la normatividad colombiana en materia de educación:

#### *3.4.1.1. Los Referentes de Calidad Educativa en Colombia.*

Las competencias de los docentes del siglo veintiuno conllevan a replantear el rol del docente, desde su praxis, entendida ésta como una reflexión de sus prácticas en el aula y el desarrollo de las competencias matemáticas. Lograr la calidad en la educación es un proceso lento y sistemático al cual están comprometidos todos los actores de la educación, especialmente las Instituciones Educativas, los docentes, estudiantes, Padres de Familia, entre otros. Con el fin de alcanzar esa calidad o excelencia educativa, el Ministerio de Educación colombiano ha diseñado una serie de documentos, cuyo objetivo es cumplir lo que manda la Constitución Nacional y la Ley General de Educación, considerando que la educación es un derecho fundamental y social que debe ser garantizado para todos los colombianos, condición esencial para la democracia y la igualdad de oportunidades (MEN, 2016). Esto presupone el desarrollo de conocimientos, habilidades y valores que forman a la persona de manera integral.

Es así como el MEN, inicialmente entregó a la Comunidad Educativa, los documentos definidos como Referentes Generales: Lineamientos Curriculares en Matemática, Lenguaje y otros (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias, inicialmente en Lenguaje y Matemáticas, Ciencias, luego en otras áreas (MEN, 2006), que se apoyan en la epistemología de cada área y los Referentes de Apoyo Curricular , los cuales son instrumentos pedagógicos que van orientados para apoyar los planes de área, de aula y de clase enfocados a los aprendizajes básicos y competencias, de conformidad con los estándares: Matrices de Referencia (MEN, 2015), Derechos Básicos de

Aprendizaje (MEN, 2015), Mallas de Aprendizaje (MEN, 2016), las Orientaciones Pedagógicas (MEN, 2016) y la Evaluación de Competencias para docentes (MEN, 2013), los cuales promueven el proceso de integración de componentes curriculares al interior del establecimiento educativo orientado al mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes, a través de la articulación de los procesos de enseñanza, aprendizajes y evaluación y acompañamiento pedagógico a docentes y directivos docentes, en pro de la formación docente.

Estos referentes, en el caso que ocupa este estudio (la matemática), específicamente aquellos que se leen en los Estándares Básicos de Competencias, orientado a los estudiantes y el de Competencias Básicas para docentes de básica primaria (MEN, 2006, 2013), convergen en el ser competentemente matemático; está ligado a todos los niveles educativos y a la adopción de un modelo epistemológico propio de las matemáticas.

Por otra parte, el currículo es fundamental para la consecución de los resultados en la educación de alta calidad. Encarna los propósitos y objetivos educativos de una sociedad. Presenta una selección consciente y sistemática de conocimientos, capacidades y valores. Esa selección incide sobre la manera como se organizan los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación para abordar preguntas como el qué, por qué, cuándo y cómo deberán aprender los estudiantes. (UNESCO, 2016).

La realización de un análisis de la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), permitió identificar los desarrollos pedagógicos obtenidos en las décadas anteriores, las cuales fueron asumidas por las políticas educativas actuales.

De esta manera, el país cuenta con una diversidad de documentos sobre experiencias curriculares que sirven para el logro de los aprendizajes de los estudiantes. A continuación, se indican algunos.

#### ***3.4.1.2. Normatividad Colombiana.***

##### *3.4.1.2.1. Los Lineamientos Curriculares.*

Los Lineamientos Curriculares en matemáticas son el fundamento filosófico, epistemológico e histórico de los conocimientos matemáticos que existen en el país. Están destinados para la comunidad educativa y en forma específica para todos los estudiantes en proceso escolar que van desde el preescolar, básica y media; es decir, de preescolar hasta grado once. Es el resultado de un proceso de reflexión, discusión y consenso, convocado y coordinado por el Ministerio a partir de 1996, con el fin de construir en forma participativa este referente para todas las áreas y en especial para el área de matemáticas, que nos ocupa.

La reflexión realizada se centró en la naturaleza de las matemáticas, las implicaciones pedagógicas, teniendo en cuenta una nueva visión que se estaba abriendo paso respecto del conocimiento matemático escolar, la evaluación y el currículo mismo (MEN, 1998).

Esa renovación curricular propuso acercarse a los distintos aspectos de las matemáticas, los números, la geometría, los datos estadísticos, las medidas, la misma lógica y los conjuntos, desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, operaciones y relaciones (MEN, 1998).

El enfoque de los lineamientos está orientado a: la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de sus competencias que les permita afrontar el mundo actual. Por parte del docente, debe realizar una re- contextualización de sus saberes en matemáticas, ajustándose a esa renovación, porque ellos se convertirán más tarde en los conocimientos de sus estudiantes (MEN, 1998).

Es así como, en estos Lineamientos de Matemáticas se evidencia la política educativa, los enfoques, antecedentes, estructura curricular, los procesos generales y específicos (comunicación, modelación, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos), los pensamientos (numérico y sistema numérico, espacial y sistemas geométricos, métrico y de sistemas de medida, aleatorio y de sistemas de datos, variacional y de sistemas algebraicos y analíticos), el contexto, los sistemas y los conocimientos básicos, entre otros (MEN, 1998).

Los lineamientos pedagógicos para el nivel de educación preescolar se construyeron a partir de una concepción sobre los niños y las niñas como sujetos protagónicos de los procesos de carácter pedagógico y de gestión. En su elaboración, se tuvieron en cuenta, la visión integral de todas sus dimensiones de desarrollo: ética, estética, corporal, cognitiva, comunicativa, socio-afectiva y espiritual. En tal sentido, los núcleos temáticos que se proponen, pretenden construir una visión de la infancia en donde los niños y las niñas sean considerados como sujetos plenos de derechos cuyo eje fundamental sea el ejercicio de los mismos y una educación preescolar acorde con estos propósitos (MEN, 1996).

*3.4.1.2.2. Los Estándares Básicos de Calidad.*

Los estándares son referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los y las estudiantes en el transcurrir de su vida escolar. Su objetivo fue superar tradicionalismos que privilegiaban la simple trasmisión y memorización de contenidos, por otra pedagogía donde predominará la comprensión de conocimientos y su utilización a través de la vida (MEN, 2006).

Por otra parte, los estándares se consideran referentes comunes de calidad de educación, aportando construcción de equidad, por lo cual, los niños y niñas deben *saber y saber hacer* independiente del contexto, estrato social o lugar de residencia. Las Instituciones Educativas del país, deben dar cuenta en sus Proyectos Educativos sobre el uso de los estándares sin quitarles autonomía ni contradecir la diversidad de los estudiantes. Los estándares están concebidos para que las Instituciones educativas puedan definir sus planes de estudio por áreas y por grado, buscando el desarrollo de las competencias en el tiempo (MEN, 2006). Este referente identifica procesos y no son terminales en el nivel.

Hay estándares para cada área y se expresan en secuencias de complejidad creciente por grupos de grado, con el fin de que los estudiantes alcancen ese *saber* y *saber hacer*: preescolar, de primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a once.

Para el área de matemáticas en específico, en los estándares confluyen los procesos generales de los lineamientos curriculares: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos como competencias matemáticas, desde el desarrollo de los pensamientos: el numérico y los sistemas numéricos; el espacial y los sistemas geométricos; el métrico y los sistemas métricos o de medidas; variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; aleatorios y los sistemas de datos.

Los estándares tienen coherencia vertical y horizontal, debido a su complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje. Lo vertical está dado por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados. Por su parte, lo horizontal está dado por la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados (MEN, 2006, p.79)

Para efectos del estudio, se tomarán los estándares básicos de competencias en matemáticas, para el ciclo de grado tercero y quinto contemplando la básica primaria, en la temática de fracciones sobre Resolución de Problemas, así:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos: en grado tercero: “Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes”, en grado quinto “Interpreto las fracciones en diferentes contextos, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones”. La parte de situaciones de medición, cociente y proporciones no se trabajará por delimitación del estudio investigativo.

*3.4.1.2.3. La Matriz de Referencia.*

Es un instrumento de consulta del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) para el diseño de las Pruebas Saber. Su finalidad es que la comunidad educativa identifique con precisión los resultados de aprendizajes esperados por los estudiantes. Reagrupan los cinco pensamientos y los cinco procesos matemáticos en tres componentes y tres competencias, respectivamente. Esta matriz presenta los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia, relacionándolos con las evidencias de lo que *debería hacer* y *manifestar* un estudiante que haya alcanzado dichos aprendizajes en una competencia específica, como insumo para las pruebas Saber 3º, 5º y 9º (MEN, 2015).

Este instrumento permite orientar diferentes procesos en el aula escolar, como la planeación, el desarrollo y la evaluación formativa. Un establecimiento educativo podría mediante una matriz de referencia entrar a planear acciones para el mejoramiento y aprendizaje de sus estudiantes, teniendo como base los resultados de las pruebas Saber; o un docente podría planear su clase teniendo en cuenta el logro de sus estudiantes o éste podría identificar aquellos aprendizajes que necesita mejorar.

La matriz de referencia es un cuadro de doble entrada, establece la relación entre las competencias y los componentes de las áreas, en este caso, matemática. Para mayor claridad, los aprendizajes corresponden a los conocimientos, capacidades y habilidades de los estudiantes, atendiendo a la pregunta, qué procesos esperamos que adquiera el estudiante frente a las acciones pedagógicas propuestas en una evaluación, situación o contexto determinado. La evidencia, por su parte, son los productos que pueden observarse y comprobarse para verificar los desempeños o acciones a los que se refiere los aprendizajes. Se relaciona con la pregunta: qué deben responder los estudiantes en las pruebas de matemáticas, de tal manera que nos permita confirmar las competencias, conocimientos y habilidades con lo que cuenta el estudiante (MEN, 2015).

Para el caso que nos ocupa:

**Grado tercero**:

- Competencia: Comunicación, Componente Numérico – Variacional
- Aprendizaje: usar fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas.
- Evidencia: expresar gráfica y simbólicamente fracciones comunes en contextos continuos y discretos.

**Grado quinto**:

- Competencia: Resolución de problemas, Componente Numérico variacional.
- Aprendizaje: Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción, como parte de un todo, como cociente y como razón.
- Evidencia: dar significado y utilizar la fracción como parte- todo, razón o cociente en contextos continuos y discretos para resolver problemas.

*3.4.1.2.4. Los Derechos Básicos de Aprendizajes (DBA).*

Es una herramienta entregada por el Ministerio de Educación a la sociedad colombiana y tiene como finalidad identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar de primero a once y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas.

Estos Derechos Básicos de Aprendizaje están estructurados guardando coherencia con los Lineamientos y Estándares. Plantean elementos para la construcción de rutas de aprendizaje año tras año, con el fin de que los estudiantes alcancen los procesos de los estándares básicos de calidad propuestos para cada grado. Son apoyos para el desarrollo de propuestas curriculares y pueden ser articulados con metodologías, enfoques, estrategias y contextos definidos sin problema alguno (MEN, 2015).

*3.4.1.2.5. Las Mallas de Aprendizaje.*

Es otro referente entregado por el Ministerio a la Comunidad educativa en el año 2016. Da orientaciones sobre cómo se espera que lleguen los estudiantes y qué espera que aprendan en el área de matemáticas. Su estructura presenta un mapa de aprendizajes con el macro proceso de Resolución de Problemas que involucra las competencias de modelación, comunicación, razonamiento, formulación, comparación y ejercitación. Evidencia los pensamientos numérico y variacional, métrico y espacial, aleatorio y estadístico expresando el fundamento de cada uno y asociándolo a Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) para orientar al docente en su enseñanza disciplinar. Presenta una progresión de los DBA, incluyendo evidencias, presenta un bloque didáctico general, por pensamiento con ideas fundamentales, orientaciones didácticas y un lenguaje sencillo y situaciones que promueven el aprendizaje a través de ejemplos particulares.

##### *3.4.1.2.6. Los Orientaciones Pedagógicas.*

Es un documento del Ministerio de Educación y como su nombre lo indica, es una serie de orientaciones pedagógicas destinado a los docentes para que los pongan en práctica en su proceso de enseñanza- aprendizaje. Muestran los momentos de la clase.

Por ejemplo, para el tema de fracciones, en el libro Orientación 1, para grado 5º (MEN, 2006) se lee:

> Los datos sobre el tema: un problema
>
> Competencia: Resolución. Componente: Numérico- Variacional.
>
> Aprendizaje: Resolver y formular problemas que requiere el uso de la fracción como parte-todo, como cociente y como razón.
>
> Evidencias: Resolver situaciones problema sencillas con fracciones de uso común que requieren la adición o sustracción para su solución (p.34)

Luego viene la serie de fases de la clase: el ejemplo: “las fracciones en el tangram” seguida del resumen. A continuación: los Saberes Previos y la Estructuración de la clase: práctica guiada con ejemplos y diagramas a color. Finaliza con: Transferencia (valoración)”.

##### *3.4.1.2.7. Estructura de la Normatividad de la Educación en Colombia.*

La calidad de la educación en Colombia ha sido de interés para los diferentes actores educativos, las comunidades académicas y los entes gubernamentales y políticos. La Constitución Política consagra la educación como un derecho de las personas y delega al Estado la responsabilidad de asegurar su prestación eficiente (Art. 365), así como de inspeccionar y vigilar los procesos de enseñanza (Art. 189). Por otra parte, La Ley 115 de 1994 conocida como *“Ley General de Educación*” concibe la educación como un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes. El Ministerio de Educación Nacional Colombiano

(MEN) tiene la misión de velar por el cumplimiento de la Constitución y la Ley, asegurando la calidad de la educación, con factores de equidad, eficiencia y mejoramiento.

En Colombia, de acuerdo con la Ley General de Educación, en la educación formal, la cual es gratuita, existe Preescolar, Básica y Media, así: un grado de educación inicial (el preescolar), nueve grados de escolaridad para la básica contados a partir de: primero, segundo, tercero, cuarto y quinto y otros cuatro grados para el resto de básica: sexto, séptimo, octavo y noveno: Luego viene la media con dos grados: décimo y once. La educación inicial, en 1976, el gobierno nacional estableció este nivel de *preescolar* como el primero de la educación formal. Decreto-Ley 088 de 1976, artículo 4º. La de Universidad no se toma, se rige por otras disposiciones y no es gratuita.

Para cumplir con factores de calidad, equidad y cobertura, el Ministerio y la Comunidad Educativa han trabajado desde hace algunas décadas, la elaboración de herramientas como los Lineamientos, Estándares, Derechos Básicos de Aprendizaje y otros documentos que permiten mejorar los aprendizajes de los estudiantes, los cuales fueron descritos anteriormente.

El MEN (1998), hablando de formas de educación añade que,

> El enfoque constructivista es compartido por la mayoría de los países del área. Las distintas orientaciones curriculares organizan los contenidos de manera progresiva y fomentan el desarrollo de experiencias significativas de aprendizaje que serán insumos en niveles posteriores, reconociendo e incorporando la concepción de la matemática como una creación de la mente humana, en la que solo tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos (Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia, 1998, p. 11).

Realizado un barrido desde los referentes de calidad y de apoyo curricular enviados a los establecimientos educativos del país de forma individual a través de las cajas del día E y siempre día, donde establecen contenido, competencias y aprendizajes a desarrollar en todo el país sin exclusión alguna del contexto oficial o privado, rural o urbano, en la enseñanza de las matemáticas en básica primaria, se evidencia la pertinencia de abordar en la investigación el concepto de fracción parte todo y su uso en las resoluciones de problemas en los docentes que enseñan esta área desde su competencia y habilidad en la resolución de problemas.

De otro lado, la Resolución de Problemas hace parte de los procesos generales de la actividad matemática, tema incluido en este estudio. Es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas. No es una actividad aislada o esporádica. Se podría decir, que puede convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, de ahí su importancia para el logro de aprendizajes significativos, que le sirvan al estudiante para su vida futura y cotidiana.

*3.4.1.2.8. La Educación Matemática.*

A partir de los antecedentes y fundamentos de la educación matemática, encontrados en documentos del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998); (MEN, 2006), se tiene que su enseñanza está influenciada por movimientos que han sugerido cambios, tanto en los contenidos, como en la forma de enseñanza. En los años 60 y 70 la llamada “matemática moderna” propuso hacer énfasis en las estructuras abstractas y en el lenguaje formal de las matemáticas. A inicios de los 70 el movimiento “regreso a lo básico”, da mayor importancia al manejo de operaciones elementales con enteros, fraccionarios y decimales. Tampoco mejoró el beneficio de estudiantes.

El enfoque propuesto para superar estas limitaciones es la llamada Renovación Curricular en Colombia, proceso que pretende la superación de las limitaciones detectadas y ha sido uno de los programas de largo plazo del MEN, con más de 20 años de diseño, experimentación, revisión y aplicación gradual. Hoy, este proceso continúa pero desde perspectivas mucho más amplias.

La historia más reciente de las prácticas de enseñanza de las Matemáticas en Colombia, tiene que ver con la década de los setenta, al final, cuando se genera en Colombia uno de los proyectos más ambiciosos, de mayor continuidad y de amplia producción investigativa traducida en libros, artículos, ponencias y conferencias. Se trata del “Proyecto Interuniversitario Historia de la Práctica Pedagógica en Colombia”, liderado por Olga Lucia Zuluaga, que desde sus inicios contó con el apoyo de Colciencias y cuatro universidades (Antioquia, Nacional, Pedagógica y Valle), constituyéndose en un polo de discusión y generación de propuestas para el ámbito educativo durante la década de los ochenta y los noventa.

En los Lineamientos Curriculares de matemáticas se considera a la matemática como un cuerpo de prácticas y de realizaciones conceptuales y lingüísticas que surgen de un contexto histórico cultural concreto, y que están en continua transformación y reconstrucción. Por ello, se requiere en primer lugar que la matemática sea pensada como un lenguaje. Por lo tanto, que se haga énfasis en los actos comunicativos, de tal forma que se posibilite al grupo de niños y niñas deliberar sobre las razones o las falta de ellas, sobre las conjeturas, las opiniones o juicios, y sobre las ventajas o desventajas de las posibles decisiones que deban tomarse dentro y fuera de la clase y que tengan resonancia colectiva (MEN, 1998).

En segundo lugar, se hace necesaria una mirada al área de la matemática como creación humana, resultado de la actividad de grupos culturales, por tanto, como una disciplina en movimiento y en constante cambio. En tercer lugar, se hace necesario pasar de una enseñanza de la matemática orientada hacia el logro de los objetivos específicos del área, relacionados con los contenidos y a la retención de los mismos, hacia una orientación de lograr la competencia (MEN, 1998).

La formación del pensamiento matemático está relacionada con aspectos cognitivos, afectivos y sociales vinculados con contextos de aprendizaje particulares. Desde esta perspectiva desarrolla cinco procesos generales: formulación, tratamiento y resolución de problemas; la modelación; la comunicación; el razonamiento; la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. Además de estos procesos, ser matemáticamente competente se concreta en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en cinco tipos de pensamiento. El pensamiento numérico y el sistema numérico. El pensamiento espacial y los sistemas geométricos. El pensamiento métrico y los sistemas métricos y de medidas. El sistema aleatorio y los sistemas de datos. El sistema variacional y los sistemas algebraicos y analíticos (MEN, 1998).

Los referentes curriculares incluyen técnicas para la Resolución de Problemas, como las Estrategias Metacognitivas y las técnicas conocidas como la heurística como actividades asociadas a la implementación de técnicas para resolver problemas, desde un aspecto práctico o informal, donde enuncia ciertos procedimientos en cuanto a descubrir formas, herramientas y métodos accesibles a los estudiantes que les permitan solucionar problemas de su entorno. En tal sentido, investigadores como Polya (1945), Schoenfeld (1985) y Santos Trigo (2007) se interesan por relacionar aspectos a favor de tal necesidad (MEN, 1998)

Por otra parte, en los referentes se leen algunas consideraciones acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la fracción. En Colombia, particularmente se habla de las dificultades que genera en la enseñanza el concepto. Para su estudio, se considera en MEN (2006), en los estándares de pensamiento numérico en cuarto, quinto, sexto y séptimo grados, en los cuales los estudiantes deben interpretar las fracciones en diferentes contextos, relacionarlas con la notación decimal y los porcentajes, y utilizarlas en la resolución de problemas.

Fuera de la normatividad, los docentes que enseñan matemáticas deben conocer algunas teorías importantes en el campo matemático. A continuación, se transcriben algunas, importantes para el proceso investigativo que se está realizando:

### 3.4.2. La teoría de Shulman.

Shulman (1986,1987) considera que “debe existir un conocimiento base para la enseñanza, esto es, un conjunto codificado o codificable de conocimientos, destrezas, comprensión y tecnología, de ética y disposición, de responsabilidad colectiva, al igual que un medio para representarlo y comunicarlo” (p.5); conocimiento que debe orientar el quehacer del docente en el aula. El autor propone categorías de conocimientos que un maestro debería tener: 1) *Conocimiento del contenido,* la disciplina a enseñar, en este caso las matemáticas, 2) *Conocimiento didáctico general*, relacionado con la gestión de la clase, control de normas sociales, relaciones con los niños, estrategias de motivación y organización de la clase, 3) *Conocimiento del currículo*, organización de las temáticas, secuenciación de los contenidos, utilización de los materiales y recursos, planeaciones, evaluación y seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje, 4) *Conocimiento de los alumnos,* del contexto, de sus necesidades, intereses, expectativas y de sus características, 5) *Conocimiento de los aspectos teleológicos* de la institución educativa donde desempeña su labor docente, 6) *Conocimiento pedagógico del contenido* (PCK), entramado entre la disciplina de estudio y la pedagogía; tiene que ver con la didáctica, el uso de estrategias de aprendizaje y los mediadores del proceso de enseñanza y aprendizaje. Uno de los intereses de esta investigación es el conocimiento común del contenido, que es propio del educador matemático.

### 3.4.3. Teoría del Conocimiento Matemático del Maestro.

Ball, et. al (2008) proponen el MKT para la enseñanza de las matemáticas, a diferencia de Shulman que lo hace en forma general. Es así como Ball et al., (2008) clasifican el conocimiento del maestro de matemáticas en dos grupos: el Conocimiento del Contenido el cual incluye: el Conocimiento Común del Contenido (CCC), el Conocimiento Especializado del Contenido (CEC), y Conocimiento en el Horizonte Matemático (CH); y el Conocimiento Pedagógico del Contenido que incluyen el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (CCEs), Conocimiento Del Contenido y la Enseñanza (CCEn), y Conocimiento del Currículo (CC) (Ball, Thames y Phelps, 2008). En la figura 8 se observa un esquema sencillo sobre el Conocimiento del Maestro de Matemáticas.

Hill, Ball, & Schilling (2008) definen este conocimiento matemático para la enseñanza como "el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno" (p.374). También es aquel conocimiento que caracteriza al maestro que enseña matemática. Ball, et al, (2001) indica que "Tal conocimiento no es algo que tendría un matemático como virtud por haber estudiado matemáticas avanzadas…más bien es un conocimiento especial para la enseñanza de las matemáticas" (p. 448). Así también, otros trabajos de investigación de Ball (2000); Ball, Lubienski & Mewborn (2001) han estudiado el proceso de enseñanza en las aulas de matemáticas.

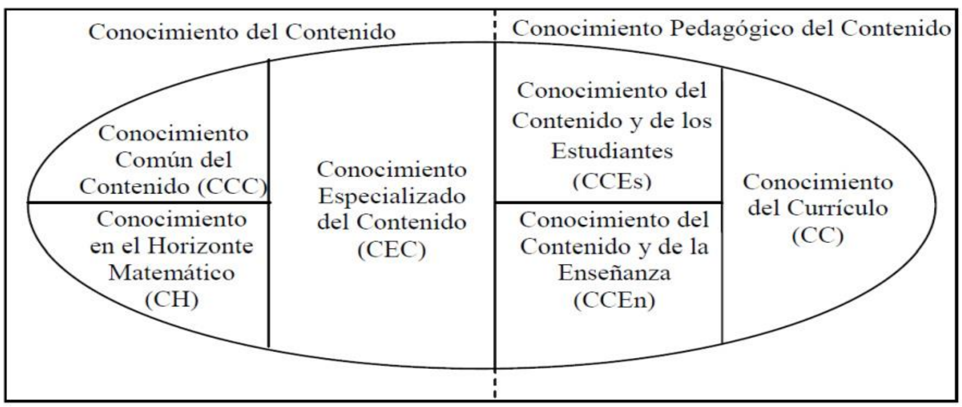



*Figura 8.* Dominios del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT). Adaptado de "Content Knowledge ledge for teaching: What Makes it Special?" por Ball, Thames & Phelps, 2008, Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407

Así también, Ball, et. al (2008) describen el Conocimiento Común del Contenido (CCC) como "el conocimiento matemático y habilidades que se emplean en situaciones que no son exclusivas de la enseñanza, incluye el conocimiento que el profesor pone en juego para resolver problemas matemáticos, operar correctamente y aplicar definiciones y propiedades" (p.399). En esta investigación interesa conocer más sobre el Conocimiento Común del Contenido (CCC) y su diferencia con el Conocimiento Especializado del Contenido (CEC); en consecuencia, se realiza una ampliación sobre el particular:

#### *3.4.3.1. El Conocimiento Común del Contenido (CCC).*

En ésta categorización del conocimiento del maestro de matemáticas se resalta la distinción entre el Conocimiento Común del Contenido (CCC), el cual se refiere a los conocimientos requeridos para resolver problemas matemáticos, que un matemático, un ingeniero o un sujeto con alguna preparación en matemáticas puede resolver.

#### *3.4.3.2. El Conocimiento Especializado del Contenido (CEC).*

El Conocimiento del Maestro lo faculta para enseñar y para orientar la Resolución de Problemas matemáticos; este incluye: un ordenamiento de las secuencias con las cuales podrían desarrollarse los diferentes aspectos de un contenido específico, el conocimiento de los errores y dificultades comunes de los estudiantes, las concepciones erróneas, las estrategias utilizadas, ser capaz de valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona tal comprensión.

De otro lado, Godino (2009) realiza una distinción entre el Conocimiento Común del Contenido (CCK) y el especializado (SCK), el cual consiste en que, mientras el primero se refiere al conocimiento puesto en juego para resolver problemas matemáticos, para lo cual un matemático, o incluso un adulto con suficiente conocimiento, está capacitado; el segundo se refiere, por ejemplo, a realizar un ordenamiento de las secuencias con que se podrían desarrollar los diferentes aspectos de un contexto específico. Para esta última acción, es posible, que un sujeto adulto o inclusive un matemático, no tenga necesariamente la competencia ni la posibilidad de llevarla a cabo.

Jiménez (2009) explica que “El Conocimiento Común del Contenido es el conocimiento matemático y habilidades necesarias para resolver las tareas que los estudiantes están realizando. Los profesores necesitan ser capaces de hacer las tareas que ellos están asignando a sus estudiantes” (p.9) y añade: “es un conocimiento no necesariamente único de los profesores, por ejemplo, en primaria, puede ser que mucho del conocimiento matemático de los contenidos sea común entre los profesores y otros, como pueden ser los padres de familia” (p.9).

También, Vásquez & Alsina (2015) manifiestan que:

> El Conocimiento Común del Contenido se refiere a los conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que el profesor debe poner en juego para resolver situaciones problema, en relación a un tema de un nivel educativo determinado en el que se enmarca la situación problema (p.512).

#### *3.4.3.3. Teoría de Mayer y el conocimiento.*

Por otra parte, Mayer (1986), discrimina los tipos de conocimiento en: lingüístico, semántico, esquemático, procedimental y estratégico.

***El conocimiento lingüístico:*** Es el conocimiento de palabras, frases y oraciones. Se evidencia cuando el estudiante comprende el problema planteado, manejando la red conceptual y significada en cada tema. En este conocimiento, el estudiante debe manejar un alto grado de vocabulario sobre la temática que se desarrolla en el problema. La comprensión del mismo dependerá, en gran medida, de éste tipo de conocimiento.

***Conocimiento semántico***: Es el conocimiento de los hechos sobre el mundo. Se evidencia cuando el estudiante aplica los conceptos específicos de cada tema; se puede aplicar el concepto lingüístico al semántico, por cuanto el uno complementa al otro. Mientras que se conoce el vocabulario usado en la comprensión de un problema, se debe hacer uso del conocimiento que se tenga sobre este vocabulario. El estudiante no puede solo conocer términos, sin antes saber, el para qué y el cuándo se utilizan, en especial al querer resolver un problema.

Sobre el particular, Gómez (2004) establece que el conocimiento semántico se origina en el estudiante, en el momento en que tiene comprensión del lenguaje común en la comunicación y del lenguaje técnico en la solución de problemas. Torres (2006), establece que el conocimiento semántico, está constituido por módulos de comprensión del lenguaje natural, de gestión del diálogo y de generación de respuestas en lenguaje natural, donde al solucionar un problema, la comprensión del mismo se basa en poder comprender en un lenguaje común el problema planteado.

***El conocimiento esquemático***: Es el conocimiento de los tipos de problemas. Se evidencia cuando el estudiante utiliza estructuras gráficas y/o conceptuales que le facilitan resolver el problema. Normalmente se representan en la memoria de trabajo y luego pasan al papel, este lenguaje facilita la comprensión del problema, su uso se aplica para reconocer las partes que conforman el problema y las maneras en que se puede abordar en el momento de aplicar una estrategia, para la solución del problema.

Jones, Pierce & Hunter (1988, 1989), encontraron que cuando el estudiante al resolver problemas y al querer entender su contexto, utiliza una estrategia esquemática, la cual le facilita la codificación y el recuerdo de la información, logrando identificar mejor los componentes del problema; para ello utiliza esquemas, redes semánticas, mapas conceptuales, diagramas de flujo, árboles semánticos, matrices de comparación y contraste, entre otras estrategias.

Van Patten, Chao & Reigeluth (1986), encuentran que los esquemas, organizan un contexto de un problema de una forma más clara y que éstos los utilizan en el desarrollo del problema, ya que lo ayudan en su análisis, desarrollo y síntesis.

Por último, Mayer (1983), expresa que la persona que resuelve un problema debe hacerse las siguientes preguntas: ¿cuál es mi meta?, ¿qué obstáculos tengo en mi camino?, ¿de que dispongo para superar estos obstáculos?, lo cual es uno de los aspectos que retoma la investigación.

***El conocimiento estratégico:*** Corresponde a las técnicas utilizadas en los diferentes tipos de conocimiento disponible en la Resolución de Problemas. El conocimiento estratégico puede ser visto como el tipo de conocimiento en la organización, en el cual está involucrado el saber sobre planificación, descripción, impacto, predicción, evaluación y generación de estrategias. Es un conocimiento formado por una dimensión explícita compuesta por las informaciones estratégicas y de seguimiento, así como también por la dimensión tácita, formada por el conocimiento ya acumulado por los expertos en formular y decidir estratégicamente (Miranda, 2004).

***El conocimiento procedimental:*** Es aquel conocimiento que permite hacer una secuencia de operaciones, por ejemplo, dividir un número entre otro. Este conocimiento se manifiesta cuando el estudiante realiza el problema por medio de una metodología paso a paso, o secuencial, para llegar a las metas a alcanzar en el problema. El conocimiento procedimental expresa la capacidad de operar y transformar la información, se hace de una manera rápida y se origina cuando la memoria de trabajo ha determinado el desarrollo del mismo, por medio de una secuencia de pasos que pueden llegar a la solución. El conocimiento procedimental se representa en forma de reglas, en las cuales se especifican condiciones que se deben tener en cuenta para cumplir con el proceso secuencial.

Finalmente, otra forma de establecer las estrategias, consiste en mirar si el estudiante trabaja en sentido inverso, si lo hace por etapas, o estableciendo objetivos para alcanzar la solución del problema. El trabajo en sentido inverso, implica comenzar a resolver el problema a partir del resultado, sin embargo es útil cuando es claro. Observar un estudiante trabajar por etapas, implica que el estudiante avanza por pasos, donde encuentra respuesta a cada uno de ellos y al resolverlos todos, puede llegar a una respuesta. Para lograr esto el estudiante debe revisar constantemente los procesos llevados a cabo en cada proceso, elige los que lo lleven más rápidamente a la solución o al objetivo final, la respuesta. Si el estudiante trabaja por objetivos, se puede observar que descompone el problema en subtemas, soluciona cada una hasta completar el problema.

### 3.4.4. Habilidades Matemáticas del Docente.

La habilidad matemática es aquella en la cual la persona es capaz de comprender conceptos, proponer y efectuar algoritmos y desarrollar aplicaciones a través de la Resolución de Problemas. Según Ban Har (2011), las habilidades matemáticas aplicando el método Singapur, son aquellas que: 1) Hay visualización de conceptos y objetivos matemáticos, 2) Realizan comprensión de conceptos básicos del razonamiento lógico matemático, 3) Búsqueda de patrones y generalización, 4) Aprender nuevos conceptos a través de la Resolución de Problemas, 5) Desarrollo de habilidades matemáticas por medio de la Resolución de problemas.

Por su parte, el MEN (2012) propone las siguientes habilidades matemáticas: visualizar, representar, modelar, resolver problemas y conjeturar. Poblete & Díaz (2017) en su estudio hacen una caracterización de las habilidades y competencias que debe poseer un docente que quiera enseñar matemáticas. Estas características se pueden observar en la siguiente Tabla.

*Tabla 8.*

*Resumen sobre habilidades y capacidades que debe poseer un docente para la enseñanza de las Matemáticas*

| Tipo de competencia | Habilidades | Capacidad |
|---|---|---|
| Competencias Generales | Habilidad para innovar, indagar y crear el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática | Capacidad para propiciar un ambiente favorable para el aprendizaje de la matemática. |
| | | Capacidad para enfrentar la diversidad socio- cultural en el proceso didáctico-matemático |
| | | Capacidad d trabajo colaborativo y en equipo, en el quehacer profesional. |
| | Habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios | Capacidad de autocrítica en su rol como educador y profesor de matemática. |
| | | Capacidad para lograr una adaptación, actualización y una proyección como profesor de matemática. |
| | | Capacidad para desarrollar una formación ética en el estudiante. |

| | | |
|---|---|---|
| Competencias Especializadas | Habilidad para planificar acciones didácticas en matemática. | Capacidad para asumir nuevas exigencias curriculares, metodológicas y tecnológicas. |
| | Habilidad para comprender, identificar y aplicar teorías del aprendizaje en matemática. | Capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza. |
| | Habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática, por investigación y métodos activos. | Capacidad para utilizar formas actualizadas en evaluación. |
| | Habilidad para seguir, desarrollar y exponer un razonamiento temático. | Capacidad para generar proyectos de desarrollo o mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas a nivel local, regional o nacional. |
| | Habilidad para exponer ideas matemáticas. | |
| | Habilidad para conectar áreas de desarrollo de las maticas en relación con otras disciplinas. | |

Nota: Adaptada de "Competencias Profesionales del profesor de matemáticas" por Poblete y Díaz, 2017, *Revista Números*. Vol. 53, marzo 2003. (pp.3-43) Chile.

Por su parte, Sáenz (2010), en su estudio sobre Capacidades y procesos cognitivos habla de las habilidades del pensamiento caracterizándolas en cinco tipos:

1) Habilidades cognitivas que se subdividen en:

Descriptivo → contar, resumir, enumerar, resaltar, describir, esquematizar.

Analítico→ clasificar, relacionar, cotejar, agrupar, analizar, comparar, contraponer, generalizar, medir.

Crítico → evaluar, enjuiciar, justificar, apreciar, criticar, elegir, matizar, discutir, determinar, discernir,

Creativo → transformar, aplicar, inventar, imaginar, discriminar, cambiar, detectar problemas, redefinir, encontrar analogías.

Las habilidades cognitivas en términos generales son de transferencia, evaluación, inferencia, síntesis, interpretación, análisis, clasificación, observación, representación, repetición y comparación.

2) Habilidades de razonamiento y resolución de problemas, se consideran de orden superior cognitivas. Las de razonamiento son de tres tipos: i) Deductivo: de lo general a lo particular, ii)

Inductivas, de lo particular a lo general, y iii) Hipotéticas- deductivo: Utilizan estrategias o caminos, o afirmaciones las cuales hay que demostrar.

Según Stanic y Kilpatrick (1988), los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no; "sólo recientemente los docentes que enseñan matemáticas, han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial" (p.11)

Los alumnos deben hacer diferentes ejercicios matemáticos para mantener e incrementar sus habilidades y añade Stanic y Kilpatrick (1988):

> A nuestros alumnos para que puedan vivir bien en el próximo milenio, la resolución de problemas será un instrumento magnífico para darles oportunidades de desarrollar habilidades intelectuales, habilidades de autonomía, de pensamiento, estrategias, para que aprendan a enfrentarse a situaciones complejas, como las que tendrán en el mundo que viene (p.20)

Para Vilanova, et. al (2001):

> la habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, aparece no sólo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general con que han de trabajarse los contenidos de Matemática en la escuela, situándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje en esta área (p.1).

Stanic y Kilpatrick (1988), en sus estudios afirman que "Resolver problemas es una habilidad". Las concepciones pedagógicas y epistemológicas se direccionan a las técnicas de Resolución de problemas, enseñados como un *contenido*, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

3) Habilidades Socializadoras: Son destrezas que sirven a las personas para obtener relaciones sociales adecuadas con su entorno, en forma positiva, de manera consciente o inconsciente y responden a determinadas normas y valores. Entre ellas tenemos: Habilidad para el trabajo individual o colectivo. Habilidades de presentación (darse a conocer a otras personas); Habilidades de cortesía y agrado (ayudan a establecer relaciones cercanas, civilizadas y educadas (por ejemplo: dar gracias); habilidades de petición y ayuda. habilidades de resolución de conflictos, de planificación, emocionales.

4) Habilidades Comunicativas: La competencia comunicativa del individuo mejora con las habilidades comunicativas, al darle las bases para tener una comunicación fluida en diferentes

contextos. Se utilizan para interactuar con los demás (familia, amigos, allegados, comunicación con compañeros y con personas usuarias en el trabajo laboral). Entre estas habilidades se tienen: la expresión oral y textual, de escucha, desempeñar lecturas adecuadas. Así mismo, el vocabulario, la redacción, y la ortografía.

De lo anterior, se puede concluir, que la Resolución de Problemas es considerada como una habilidad, según los investigadores. Los docentes que enseñan matemáticas deben fortalecer sus habilidades matemáticas y conocimientos sobre el particular, para de esta manera convertirse en expertos en la resolución de problemas.

### 3.4.5. Transposición Didáctica

La transposición didáctica emerge en los estudios relacionados con la Didáctica de la Matemática, con el tiempo, se extendió a otras ciencias. Gómez (2005) sostiene que el teórico Verret Michel (1975) fue el primero en hablar sobre este término, diciendo que "la transposición didáctica es la trasmisión de aquellos que saben a aquellos que no saben; de aquellos que han aprendido a aquellos que aprenden" (p.139) y añade "Que no se puede enseñar un saber sabio sin transformarse" (p.140).

Para Brousseau (1981) la transposición didáctica es la reorganización de los conocimientos que realiza el docente cuando va a transmitirlos a sus alumnos, modificándolos enn su presentación, en su contenido para lograr que sus estudiantes entiendan lo que les quiere transmitir y lograr, de esta manera, el aprendizaje. En matemáticas, generalmente se utilizan los problemas, si el estudiante resuelve correctamente el docente entiende que aprendió, pero si no lo hace, identifica que hay deficiencia en el proceso.

Para Chevallard (1985), citado por Gómez (2005) es "el paso del saber sabio al saber enseñado y la distancia que los separa; añadiendo que hay transposición didáctica cuando los elementos del saber pasan al saber enseñado. […] es una idea de reconstrucción de las condiciones del saber" (p.6) dando un ejemplo de transposición como el que sucede de una pieza musical del violín al piano: es la misma música, la misma pieza pero sucede que está escrita de otra forma para que el músico puede interpretarla.

Para este autor, en la transposición didáctica hay una relación entre el docente, los alumnos y el saber matemático (1985). El contenido del saber sabio, que lo relaciona como "Saber a enseñar” sufre un proceso de transformaciones que lo van a hacer apto como objeto de enseñanza. El trabajo que un objeto de saber a enseñar (saber sabio) hace para transformarlo en un objeto de enseñanza él lo llama transposición didáctica” (1985, p.39)

En su obra, Chevallard (1985) manifiesta que todos los años, al inicio del curso, todas las instituciones escolares realizan un nuevo proceso para la enseñanza, donde juega el docente, los alumnos, los saberes a enseñar (currículo) el cual está avalado por el sistema de enseñanza, la sociedad que lo acepta y el compromiso de los planteles educativos de llevarlo a cabo. Él lo asimila a un contrato entre padres, instituciones, comunicación, saberes “Sabios” y otros, actividad que debe ser debatida, denominándola Sistema Didáctico inscrito en el sistema de enseñanza. Esto implica una renovación de saberes en la escuela y un exámen del curriculo, para evitar “temas muertos” en el mismo.

En el transcurso de la transposición didáctica y con el paso del tiempo, surgen fenómenos que interfieren en el proceso de la transposición. Chevallard lo llama “desgaste del saber enseñado o envejecimiento”, donde el saber sabio (de la comunidad científica) no está igual al saber enseñado, por factores como por ejemplo: los progresos de la investigación dan falso los resultados que se están enseñando ó hay nuevos conocimientos que difieren con los anteriores, ó esos conocimientos no están de acuerdo con la sociedad en la que está inmersa la Institución, etcétera. En sus propias palabras “el saber enseñado se vuelve viejo con relación a la sociedad; un aporte nuevo vuelve a estrechar la distancia con el saber sabio, el de los especialistas, pero debe surgir el proceso de comunicación, el debate social, para validar esos nuevos conocimientos” (Chevalllard, 1985.p.26).

Joshua y Dupin, (1993) manifiestan que para “enseñar un saber, la presentación de los objetos de saber deben seguir un orden estructurado (p.196); hablan de un tiempo didáctico; es decir, los conocimientos se deben trabajar por fracciones, sucesiones, capítulos y lecciones. No deben ser globalizados. Necesitan de una introducción, un cuerpo del discurso didáctico y un fin. A esto lo llaman modelo de transmitir” (p.197).

Pero pese al éxito que ha tenido la teoría de la transposición didáctica y el hecho que haya sido adoptada por diferentes disciplinas didácticas, también han surgido fuertes críticas. Petitjean (1998) realiza dos críticas principales: la transposición didáctica produce una percepción reductora de los saberes escolares y una definición restringida del acto mismo de la transposición.

Este autor manifiesta que, en el caso de la enseñanza de lenguas, el objetivo es enseñar menos saberes y desarrollar más las competencias del lenguaje (hablar, escuchar, leer y escribir) las cuales son necesarias para desarrollar las prácticas sociales por fuera de la escuela.

Halté, J.F. (1998) dice que en la trasposición didáctica, los saberes sufren "deformaciones" por cuanto se toman de aquí para allá, cambiando el sentido y el valor del saber, sacando o arrancando el saber de su contexto (recontextualización). Plantea que el saber enseñado no es el saber sabio de partida, dando la impresión de deformación, de degradación, lo cual incide en el estudiante, ya que el alumno participa de ese proceso (p.173).

Otra crítica es la emergencia de nuevos objetos de enseñanza que no son el resultado de una transposición didáctica del saber sabio. (Caillot, 1996, p.26). Se refiere específicamente a los casos de enseñanza técnica y profesional, donde los contenidos de enseñanza son negociados con los representantes de las profesiones o de las industrias (química, alimentos, etcétera), como ejemplo. (Gómez, 2005, p.13). Concluye Caillot diciendo: "los contenidos de enseñanza no dependen de los saberes sabios, pero tampoco de las prácticas sociales, que en el caso de la química, son prácticas industriales (factor de orden económico)" (1996, p.33).

Los autores concluyen que la teoría de la transposición didáctica es eficaz y válida para el campo de las matemáticas y sus ciencias afines, pero que para otras ciencias sus finalidades son diferentes y difícilmente trasladable a otras disciplinas escolares, por su aspecto restringido.

En consecuencia, Chevallard realiza una extensión a la teoría de la transposición didáctica, con el fin de hacerla viable para otras ciencias, diciendo: un saber determinado inicialmente por el saber sabio, saber a enseñar y el saber enseñado, no vive solamente en las instituciones escolares, en la comunidad sabia y en el conjunto de personas que giran alrededor de la escuela (sociedad, padres, comunicación, estado), sino en otros saberes, ciencias, contextos, etcétera.

Así mismo, Joshua, (1996), dice: "lo que se destaca de la enseñanza no son las prácticas sino los saberes sobre las prácticas. El marco escolar está relacionado con una intención organizada de enseñanza y en consecuencia a una transposición de saberes, esto es de saberes sobre las prácticas. De este modo, no se trata más de prácticas sino de modelos de estas prácticas que se separan cualitativamente (p.65) y añade: "por lo tanto en la trasposición didáctica no solo se enseña los saberes sabios, cualquiera que ellos sean, ellos no son los únicos en trasmitirse en una enseñanza intencional. (p.64); por lo tanto, él introduce una nueva noción de "Saberes expertos" ampliando la teoría de la transposición didáctica y dando opción a nuevos saberes (técnicos, administrativos, profesionales, etcétera).

Siguiendo a Halté, (1998) la inclusión de saberes expertos y las prácticas sociales de referencia en la teoría de la transposición didáctica permite la propagación positiva de la transposición hacia otras disciplinas (p.180).

Por otra parte, y volviendo al tema de los fenómenos, Brouseau (1985) dice que en el contrato didáctico, descrito anteriormente (relación docente, alumno, saberes y su transposición) se presentan otros fenómenos como los efectos “Topase” y “Jourdain”, el efecto de deslizamiento metadidáctico y el efecto de analogía,  que se describirán a continuación.

El efecto “Topaze” consiste en que cuando el docente en su proceso de enseñanza lanza la pregunta, la respuesta del alumno está generalmente determinada, casi de antemano y el profesor negocia las condiciones en que se producirá y que la dotarán de sentido. El docente trata de que la respuesta sea muy enriquecedora y lo más exacta posible y para ello propone preguntas abiertas. Si es así no hay problema; pero si sucede lo contrario, el docente da más información para hacer más fácil la respuesta. En este orden de ideas, él acaba por aceptar unas condiciones que provocan la respuesta del estudiante, sin que este invierta el menor sentido (p.8).

El efecto “Jourdain” es una forma del anterior efecto Topaze. Consiste en que para evitar un enfrentamiento con el alumno y el fracaso, el docente acepta lo dicho por el estudiante, así sea una respuesta trivial, desprovista de valor o sentido, reconociéndolo como índice de saber genuino o de actuar auténtico.

El efecto de “deslizamiento metadidáctico” consiste en que cuando un proceso de enseñanza fracasa, el docente vuelve a su texto de enseñanza para explicarlo y completarlo. Este efecto provocó muchos malentendidos en los años setenta, escapó al control de la comunidad y dejo secuelas a nivel del estudiante.

El efecto del “abuso excesivo de la analogía” consiste en que cuando los alumnos han fracasado en sus intentos de respuestas correctas, el docente da nuevas oportunidades con otros ejemplos. El simula que los nuevos problemas se asemejan al primero. Los estudiantes tratan de buscar similitudes para encontrar la solución prefabricada que ya se la han dado. Esta respuesta no significa que la encuentran idónea para la pregunta planteada, sino que han reconocido índices exógenos y no controlados que el profesor quería que produjesen.

Otro de los fenómenos, ya explicados, es el envejecimiento de las situaciones de enseñanza. El profesor encuentra dificultades para reproducir el mismo tema, aun cuando se trata de nuevos alumnos. Trata de hacerlo cambiando la exposición, dando nuevos ejemplos, otros ejercicios y sin embargo, no alcanza el éxito. Esto sucede cuando un mismo tema es enseñado en forma constante por el docente, sin alcanzar buenos resultados. Este fenómeno se observa en las clases, pero tambien a nivel de compañeros, programas e instrucciones ministeriales.

A modo de conclusión, se puede decir que la transposición didáctica es un medio efectivo para el desenvolvimiento del docente en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, como se ha demostrado, pero el docente, debe estar muy atento en relación a lo que sabe, sus conocimientos, actualizarlos en forma constante, planear con anticipación sus clases, reflexionar sobre el proceso de la clase, sus aciertos, debilidades, los resultados obtenidos, especialmente en evaluaciones sobre los saberes de los estudiantes, observando si hay que volver a resolver sus dificultades y debilidades, con el ánimo de tener éxito en su praxis.

# 4. Capítulo cuatro. Metodología

## 4.1. Metodología

La investigación presentó un enfoque cualitativo; sin embargo, se apoyó con el uso de algunos elementos de los métodos cuantitativos, la determinación de un marco muestral para escoger a los participantes en el estudio, es decir, el conjunto de unidades de observación (docentes de básica primaria que enseñan matemáticas en Instituciones Educativas identificadas y ubicadas), por tal razón, para la selección de la muestra se hizo un muestreo probabilístico Bietápico MAS-Cuadrado (Muestreo Aleatorio Simple para la primera y segunda etapa del muestreo), obteniéndose una muestra de 67 profesores en ejercicio del sector oficial en el departamento de Boyacá.

Con esta metodología, no se contradicen las recomendaciones de Glaser y Strauss (1967) que recomiendan el concepto de saturación, para alcanzar un tamaño de muestra adecuado en estudios cualitativos; como también Morse (1994) quien sugiere entre 30 y 50 participantes en estudios etnográficos. Adicionalmente, se utilizan métodos estadísticos para soportar el análisis de la información textual recogida.

Para los fines de triangulación y con la intención de encontrar algunas diferencias significativas entre los docentes de los sectores urbanos y rurales, se tomó como variable de análisis el sector al que pertenece la Institución Educativa (urbana y rural) segmentando la muestra; dado que los referentes de calidad como los estándares en matemáticas están orientados al desarrollo curricular de todo el país, sin exclusión de las condiciones geográficas y socioeconómicas, por tal razón se analizó si hay diferencia en las estrategias metacognitivas empleadas por los docentes del sector urbano y rural, así como sus habilidades en la resolución de problemas con el uso del concepto de fracción parte-todo.

La investigación desarrollada fue de tipo cualitativa ya que las estrategias metacognitivas presentan aspectos concretos en los procesos de resolución de problemas en los docentes que enseñan matemáticas y que han sido poco analizados desde el quehacer docente. Se asumió la perspectiva epistemológica del Objetivismo dado que el capital humano busca el conocimiento de los hechos de la realidad contrastable en los resultados y patrones que direccionan la resolución de problemas en matemáticas.

### 4.2. Diseño de la Investigación

El método de la investigación cualitativa realiza recolección de información con base en la observación de comportamientos naturales, discursos, respuestas abiertas por la interpretación de significados; esta no descubre, sino que construye conocimiento, gracias al comportamiento entre las personas y toda su conducta observada.

La observación constante y el análisis de situaciones relacionadas con el comportamiento entre las personas, es la base de las investigaciones cualitativas, dado que permite relacionar comportamientos, culturas, ideologías, aspectos sociológicos, formas de actuar y proceder, entre otras.

Teniendo en cuenta estas características, la presente investigación es de corte cualitativo, ya que está enfocado principalmente en el ser humano como son los docentes que enseñan matemáticas en los establecimientos oficiales del departamento de Boyacá, las intenciones que este posee y la estructura de motivación que tiene cada individuo, tomando como objeto central y principal de análisis sus experiencias sociales y personales, sus conocimientos, habilidades, sentimientos y emociones, que presentan en su estructura mental al resolucionar situaciones problemas con el uso del concepto de fracción parte – todo, para obtener sus deseos inmediatos, proyectos y metas.

Según Gürtler, &. Huber, (2007), se debe utilizar estrategias cualitativas de investigación, cuando los estudios tratan de explorar un campo nuevo de investigación, que es lo que sucede en este trabajo. Se debe aclarar, que las estrategias metacognitivas en resolución de problemas de fracción se han investigado en estudiantes, pero a nivel de docentes, son escasas. Este es un factor importante, por cuanto la investigación desea saber cómo es el proceso de las estrategias metacognitivas que hacen los docentes que enseñan matemáticas en primaria, cuando utilizando la resolución de problemas con el uso de la fracción parte – todo en contexto continuo, contexto discreto, como razón. trabajan diferentes tipos de fracciones.

Stake ( 1996, 2006) afirma que en el estudio de casos múltiples se efectúa un esfuerzo particular de examinar algo que tiene muchos casos, partes o miembros de manera detallada para recopilar lo que cada caso tenga que comunicar con la intención de estudiar el fenómeno que exhiben esos casos; dado que se indaga de manera detallada las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes al resolucionar situaciones problemas con el uso de fracción y que además se analizan en los docentes urbanos y rurales se puede decir que la investigación presenta casos múltiples.

Campbell y Fiske (1959) trabajan en sus investigaciones los trabajos “multimodales”, realizando integración metodológica bajo los “métodos mixtos o de triangulación” que es el que sigue está investigación (Flick, 2000). Otros autores como Teddlie y Tashakkoria, (2006) proponen una combinación de diseños y métodos cualitativitos y cuantitativos, que le va muy bien a la investigación presente, por cuanto se trabaja mucho texto y números lo cual requiere, en primer lugar hacer un análisis textual combinando, en segundo lugar, con conteo cuantitativo de los resultados obtenidos.

**Contexto del Estudio.**

El departamento de Boyacá, geográficamente está compuesto de 123 municipios organizados en doce provincias en las cuales se encuentran ubicadas las Instituciones Educativas públicas, urbanas y rurales (unidades de muestreo para la primera etapa), de donde se seleccionarán sesenta y siete docentes en ejercicio, que orientan el área de matemáticas en básica primaria, con experiencia en la enseñanza del concepto de fracción parte-todo.

Dada las condiciones geográficas del departamento se trabajó con 49 docentes que corresponde al 73% ubicado en el sector rural y 18 participantes que corresponde al 27% localizado en el sector urbano. La muestra fue diseñada mediante un muestreo probabilístico Bietápico MAS-Cuadrado (Muestreo Aleatorio Simple para la primera y segunda etapas del muestreo, donde en la primera etapa se seleccionaron aleatoriamente las Instituciones Educativas y en la segunda etapa, se escogieron los docentes que cumplían las condiciones de orientar la asignatura matemáticas en básica primaria en las Instituciones Educativas seleccionadas en la primera etapa, obteniéndose una muestra de 67 profesores en ejercicio del departamento de Boyacá.

### 4.2.1. Características de la Población.

Los establecimientos educativos objeto de estudio presentan en común: bajo desempeño en pruebas Saber en la competencia de Resolución de Problemas, en el componente numérico variacional, específicamente en el aprendizaje del uso de la fracción como parte-todo, como cociente y como razón, uso fracción para describir situaciones continuas y discretas en básica primaria. El promedio de estudiantes en el aula es de 25 estudiantes, variando entre 15 y 35, dependiendo del tipo del establecimiento rural o urbano, las condiciones socioeconómicas de los estudiantes fueron estrato uno y dos, 49 docentes formados en licenciatura en básica primaria, 14 con formación en licenciatura de matemáticas y 4 con formación de ingeniería pero que orientan el área de matemáticas a ese nivel.

Los participantes presentaban una experiencia como docentes de aula en promedio de 15 años, todos orientaban el área de matemáticas en básica primaria, donde los 67 docentes han enseñado el concepto de fracción como parte-todo en el aula, acompañaban aulas multigraduales (orientan dos o más grados en la misma aula) o aulas graduadas (un solo grado en el aula), ubicados en los sectores urbanos o rurales. Los docentes laboraban en Establecimientos Educativos oficiales ubicados en las doce provincias y en los municipios que se indican en la Tabla 9.

*Tabla 9.*

*Ubicación de los docentes participantes en la Investigación, por Provincias y municipios del departamento de Boyacá.*

| Provincias | Municipios |
|---|---|
| Centro | Toca, Siachoque, Chivata, Tunja (3), Oicatá |
| Libertad | Paya |
| Lengupa | Berbeo, Paez, Campo hermoso |
| Márquez | Viracacha, Jenesano, Ramiriquí |
| Neira | San Luis de Gaceno (2), Macanal, Chinavita |
| Norte y Gutiérrez | Sativanorte, Boavita, La Uvita, San Mateo, Susacón, Guacamayas, Espino, Cubara |
| Occidente | Puerto Boyacá (4), Maripi, Coper, Chiquinquirá, San Miguel de Sema, Otanche, Caldas |
| Oriente | Tenza, Sutatenza (2), Chivor |
| Ricaurte | Moniquirá (4), Chitaraque, Santana, San José de Pare, Togui, Sáchica, |
| Sugamuxi | Tota, Iza, Aquitania, Gameza, Sogamoso (3), Pesca |
| Tundama | Duitama (2) |
| Valderrama | Chita (2), Beteitiva, Tasco, Jerico, Socha, Socotá |

Nota. Obtenido de Secretaría de Educación de Boyacá. Tunja

### 4.2.2. Naturaleza de las Informaciones

La naturaleza del grupo objeto de estudio está conformado por docentes en ejercicio, quienes trabajaban en básica primaria, en las sesenta y siete Instituciones oficiales del departamento de Boyacá y enseñan matemáticas a sus estudiantes, fueron de carácter textual, se obtuvieron a través de la aplicación de instrumentos como: talleres, entrevista semi-estructurada, observación directa y diario de campo.

### 4.2.3. Procedimiento

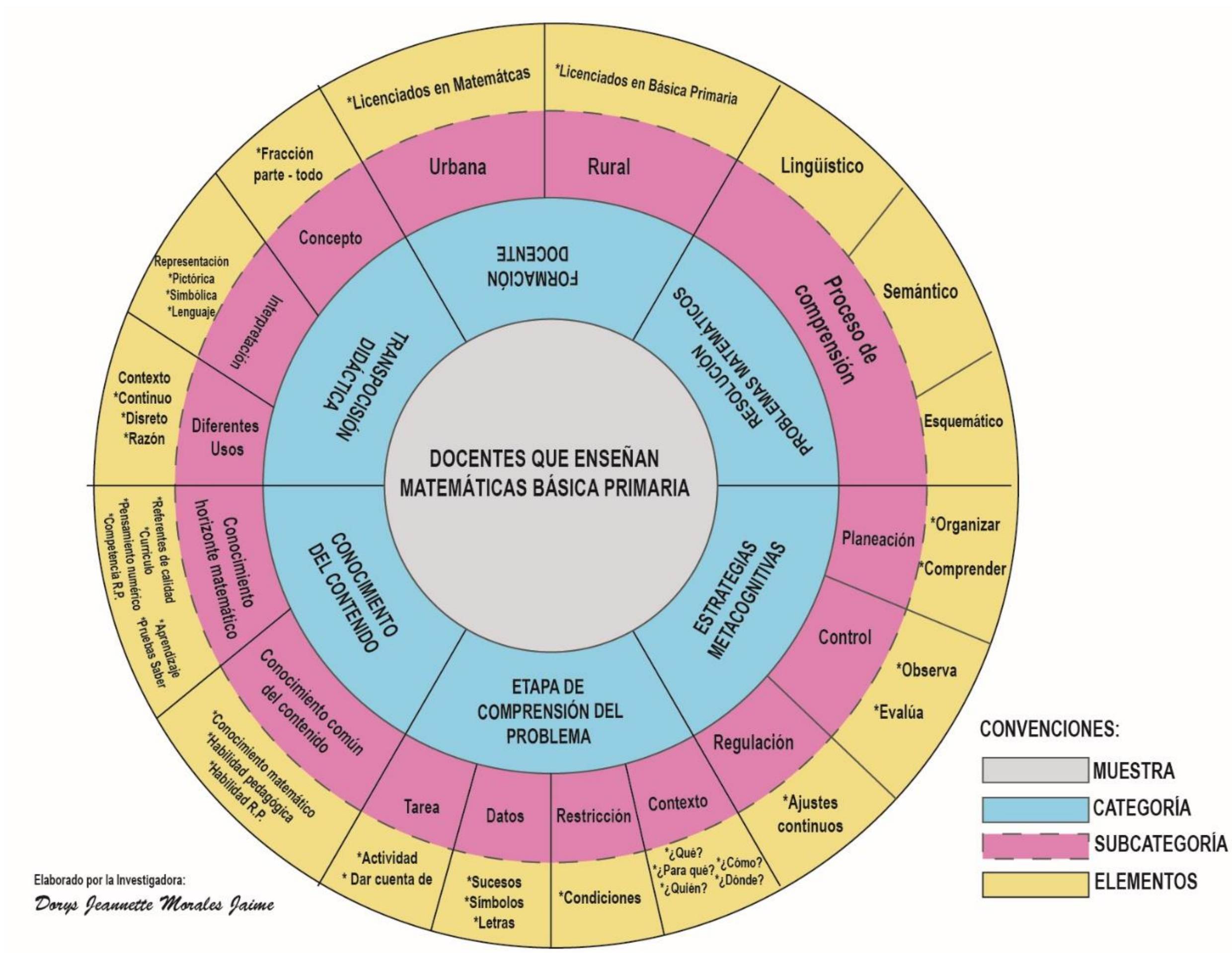
La investigación se desarrolló en cuatro fases: preparatoria, de trabajo de campo, analítica e informativa, cada una con diferentes etapas, a veces no lineales en el tiempo, pero que obedecían al avance propio de la investigación.

En el desarrollo de cada fase donde se aplican instrumentos diferentes como talleres como conducta de entrada, talleres específicos para identificar los conceptos y habilidades que posee el docente sobre la fracción parte todo y sus usos, diario de campo y observación directa, analizando la información recogida a través de análisis textual, donde en primer momento se realiza un directorio de palabras, luego se realiza una selección de palabras por frecuencias, posteriormente de selecciona estas frecuencias y se analiza su probabilidad y por último se aplica criterio de chi –cuadrado arrojando respuestas características; estas se triangulan con el diario de campo y la observación directa apoyada en referentes teóricos para identificar seis categorías: resolución de problemas matemáticos, estrategias metacognitivas, etapa de comprensión del problema, conocimiento común del contenido del docente que enseña matemáticas, transposición didáctica, formación docente, con subcategorías y elementos específicos de cada uno de ellos.

El análisis exploratorio de datos puede ser una herramienta de utilidad en la generación de hipótesis, conjeturas y preguntas de investigación acerca de los fenómenos de donde los datos fueron obtenidos, y por ello se propone como medio para desarrollar una comprensión global de los datos. (Inzunsa,2014, p.1264). La cita anterior permitía aseverar que esta herramienta puede promover y lograr perfectamente el objeto esencial de investigaciones cualitativas.

Günter (2018) presenta la aportación de la estadística exploratoria al análisis cualitativo y específicamente en el modo de conversión de datos 3.0, el cual combina un análisis cualitativo completo y un análisis exploratorio de datos como acto seguido. Estrategia adecuada para analizar el contenido de textos con el fin de determinar cualitativamente las palabras claves, contarlas, analizarlas y comparar sus frecuencias. Pero en este caso, el primer paso representa un estudio cualitativo completo con resultados basados en un sistema de interpretación/codificación bien justificado; es decir, los resultados ofrecen no solamente frecuencia y perfiles de códigos sino también vinculaciones típicas entre los códigos y las estructuras de significado reconstruidas, convirtiéndose en patrones estructurales. Apoyando la metodología empleada con el análisis de texto ejecutado con el software SPAD, en esta investigación.

**CATEGORIAS ARROJADAS EN LA INVESTIGACIÓN**




En la primera circunferencia del centro se encuentra el objeto de la investigación, en la de color azul se encuentran las categorías abordadas en la investigación, en la rosada se evidencian las subcategorías analizadas en los instrumentos empleados con análisis textual y por último se presentan los elementos aportados dentro de este trabajo a cada una de las categorías, ampliando las teorías de Mayer (1982), Printrich (1991), Flawell (1976), Polyan (1969, Poggioli (1983), Ball (2008), Chevallard (1998).

#### *4.2.3.1. Fase Preparatoria.*

En esta fase se incluyó la etapa de reflexión y diseño de instrumentos que permitían alcanzar los objetivos de la investigación, se diseñó y validó los cuatro talleres y una entrevista semi-estructurada. El primer taller, presentó doce situaciones problemas como conducta de entrada con los docentes cuyo objetivo era analizar los pre-saberes con el concepto de fracción parte-todo y su uso como operador, tanto en contexto continuo como discreto y como razón en la resolución de situaciones problemas para básica primaria, retomadas de actividades dirigidas a estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto; el taller fue aplicado a los docentes participantes.

El taller dos y tres se orientó al reconocimiento y uso eficiente en la resolución de una situación problema de la fracción parte-todo en contexto continuo y discreto. El taller cuatro estuvo direccionado al concepto y uso de la fracción parte-todo como razón y a los elementos básicos para la etapa de comprensión de la situación problema. Por último, la entrevista tuvo como objetivo conocer las habilidades epistemológicas y pedagógicas de los conceptos de metacognición, las estrategias metacognitivas, la resolución de problemas, las estrategias de resolución de problemas empleadas, como también las habilidades matemáticas que poseen los docentes que enseñan matemáticas.

Se elaboró un estado del arte que permitió evidenciar las investigaciones que han abordado la resolución de problemas con el concepto de fracción como parte-todo, el uso de las estrategias metacognitivas en resolución de problemas, las competencias propias del docente que enseña matemática, comprendida como las habilidades para resolver problemas matemáticos.

Posteriormente, en esta fase, se hizo el análisis de los resultados de las pruebas Saber del ente territorial Colombia, luego de Boyacá, a la luz de la competencia de Resolución de Problemas que conlleva el uso del concepto de fracción como parte-todo, en grados tercero y quinto, teniendo en cuenta los referentes de calidad educativa del país.

Para la etapa de diseño de la metodología, se hizo un proceso de reflexión teórica desde diferentes autores; para esta investigación se tomó como referentes teóricos para su validación en la resolución de problemas matemáticos a teóricos como Polya (1965), Poggioli (1983) y Llinares y Sánchez (1981) entre otros, centrándose en la etapa de comprensión del problema; sobre procesos y conocimientos específicos que se activan en el proceso de comprensión en la resolución de problemas matemáticos, se fundamenta en los tipos específicos (Mayer, 1983); sobre las estrategias metacognitivas (Pintrich y García, 1993; Woods,1997) y para resolver problemas como habilidad a (Ball ,2008; Stanic y Kilpatrick, 1989).

La validación de la información se hizo a través de la triangulación entre diversas fuentes de información, para cada momento de la investigación, teniendo en cuenta los instrumentos, a la luz de los teóricos (Cerda, 2000; Ferreira, 2003).

##### *4.2.3.2. Fase de Trabajo de Campo.*

En esta etapa se aplicaron los instrumentos escogidos (pruebas de pre-saberes, talleres, entrevistas semi-estructuradas y diario de campo), a docentes que orientan matemáticas en las instituciones educativas oficiales seleccionadas, sobre la resolución de situaciones problema, con el uso del concepto de fracción como parte-todo, teniendo en cuenta los estándares de calidad del Ministerio de Educación Nacional (2016), explicados anteriormente en este documento, desde la competencia de resolución de problemas, en el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, contemplados para los ciclos tercero y quinto.

Este procedimiento se realizó en cuatro momentos (ver tabla 10) así: en el momento uno, se exploraron los tipos de conocimientos específicos (lingüísticos, semánticos y esquemáticos) (Mayer, 1986), se identificaron las estrategias metacognitivas de los docentes al resolver problemas del concepto de fracción como parte-todo, en contexto continuo, discreto y como razón. Lo anterior, responde a la primera pregunta de la investigación: ¿Qué tipos de conocimientos específicos (lingüístico, semántico, esquemático) se activan en los docentes al solucionar problemas con el concepto y uso de la fracción parte-todo?, ¿Qué conceptos conocen y aplican los docentes al resolucionar problemas de la fracción como parte-todo, en contexto continuo, contexto discreto, como razón?

En el momento dos, se identificaron los procesos generales de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación a través de preguntas orientadoras en la etapa de comprensión del problema, identificación de contexto, restricción, datos y tarea, abordando la pregunta dos: ¿Cuáles son las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes en la etapa de comprensión desde la resolución de problemas de fracción como parte-todo y como razón?

*Tabla 10.*

*Matriz operacional.*

| OBJETIVO GENERAL: Caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades matemáticas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Preguntas/momentos | Fases | Actividad | Objetivos específicos | Resultados |
| MOMENTO UNO:<br>¿Qué tipos de conocimientos específicos (lingüístico, semántico, esquemático) se activan en los docentes al resolucionar problemas con el concepto y uso de la fracción parte- todo?, ¿Qué conceptos conocen y aplican los docentes al solucionar problemas de la fracción como parte-todo, en contexto continuo, contexto discreto, como razón? | PREPARATORIA | Diseño de pruebas de presaberes, talleres de situaciones problemas, entrevistas y diarios de campo sobre el concepto de fracción parte-todo, contexto discreto, contexto continuo y razón. | Explorar los tipos de conocimientos específicos que posee el docente cuando resolver problemas con el concepto de fracción como parte-todo, en contextos continuos, discretos y como razón. | Tipos de conocimiento específicos: 33% lingüístico, 18% Semántico, 10% esquemático, 39% no presenta esquema<br>Conocimientos disciplinares: 45% aplica eficientemente concepto de fracción parte - todo y su uso en la resolución de problemas, 13% no es eficiente, 42% deja hoja en blanco. |
| MOMENTO DOS:<br>¿Cuáles son las estrategias metacognitivas de planeamiento, control y regulación en los docentes en la etapa de comprensión desde la resolución de problemas de fracción como parte-todo en contexto continuo, contexto discreto y como razón? | TRABAJO DE CAMPO | Aplicación de pruebas de presaberes, talleres de situaciones problemas, entrevistas y diarios de campo sobre el concepto de fracción parte-todo, contexto | Interpretar las estrategias metacognitivas planeación, control y regulación, que se activan en el docente, en la etapa de comprensión del problema al resolver problemas de fracción | Estrategias metacognitivas: 33% planeación, 30% control y 18% regulación, 19% hoja en blanco.<br>Etapa de comprensión: 1% contexto, 38% restricciones, 91% datos y 24% tarea.<br>. |

| OBJETIVO GENERAL: Caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades matemáticas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Preguntas/momentos | Fases | Actividad | Objetivos específicos | Resultados |
| | | discreto, contexto continuo y razón. | parte- todo y como razón. | |
| MOMENTO TRES:<br>¿Qué habilidades pedagógicas y conceptos poseen los docentes en ejercicio, que enseñan matemáticas en básica primaria, frente a la estructura de la etapa de comprensión del problema y la competencia de Resolución de Problemas, con base en los referentes de calidad educativa colombiana? | **ANALÍTICA** | Análisis y triangulación de la información obtenida de las pruebas de presaberes, talleres de situaciones problemas, entrevistas y diarios de campo sobre el concepto de fracción parte-todo, contexto discreto, contexto continuo y razón. | Analizar las habilidades pedagógicas y conceptos que poseen los docentes para resolver problemas de fracción como parte-todo y su uso a la luz de los referentes de calidad educativa colombiana. | Conceptual: bajo desempeño en los docentes en el concepto y uso de la fracción parte – todo, pareciera desconocimiento del aprendizaje desde los referentes calidad educativa y currículo.<br>Técnicas dominadas: pocas destrezas docentes en la R.P. y eficacia, no presentan habilidades para: la aplicación conocimiento disciplinar, planificar acciones didácticas, comprender la teoría de aprendizaje desde R.P, para sustentar razonamiento temático, para exponer ideas matemáticas y conectar área de las matemáticas con situaciones problemas cotidianos, no logran realizar transferencia de la disciplina. |

| OBJETIVO GENERAL: Caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades matemáticas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Preguntas/momentos | Fases | Actividad | Objetivos específicos | Resultados |
| MOMENTO CUATRO:<br>¿Cómo inciden las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes en el proceso de comprensión para la resolución de problemas de fracción como problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, en su praxis | INFORMATIVA | Elaboración del documento final sobre la información obtenida en las pruebas de presaberes, talleres de situaciones problemas, entrevistas y diarios de campo sobre el concepto de fracción parte-todo, contexto discreto, contexto continuo y razón | Establecer la incidencia de las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes en el proceso de comprensión, al resolver problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, desde su praxis. | Emergencia de categorías:<br>1. R.P.: proceso comprensión, tipos conocimiento Lingüístico, semántico, esquemático.<br>2. Estrategias metacognitivas: planeación, control, regulación.<br>3. Etapa comprensión problema: contexto, restricciones, datos, tarea.<br>4. Conocimiento del contenido del docente enseña matemáticas MKT:<br>***Conocimiento común del contenido, conocimiento matemático.***<br>Habilidad pedagógica del docente al realizar tareas que coloca a sus estudiantes.<br>***Conocimiento horizonte matemático:*** currículo- referentes calidad educativa.<br>Pensamiento numérico, Competencia R.P, Aprendizaje concepto fracción parte – todo, Pruebas saber, matriz referencia, DBA, EBC.<br>5. Transposición didáctica:<br>Conceptual: se evidencia bajo proceso de reflexión e interiorización del concepto de facción parte – todo y su uso en las |

| OBJETIVO GENERAL: Caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades matemáticas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Preguntas/momentos | Fases | Actividad | Objetivos específicos | Resultados |
| | | | | situaciones problemas cotidianas (saber científico).<br>Interpretación: bajo desempeño en el reconocimiento y uso del lenguaje propio de la fracción parte todo como también su notación simbólica y grafica (saber a enseñar) evidenciado en sus representaciones.<br>Diferentes usos: la poca habilidad en la etapa de comprensión de la situación problema, para reconocer el concepto de fracción parte todo en situaciones cotidianas que hacen uso del contexto continuo, contexto discreto y razón. Evidenciado en el bajo nivel de eficacia y eficiencia en la solución como consecuencia de la poca competencia de la comprensión lectora y los niveles de preguntas literales, inferencial y critica (saber enseñado).<br>Se debe generar procesos académicos de reflexión permanente en comunidades docentes que permitan realzar meta-reflexión de sus competencias, generando en primera instancia una comprensión interna del que, para que y como enseñar, |

| OBJETIVO GENERAL: Caracterizar las estrategias metacognitivas y habilidades matemáticas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Preguntas/momentos | Fases | Actividad | Objetivos específicos | Resultados |
| | | | | a través de las estrategias metacognitivas para el fortalecimiento de las habilidades pedagógicas para ser dominadas antes de transmitir a sus estudiantes (saber sabio.<br>La reflexión del saber sabio y su incidencia en praxis desde los referentes de calidad educativa permitirá fortalecer las competencias del docente del siglo XXI y por ende trasciende en formación permanente de la formación docente, abriendo una línea importante de la educación matemática.<br>6. Formación disciplinar del docente: urbano, rural, Lic. Matemáticas, Lic. Básica primaria. |

Nota: elaboracion por la Investigadora

En el momento tres, se analizaron las habilidades matemáticas de las docentes empleadas en la resolución de problemas a la luz de los referentes de calidad. Responde a la tercera pregunta de la investigación: ¿Qué habilidades pedagógicas y conceptos poseen los docentes en ejercicio, que enseñan matemáticas en básica primaria, frente a la estructura de la etapa de comprensión del problema y la competencia de Resolución de Problemas, con base en los referentes de calidad educativa colombiana?

En el momento cuatro, se determinó la afectación de las estrategias metacognitivas de los docentes en la resolución de problemas, basado en la pregunta ¿Cómo inciden las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes en el proceso de comprensión para la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, en su praxis?

## 4.3. Técnica de Triangulación y su validez

Para responder a las cuestiones de validez respecto a las informaciones recolectadas y analizadas se enmarcó metodológicamente la investigación en un proceso de Triangulación. Según Rocha (2006) la Triangulación es un asunto de carácter metodológico, procedimental, pertinente en una investigación de tipo cualitativa, toda vez que, en palabras de González (1999), su implementación está vinculada con la calidad y la robustez de la información sobre cuya base se han de construir los datos que sirven de soporte a las expresiones generales de carácter teorizante que conforma el discurso de una investigación de naturaleza predominantemente cualitativa.

Se puede decir, también, que la triangulación es “el uso de dos o más métodos de recogida de datos en el estudio de algún aspecto del comportamiento humano” (Cohen, Manion y Morrinson, 2011, p.331). La triangulación también se entiende, como una técnica o una estrategia que posibilita la comparación entre diferentes métodos, datos, teorías o investigadores (Cerda, 2000; Ferreira, 2003). Coincide con Cerda (2000) en que el objetivo de esta técnica es evitar que se acepte con demasiada facilidad la validez de las impresiones iniciales. En sus palabras:

La triangulación es una garantía para impedir que se acepte con demasiada facilidad la validez de las impresiones iniciales y para lo cual utiliza múltiples fuentes, métodos e investigadores con la intención de ampliar el ámbito, densidad y claridad de los constructos desarrollados en el curso de la investigación y corregir los sesgos que aparecen cuando el fenómeno es examinado por un solo observador, con una técnica y desde un solo ángulo de observación (Cerda, 2000, p.50).

Así, sobre la idea de triangulación se asienta la evaluación de la calidad de la información tomada en investigaciones desde diferentes perspectivas cualitativas (González, 1999). Entre los principios sobre los que se sustentan los procedimientos de un proceso de triangulación, González menciona: "(a) la existencia de múltiples realidades; (b) el hecho del conocimiento avanzar hacia la divergencia; (c) en el ámbito social, todo está interrelacionado y; (d) cada persona construye conocimiento en función de su lugar epistemológico" (p.3).

### 4.4. Instrumentos de investigación utilizados en la recolección de datos

Los instrumentos de recolección de información establecidos fueron escogidos teniendo en cuenta el enfoque cualitativo que sigue esta investigación.

#### 4.4.1. Talleres.

Según, González (1999), la palabra *Taller* proviene del francés "atelier", y significa estudio, obrador, obraje, oficina.

De acuerdo, a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), un taller es un espacio de trabajo en grupo en el que se realiza un proceso de enseñanza-aprendizaje que tiene como objetivos el iniciar al participante en una capacitación para mejorar el ejercicio de su profesión. Este propiciará una enseñanza de carácter tutorial bajo la idea de "aprender haciendo", en este sentido las actividades que en este se realicen, serán muy diversas y podrán cambiar de taller a taller.

Según, Maceratesi (1999*)* un taller consiste en la reunión de un grupo de personas que desarrollan funciones o papeles comunes o similares, para estudiar y analizar problemas y producir soluciones de conjunto. El taller combina actividades tales como trabajo de grupo, sesiones generales, organización y ejecución de trabajos en comisiones, investigaciones y preparación de documentos.

En esta investigación se utilizó el taller con el propósito de desarrollar en los docentes la habilidad mental, para comprender procesos, determinar causas y escoger soluciones prácticas. Preparar para el trabajo en grupo y ejercitar la actividad creadora y la iniciativa. Se trabajó con grupos pequeños para manejar con propiedad técnica los talleres y resolver los problemas que se presenten sin dificultad.

El taller empleado en esta investigación fue de tipo vertical, porque buscó desarrollar un trabajo en común, con docentes de básica primaria, cuyo objetivo fue recoger información sobre sus habilidades, destrezas, técnicas y metodología en la resolución de problemas con el concepto de fracción como parte de un todo. Su estructura pedagógica contempló el referente de calidad (estándar), componente (pensamiento), competencia, aprendizaje, objetivo de la actividad, materiales, organización, reflexión y evaluación.

### 4.4.2. El Diario De Campo.

Fue un instrumento de recolección de información utilizado por la investigadora para registrar aquellos hechos que son fáciles y aptos para su interpretación. El diario de campo es una herramienta que permite sistematizar las experiencias observadas y vividas en cierto espacio para luego analizar los resultados.

En esta investigación el diario de campo se usó como registro de las actividades y los momentos de desarrollo de cada taller, y también para llevar un recuento (Burns, 1999), "abierto y libre" del trabajo realizado con los docentes, con el fin de tener una información detallada de los procesos y los eventos críticos que surgieron en el trabajo de campo.

Fundamentalmente, el formato escogido permitió estandarizar la elaboración de los diarios, enriquecer la información que se registraba y facilitar la elaboración y consulta. Igualmente, el formato exigía concretizar y priorizar qué y cómo describir las experiencias y los procesos. Incluso, podía potenciar la rigurosidad de las observaciones y el carácter metódico de los registros. A largo plazo, esta forma de recopilar la información permitía sistematizar los datos, focalizar los análisis y emitir interpretaciones coherentes y eficaces.

Por esta razón, se trabajó en un formato de proformas, como una rejilla con encabezados orientados a separar las observaciones objetivas de las subjetivas (Burns, 1999).

### 4.4.3. La Entrevista.

Se eligió la entrevista semiestructurada, individual ya que era un instrumento donde:

> …las preguntas estaban definidas previamente en un guion, su formulación podía variar en función de cada sujeto entrevistado. Es decir, el investigador realizaba una serie de

preguntas (generalmente abiertas al principio de la entrevista) que definían el área a investigar, pero se tenía libertad para profundizar en alguna idea que podía ser relevante para cumplir los objetivos, realizando nuevas preguntas" (Blasco y Otero, 2014, p. 4).

La entrevista se realizó con el fin de obtener gran parte de la información y datos relevantes para el logro de los objetivos de esta investigación, desde las concepciones epistemológicas y pedagógicas empleadas por los docentes en su práctica; la entrevista comprendía once preguntas orientadas a la metacognición, los procesos de las estrategias metacognitivas, resolución de problemas matemáticos, estrategias empleadas en la resolución de problemas matemáticos, qué se entiende por habilidad matemáticas, y los procesos de la etapa de comprensión del problema.

### 4.5. Operacionalización de la Investigación

En el desarrollo de la tesis se utilizó el análisis textual y teorías de Miles & Huberman (1994), quienes con sus aportes y referencias respecto del análisis textual, enriquecieron la investigación. Para el desarrollo de la investigación de tipo cualitativo y el análisis de datos, se trabajaron las siguientes etapas:

- Recolección de datos
- Visualización de dichos datos
- Reducción de los datos
- Extracción de conclusiones, conjuntamente con verificación

En la figura 9 se observa el modelo interactivo para el análisis de componentes y datos, realizado por Miles & Huberman et al (1994).

Para el caso de la recolección de datos de la primera etapa, se utilizaron los talleres y las entrevistas, las cuales fueron aplicadas a los profesores, objeto de la investigación, que han enseñado el concepto de fracción parte-todo. Importante recalcar que esta muestra de profesores, representa al departamento de Boyacá, puesto que se realizó cobertura de los municipios correspondientes a las doce provincias del departamento, representadas en esta muestra. Los datos se capturaron tanto de forma escrita como verbal, pero en esta primera etapa considerada como la más importante, se digitalizó toda la información; es decir, se convirtió en texto todas las respuestas que dieron los docentes a las preguntas tanto abiertas como cerradas para luego hacer ese análisis de toda esta información, utilizando la metodología francesa de análisis de datos cualitativos multivariantes, mediante metodologías exploratorias (Benzécry, 1982).

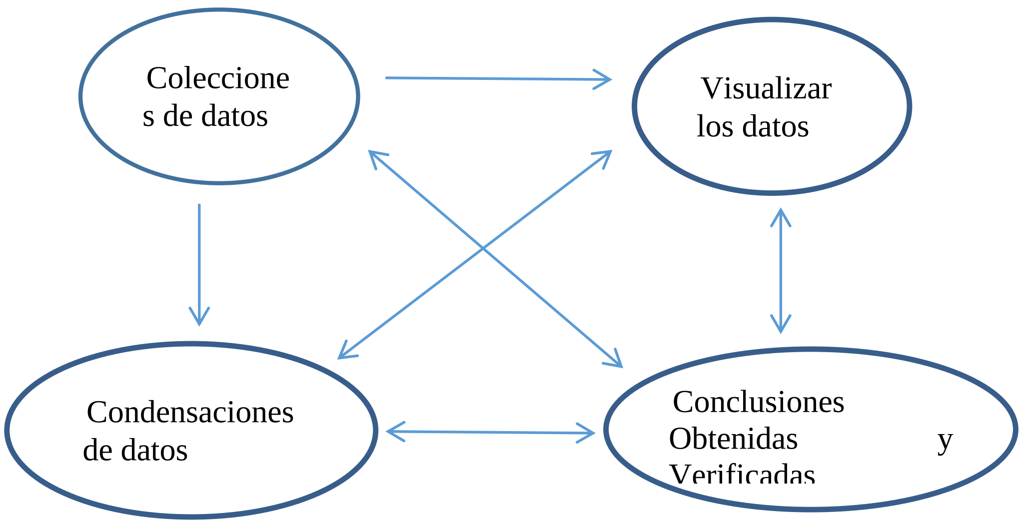



*Figura 9.* Modelo Interactivo para el Análisis de Componentes y Datos. Adaptado de "Qualitative data analysis. An expanded sourcebook" por Miles, M.B. & Huberman, A., 1994, (2nd.ed). Thounsand Oaks, SA Sage Publications.

La herramienta computacional que se utilizó fue SPADT, la cual corresponde a las siglas de Sistema de Análisis de Datos Textuales, puesto que gran parte de la información para el desarrollo de este trabajo estaba en su fuente escrita y se realizó el análisis multivariante exploratorio, para encontrar primero el diccionario de las palabras utilizadas por los docentes en las preguntas abiertas y posteriormente hallar las *respuestas características* de cada una de estas preguntas. Además, para el resto de la información se realizó el análisis con apoyo de SPADT, es decir, se empleó para el desarrollo del análisis en los cuatro talleres, la entrevista semi-estructurada individual y observaciones directas (diario de campo) desde la resolución de situaciones problemas, encontrando las concordancias de las palabras más representativas, en el uso del concepto de fracción parte-todo aplicado a situaciones escolares. Estos instrumentos permitieron tener cierta "flexibilidad", esto era, tener libertad de hacer cambios y modificaciones en favor de capturar los datos requeridos. Se destaca por un lenguaje que hace uso de "conceptos, descripciones, palabras" con significación. Esto le permitió ser más explícita y tener mayor libertad de configurar el fenómeno y lo que le rodea.

Después de haber capturado (transcrito) la información de los reportes de la entrevista, talleres y diario de campo, se efectuó su análisis del contenido a través de cuatro partes que se describen a continuación:

La primera parte comprende la descripción de todos los comportamientos que se deberán observar, así como los códigos que se utilizarán para registrarlos. La segunda parte corresponde a la lista de criterios relativos a las personas observadas (variables aleatorias). Las partes tercera y cuarta de la rejilla de observación indican las situaciones que el investigador escoge observar y trabajar (Giroux y Tremblay, 2003, p. 185 y 186).

La recolección de la información se inició con un taller de pre-saberes desarrollados de forma individual, con un tiempo de 10 minutos, entregados al azar y orientados a indagar sobre los tipos de conocimiento específico (lingüístico, semántico o esquemático) que tenían los docentes a través de las estrategias metacognitivas empleadas en la resolución de problemas, como también el uso del concepto de la fracción parte-todo como operador, en contexto continuo, en contexto discreto y como razón; esta se hizo como conducta de entrada.

Se recolectó la información del segundo y tercer taller, estos talleres estaban orientados a identificar las estrategias empleadas por los docentes para solucionar una situación problema de la fracción parte-todo en contexto continuo y discreto, como también identificar el grado de conceptualización y uso de los conceptos, como la habilidad y eficacia en la resolución de problemas matemáticos que posee un docente que oriente el área.

También se hizo la recolección de información mediante el cuarto taller, este estaba orientado en el uso de la fracción parte-todo como razón y los elementos para la etapa de comprensión de una situación problema basado en el método de Polya y Poggioli. Para terminar se realizó la recolección de la información por medio de la entrevista orientada al análisis y reconocimiento de los docentes sobre las habilidades epistemológicas y pedagógicas que poseían sobre algunos elementos de sus práctica como era la comprensión del concepto de metacognición, reconocimiento de las estrategias metacognitivas que se evidencian en la resolución de problemas matemáticos, las estrategias empleadas por los profesores en la etapa de comprensión del problema, las estrategias empleadas para la resolución de problemas matemáticos y habilidades matemáticas, constaba de once enunciadas con preguntas abiertas cualitativas y algunas cuantitativas. Así mismo, a lo largo del proceso se llevó la información en el diario de campo, que permitió a la investigadora, reforzar los datos recogidos en la investigación.

El proceso para el análisis de la información de cada instrumento empleado siguió la estructura que se indica a continuación: el análisis textual, se inicia con el proceso de la información arrojada en los talleres y la entrevista, después de sistematizarla se procedió a correrla utilizando el software para transcribir los textos a respuestas características dadas por los docentes en dos grupos Urbanos (18) y Rurales (49), posteriormente se seleccionó inicialmente, las diez palabras empleadas por todos los docentes con mayor frecuencia asociada a la situación problema enunciada, luego se tomaron las palabras características por valor de test, la probabilidad correspondiente con criterio de chi –cuadrado de cada grupo de docentes, en cada grupo se procedió a seleccionar tres de las respuestas características con menor distancia a la media arrojadas en cada grupo; posteriormente se realizó el análisis de las respuestas características comparándolas entre los grupos, realizando una triangulación con la práctica de los docentes observada en el diario de campo, luego se analizaron a la luz de algunos referentes teóricos. Finalmente, este proceso permitió generar las conclusiones y recomendaciones específicas.

La investigación siguió el modelo de Huberman para el análisis de los datos cualitativos obtenidos en la investigación. A continuacón se observa el paso dos, sobre el Diagrama de métodos, de acuerdo con el software empleado.

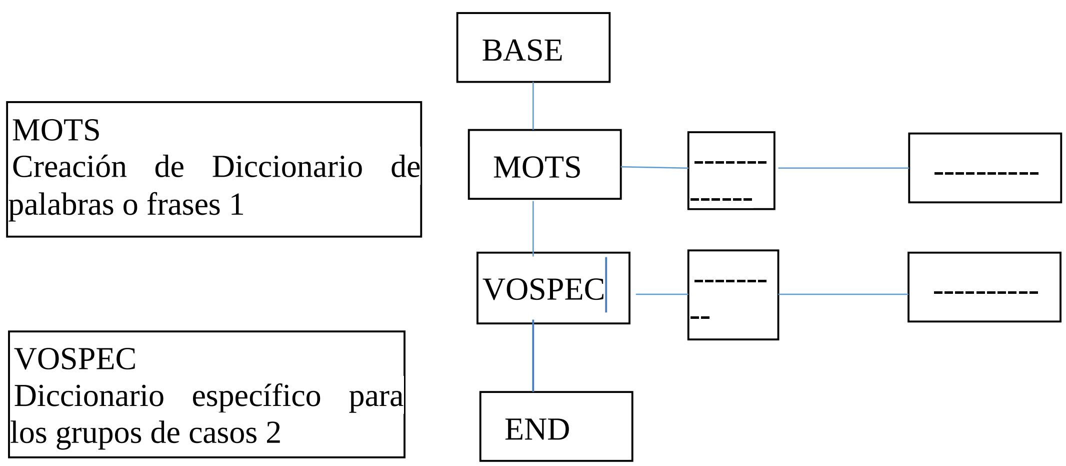



*Figura 10.* Diagrama de método para trabajar la creación de Diccionarios de palabras y grupos de casos. Adaptado de ENTTADORYS.SBA. c:/..D_v60/datasets/

De forma más explícita, para el caso de la investigación en la cual los datos recogidos fueron de tipo textual, en la primera parte, la visualización se pudo obtener mediante el análisis de correspondencia simples y múltiples; es decir, se visualizó la proyección de las palabras y respuestas en los planos conformados por los primeros dos ejes principales, los cuales capturan la mayor variabilidad de los datos y representan la mejor proyección aplicada sobre el mejor sub-espacio vectorial, en la cual estaba inmiscuida la información textual.

Para la parte dos, de reducción de datos, se inició con el conteo de la frecuencia de cada una de las palabras que utilizaron todos los profesores cuando respondieron a las preguntas abiertas y las encuestas; lo que se encuentra son las respuestas representativas o modales manejando dos criterios: el primero, el criterio de las frecuencias y el segundo criterio chi-cuadrado; para el primero, se utilizó la información del conteo de las frecuencias de todas las palabras que utilizaron los docentes en esta investigación, para ir reduciéndola a las palabras de mayor frecuencia y que no fueran palabras de conexión como: en, las, los, y, y así, sucesivamente.

A cada una de estas palabras se les buscó su representatividad, es decir, si eran palabras características de las particiones que se realizó del texto, (para cada una de las preguntas que contiene la información o las variables), esas palabras conformaron la o las respuestas características para cada una de las variables abiertas o de opinión, o de los pasos sucesivos en la resolución de un problema; de esta manera, se encontró la estructura mental que tenían los docentes; en otras palabras, la estructura metacognitiva que sustentaba el desarrollo de la enseñanza de la matemática en los estudiantes de estos niveles de la educación.

Para el caso número tres, de la extracción de conclusiones, fueron precisamente esas respuestas características, las que dieron las conclusiones científicas de la investigación, puesto que se encontró el perfil medio de cada uno de estos textos, llámese palabras o llámese respuestas, esto permitió encontrar mediante la distancia chi-cuadrado o el criterio de la frecuencia, que tan lejos estaban cada una de las respuestas dadas por los participantes y así se encontró y se obtuvo la respuesta característica o modal para dicho aspecto de la investigación, se verificó utilizando el software, para ratificar que efectivamente las conclusiones a las que se llegaron tuvieron un sustento teórico y científico, mediante esos valores de probabilidad y valores de significancia de las respuestas que se encontraron.

Entre las habilidades que se desarrollan con el modelo son: el enriquecimiento del vocabulario, comparación (búsqueda de relaciones, diferencias y semejanzas), análisis-crítico del contenido de un problema y su comprensión, el uso de justificaciones claras, otras habilidades también son remarcadas como el desarrollo del conocimiento previo, fijación de la atención, procesos de reflexión, y autorregulación en los procesos de enseñanza aprendizaje, actividades de comunicación, entre otros.

La estructura de análisis a la discusión de los resultados encontrados a la investigación, tuvieron tres miradas: en un primer momento, se retomaron las respuestas características y se confrontaron con los procesos ejecutados por los docentes en los talleres prácticos observados y registrados en el diario de campo, luego se retomaron estos elementos y se realizó un análisis a la luz de algunos referentes teóricos presentes en la investigación; en segunda instancia, se tomaron algunos elementos en común confrontado respuestas características, teorías y estado del arte para realizar la discusión, los cuales aportaron al trabajo desarrollado y a los resultados encontrados.

Finalmente, la observación directa desde la práctica de los docentes, a través del diario de campo y la experiencia de la investigadora frente a los procesos, permitieron extraer recomendaciones, proyecciones y posibles aportes a la investigación de acuerdo a la matriz operativa donde se encuentran los objetivos de la investigación. Es así como, al hacer el análisis de las conclusiones tomadas de acuerdo a las correlaciones de las preguntas y al entorno de los ejes temáticos desarrollados, permitió hacer el proceso de diferencia o de inserción frente a lo encontrado, lo que existe, y las posibles proyecciones para su mejoramiento.

# 5. Capitulo cinco. Presentación de resultados, análisis de los datos y discusión

En este capítulo se presentan los resultados, el análisis y la discusión de todo el proceso realizado en la aplicación de cada uno de los instrumentos de la investigación y sus contenidos, talleres de pre-saberes, contexto continuo, contexto discreto, y razón, como la entrevista, que hacen parte de este estudio.

## 5.1. Presentación de los resultados

### 5.1.1. Resultados del Taller de Pre-saberes.

El presente taller tenía como objetivo explorar los conocimientos de los docentes sobre el uso del concepto de fracción parte todo en la resolución de problemas escolares. Constaba de doce preguntas diferentes; se aplicó a 67 docentes que orientaban matemáticas en básica primaria. Cada pregunta se distribuyó al azar, y fueron contestadas individualmente, dándoles un tiempo de diez minutos. En el taller de pre-saberes se encontraba el uso de la fracción parte todo en diferentes contextos, con diferentes niveles de complejidad en la situación problema; los numerales uno y cinco estaban orientados al uso de la fracción como parte un todo como operador; la fracción como parte todo en contexto discreto correspondía a los numerales dos, siete, diez y once con diferentes niveles de complejidad; la fracción parte todo en contexto continuo correspondía a los numerales tres y cuatro; la fracción como razón se trabajó en los numerales seis, ocho y nueve. Las situaciones problemas fueron tomadas de talleres para niños de básica primaria y habían sido aplicados previamente a otros que cursaban los grados de cuarto y quinto de una Institución Oficial del departamento. Eran situaciones problemas con respuestas múltiples, pero con solución única.

A continuación, se relacionan las preguntas y respuestas obtenidas del taller. Cada numeral presentaba el siguiente enunciado general:

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C, o D según corresponda. El proceso puede ejecutarlo en el espacio en blanco de la hoja.

Pregunta Uno: Tenía ahorrados 18000 pesos. Para comprarme un juguete he sacado 4/9 del dinero de mi cuenta de ahorros. El costo de juguete fue:

A.8000 pesos B. 6000 pesos C.4000pesos D. 2000 pesos

La situación problema fue resuelta por cuatro docentes, de los cuales, dos contestaron asertivamente, corresponde al 50%, esta situación problema estaba orientada al uso del concepto de fracción parte todo como operador.

A pesar de que los docentes ejercitan con frecuencia, en el aula de clase, este tipo de problemas, sin embargo, no muestran una habilidad matemática para la competencia de resolución de problemas, dado que la aplicación como operador no evidencia un alto nivel de eficacia en su solución.

Pregunta Dos: Hoy he perdido 18 libros que son 3/11 de los que tenía. El número de libros que tenía era:

A. 68 Libros B. 70 Libros C. 66 Libros D. 64 Libros

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción en contexto discreto, la respondieron seis docentes de los cuales tres lo hacen correctamente, esto corresponde a un 50% y el resto no logró llegar a la respuesta correcta. La situación problema era más compleja que la anterior y requiere de un reconocimiento de cada elemento como un todo.

Pregunta Tres: Un agricultor ha sembrado las 2/5 partes de un campo de trigo y 1/3 de cebada. Si el campo tiene 4500 $m^2$. La superficie sembrada es:

A. 1400 $m^2$ B. 1600 $m^2$ C. 1000 $m^2$ D. 1200 $m^2$

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción en contexto continuo, la situación problema la respondieron seis docentes, de los cuales contestaron correctamente solo cuatro docentes (el 67%), dos (2) docentes (33) lo hicieron en forma incorrecta.

Pregunta cuatro: Un agricultor ha sembrado las 2/5 partes de un campo de trigo y 1/3 de cebada. Si aún quedan 1200 $m^2$ sin sembrar. La superficie del terreno es:

A. 4500 $m^2$ B. 4600 $m^2$ C. 4000 $m^2$ D. 4200 $m^2$

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción en contexto continuo; la respondieron seis docentes, de los cuales ninguno respondió correctamente (el 100%).

Pregunta cinco**:** Un depósito de 400 litros que está ocupado en sus 3/5 partes de agua. El número de litros de este líquido es:

A. 240 litros B. 140 litros C. 340 litros D. 440 litros

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción como operador, la respondieron cuatro docentes en forma correcta, (el 100%).

Pregunta seis: Un depósito contiene 320 litros de agua y está lleno las dos terceras partes. ¿Qué capacidad tiene?

A. 480 litros B. 540 litros C. 440 litros D. 640 litros

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción como razón, la respondieron tres docentes, de los cuales ninguno contesta correctamente (el 100%).

Pregunta siete**:** María leyó la semana pasada la mitad de un libro y esta semana la tercera parte, pero aún le faltan 30 páginas, ¿cuántas páginas tiene el libro?

A. 280 páginas. B. 260 páginas C. 180 páginas D. 160 páginas.

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción parte todo en contexto discreto, la respondieron seis docentes de los cuales dos contestaron correctamente, (el 33%) y cuatro (67%) no.

Pregunta ocho: De un tanque lleno de agua, con capacidad de 400 litros, se extrae 1/5 de agua el día lunes, 1/4 del agua restante el día martes y 9/30 del agua que queda en el tanque el día miércoles. La menor cantidad de agua se sacó el día:

A. lunes B. martes C. miércoles

D. en los tres días se extrajo la misma cantidad de agua.

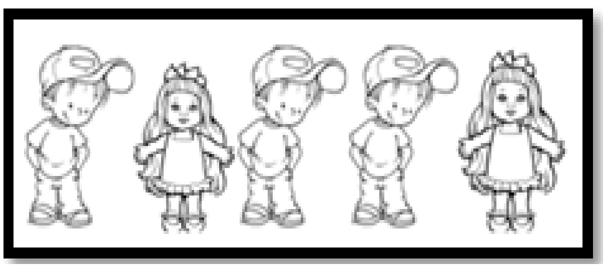
Esta situación problema correspondía al uso de la fracción en contexto discreto, la situación problema la respondieron cuatro docentes, de los cuales contestaron correctamente dos docentes (el 50%), de los cuales, y el otro 50%, (2 docentes) no.

Pregunta nueve: ¿Qué cantidad de agua queda disponible para el día jueves?

A. 120 litros B. 232 litros C. 168 litros D. 175 litros

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción parte todo como razón, la respondieron cinco docentes de los cuales ninguno contestó correctamente, esto corresponde al 100%.

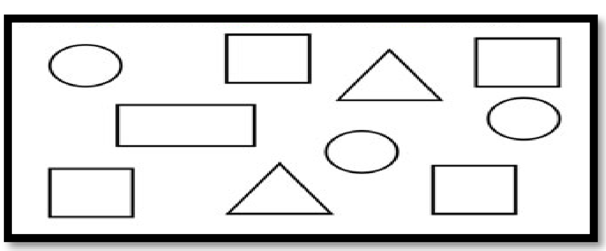
Pregunta Diez: De la siguiente imagen se puede afirmar: La fracción propia que representa el número de niños es:



A. 5/3 B. 2/5 C. 3/5 D. 5/2

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción parte todo en contexto discreto, la contestaron nueve docentes, de los cuales respondieron correctamente ocho docentes (el 89%), dos docentes no (11%).

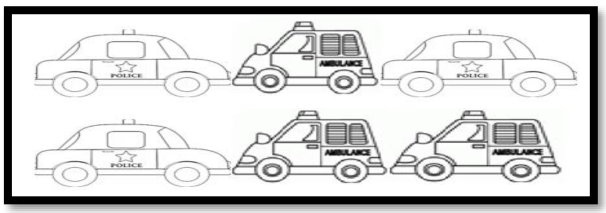
Pregunta once: De la siguiente imagen se pude afirmar: La fracción propia que representa el número de triángulos es:



A. 3/10 B. 5/10 C. 2/10 D. 3/10

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción parte todo en contexto discreto, la respondieron cinco docentes, de los cuales contestaron correctamente cinco (el 100%),

Pregunta doce: de la siguiente imagen se puede afirmar: : La fracción propia que representa el número de ambulancias es:



A. 1/2 B. 6/3 C. 2/6 D. 5/6

Esta situación problema correspondía al uso de la fracción parte todo en contexto discreto, la respondieron cinco docentes y todos la contestaron correctamente (100%).

*Tabla 11.*

*Resultados obtenidos a las preguntas del Taller de Presaberes dados por los docentes urbanos y rurales.*

| Grupos | Análisis |
|---|---|
| Operador 1 y 5 | 70% de los docentes respondieron correctamente. |
| Discreto 2,7,10,11 y 12 | 74% de los docentes respondieron correctamente. |
| Continuo 3 y 4 | 33% de los docentes respondieron correctamente. |
| Razón 6, 8, y 9 | 30% de los docentes respondieron correctamente. |

Nota: datos de la investigación

Observado los resultados, el 52% responde correctamente al resolver problemas con el concepto de fracción parte todo en contexto continuo, discreto y como razón, lo cual corresponde a 35 docentes de los 67 de la población. En específico, se observa en la figura 12, que el 74% de los docentes responden correctamente en situaciones problemas con el uso de la fracción, sin embargo, en el contexto continuo tan solo el 33% logra identificar el concepto y el 30% emplea adecuadamente el la fracción parte-todo como razón. Al enfrentar estos porcentajes con el uso de la fracción parte-todo como operador, se evidencia que el 70% de los docentes lo realizan adecuadamente, mostrando una vez más el proceso algorítmico desarrollado frente a las situaciones problemas. En cuanto al grado de dificultad, el contexto discreto, continuo y razón, los docentes que orientan esta asignatura en básica primaria muestran un bajo desempeño en la competencia de resolución de problemas, corroborando los resultados obtenidos en las pruebas Saber de sus estudiantes en este aprendizaje.

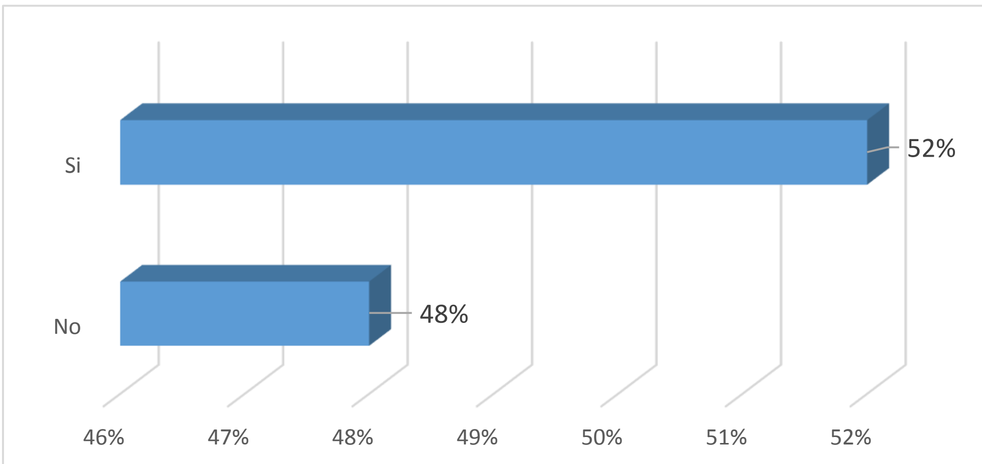



*Figura 11.* Porcentaje de Respuestas correctas en la resolución de problemas de fracción parte todo, taller de Pre-saberes. Datos de la investigación.

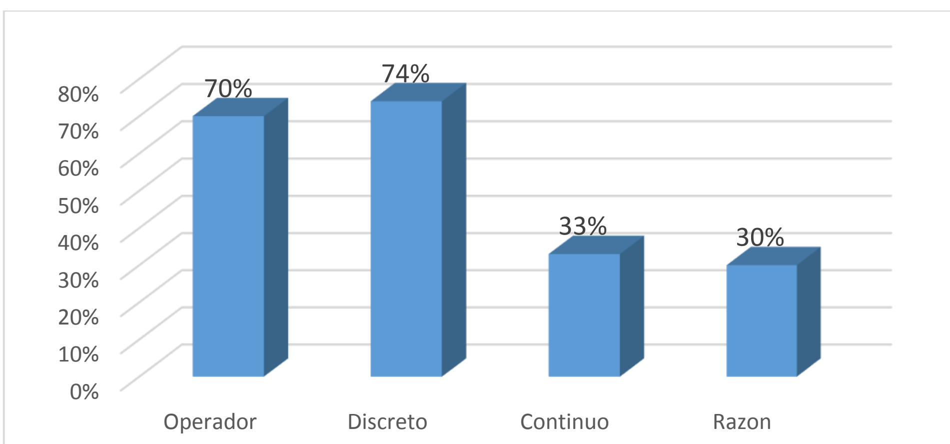



*Figura 12.* Porcentaje de Respuestas correctas en la resolución de problemas de fracción parte todo, según su uso en el taller de Pre-saberes. Datos de la investigación

A pesar de ser docentes con un promedio de 15 años de experiencia, que viene orientando la asignatura en básica primaria y la enseñanza de la fracción como parte todo, muestran una debilidad frente al uso de los conceptos y el uso de éstos, mostrando una gran debilidad en el conocimiento disciplinar del área en este eje temático específico.

#### *5.1.1.1. Identificación de conocimientos semánticos, lingüísticos y esquemáticos*

De acuerdo a los procedimientos ejecutados por los docentes cuando resolucionan las situaciones problemas, se logró identificar que 21 docentes (el 33%) que realizaron la resolución de problemas, tienen conocimiento lingüístico (11 rurales y 10 urbanos); 8 docentes (el 10%) evidencian un tipo de conocimiento semántico (4 rurales y 4 urbanos) y 12 docentes (el 18%) presentan un tipo de conocimiento esquemático (11 rurales y 1 urbano). Finalmente, 26 docentes, (el 39%), (24 rurales y 2 urbanos), no realizan ningún proceso o esquema, dejan en blanco la hoja o algunos marcan alguna propuesta.

*Tabla 12.*

*Identificación de los tipos de Conocimientos específicos que poseen los docentes objeto de la investigación.*

| Conocimiento específico/ No. | Lingüístico | | Esquemático | | Semántico | | No realiza | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | No. | % | No. | % | No. | % | No. | % |
| | 21 | 33 | 12 | 18 | 8 | 10 | 26 | 39 |
| Características | Presenta un tipo de conocimiento lingüístico, ya que muestra el uso simbólico del número y lo correlacionan a procesos algorítmicos. | | Hacen uso del conocimiento esquemático, donde se evidencia la relación de la imagen con representación simbólica numérica y se asocia a procesos de razonamiento y algunos algorítmicos; | | Presenta un tipo de conocimiento semántico donde realizan un uso del lenguaje natural, numérico; es decir, primero enuncia la interpretación de la situación problema, luego lo relaciona con un sistema numérico y finalmente aborda el proceso algorítmico | | No realizan ningún esquema en la solución, sino que se limitan a marcar la respuesta, priorizando un proceso netamente numérico, no permitiendo conocer el tipo de conocimiento específico | |

Nota: Resultados de la investigación. Tipificación adaptada de “Estrategias que se tipifican en estudiantes, que utilizan tipos diferentes de representación de conocimiento: lingüístico, semántico, esquemático en la resolución de problemas de razón de cambio” por Morales, 2008, Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

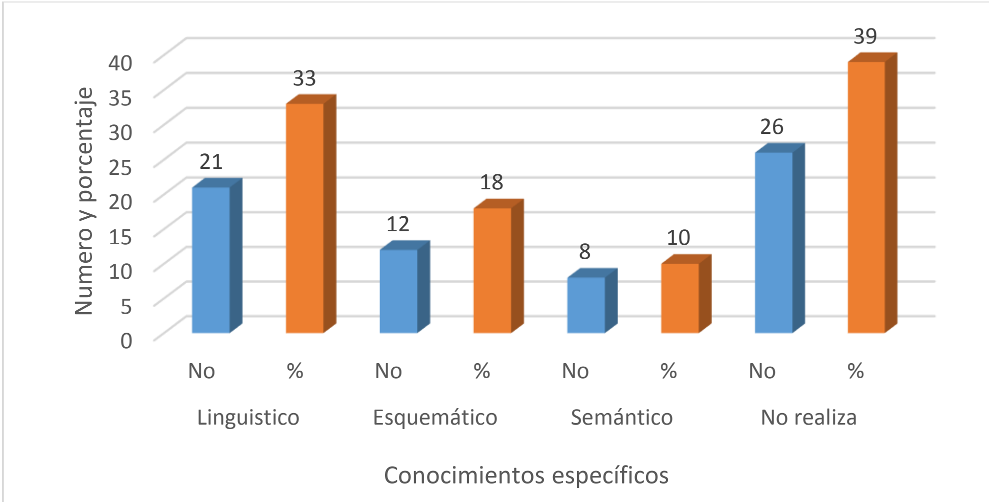



*Figura 13.* Tipos de conocimientos específicos que poseen los docentes. Datos de la investigación.

### 5.1.2. Resultados del taller sobre la fracción parte-todo como Contexto Continuo.

La situación problema estuvo orientada al reconocimiento del concepto de la fracción como parte todo en contexto continuo; estaba compuesta de tres macro procesos: en la primera parte se buscaba que los docentes describieran las estrategias o pasos (5) que emplean ellos para abordar la situación problema (estrategias metacognitivas), el segundo momento, buscaba la representación esquemática de los pasos concebidos en primera instancia (consolidación estructura), en el tercer momento se hizo la socialización de sus resoluciones para iniciar el proceso de validación y se realizó la reflexión de la validación de sus estrategias individuales frente al colectivo y su explicación.

La estructura del análisis de la entrevista se presentó así: enunciado de la situación problema a resolver , se presentó listado de palabras características con mayor frecuencia, tabla con el listado de palabras características por valor Test y probabilidad correspondiente, se presentaron las palabras características dadas por los participantes acorde al criterio de chi-cuadrado, seleccionadas por cada grupo docentes urbanos y luego rurales, posteriormente se compararon las respuestas de los dos grupos de docentes realizando un análisis de los pasos o estrategias pedagógicas empleadas a la luz de algunos teóricos referenciados en la investigación, luego se trianguló el análisis con lo observado en forma directa (diario de campo) a partir de las estrategias empleadas por los docentes al resolver problemas matemáticos desde su práctica docente, analizando la estructura de los pasos concebidos inicialmente, la validación de sus respuestas, y la eficacia en la solución; por último se presenta una reflexión desde la investigadora.

Al finalizar todas las preguntas, en una segunda parte se toman los resultados obtenidos en la entrevista desde los objetivos específicos propuestos por el instrumento y se realiza una discusión desde los referentes teóricos, investigaciones del estado de arte, la experiencia de la investigadora con el fin de terminar con las conclusiones, proyección y aporte de la investigación a la educación matemática.

Situación Problema

Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.

Se desea sacar los 4/6 del siguiente bloque de queso. Utiliza una tira de papel que tenga la misma longitud del largo del queso. (Se entrega la tira de papel)

Describa las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema:

*Tabla 13.*

*Palabras características con mayor frecuencia asociadas a cada paso usada por todos los docentes.*

| Pasos | Palabras con mayor frecuencia |
|---|---|
| PASO 1 | Partes, dividí, tira, iguales, queso, luego, papel, mitad, doble, medida. |
| PASO 2 | Partes, dividí, tira, iguales, luego, queso, papel, tomar, doble, unidad. |
| PASO 3 | Partes, dividí, luego, queso, iguales, mitad, tira, cada, tomo, medida. |
| PASO 4 | Partes, queso, tira, unidad, mitad, dividir, fracción, coloco, bloque, medida. |
| PASO 5 | Tomar, partes, sobre, superpone, sombrear, todo, pedazos, utilizan parten, papel. |

Nota: Datos de la investigación.

Solucionar la situación problema enunciada. (En el recuadro hay la numeración desde 1 hasta 5).

Paso 1.

Las tres respuestas características dadas por los docentes Urbanos con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,720, fueron:

1) Comparar la unidad de medida con el queso, luego divida el papel en tres partes, después haga un pliegue por la mitad y obtiene seis partes iguales aproximadamente, luego compare con el queso marcando 4 partes de seis. 2) Leí la situación problema, encuentro los siguientes datos 1 bloque de queso 4/6 del bloque de queso, poseo una tira de papel de la misma longitud.3) Tomé una cinta de la misma longitud que el queso, la dividí en 6 partes y de ellas marqué cuatro, así resulta 4/6 de queso que es el todo.

*Tabla 14.*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo uno (docentes urbanos), en el paso uno, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Queso | 2.040 | 0.001 |
| Problema | 1.337 | 0.091 |
| Misma | 0.998 | 0.159 |
| Bloque | 0.945 | 0.172 |
| Enunciado | 0.893 | 0.186 |
| Pliegue | 0.893 | 0.186 |
| Exactamente | 0.893 | 0.186 |
| Leí | 0.893 | 0.186 |
| Dividida | 0.893 | 0.186 |
| Comparar | 0.893 | 0.186 |
| Resulta | 0.893 | 0.186 |
| Situación | 0.893 | 0.186 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Paso 2.

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,681, fueron:

1) Colocar la tira de papel para medir la longitud del largo del queso, dividir la tira de papel en 6 partes iguales, tomar 4/6 y colocarlos en el largo del queso, para mirar a que parte corresponde; 2) Luego cada una de esas partes, la dividí por la mitad quedando 6 partes; 3) Tomar la tira de papel como el todo (queso), dividirla en sextos.

*Tabla 15.*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por los docentes urbanos del grupo uno, en el paso dos, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Colocarlos | 2.919 | 0.495 |
| Largo | 1.946 | 0.027 |
| Tomar | 1.554 | 0.165 |
| Dobla | 0.973 | 0.165 |
| Luego | 0.973 | 0.165 |
| Mirar | 0.973 | 0.165 |
| Plan | 0.973 | 0.174 |
| Papel | 0.939 | 0.220 |
| Queso | 0.772 | 0.225 |
| Iguales | 0.775 | 0.264 |
| Mitad | 0.630 | 0.304 |
| Medir | 0.514 | 0.304 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Paso 3.

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,653 fueron:

1) Tomando las medidas en la tira o las partes iguales se superpone en el queso para realizar la división de este en partes iguales. 2) Primero se divide en tres partes ya que seis es múltiplo de tres. 3) Después se verifica que haya quedado dividida en seis partes iguales.

*Tabla 16.*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo uno docentes urbanos, en el paso tres, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Realizar | 1.788 | 0.037 |
| Iguales | 1.442 | 0.075 |
| Divide | 0.956 | 0.169 |
| Medidas | 0.867 | 0.193 |
| Primero | 0.867 | 0.193 |
| Múltiplo | 0.867 | 0.193 |
| Verifica | 0.867 | 0.193 |
| Seis | 0.867 | 0.193 |
| Quedado | 0.867 | 0.193 |
| Coloque | 0.867 | 0.193 |
| Procedimiento | 0.867 | 0.193 |
| Haya | 0.867 | 0.193 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Paso 4.

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,653, fueron:

1) Una vez se tengan las 3 partes, volver a dividir por la mitad para obtener los sextos. 2) Ahora socializo y verifico las respuestas con el grupo. 3) Finalmente se mide el largo del queso.

*Tabla 17.*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo uno, docentes urbanos, en el paso cuatro, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Mide | 1.088 | 0.138 |
| Largo | 1.088 | 0.138 |
| Grupo | 1.088 | 0.138 |
| Respuestas | 1.088 | 0.138 |
| Calcular | 1.088 | 0.138 |
| Tengan | 1.088 | 0.138 |
| Finalmente | 1.088 | 0.138 |

| | | |
|---|---|---|
| Obtener | 1.088 | 0.138 |
| Selecciones | 1.088 | 0.138 |
| Volver | 1.088 | 0.138 |
| Socializado | 1.088 | 0.138 |
| Verifico | 1.088 | 0.138 |

Nota: lista de palabras características por V. test. Datos de la investigación

Paso 5.

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,670 fueron:

1) Observo si hay otras formas de resolverlo. 2) Se parten los cuatro pedazos. 3) Tomar 4 partes de las seis.

*Tabla 18.*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo uno, docentes urbanos, en el paso cinco, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Hay | 0.874 | 0.191 |
| Otras | 0.874 | 0.191 |
| Seis | 0.874 | 0.191 |
| Parten | 0.874 | 0.191 |
| Observo | 0.874 | 0.191 |
| Cuatro | 0.874 | 0.191 |
| Resolverlo | 0.874 | 0.191 |
| Formas | 0.874 | 0.191 |
| Pedazos | 0.874 | 0.191 |
| Tomar | 0.394 | 0.347 |
| No aplica | -1.227 | 0.110 |

Nota: lista de palabras características por V. test. Datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,719 fueron:

1) Tomé la tira de papel que medía aproximadamente lo mismo que la tira dibujada, la doble en dos partes iguales (1/2), luego cada mitad la dividí o mejor la doble en tres partes iguales

para que en total fueran seis y marque en la tira las 4 partes para que así fueran 4/6 y por ultimo marque la medida en el queso. 2) Mido el queso con la tira de papel, divido la tira en 3 partes iguales, luego en 6. 3) Se divide el papel (patrón de medida) en 6 partes iguales, y luego se toman 4 de 6.

*Tabla 19.*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo dos, docentes rurales, en el paso dos, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Partes | 1.728 | 0.471 |
| Luego | 1.071 | 1.071 |
| Unidad | 1.007 | 0.157 |
| Divido | 0.440 | 0.330 |
| Hoja | 0.055 | 0.478 |
| Figura | 0.055 | 0.478 |
| Obtener | 0.055 | 0.478 |
| Seis | 0.055 | 0.478 |
| Plan | -0.500 | 0.308 |
| Desplegar | -0.500 | 0.308 |
| Mirar | -0.500 | 0.308 |
| Resta | -0.500 | 0.308 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0, 704 fueron:

1) Tomar 4 partes de las 6 en las que se dividió la unidad. 2) Se dividió la tira en tres partes, las tres partes las dividí en seis. 3) Se divide en tres partes la hoja y cada una en dos partes.

*Tabla 20*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo dos (docentes rurales), en el paso uno, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Dividir | 3.061 | 0.637 |
| Tomar | 0.709 | 0.239 |

| | | |
|---|---|---|
| Patrón | 0.709 | 0.239 |
| Unidad | 0.663 | 0.254 |
| Mitad | 0.586 | 0.279 |
| Medir | 0.407 | 0.342 |
| Largo | 0.407 | 0.342 |
| Parte | 0.407 | 0.342 |
| Tira | 0.371 | 0.355 |
| Posteriormente | 0.027 | 0.489 |
| Realizar | 0.027 | 0.489 |
| Fueran | 0.027 | 0.489 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,640, fueron:

1) Seguidamente con la tira que dividí, tome 4 partes de las 6 y las represente en el bloque de queso. 2) Tomo el patrón y mido sobre el queso, es decir tomo 4/6 y me quedan 2/6. 3) Posteriormente tome la tira y represente pictóricamente la medida; la cual es 4/6 atendiendo al patrón de la tira, me sobran 2/6.

*Tabla 21*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo dos (docentes rurales), en el paso tres, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Medida | 2.135 | 0.731 |
| Partes | 0.406 | 0.342 |
| Queso | -0.250 | 0.401 |
| Sextos | -0.393 | 0.347 |
| Marco | -0.871 | 0.192 |
| Tengan | -0.871 | 0.192 |
| Grupo | -0.871 | 0.192 |
| Socializo | -0.871 | 0.192 |
| Selecciones | -0.871 | 0.192 |
| Obtener | -0.871 | 0.192 |
| Calcular | -0.871 | 0.192 |
| Respuestas | -0.871 | 0.192 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,537 fueron:

1) Como en la fracción 4/6 el denominador indica la parte en que se divide la unidad y el nominador las partes que se toman, por lo tanto, se colorea o se marcan cuatro pedazos de queso. 2) Hice dobleces equivalentes para sacar las seis partes iguales, primero doble una de las partes superficial a la mitad para al final, doblar un poco menos y que me salieran las tres partes iguales en cada mitad. 3) Se colocó la tira en la ilustración y luego tome las cuatro partes de seis.

*Tabla 22*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo dos, docentes rurales, en el paso cuatro, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Partes | 0.220 | 0.413 |
| Unidad | 0.205 | 0.419 |
| Dividí | -0.855 | 0.815 |
| Múltiplo | -0.671 | 0.251 |
| Procedimiento | -0.671 | 0.251 |
| Marque | -0.671 | 0.251 |
| Correspondiente | -0.671 | 0.251 |
| Verifica | -0.671 | 0.251 |
| Primero | -0.671 | 0.251 |
| Superpone | -0.671 | 0.251 |
| Escriba | -0.671 | 0.251 |
| Tomando | -0.671 | 0.251 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,608 fueron:

1) Al final 4/6 son lo que se utilizan 2/6 sobran. 4/6 + 2/6 = 6/6 = 1. 2) Se superpone el papel sobre el molde, se toman 4 partes de las 6 y se marcan sobre el dibujo. 3) No aplica

*Tabla 23*

*Resultados de la representación de cuatro sextos de la unidad por el grupo dos, docentes rurales, en el paso cinco, respecto de la fracción parte todo- contexto continuo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Tomar | -0.154 | 0.439 |
| No aplica | -0.303 | 0.381 |
| Observo | -0.674 | 0.250 |
| Otras | -0.674 | 0.250 |
| Cuatro | -0.674 | 0.250 |
| Pedazos | -0.674 | 0.250 |
| Seis | -0.674 | 0.250 |
| Parten | -0.674 | 0.250 |
| Paso | -0.674 | 0.250 |
| Formas | -0.674 | 0.250 |
| Resolverlo | -0.674 | 0.250 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Posterior al desarrollo de los pasos para analizar los procesos metacognitivos empleados por los docentes para identificar sus estrategias metacognitivas, se procedió a solicitar que realizaran una representación esquemática de la comprensión de la situación problema para corroborar las estrategias metacognitivas e identificar el tipo de conocimiento específico pose cada docente, con el siguiente enunciado:

"Ahora, represente pasos o formas diferentes para usar la tira de tal manera que se pueda sacar los 4/6".

*Tabla 24*

*Representación de los pasos por parte de los docentes (urbanos y rurales) al resolucionar el problema propuesto.*

| Momentos | Docentes urbanos | | | Docentes rurales | | | Resumen | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | No docentes | Esquema Estructurado | % | No docentes | Esquema Estructurado | % | No docentes | % |
| Un solo esquema) | 18 | 6 | 33% | 49 | 11 | 22% | 17 | 25% |
| Esquema Secuencial | | 4 | 22% | | 16 | 33% | 20 | 30% |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (2 imágenes) | | | | | | |
| No representa Esquema | 8 | 45% | 22 | 45% | 30 | 45% |
| Totales | 18 | 100% | 49 | 100 | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación.

Según lo que se observa, 17 docentes realizan un sólo esquema (27%); 20 docentes realizan un esquema secuencial con dos imágenes el 27% y 30 docentes no representan ningún esquema, el 46%. En el cuadro también se discrimina por grupos (urbanos y rurales) para hacer más explícita la información. Por ejemplo: Realizan un solo esquema:  6 urbanos y 11 rurales para un 33 y 22% respectivamente.  Realizan esquema secuencial con dos imágenes: 4 urbanos y 16 rurales para un 22 y 33%.  No realizan ningun esquema: 8 urbanos y 22 rurales, (cada uno con el 45%) datos muy significativos.

La siguiente pregunta estaba direccionada a la validación de sus procesos y respuestas.

**Pregunta ¿Son válidas las respuestas de sus compañeros frente a su solución? Si___ No____. Explique su respuesta**

En la tabla se observa: 57 docentes que equivalen al 85% manifiestan que su respuesta fueron validadas respecto de las soluciones compartidas y observadas por sus compañeros, realizando el proceso de control en la ejecución de sus estrategias de resolución de problema abordado; 9 docentes correspondientes al 14% no responden (dejan en blanco la hoja) y 1 docente que corresponde al 1%, manifiesta que no es válida su respuesta frente a las demás.

La explicación que los docentes dieron fueron analizadas desde el software encontrándose que las palabras más frecuentes y asociadas a la validación de sus respuestas fueron: mismo, partes, válidas, dividido, fracciones, equivalentes, llego, tira, unidad, solución.

*Tabla 25*

*Validación de las respuestas dadas por los docentes, frente a la solución*

| Respuestas | No. De docentes | Porcentaje |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| Son válidas | 57 | 85% |
| No son validadas | 1 | 1% |
| No responden | 9 | 14% |
| Total | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación.

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio corresponde a 0,737, fueron:

1) Se cumple con lo pedido que es medir 4/6 del queso usando la tira de papel. 2) Porque las dos llegan a la misma respuesta y se puede. 3) Porque se da solución a lo planteado.

*Tabla 26*

*Explicación de las respuestas sobre validación de soluciones, dadas por los docentes urbanos, en el grupo uno.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Usando | 2.068 | 0.300 |
| Medir | 1.034 | 0.150 |
| Planteado | 1.034 | 0.150 |
| Razonamiento | 1.034 | 0.150 |
| Pedido | 1.034 | 0.150 |
| Queso | 1.034 | 0.150 |
| Puede | 1.034 | 0.150 |
| Papel | 1.034 | 0.150 |
| Equivalentes | 0.759 | 0.224 |
| Ambas | 0.587 | 0.279 |
| Llega | 0.587 | 0.279 |
| Efectivamente | 0.587 | 0.279 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,616, fueron:

1) Porque se dividió la unidad en el mismo número de partes (6) iguales y se tomaron cuatro de seis. 2) Se dividió la unidad en el mismo número de partes y se tomaron cuatro de ellas. 3) Porque se dividió en el mismo número de partes y se tomaron cuatro de ellas.

*Tabla 27*

*Explicación de las respuestas dadas por los docentes rurales respecto de la validación de soluciones.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Iguales | 0.661 | 0.271 |
| Dividido | 0.611 | 0.271 |
| Partes | 0.331 | 0.370 |
| Llego | 0.317 | 0.376 |
| Tomaron | 0.317 | 0.376 |
| No responde | 0.232 | 0.408 |
| Mismo | 0.079 | 0.468 |
| Respuesta | -0.499 | 0.309 |
| Fracciones | -0.518 | 0.302 |
| Medir | -0.589 | 0.278 |
| Razonamiento | -0.589 | 0.278 |
| Obtienen | -0.589 | 0.278 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

### 5.1.3. Resultados del taller sobre la fracción parte-todo, en Contexto Discreto.

La situación problema estuvo orientada al reconocimiento del concepto la fracción como parte todo en contexto discreto; estaba compuesta de cuatro macro procesos: en la primera parte se buscaba que los docentes describieran las estrategias o pasos (5) que emplean para abordar la situación problema (estrategias metacognitivas); el segundo momento, buscaba la representación esquemática de los pasos concebidos en primera instancia (consolidación estructura); en el tercer momento se hizo la socialización de sus resoluciones para iniciar el proceso de validación de las estrategias individuales frente al colectivo; en el cuarto momento se realizó un análisis para comparar del concepto de fracción parte todo y las diferencias que hay entre el contexto continuo (queso), con el contexto discreto (chocolates).

La estructura del análisis del taller se presenta así: se hace el enunciado de la situación problema a resolucior, se presenta un listado de palabras características utilizadas con mayor frecuencia por los docentes, luego una tabla con el listado de palabras características por valor Test y probabilidad correspondiente, se presenta las palabras características dada por los participantes acorde al criterio de chi-cuadrado seleccionadas, por cada grupo docentes Urbanos y luego Rurales; posteriormente se comparan las respuestas de los dos grupos de docentes realizando un análisis de los pasos o estrategias empleadas en forma pedagógica, a la luz de algunos teóricos referenciados en la investigación, luego se triangula el análisis con lo observado en forma directa, tomada del diario de campo a partir de las estrategias empleadas por los docentes al resolver problemas matemáticos desde su práctica docente analizando la estructura de los pasos concebidos inicialmente y la validación de sus respuestas, y la eficacia en la solución, por último se presenta una reflexión desde la investigadora.

Al finalizar todas las preguntas en una segunda parte se tomaron los resultados obtenidos en la entrevista desde los objetivos específicos propuestos por el instrumento y se realiza una discusión desde los referentes teóricos, investigaciones del estado de arte, experiencia de la investigadora y se realizaron las conclusiones, proyección y aportes de la investigación a la educación matemática.

Situación Problema

Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.

En una caja de chocolates hay 12 chocolates. Los chocolates con relleno son los cuatro sextos de la unidad, ¿cuántos chocolates tienen rellenos y cuántos no?

Describa las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema enunciada. (En el recuadro hay la numeración desde 1 hasta 5).

Las palabras más frecuentes en todos los pasos, que utilizan los docentes para abordar el proceso de resolver el problema son chocolates, relleno, partes, tomo, total, dividir, iguales, lo que significa que ellos saben lo que tienen que hacer para llegar a dar la respuesta solicitada, sin importar la forma como lo realicen (ver tabla 28).

*Tabla 28*

*Palabras características con mayor frecuencia asociadas a cada paso usada por todos los docentes.*

| Pasos | Palabras con mayor frecuencia |
|---|---|
| PASO 1 | Chocolates, Dividí, Partes, Relleno, Unidad, Grupos, Iguales, Total, Caja, Problema. |
| PASO 2 | Chocolates, Partes, Relleno, Luego, Tomo, Grupos, Cada, Iguales, Total, Dividir |
| PASO 3 | Chocolates, Relleno, Grupos, Tienen, Unidad, Tomo, Total, Partes, Cuales, Iguales |
| PASO 4 | Chocolate, Relleno, Tienen, Grupos, Toman, Total, Unidad, Queda, Cantidad, Contar |
| PASO 5 | Rellenos, Chocolates, Tienen, Siendo, Están, Deduje, Haya, Luego |

Nota: datos de la investigación.

PASO 1

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,703.

1) Lectura del problema, observar los datos: una caja con doce chocolates, las condiciones: chocolates con relleno son 4/6 del total de chocolates de la caja problema ¿cuántos chocolates tienen relleno y cuantos no? 2) Formar grupos de a dos chocolates para obtener seis cajas de estas tomar 4 y contar cuantos chocolates hay en total. 3) Leer la situación y verificar datos, doce chocolates en total, de los cuales 4/6 tienen relleno.

*Tabla 29*

*Respuesta dada por los docentes urbanos a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Cuantos | 2.633 | 0.004 |
| Divido | 1.841 | 0.033 |
| Problema | 1.573 | 0.058 |
| Total | 1.345 | 0.089 |
| Chocolates | 1.270 | 0.102 |

| | | |
|---|---|---|
| Contar | 1.146 | 0.126 |
| Datos | 1.146 | 0.126 |
| Cuántos | 0.984 | 0.163 |
| Situación | 0.984 | 0.163 |
| Obtener | 0.984 | 0.163 |
| Fracciones | 0.984 | 0.163 |
| Enunciado | 0.984 | 0.163 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 2

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,367.

1) 2/3 se multiplica por 12 que son la totalidad 2/3 x 12/1 = 24/3 = 8 chocolates rellenos. 2) Se suman los que encierra y cuento todos 8/12, para dar el resultado de los rellenos, los no rellenos 4/12. 3) Mirando la gráfica saco lo 4/6 de los 12 chocolates que hay en la caja, la reparto en 6 el total y tomo 4.

*Tabla 30*

*Respuesta dada por los docentes urbanos a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso dos*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Rellenos | 1.176 | 0.120 |
| Caja | 0.817 | 0.207 |
| Reconocer | 0.783 | 0.217 |
| Resultado | 0.783 | 0.217 |
| Rta | 0.783 | 0.217 |
| Mirar | 0.783 | 0.217 |
| Todos | 0.783 | 0.217 |
| Número | 0.783 | 0.217 |
| Quedan | 0.783 | 0.217 |
| Incógnita | 0.783 | 0.217 |
| Saco | 0.783 | 0.217 |
| Dividimos | 0.783 | 0.217 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 3

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,749.

1) 4/6 * 12/1 =? algoritmo matemático y realizar operaciones. 48/6 = 8 chocolates con relleno. 2) Hallar los 4/6 de los 12 chocolates, multiplicando * 2 para que me presente el total en caja. 3) Luego cuento el número de chocolates en los 4 grupos para saber la que cantidad corresponde 4/6.

*Tabla 31*

*Respuesta dada por los docentes urbanos a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso tres*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Relleno | 0.863 | 0.194 |
| Saber | 0.760 | 0.224 |
| Hallar | 0.760 | 0.224 |
| Lleva | 0.760 | 0.224 |
| Encontró | 0.760 | 0.224 |
| Tomamos | 0.760 | 0.224 |
| Dividen | 0.760 | 0.224 |
| Matemático | 0.760 | 0.224 |
| Cantidad | 0.760 | 0.224 |
| Presente | 0.760 | 0.224 |
| Mitad | 0.760 | 0.224 |
| Algoritmo | 0.760 | 0.224 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 4

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0, 596.

1) Dar respuesta a la pregunta planteada en la situación: 12 en total, de los cuales 8 con relleno y 4 sin relleno, por un proceso meta cognitivo. 2) Posteriormente se toman 4 es decir son 8 chocolates tienen relleno, 4 no tienen relleno. 3) Respuesta: 8 chocolates con relleno 4 sin relleno.

*Tabla 32*

*Respuesta dada por los docentes urbanos a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso cuatro*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Relleno | 1.345 | 0.089 |
| Cuales | 1.014 | 0.155 |
| Meta | 1.014 | 0.155 |
| Planteada | 1.014 | 0.155 |
| Dar | 1.014 | 0.155 |
| Proceso | 1.014 | 0.155 |
| Decir | 1.014 | 0.155 |
| Cognitivo | 1.014 | 0.155 |
| Respuesta | 1.014 | 0.155 |
| Situación | 1.014 | 0.155 |
| Vamos | 1.014 | 0.155 |
| Equivalente | 1.014 | 0.155 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 5

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a - 0,577.

1) Luego 8 de los 12 tienen relleno y 4 de los 12 no tienen relleno;2) No responde. 3) No responde.

*Tabla 33*

*Respuesta dada por los docentes urbanos a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso cinco.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Tienen | 2.026 | 0.021 |
| Luego | 1.042 | 0.149 |
| Relleno | 0.776 | 0.219 |
| No | 0.341 | 0.367 |
| responde | -0.753 | 0.190 |
| Chocolates | | |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Los docentes rurales dieron las siguientes respuestas:

PASO 1

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,660.

1) Dividí la caja de chocolates en seis partes, cada parte quedo conformado por 2 chocolates, tomo 4 partes de las 6 partes de la unidad (caja), las 4 partes equivalen a 8 chocolates rellenos 4/6 de 12 = 8 y 4 no rellenos 2/6 de 4. 2) Tome la figura y la dividí en 6 partes iguales en donde cada parte eta conformada por 2 chocolates, luego tome 4/6 de los 6 chocolates que se representan, los chocolates con relleno y los 2/6 restantes representas los chocolates sin relleno. 3) Se divide la unidad en 6 partes iguales grupos, se toman 4, son 8 con relleno y 4 no.

*Tabla 34*

*Respuesta dada por los docentes rurales a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso uno.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Partes | 0.860 | 0.195 |
| Representan | 0.829 | 0.203 |
| Luego | 0.583 | 0.280 |
| Situación | 0.583 | 0.280 |
| Tome | 0.583 | 0.280 |
| Divide | 0.292 | 0.385 |
| Conformada | 0.292 | 0.385 |
| Iguales | 0.101 | 0.460 |
| Cantidad | 0.046 | 0.482 |
| Calcula | -0.606 | 0.272 |
| Enunciado | -0.606 | 0.272 |
| Corresponde | -0.606 | 0.272 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 2

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0, 722.

1) Luego se toman 4 partes de la mitad de los 6 chocolates 4/6. 2) Se toman 4 partes y se multiplican por la cantidad de chocolates que representa cada parte (4 * 2 = 8); 3) Los 4/6 de los 12 chocolates corresponde a 8 chocolates.

*Tabla 35*

*Respuesta dada por los docentes rurales a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso dos*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| No responde | 1.460 | 2 0.07 |
| Unidad | 0.915 | 2 0.18 |
| Tomo | 0.915 | 0……..0.18 |
| Cuales | 0.915 | 0 0.18 |
| Retoma | 0.188 | 5 0.42 |
| Hallar | -0.392 | 5 0.34 |
| Lleva | -0.392 | 8……. .0.34 |
| Operaciones | -0.392 | 8……. 0.34 |
| Sexto | -0.392 | 8……. 0.34 |
| Contar | -0.392 | 8…… 0.34 |
| Matemático | -0.392 | 8……. 0.34 |
| También | -0.392 | 8……. 0.34 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO TRES

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,735.

1) De los 6 paquetes tomo 4, de los cuales 8 chocolates son rellenos, porque 4/6 + 2/6 = 6/6 = 1. 2) Se retoma la ÷ de la unidad 4/6, se puede concluir que 8 chocolates tienen relleno del total de los 12 chocolates, 2/3 tienen chocolate, simplificando la unidad. 3) Conté el número de chocolates, 4 conjuntos de 2, o sea 8, entonces los chocolates rellenos son 8 de 12 que hay en total en la caja 8/12.

*Tabla 36*

*Respuesta dada por los docentes rurales a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso tres.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| No responde | 1.460 | 0.072 |
| Unidad | 0.915 | 0.180 |
| Tomo | 0.915 | 0.180 |
| Cuales | 0.915 | 0.180 |
| Retoma | 0.188 | 0.425 |
| Hallar | -0.392 | 0.348 |
| Lleva | -0.392 | 0.348 |
| Operaciones | -0.392 | 0.348 |
| Sexto | -0.392 | 0.348 |
| Contar | -0.392 | 0.348 |
| Matemático | -0.392 | 0.348 |
| También | -0.392 | 0.348 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 4

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,466.

1) Para concluir que 8 chocolates tienen relleno y que 4 no tienen relleno de un total de 12 chocolates 4/12 = 2/6. 2) 4/6 *2 = 8/12 rellenos, 2/6 *2= 4/12 sin relleno. 3) Para concluir 4 chocolates no tienen relleno y 8 si para total de 12 4/12=2/6.

*Tabla 37*

*Respuesta dada por los docentes rurales a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso cuatro*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Chocolates | 0.749 | 0.227 |
| Rellenos | 0.365 | 0.358 |
| Contar | -0.250 | 0.401 |
| Numero | -0.752 | 0.226 |
| Respuesta | -0.752 | 0.226 |
| Cognitivo | -0.752 | 0.226 |

| | | |
|---|---|---|
| Equivalentes | -0.752 | 0.226 |
| Posteriormente | -0.752 | 0.226 |
| Vamos | -0.752 | 0.226 |
| Señalar | -0.752 | 0.226 |
| Equivalente | -0.752 | 0.226 |
| Proceso | -0.752 | 0.226 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

PASO 5

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,575.

1) 4/6 = 8/12 rellenos = 8 chocolates rellenos de 12 chocolates. 2/6 = 4/12 sin relleno = 4 chocolates rellenos de 12 chocolates 2) No responde 3) No responde.

*Tabla 38*

*Respuesta dada por los docentes rurales a la descripción de estrategias para solucionar la situación problema, en el paso cinco*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Sin | 0.473 | 0.318 |
| Rellenos | 0.423 | 0.336 |
| No responde | 0.382 | 0.351 |
| Chocolates | 0.207 | 0.418 |
| Decir | -480 | 0.375 |
| Hay | -480 | 0.375 |
| Luego | -480 | 0.375 |
| Están | -480 | 0.375 |
| Tienen | -1.292 | 0.098 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Posterior al desarrollo de los pasos para analizar los procesos metacognitivos y las estrategias empleadas en la resolución de problemas matemáticos por los docentes, para identificar sus estrategias metacognitivas, se procedió a solicitar validar sus procesos y respuestas individuales, desde el colectivo docente en mesa de trabajo de 3 a 5 participantes, mediante las siguientes preguntas:

**Pregunta: ¿Son válidas las respuestas de sus compañeros frente a su solución?. Si___ No____ Explique su respuesta**

Al solicitar la respuesta realizada de forma individual con los compañeros de mesa de trabajo, 61 docentes que equivale al 91% validan la respuesta, de ellos y sus compañeros realizando proceso de control en la ejecución de sus estrategias de resolución de problema abordado; 6 docentes no responden corresponde al 9%, dejando en blanco la hoja.

Al explicar su respuesta se evidenció que los docentes asociaron las palabras con mayor frecuencia: validas, solución, todas, llegan, respuestas, mismo, resultado, representación, equivalentes.

*Tabla 39*

*Respuesta a la validación de las respuestas dadas por los docentes, frente a la solución.*

| Respuestas | No. De docentes | Porcentaje |
|---|---|---|
| Son válidas | 61 | 91% |
| No responden | 6 | 9% |
| TOTAL | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación.

*Tabla 40*

*Explicación de las respuestas dadas por los docentes urbanos, a las Preguntas formuladas.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Apuntan | 1.187 | 0.118 |
| Posiciones | 1.187 | 0.118 |
| Representar | 1.187 | 0.118 |
| Pictórica | 1.187 | 0.118 |
| Sustentadas | 1.187 | 0.118 |
| Claro | 1.187 | 0.118 |
| Proceso | 1.187 | 0.118 |
| No responde | 1.186 | 0.118 |
| Hay | 0.766 | 0.222 |
| Diferentes | 0.766 | 0.222 |
| Fueron | 0.766 | 0.222 |
| Validas | -0.356 | 0.361 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,747.

1) El proceso es representar 4 de 6. 2) Claro que fueron sustentadas. 3) Hay diferentes posiciones.

*Tabla 41*

*Explicación de las respuestas dadas por los docentes rurales, a las preguntas formuladas*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Todas | 0.577 | 0.282 |
| Validas | 0.156 | 0.438 |
| Resultado | 0.076 | 0.470 |
| Mismo | 0.076 | 0.470 |
| Solución | -0.040 | 0.484 |
| Representación | -0.266 | 0.395 |
| Fueron | -0.266 | 0.395 |
| Diferentes | -0.266 | 0.395 |
| No responde | -0.427 | 0.335 |
| Representa | -0.766 | 0.222 |
| Grafica | -0.766 | 0.222 |
| Claro | -0.766 | 0.222 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,693.

1) A pesar de que se observa una solución equivalente y los demás compañeros fue por división. 2) Todas son válidas lo que diferencia es el nivel de complejidad. 3) Porque todos llegan a la solución del problema.

**Pregunta: ¿Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)? Explique su respuesta.**

Los docentes emplearon las palabras con mayor frecuencia: chocolates, Queso, Partes, Puede, Dividir, posible, tomar, iguales, unidad, fraccionar.

*Tabla 42*

*Explicación de las respuestas dadas por los docentes (urbanos) a la pregunta: ¿Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Tomo | 1.982 | 0.024 |
| Reparto | 1.982 | 0.024 |
| Unidad | 1.789 | 0.037 |
| Dividir | 1.439 | 0.075 |
| Discontinuas | 1.018 | 0.154 |
| Representado | 1.018 | 0.154 |
| Real | 1.018 | 0.154 |
| Fracciones | 1.018 | 0.154 |
| Crearlo | 1.018 | 0.154 |
| Gráficamente | 1.018 | 0.154 |
| Equivalen | 1.018 | 0.154 |
| Vida | 1.018 | 0.154 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,742.

1) Reparto la tira en 7 partes y tomo 4 que equivalen a 4/7, en los chocolates reparto cada chocolate en 7 partes y tomo 4 de cada uno, sin embargo, crearlo gráficamente, en la vida real seria dispendioso. 2) Del queso si se puede tomar los 4/7 por que el queso está representado en una unidad, mientras que los chocolates no se pueden dividir ya que dan fracciones discontinuas. 3) 4/7 de la unidad del queso 4/7 de 12 => 48/7 de los chocolates.

*Tabla 43*

*Explicación de las respuestas dadas por los docentes (rurales) a la pregunta: ¿Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Todo | 1.322 | 0.093 |
| Posible | 1.183 | 0.118 |
| Pequeñas | 0.901 | 0.184 |
| Tomar | 0.866 | 0.679 |
| Divide | 0.775 | 0.219 |
| Partir | 0.649 | 0.258 |
| No | 0.579 | 0.281 |
| responde | 0.366 | 0.357 |
| Chocolate | 0.353 | 0.362 |
| Fácil | 0.353 | 0.362 |
| Puedo | -0.562 | 0.287 |
| Incompleto | -0.562 | 0.287 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,701.

1) Del queso si, se divide en 7 partes y se toman 4, de los chocolates en partes más pequeñas no es posible. 2) Del queso si es posible tomar 4/7, ya que el todo se puede fraccionar en partes más pequeñas, de los chocolates no es posibles ya que es un todo discreto que no se puede fraccionar. 3) Del queso se puede porque el todo se puede fraccionar en partes más pequeñas, de los chocolates se dificulta porque es un todo discreto que no se puede fraccionar.

Al realizar la observación y conteo de los docentes que lograron responder correctamente, se evidencio que 27 docentes de los 67 participantes que corresponden al 40% y 40 docentes (60%), contestaron incorrectamente.

*Tabla 44*

*Validación de las respuestas dadas por los docentes, frente a la pregunta ¿Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)?*

| Respuestas | No. De docentes | Porcentaje |
|---|---|---|
| Correctas | 27 | 40% |

| | | |
|---|---|---|
| Incorrectas | 40 | 60% |
| TOTAL | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación.

Al realizar el análisis y conteo de los docentes, se evidencio que 27 de los 67 participantes que corresponden al 40%, lograron responder correctamente, de acuerdo con su explicación, mientras que 40 docentes (60%), contestaron incorrectamente, de acuerdo con su argumentación, por tal razón, la eficacia es muy baja.

#### 5.1.4. Resultados del Taller de fracción parte-todo como Razón.

La situación problema estuvo orientada al reconocimiento del concepto la fracción parte todo como razón; compuesta de tres macro procesos: en la primer momento se busca identificar en los docentes el concepto de fracción parte como razón a través del desarrollo de la tabla de ingredientes y de preguntas orientadoras sobre el proceso realizado para completar la tabla hasta el numeral seis, el segundo momento estuvo orientado a identificar las estrategias metacognitivas que emplean ellos para abordar la etapa de comprensión de la situación problema a partir de la resolución de una situación problema con el concepto y uso de la fracción parte todo como razón de la pregunta siete hasta la once y el tercer momento buscaba comprobar la etapa de comprensión de la situación problema inicial de la fracción parte todo como razón, como también la representación de la información a partir de preguntas orientadoras y de control (doce preguntas)

La estructura del análisis se presenta así: enunciado de la situación problema al resolver, cuando la pregunta era de carácter cualitativo, se realiza por análisis textual donde se presenta un listado de palabras características con mayor frecuencia, tabla con el listado de palabras características por valor Test y probabilidad correspondiente, se presentaron las palabras características dadas por los participantes acorde al criterio de chi-cuadrado seleccionadas; por cada grupo docentes Urbanos y Rurales, si la pregunta conllevaba a resultados de corte cualitativo se realizó una representación de la información por tabla y luego por gráfica, realizando un análisis de la información encontrada inicialmente del total de la muestra participantes, posteriormente se compararon las respuestas de los dos grupos de docentes realizando un análisis de los procesos empleados a la luz de la eficacia en la solución del problema y algunos teóricos referenciados en la investigación, luego se trianguló el análisis mixto (cualitativa y cuantitativo) con lo observado en forma directa ( diario de campo) a partir de las estrategias empleadas por los docentes al resolver problemas matemáticos desde su práctica docente, analizando la estructura de los pasos concebidos inicialmente, luego la validación de sus respuestas, enseguida la eficacia de la solución; por último, se presentó una reflexión desde la investigadora en cada enunciado; dado que el taller presenta tres momentos al finalizar cada uno se realiza un análisis correlacionando las preguntas con las respuestas obtenidas de acuerdo al objeto del mismo.

En una segunda parte, al finalizar todas las preguntas, se toman los resultados obtenidos en el taller desde los objetivos específicos propuestos por el instrumento y se realizó una discusión desde los referentes teóricos, las investigaciones del estado de arte, la experiencia de la investigadora, con el objetivo de realizar las conclusiones, proyección y aporte de la investigación a la educación matemática.

Situación problema

Para el día del estudiante los niños de grado 5° acordaron llevar dulces o postres preparados por ellos, con apoyo de sus familias. Carlos decidió preparar 48 bombones de Chocolate para compartir. Desarrollar individualmente el proceso de comprensión de la situación problema

La receta que encontró tenía los ingredientes para preparar 8 bombones, por lo tanto, ayúdale a responder las preguntas que se presentan a continuación para poder preparar los 2, 4, 40 y 48 bombones.

INGREDIENTES PARA PREPARAR 8 BOMBONES:

500 gramos de chocolate semi –amargo.

100 gramos de chocolate con leche fundido.

200 gramos de crema de leche

1 naranja (ralladura de la cáscara)

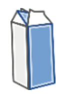
| PARA:  | CHOCOLATE SEMI-AMARGO  | CHOCOLATE CON LECHE  FUNDIDO | CREMA DE LECHE  | NARANJAS (RALLADURA DE LA CÁSCARA)  |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | |
| 4 | | | | |
| 8 | 500 gramos | 100 gramos | 200 gramos | 1 naranja |
| 40 | | | | |
| 48 | | | | |

*Tabla 45*

*Información sobre docentes que logran llenar la tabla con información sobre Ingredientes que se necesitan para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones.*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Correcta | 52 | 78% |
| Incorrecta | 9 | 13% |
| No Responde | 6 | 9% |
| Total de docentes | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación.

La información arrojada fue: 52 docentes logran llenar de forma correcta la tabla con los ingredientes para preparar los bombones para 2, 4, 40 y 48, corresponden al 78%, nueve (9) docentes que equivalen al 13% no logran llenar en forma correcta la tabla y seis (6) docentes que corresponden al 9% no responden dejando en blanco.

En primera instancia no hay ninguna respuesta que permita evidenciar como logran alcanzar los datos para completar la tabla; posteriormente, se dan preguntas orientadoras para lograr indagar sobre los procesos realizados por los docentes con los siguientes enunciados:

**Primera Pregunta, Describa: ¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones?**

Las palabras con mayor frecuencia que emplearon los docentes para poder solucionar este problema fueron: Bombones, Cantidad, Ingredientes, Cada, Mitad, Luego, Gramos, Cantidades, Divide, y Multiplicar.

*Tabla 46*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta sobre ¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Obtiene | 2.731 | 0.200 |
| Información | 1.892 | 0.029 |
| Cantidad | 1.828 | 0.034 |
| Ser | 1.726 | 0.042 |
| Determinar | 1.726 | 0.042 |
| Multiplica | 1.250 | 0.106 |
| Toman | 1.230 | 0.109 |
| Divide | 1.124 | 0.130 |
| Mitad | 1.048 | 0.147 |
| Simple | 1.005 | 0.158 |
| Saca | 0.880 | 0.189 |
| Correspondiente | 0.821 | 0.206 |

Nota: lista de palabras características por V. test. Datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,752, fueron:

1) Como se tienen datos para 8 bombones, para determinar lo de 4 cada cantidad se divide en 2, para determinar la de 2 bombones, cada cantidad se divide en 4, para calcular la de 40 y 40,

cada cantidad de multiplica por 5 y por 6 respectivamente. 2) Primer se obtiene la mitad de 8 que es 4, luego la mitad de los demás ingredientes, así puede obtener la cantidad de cada ingrediente para 4 bombones, y para obtener 2 a partir del de 4, obtiene la mitad; para 40 multiplicar 8x5=40, es decir, quintuplica la cantidad de cada ingrediente. 3) Para 4 divide la cantidad de cada ingrediente en 2 por ser 4 la mitad de 8, para 2 dividen, la cantidad de cada ingrediente, para 4 otra vez en 2 por ser la mitad de 4.

*Tabla 47*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta sobre ¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Gramos | 2.798 | 0.003 |
| Multiplicando | 2.147 | 0.298 |
| Chocolates | 1.646 | 0.41 |
| Numero | 1.324 | 0.093 |
| Haciendo | 1.089 | 0.138 |
| Preparar | 1.028 | 0.152 |
| Porciones | 0.823 | 0.205 |
| Base | 0.823 | 0.205 |
| Carlos | 0.823 | 0.205 |
| Según | 0.823 | 0.205 |
| Cantidades | 0.823 | 0.205 |
| Receta | 0.823 | 0.205 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,751, fueron:

1) Dividiendo en 1/2 tomando como referencia los datos de los 8 bombones para las cantidades 2 y 4, multiplicando los ingredientes por el número de bombones. 2) Para 2 y 4, dividiendo, para 40 multiplicando, para 48 se suma a los 40 las porciones de los 8. 3) Dividiendo cada una de las cantidades dadas en 8 (porciones) y luego multiplicando la cantidad dada x cada cantidad (2, 4, 8, 40, 48), de la cantidad conocida sacar la mitad, mitad para hallar cantidades para 2 y 4 y luego multiplicar y sumar para hallar cantidades de 40 y 48.

**Segunda Pregunta: ¿Cuantas naranjas se requieren para 24 bombones? Explique su respuesta.**

Palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes cuando proceden a resolver el problema: naranjas, bombones, necesita, requieren, mitad, entonces, preparar, cada, utiliza, resultado; es decir, se puede pensar que los docentes asocian estas palabras al proceso que deben realizar para solucionar la situación problema.

Las respuestas obtenidas de su explicación se analizan a partir de la siguiente información:

Palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes en su proceso de resolver la situación problema: naranjas, bombones, necesita, requieren, mitad, entonces, preparar, cada, utiliza, resultado.

*Tabla 48*

*Respuestas correctas o incorrectas de los docentes, al proceso de resolucionar el problema sobre ¿Cuantas naranjas se requieren para 24 bombones?*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Correctamente | 63 | 94% |
| Incorrectamente | 4 | 6% |
| Total | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación.

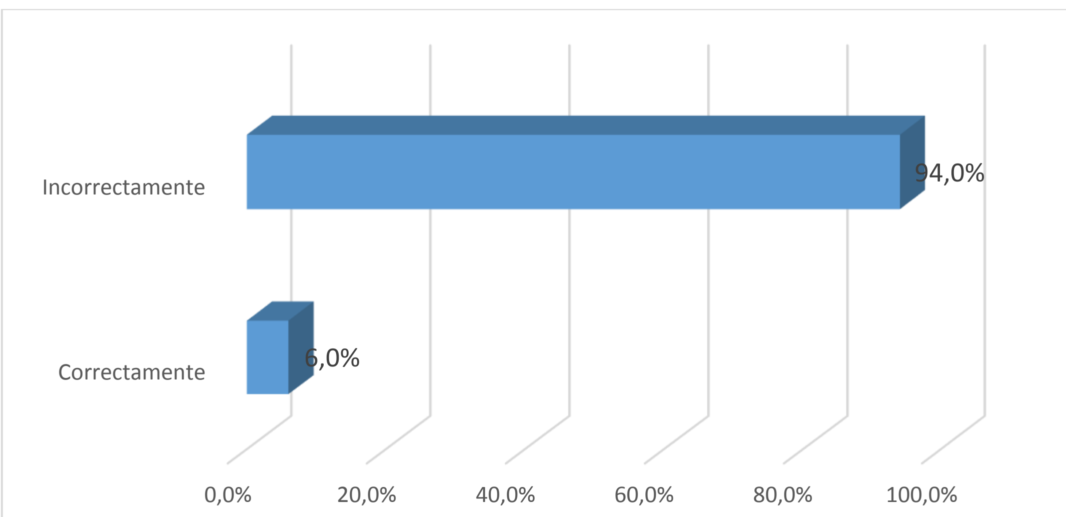



*Figura 14.* Respuestas de los Docentes a la pregunta sobre ¿Cuántas naranjas se requieren para preparar 24 bombones?

*Tabla 49*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuántas naranjas se requieren para preparar 24 bombones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Utilizan | 1.116 | 0.132 |
| Grupos | 1.116 | 0.132 |
| Multiplica | 1.116 | 0.132 |
| Tomo | 1.116 | 0.132 |
| Salen | 1.116 | 0.132 |
| Ingrediente | 1.116 | 0.132 |
| Refiere | 1.116 | 0.132 |
| Simplifica | 1.116 | 0.132 |
| Serán | 1.116 | 0.132 |
| No responden | 0.907 | 0.182 |
| Razón | 0.684 | 0.247 |
| Multiplicando | 0.687 | 0.247 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,754.

1) Ya que, para 8 bombones, se utiliza 1 entonces para 24 se utilizan 3 ya que son 3 veces 8 8/24 = 1/3. 2) 24 es 3 veces 8, si para 8 es 1 naranja, para 24 serán 3, 8*3=24. 3) A cada ingrediente para 8, se multiplica por 3 porque 8*3=24.

*Tabla 50*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta ¿Cuántas naranjas se requieren para preparar 24 bombones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Mitad | 1.006 | 0.157 |
| Entonces | 0.856 | 0.196 |
| Requieren | 0.525 | 0.300 |
| Resultado | 0.478 | 0.316 |
| Porque | 0.340 | 0.367 |
| Seria | 0.197 | 0.422 |
| Decir | 0.197 | 0.422 |
| Base | 0.197 | 0.422 |
| Cantidad | 0.197 | 0.422 |
| Gramo | 0.197 | 0.422 |
| Partiendo | 0.197 | 0.422 |
| Chocolates | 0.197 | 0.422 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,754.

1) Porque para 48 se requieren 6 naranjas y para 24 bombones que son la mitad de 48, se requiere la mitad de naranjas, es decir 3. 2) Si, para 48 bombones se requieren 6 naranjas, la mitad de 48 son 24, entonces se requieren la mitad de naranjas. 3) Para preparar 48 bombones se requieren 6 entonces para preparar 24, es decir la mitad, se requiere la mitad de las naranjas.

*Tabla 51*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuál es la relación que existe entre cantidad de bombones y la cantidad de naranjas?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Requiere | 1.702 | 0.044 |
| Naranja | 1.435 | 0.076 |
| Hacer | 1.156 | 0.124 |
| Bombones | 0.863 | 0.194 |
| Directamente | 0.730 | 0.233 |
| Necesita | 0.689 | 0.245 |

| | | |
|---|---|---|
| Alcanza | 0.224 | 0.412 |
| Proporcional | 0.224 | 0.412 |
| Cantidad | -1.105 | 0.134 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,667, fueron:

1) Para 8 bombones se requiere 1 una naranja. 2) Por cada 8 bombones se requiere una naranja 3) Por cada 8 bombones se requiere 1 naranja

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes cuando fueron a solucionar el problema: naranja, bombones, necesita, cantidad, requiere, preparar, relación, aumenta, proporcional alcanza.

**Tercera Pregunta: ¿Cuál es la relación que existe entre cantidad de bombones y la cantidad de naranjas? Justifique su respuesta**.

*Tabla 52*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta ¿Cuál es la relación que existe entre cantidad de bombones y la cantidad de naranjas?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Naranjas | 1.579 | 0.057 |
| Cantidad | 1.234 | 0.109 |
| Mas | 0.606 | 0.272 |
| Necesitan | 0.357 | 0.130 |
| Bombón | -0.368 | 0.582 |
| Aumenta | -0.368 | 0.582 |
| Directamente | -0.241 | 0.405 |
| Cada | -0.410 | 0.341 |
| Consistencia | -0.744 | 0.228 |
| Hacer | -0.744 | 0.228 |
| Acuerdo | -0.744 | 0.228 |
| Obtiene | -0.744 | 0.228 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,729, fueron:

1) Por cada 8 bombones, una naranja, entonces se hace una relación para 16, 2, para 24, 3, si para 2 bombones se necesitan 2/8 de naranjas ¿cuántas naranjas se necesitan para 48 bombones? 2) Se encuentra explícito en la relación de los ingredientes para preparar los 8 bombones, entonces cada vez que aumente en 8, la cantidad de bombones aumenta en 1 la cantidad. 3) Por cada 8 bombones se necesita 1 naranja.

En la tabla 52 se puede observar que el 39% de los docentes urbanos (7 docentes) responden correctamente, respecto de los docentes rurales sólo 18 docentes (el 37%) responden en forma acertada; por otra parte, lo hacen en forma incorrecta, 11 urbanos (61%) y 30 rurales (el 61%); uno (1) no responde (2%).

*Tabla 53*

*Se observa la relación de respuestas correctas dadas por los docentes tanto urbanos como rurales, respecto de la pregunta sobre cantidad de bombones y naranjas.*

| Respuestas | No doc. Urbano | No doc. Rural | Total Doc. | % |
|---|---|---|---|---|
| Responde correctamente | 7-39% | 18 -37% | 25 | 37% |
| Responde incorrectamente | 11-61% | 30- 61% | 41 | 61% |
| No responde | | 1 – 2% | 1 | 2% |

Nota: datos de la investigación.

**Cuarta. Pregunta ¿Cuál es la relación que hay entre la cantidad de bombones y la cantidad de crema de leche para prepararlos?**

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes al resolver la situación problema fueron: bombones, leche, gramos, crema, cada, necesitan, cantidad, requieren, relación, proporcional.

*Tabla 54*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuál es la relación que hay entre la cantidad de bombones y la cantidad de crema de leche para prepararlos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Requieren | 1.394 | 0.082 |
| Necesitan | 1.260 | 0.104 |
| Simplificando | 1.007 | 0.157 |
| Hacer | 1.007 | 0.157 |
| Directamente | 0.926 | 0.177 |
| Crema | 0.595 | 0.276 |
| Bombón | 0.555 | 0.289 |
| Proporcional | 0.346 | 0.365 |
| Preparar | 0.011 | 0.495 |
| Leche | -0.061 | 0.476 |
| Entre | -0.189 | 0.425 |
| Aumenta | -0.189 | 0.425 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,677.

1) 8/200gr 8 bombones se requieren 200 gr de crema de leche. 2) 8/200gr para preparar 8 bombones se necesitan 200 gr de crema de leche. 3) 8/200 por cada 8 bombones se requieren 200 g de crema de leche.

*Tabla 55*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta ¿Cuál es la relación que hay entre la cantidad de bombones y la cantidad de crema de leche para prepararlos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Cantidad | 2.282 | 0.011 |
| Mas | 0.962 | 0.168 |
| Bombón | 0.651 | 0.217 |
| Entre | 0.751 | 0.226 |
| Mayor | 0.751 | 0.226 |
| Aumenta | 0.751 | 0.266 |
| Requiere | 0.510 | 0.305 |

| | | |
|---|---|---|
| Gramos | 0.464 | 0.321 |
| Cada | -0.199 | 0.421 |
| Directamente | -0.329 | 0.371 |
| Simplificando | -0.654 | 0.256 |
| Aumentan | -0.654 | 0.256 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,752, fueron:

1) Por cada bombón se requiere 25 gr de crema de leche, entonces a mayor número de bombones, mayor la cantidad de crema de leche. 2) La relación entre la cantidad de bombones y la cantidad de crema de leche es proporcional si aumenta la cantidad de bombones aumenta la cantidad de crema. 3) Para cada bombón se utilizan 25 gramos de crema de leche 1 es a 25 gramos, 2 es a 50 gramos.

Se observó que la mayoría de los docentes invirtieron la razón, veintitrés docentes que corresponde al 34% lograron contestar correctamente mientras que cuarenta y tres docentes contestaron incorrectamente (64%), y un docente no logró dar respuesta dejando en blanco su hoja.

**Quinta Pregunta. ¿Cuál es la relación entre la cantidad de chocolate con leche fundida y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones?**

Palabras con mayor frecuencia que emplearon los docentes al resolver la situación problema: chocolate, fundido, gramos, semi-amargo, leche, bombones cada, necesitan, relación, cantidad.

*Tabla 56*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuál es la relación entre la cantidad de chocolate con leche fundida y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Directamente | 0.990 | 0.161 |
| Necesario | 0.990 | 0.161 |
| Chocolates | 0.990 | 0.161 |
| Fundida | 0.535 | 0.296 |

| | | |
|---|---|---|
| Gramos | 0.535 | 0.296 |
| Decir | 0.535 | 0.296 |
| Proporcional | 0.228 | 0.410 |
| Bombones | 0.221 | 0.412 |
| Semiamargo | -0.012 | 0.495 |
| Cantidad | -0.125 | 0.450 |
| Leche | -0.345 | 0.365 |
| Necesitan | -0.372 | 0.355 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,715, fueron:

1) La relación es que para preparar 48 bombones es necesario 1/5 gr de leche fundido es decir, que por cada chocolate se necesita 5 chocolates con leche fundido 1 a 5. 2) 600/300 = 100/500 o 1/5 por cada gramo de chocolate fundido, se necesitan 5 gramos de chocolate semiamargo. 3) 25 gr. 2 bombones 100 gr a 8 bombones.

*Tabla 57*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta ¿Cuál es la relación entre la cantidad de chocolate con leche fundida y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Chocolate | 1.437 | 0.075 |
| Amargo | 1.035 | 0.150 |
| Fundido | 0.813 | 0.208 |
| Cantidad | 0.755 | 0.225 |
| Para | 0.739 | 0.230 |
| Semiamargo | 0.701 | 0.242 |
| Leche | 0.516 | 0.303 |
| Mas | 0.414 | 0.339 |
| Parte | 0.414 | 0.339 |
| Necesitan | 0.322 | 0.374 |
| Relación | 0.169 | 0.433 |
| Mayor | 0.139 | 0.445 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,593, fueron:

1) La relación es 600 gramos de chocolate de leche fundido a 300 gramos de cantidad de chocolate semiamargo para 48 bombones. 2)3000 gr para 48, 600 gr para 48. Para preparar 48 bombones, se requieren 600 gr de chocolate fundido, y 3000 de chocolate semiamargo. 3) Para preparar los 48 bombones, se necesitan 600 gr de chocolate con leche fundido y 3000 de chocolate semiamargo, es decir, que se necesita 1/5 parte de chocolate con leche fundido, con respecto al chocolate semiamargo.

Al analizar las respuestas características más contundentes arrojadas en el análisis textual se evidenció que tanto los docentes urbanos, como los rurales presentaron un lenguaje acorde al uso de la fracción parte todo como razón, donde manifestaron la relación adecuadamente para dar respuesta a la pregunta dada, sin embargo al comparar con la eficacia de los procesos se evidenció un bajo porcentaje en la habilidad de resolver situaciones problemas con el uso de la fracción parte todo como razón, por no tener claro el proceso de transcripción de la información en orden jerárquica

*Tabla 58*

*La eficacia en relación de la cantidad chocolate con leche fundida y chocolate semi amargo para 48 bombones*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Correctamente (600/300 o 1/5) | 10/67 | 15% |
| Incorrectamente | 56/67 | 84% |
| No responde | 1/67 | 1% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar la respuestas dadas por los docentes se evidenció que hay un bajo porcentaje en la eficacia de las respuestas a la pregunta, dado que diez docentes (el 15%) lograron contestar correctamente, mientras que cincuenta y seis (56) contestaron incorrectamente, el (84%) y un (1) docente que no logró dar respuesta, dejando en blanco su hoja.

**Sexta Pregunta: ¿La relación entre la cantidad de chocolate con leche fundido y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones, es la misma que para preparar 8 bombones o es diferente?**

*Tabla 59*

*Respuestas dadas por los docentes a la pregunta respecto si la cantidad de chocolate con leche fundida y chocolate semi amargo para 48 bombones es igual para 8 bombones*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Correctamente | 33/67 | 49% |
| Incorrectamente | 34/67 | 51% |

Nota: datos de la investigación

Observando el cuadro se puede decir que 33 docentes de 67 resolvieron correctamente la situación problema; por el contrario, 34 docentes de 67, no lo hicieron correctamente, en porcentaje corresponde al 49 y 51% respectivamente.

Segunda Parte:

Esta parte comprende desde la pregunta siete hasta la once. Su objetivo consistía a partir de preguntas orientadoras identificar como los docentes abordan y consolidan la etapa de comprensión de la situación problema en matemáticas, que permitiera dar a conocer si los docentes tienen claro, los conceptos de algunos elementos básicos para esta etapa, como eran la identificación del contexto, restricciones, datos, información, tarea.

**Séptima Pregunta: ¿Identifique el contexto de la situación problema?**

Los docentes asociaron el contexto de la situación problema con las palabras siguientes: bombones, receta, preparar, contexto, ingredientes, cantidad, continuo, estudiante, preparación, situación.

*Tabla 60*

*Respuestas de las docentes urbanos a la pregunta ¿Identifique el contexto de la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Ayuda | 1.056 | 0.145 |
| Relaciones | 1.056 | 0.145 |
| Tiene | 1.056 | 0.145 |
| Determinados | 1.056 | 0.145 |
| Requieren | 1.056 | 0.145 |
| Conocer | 1.056 | 0.145 |
| Preparados | 1.056 | 0.145 |
| Contesto | 1.056 | 0.145 |
| Utilizando | 1.056 | 0.145 |
| Razón | 1.056 | 0.145 |
| Celebración | 1.056 | 0.145 |
| Determinar | 1.056 | 0.145 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,763, fueron:

1) Celebración del día del estudiante con postres o bombones preparados por este con ayuda de la familia. 2) El contexto es conocer que cantidad de ingredientes que se requieren para preparar los bombones. 3) Preparación de bombones con determinados ingredientes, utilizando proporcionalidad directa.

*Tabla 61*

*Respuestas de las docentes rurales a la pregunta ¿Identifique el contexto de la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Situación | 1.089 | 0.138 |
| Continuo | 0.824 | 0.205 |
| Contexto | 0.686 | 0.246 |
| Cantidades | 0.457 | 0.324 |
| Discreto | 0.457 | 0.324 |
| Problema | 0.457 | 0.324 |

| | | |
|---|---|---|
| Receta | 0.294 | 0.384 |
| Grado | 0.177 | 0.430 |
| Tienen | 0.177 | 0.430 |
| Datos | 0.177 | 0.430 |
| Cantidad | 0.076 | 0.470 |
| Requieren | -0.691 | 0.245 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,642, fueron:

1) Bombones de chocolate, es una receta que tienen unos ingredientes, los cuales tienen especificaciones en gramos y cantidades para preparar cierta cantidad de bombones. Se puede deducir que, a mayor cantidad de bombones, mayor cantidad de ingredientes. 2) El contexto de la situación es relacionada con la cantidad de ingredientes que el estudiante necesita para preparar 48 bombones. 3) El contexto de la situación problema es reconocer cantidades en ingredientes para la elaboración de bombones de chocolate.

*Tabla 62*

*Eficacia general para la identificación del contexto en la situación problema*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Correctamente | 1/67 | 1% |
| Incorrectamente | 66/67 | 99% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar las respuestas dadas y al observar los procesos realizados por los docentes en el desarrollo del taller, se evidenció que tan solo un docente de los sesenta y siete participantes logró identificar los elementos del contexto de la situación problema que corresponde al 1% de asertividad, muy bajo, dado que para sesenta y seis (99%) era incorrecta la respuesta.

**Octava Pregunta: ¿Hay restricciones en la situación problema? Sí____ No_____ ¿Cuáles?**

*Tabla 63*

*Eficacia de los docentes urbanos y rurales, en las restricciones a la situación problema*

| Respuestas | N° Doc. Urbano | N° Doc. Rural |
|---|---|---|
| Sí | 9/18 | 15/49 |
| No | 8/18 | 33/49 |
| No responde | 1/18 | 1/49 |

Nota: datos de la investigación

Al analizar las respuestas dadas se evidenció que 9 docentes (el 50%) de los 18 del grupo de docentes urbanos manifestaron que si hay restricciones, 8 docentes manifestaron que no hay restricciones, equivale al 44% y uno no respondió, equivale al 6%, porcentajes altos dada su formación en el área de matemáticas; en el grupo de docentes rurales, cuya formación es en básica primaria se evidenció que 15 (31%) de los 49 contestaron de forma asertiva manifestando que si hay restricciones; 33 docentes (67%) manifestaron que no hay restricciones y un (1) docente (2%) no respondió dejando en blanco

Las palabras con mayor frecuencia que emplearon los docentes para resolver el problema fueron: Cantidades, bombones, ingredientes, preparar, deben, hacer, relación, entre, proporción, datos.

*Tabla 64*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta sobre ¿Hay restricciones en la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Hacer | 2.768 | 0.003 |
| Bombones | 1.359 | 0.087 |
| Ingrediente | 1.090 | 0.138 |
| Relaciones | 0.726 | 0.234 |
| Preparaciones | 0.726 | 0.234 |
| Puedo | 0.726 | 0.234 |
| Número | 0.726 | 0.234 |

| | | |
|---|---|---|
| Prueba | 0.726 | 0.234 |
| Medio | 0.726 | 0.234 |
| Discreta | 0.726 | 0.234 |
| Realizar | 0.726 | 0.234 |
| Situación | 0.726 | 0.234 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,683, fueron:

1) Se requieren los ingredientes para hacer 48 bombones, la cantidad de cada ingrediente; 2) El número de bombones que se debe preparar y las cantidades exactas de cada ingrediente; 3) Es una situación discreta por que no puedo hacer 3 bombones y medio.

*Tabla 65*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta sobre ¿Hay restricciones en la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| No responde | 3.568 | 0.000 |
| Proporción | 0.682 | 0.248 |
| Deben | 0.285 | 0.388 |
| Información | 0.266 | 0.395 |
| Dan | 0.266 | 0.395 |
| Cantidad | 0.109 | 0.456 |
| Medio | -0.330 | 0.371 |
| Realizar | -0.330 | 0.371 |
| Porciones | -0.330 | 0.371 |
| Discreta | -0.330 | 0.371 |
| Preparaciones | -0.330 | 0.371 |
| Relaciones | -0.330 | 0.371 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,683, fueron:

1) La cantidad de bombones en relación con las cantidades que se deben preparar; 2) No responde; 3) No responde.

Comparando las respuestas características se evidenció que dos (2) de los docentes urbanos expresaron que, las restricciones de la situación problema eran las cantidades de ingredientes que requerían para preparar o hacer bombones; la otra respuesta decía que era una situación discreta porque no pueden hacer 3 bombones y medio, mientras que los docentes del sector rural, presentaron mayor dificultad para expresar cuáles son las restricciones, dado que solo un docente logró argumentar diciendo que es la cantidad de bombones en relación con las cantidades que se deben preparar.

Ambos grupos lograron identificar que las restricciones estaban ligadas a las cantidades de los ingredientes para preparar los bombones; sin embargo, no lograron identificar que son las condiciones dadas en la receta dada inicialmente para 8 bombones; es de notar que hubo dificultad en los docentes para manifestar cuales eran las restricciones, dado que un docente urbanos y dos rurales no son asertivos. Se puede concluir: el hecho de que los docentes manifiesten que si hay restricciones no implica que logran identificar cuáles eran, como lo muestran sus respuestas características; al observar directamente su desarrollo en los talleres también se constató que los docentes no tienen cuidado respecto de las condiciones o restricciones dadas, ya que ellos solucionaron los problemas sin detenerse a analizar la información; cuando se les preguntó que por qué daban esa respuesta, ellos dijeron que era porque ellos creían que así era y cuando se les solicitó que leyeran nuevamente la situación problema, lograron identificar las restricciones, pero necesitaron de la orientación a través de preguntas orientadoras, ratificando la baja eficacia de los resultados, mostrando poca habilidad en la etapa de comprensión de la situación problema.

**Novena Pregunta: ¿La situación problema presenta datos? Sí_____ No_____ ¿Cuáles son?**

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes para resolver esta situación fue: cantidad, bombones, ingredientes, gramos, preparar, numero, cada, preparación, naranja, chocolate.

*Tabla 66*

*Respuestas correctas de los docentes a la pregunta sobre si el problema presenta datos*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 61/67 | 91% |

| | | |
|---|---|---|
| No | 2/67 | 3% |
| No responde | 4/67 | 6% |

Nota: datos de la investigación

A la pregunta sobre si la situación problema presentaba datos, 61 docentes que equivale al 91% de los 67, manifestaron que si los hay, 2 docentes contestaron que no hay datos (el 3%) y 4 docentes dejan en blanco o marcan las dos respuestas

*Tabla 67*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta sobre ¿La situación problema presenta datos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Ingrediente | 1.583 | 0.057 |
| Preparar | 0.929 | 0.177 |
| Cada | 0.852 | 0.197 |
| Tipo | 0.710 | 0.239 |
| Gramos | 0.710 | 0.239 |
| Apoyo | 0.710 | 0.239 |
| Hacer | 0.710 | 0.239 |
| Niños | 0.710 | 0.239 |
| Familias | 0.710 | 0.239 |
| Masa | 0.710 | 0.239 |
| Determinar | 0.710 | 0.239 |
| Patrón | 0.710 | 0.239 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,694, fueron:

1) Cantidad de bombones a preparar - cantidad de gramos de cada ingrediente para 8- cantidad de naranjas para 8 bombones; 2) Preparar 48 bombones, ingredientes para 8 bombones, 500 gramos de chocolate semiamargo, 100 gramos de chocolate fundido, 200 gramos de crema de leche, 1 naranja, la cantidad de ingredientes para 8 bombones; 3) Cantidad de bombones a preparar - cantidad de cada ingrediente por cada 8 bombones.

*Tabla 68*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta sobre ¿La situación problema presenta datos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Ingredientes | 1.013 | 0.156 |
| No responde | 0.904 | 0.183 |
| Elaboración | 0.881 | 0.189 |
| Datos | 0.562 | 0.287 |
| Unidades | 0.562 | 0.287 |
| Cantidad | 0.475 | 0.317 |
| Final | 0.162 | 0.436 |
| Relación | 0.162 | 0.436 |
| Debe | 0.162 | 0.436 |
| Tanto | 0.162 | 0.436 |
| Calcular | 0.162 | 0.436 |
| Chocolates | 0.162 | 0.436 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,642, fueron:1) Cantidad de bombones y cantidad de ingredientes; 2) Ingredientes, cantidad de bombones; 3) Cantidad de ingredientes para cantidad de bombones.

Al preguntar cuáles son los datos, los docentes urbanos manifestaron que eran la cantidad de bombones a preparar y cantidad de cada ingrediente por cada 8 bombones, lo cual eran los datos iniciales dados, otro expresó, las cantidades en gramos; los docentes rurales convergieron en manifestar que eran la cantidad de bombones y la cantidad de ingredientes de forma general, no fueron específicos. Ambos grupos expresaron que los datos de la situación problema eran las cantidades dadas en la receta, hay claridad en sus respuestas.

**Décima Pregunta: ¿Qué información se encuentra para resolver la situación problema?**

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes para resolver el problema fueron: bombones, ingredientes, cantidad, preparar, gramos, datos, receta, número, chocolate y tabla.

*Tabla 69*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta sobre ¿Qué información se encuentra para resolver la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Gramos | 2.610 | 0.005 |
| Preparación | 1.449 | 0.074 |
| Bombones | 1.381 | 0.084 |
| Leche | 1.120 | 0.131 |
| Total | 0.967 | 0.167 |
| Deben | 0.967 | 0.167 |
| Requieren | 0.967 | 0.167 |
| Usado | 0.967 | 0.167 |
| Contexto | 0.967 | 0.167 |
| Relación | 0.967 | 0.167 |
| Chocolate | 0.634 | 0.263 |
| Naranja | 0.508 | 0.306 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,702, fueron:

1) Para 8 bombones se requieren 500 gr. choco semi, 100 gr, chocolate con leche fundida, 200 gr de crema de leche y una naranja; 2) El número total de bombones que se deben preparar los ingredientes usados para cada 8 bombones; 3) Cantidades de ingredientes para preparación de los bombones.

*Tabla 70*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta sobre ¿Qué información se encuentra para resolver la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Receta | 1.419 | 0.078 |
| Cantidades | 0.986 | 0.162 |
| Datos | 0.854 | 0.197 |
| Necesarios | 0.581 | 0.281 |
| Cantidad | 0.340 | 0.367 |
| Chocolates | 0.290 | 0.386 |

| | | |
|---|---|---|
| Exacta | 0.290 | 0.386 |
| Información | 0.290 | 0.386 |
| Hallar | 0.290 | 0.386 |
| Gramo | 0.290 | 0.386 |
| Numero | 0.275 | 0.392 |
| Leche | -0.529 | 0.298 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,629, fueron:

1) La de los ingredientes para preparar 8 bombones; 2) La cantidad exacta de cada uno de los ingredientes para preparar 8 bombones de chocolate y se debe hallar las cantidades para 40 y 48 bombones para lo cual asciende las cantidades, de los ingredientes para hallar las cantidades para 2 y 4 bombones, disminuyen las cantidades; 3) La cantidad de gramos de cada uno de los ingredientes para 8 chocolates.

Los docentes urbanos identificaron como información dada por la situación problema a las cantidades exactas que se requieren para preparar 8 bombones y los rurales expresaron que son las cantidades exactas de cada uno de los ingredientes en gramos, para preparar 8 bombones de chocolate. Al analizar sus respuestas y compararlas con las dadas cuando identificaron los datos, se podría creer que es la misma información, para ellos no hay más información de la situación problema que la numérica expresada en las condiciones dadas para preparar los 8 bombones que es la restricción de la situación problema.

**Décima Primera Pregunta: ¿Qué tarea desarrolló en la situación problema?**

Las palabras con mayor frecuencia que utilizaron los docentes al resolver el problema planteado fueron: bombones, cantidad, ingredientes, preparar, análisis, problema, relaciones, número, proporcionalidad, relación.

*Tabla 71*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta ¿Qué tarea desarrolló en la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Problema | 1.758 | 0.039 |

| | | |
|---|---|---|
| Multiplicaciones | 1.367 | 0.086 |
| Solución | 1.029 | 0.152 |
| Cálculos | 0.912 | 0.181 |
| Plan | 0.912 | 0.181 |
| Texto | 0.912 | 0.181 |
| Objetivo | 0.912 | 0.181 |
| Evaluación | 0.912 | 0.181 |
| Acciones | 0.912 | 0.181 |
| Cierta | 0.912 | 0.181 |
| Respuestas | 0.912 | 0.181 |
| Verificar | 0.912 | 0.181 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,764, fueron:

1) Reconocer las medidas de masa, utilizar fracciones, estimaciones para preparar cierta cantidad de bombones, utilizaciones delaciones entre 2 cantidades, utilización de la regla de 3; 2) Comprensión del texto, análisis de la información, posibles soluciones, evaluación y revisión de las acciones, solución; 3) Leer el problema, sacar los datos, identificar el problema, desarrollar el plan, verificar la solución.

*Tabla 72*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta ¿Qué tarea desarrolló en la situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Cantidad | 0.727 | 0.234 |
| Multiplican | 0.724 | 0.234 |
| Razones | 0.724 | 0.234 |
| Ingrediente | 0.665 | 0.253 |
| Relaciones | 0.465 | 0.321 |
| Chocolates | 0.420 | 0.337 |
| Partir | 0.420 | 0.337 |
| Equivalencias | 0.420 | 0.337 |
| Realizar | 0.420 | 0.337 |
| Aumenta | 0.420 | 0.337 |
| Teniendo | 0.038 | 0.485 |

| | | |
|---|---|---|
| Referencia | 0.038 | 0.485 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,784 fueron:

1) Se busca la cantidad de ingredientes para preparar 48 bombones a partir de una tabla dada de 8 bombones; 2) Establecer relaciones entre ingredientes y bombones a preparar teniendo como punto de partida 8 bombones y sus ingredientes; 3) Reconocer que cantidades en gramos y fracciones de determinados ingredientes se necesitan en la preparación de determinado número de bombones, siendo números pares en su fabricación 2-4-8-40-48-24.

#### *5.1.4.1. Resultados de la etapa tres, Comprensión del problema para la fracción parte todo como razón.*

Esta fase se inició a partir de las preguntas orientadoras de la fase dos, del numeral siete al once, las cuales estaban también orientadas a identificar las estrategias metacognitivas empleadas en la etapa de comprensión de la situación problema, con algunos elementos como identificación del contexto, de las restricciones, los datos y por último la tarea; también para realizar un proceso de control con las respuestas dadas desde la siete a la once, ejecutadas en la segunda parte de este taller. Comprende doce preguntas que debían dar cuenta sobre los aspectos anteriormente citados.

A cada docente se le entregó un enunciado específico para resolverla de forma individual, a partir de la misma situación problema de la razón, es decir, se le solicito explicar cómo realizó el proceso para calcular el determinado número de bombones (2 o 4 o 40 o 48), todas las preguntas son iguales. El enunciado decía:

Desarrollar individualmente el proceso de comprensión de la situación problema describiendo:

¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 2 bombones?

¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 4 bombones?

¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 40 bombones?

¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 48 bombones?

**Pregunta uno: ¿Cuál o cuáles son las incógnitas?**

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes en esta etapa del taller fueron: Cantidad, bombones, ingredientes, reparar, chocolate, leche, naranjas, crema, semi-amargo, fundido.

*Tabla 73*

*Respuestas de los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuál o cuáles son las incógnitas?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Obtener | 1.703 | 0.044 |
| Cada | 1.362 | 0.087 |
| Requieren | 1.283 | 0.100 |
| Ingrediente | 1.216 | 0.112 |
| Mitad | 0.851 | 0.197 |
| Acuerdo | 0.803 | 0.211 |
| Multiplicar | 0.803 | 0.211 |
| Transforma | 0.803 | 0.211 |
| Semifundido | 0.803 | 0.211 |
| Divido | 0.803 | 0.211 |
| Valores | 0.803 | 0.211 |
| Desconocidos | 0.803 | 0.211 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,734 fueron:

1) x- ¿qué cantidad de chocolate semiamargo se requiere para preparar 40 bombones? y - ¿qué cantidad de chocolate con leche fundido se requiere para preparar 40 bombones?

z - ¿qué cantidad de crema de leche se requiere para preparar 40 bombones?

w - ¿qué cantidad de naranjas se requiere para preparar 40 bombones?;

2) A partir de 8 bombones multiplicar cada cantidad de cada ingrediente por 6 para obtener la cantidad de cada ingrediente necesario para los 48 bombones;

3) Si se sabe cuántos ingredientes se utilizaron para 8 bombones, entonces para 4 que es la mitad se necesita la mitad de ingredientes.

*Tabla 74*

*Respuestas de los docentes rurales a la pregunta ¿Cuál o cuáles son las incógnitas?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Naranja | 1.180 | 0.119 |
| Necesarios | 0.907 | 0.182 |
| Datos | 0.907 | 0.182 |
| Tabla | 0.907 | 0.182 |
| Ingredientes | 0.775 | 0.219 |
| Hallar | 0.585 | 0.279 |
| Cuales | 0.585 | 0.279 |
| Leche | 0.340 | 0.367 |
| Incógnitas | 0.183 | 0.427 |
| Únicamente | 0.183 | 0.427 |
| Utiliza | 0.183 | 0.427 |
| Cuanto | 0.183 | 0.427 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,696 fueron:

1) La cantidad de ingredientes para preparar 48 bombones; 2) Cantidad de ingredientes para preparar 48 bombones; 3) Cantidad de ingredientes para preparar 40 bombones.

Los docentes Urbanos a la pregunta cuales eran las incógnitas respondieron de la siguiente manera: el primero realizó la asociación de una letra identificándola como una variable con cada uno, para calcular las cantidades de ingredientes al elaborar el número de bombones que le correspondió; el segundo describió el proceso de cómo calcular las cantidades de ingredientes a partir de la información brindada en la receta para elaborar 8 bombones, haciendo uso del algoritmo del producto; el tercero también expresó como calculó los ingredientes, a partir de los datos iniciales para ocho bombones haciendo uso del algoritmo del cociente; por su parte, los docentes Rurales manifestaron en sus respuestas que las incógnitas eran las cantidades de ingredientes para elaborar el número de bombones que les correspondió.

**Pregunta dos: ¿Cuáles son los datos?**

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes al contestar esta pregunta fueron: bombones, ingredientes, cantidad, preparar, leche, chocolate, naranja, gramos, número crema.

*Tabla 75*

*Respuesta de los docentes rurales a la pregunta ¿Cuáles son los datos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Necesitan | 1.344 | 0.090 |
| Leche | 1.175 | 0.120 |
| Ingrediente | 1.004 | 0.158 |
| Gramos | 0.897 | 0.185 |
| Grado | 0.897 | 0.185 |
| Elaboración | 0.897 | 0.185 |
| Niños | 0.897 | 0.185 |
| Semiamargo | 0.733 | 0.232 |
| Chocolate | 0.629 | 0.265 |
| Crema | 0.434 | 0.332 |
| Personas | 0.434 | 0.332 |
| Preparar | 0.293 | 0.385 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características para los docentes rurales un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,559, fueron:

1) La cantidad de bombones y los ingredientes para 8 bombones; 2) La cantidad de ingredientes para preparar 8 bombones; 3) Número bombones, cantidad de ingredientes para 8 bombones.

*Tabla 76*

*Respuesta de los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuáles son los datos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Ingredientes | 1.295 | 0.098 |

| | | |
|---|---|---|
| Número | 1.197 | 0.116 |
| Gramos | 1.015 | 0.155 |
| Cantidad | 0.807 | 0.210 |
| Bombones | 0.292 | 0.385 |
| Patrón | 0.104 | 0.459 |
| Receta | 0.104 | 0.459 |
| Preparación | 0.104 | 0.459 |
| Datos | 0.045 | 0.482 |
| Conocidos | -0.461 | 0.323 |
| Rayada | -0.461 | 0.323 |
| Niños | -0.461 | 0.323 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

.Las tres respuestas características para los docentes urbanos con un criterio de clasificación de la distancia donde “esta la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde a 0,659, fueron:

1) Son la cantidad de ingredientes que se necesitan para la elaboración de los bombones, chocolate semiamargo: 2500 gr chocolate con leche fundido: 500 gr, crema de leche: 1000 gr, naranjas: 5; 2) Niños de grado 5, 8 bombones: 500 gr chocolate semi-a, 100 gr chocolate en leche fundido, 200 gr de crema de leche, 1 naranja; 3) Para 8 bombones: 500 gr de chocolate semiamargo, 100 gr de leche, crema de leche y ralladura de naranja.

Los docentes rurales asocian los datos con la restricción de la situación problema mientras que los docente urbanos asocian los datos de manera más general y asertiva sin embargo ninguno de los dos grupos logran hacer generalidades lo que permite concluir que no es claro este concepto.

**Pregunta tres. ¿Cuáles son las condiciones?**

Palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes fueron: Bombones, cantidad, ingredientes, preparar, cantidades, numero, calcular, encontrar, receta, cuenta.

*Tabla 77*

*Respuestas de los docentes urbanos a la pregunta ¿Cuáles son las condiciones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Preparar | 1.581 | 0.057 |
| Pueden | 1.021 | 0.154 |

| | | |
|---|---|---|
| Proporcionalidad | 1.021 | 0.154 |
| Acuerdo | 1.021 | 0.154 |
| Misma | 1.021 | 0.154 |
| Crema | 1.021 | 0.154 |
| Requeridas | 1.021 | 0.154 |
| Calcular | 0.732 | 0.232 |
| Ingrediente | 0.732 | 0.232 |
| Bombones | 0.627 | 0.265 |
| Usar | 0.571 | 0.284 |
| Naranja | 0.571 | 0.284 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,746.

1)Para 8 bombones --> 500 gr ch --> 100 chef --> 200 gr crema --> 1 naranja; 2) Deben ser 48 bombones se debe usar las cantidades requeridas de cada ingrediente para preparar 8 bombones; 3) Si para preparar 8 bombones se dan más datos entonces se pueden calcular.

*Tabla 78*

*Respuestas de los docentes rurales a la pregunta ¿Cuáles son las condiciones?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Cantidad | 1.430 | 0.076 |
| Numero | 1.243 | 0.107 |
| Receta | 0.831 | 0.203 |
| Solo | 0.584 | 0.280 |
| Según | 0.584 | 0.280 |
| Ingredientes | 0.469 | 0.320 |
| Entre | 0.293 | 0.385 |
| Razón | 0.293 | 0.385 |
| Gramos | -0.606 | 0.272 |
| Requeridas | -0.606 | 0.272 |
| Utilizadas | -0.606 | 0.272 |
| Corresponder | -0.606 | 0.272 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,729, fueron:

1) Hay una relación entre la cantidad de ingredientes y el número de bombones; 2) Cantidad de ingredientes para 40 bombones; 3) La relación que existe entre el número de ingredientes para preparar 8 bombones.

A las respuestas dadas por los docentes Urbanos respecto de la preguntas cuáles eran las condiciones, se evidenció que manifiestan que eran las condiciones dadas para las cantidades de ingredientes para los 8 bombones presentados en la receta inicial; los docentes Rurales presentaron en sus respuestas las siguientes características: el primero considera que las condiciones estaban centradas en la relación existente entre cantidades de ingredientes y número de bombones; para el segundo docente, las condiciones fueron las cantidades de ingredientes para calcular el número de bombones que debía calcular y el tercero, manifestó que era el número de ingredientes para preparar los 8 bombones. De acuerdo con las respuestas dadas, se pudo concluir que los dos grupos de docentes en su mayoría consideraron que las condiciones de la situación problema estaban ligadas a las cantidades de ingredientes para los 8 bombones presentados en la receta inicial, aunque esto es claro para los urbanos, pero para los rurales no.

**Pregunta cuatro. ¿Es posible cumplir las condiciones que plantea el problema?**

*Tabla 79*

*Respuestas de los docentes a la pregunta sobre si ¿Es posible cumplir las condiciones que plantea el problema?*

| Respuestas | No. Doc. Urbano | % Doc. Urbano | No. Doc. Rural | % Doc. Rurales | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sí | 18/18 | 100% | 48/49 | 98% | 66/67 | 99% |
| No | 0/18 | 0% | 1/49 | 2% | 1/67 | 1% |

Nota: datos de la investigación

Sesenta y seis docentes que corresponde al 99% de los participantes manifestaron que si era posible cumplir con las condiciones dadas por la situación problema, tan solo un docente que corresponde al 1% manifestó que no era posible y pertenece al grupo rural.

**Pregunta cinco ¿Son suficientes las condiciones dadas para hallar las incógnitas de la situación problema? Si___ No.___**

Todos los sesenta y siete docentes (100%) que participaron en el taller manifestaron que si eran suficientes las condiciones dadas para hallar las incógnitas solicitadas.

*Tabla 80*

*Respuestas de los docentes a la pregunta sobre ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 67/67 | 100% |

Nota: datos de la investigación

**Pregunta seis. ¿Son insuficientes las condiciones para hallar la incógnita?**

*Tabla 81*

*Respuestas de los docentes a la pregunta sobre ¿Son insuficientes las condiciones para hallar la incógnita?*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 2/67 | 6% |
| No | 65/67 | 94% |

Nota: datos de la investigación

Sesenta y cinco docentes que corresponden al 94% de los participantes, dijeron que no eran insuficientes y solo dos docentes, equivalente al 6% de toda la muestra, que pertenecen al grupo urbano manifestaron que eran insuficientes las condiciones para hallar las incógnitas.

**Pregunta siete. ¿Son redundantes las condiciones?**

*Tabla 82*

*Respuestas de los docentes a la pregunta ¿Son redundantes las condiciones?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 1/67 | 1% |

| | | |
|---|---|---|
| No | 66/67 | 99% |

Nota: datos de la investigación

Sesenta y seis docentes correspondientes al 99% de los docentes contestaron que, no eran redundantes las condiciones dadas de la situación problema y un docente urbano 1% considera que si había redundancia en las condiciones dadas.

**Pregunta ocho. ¿Son contradictorias las condiciones?**

*Tabla 83*

*Respuestas de los docentes a la pregunta ¿Son contradictorias las condiciones?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| No | 67/67 | 100% |

Nota: datos de la investigación

Sesenta y siete docentes que responde al 100% de los participantes manifestaron que no son contradictorias las condiciones dadas en la situación problema.

**Pregunta nueve: Represente el problema con una figura**

*Tabla 84*

*Respuestas de los docentes a la solicitud Represente el problema con una figura*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí representa | 53/67 | 79% |
| No representa | 14/67 | 21% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar el número de docentes que lograron representar o acercarse a la representación de la situación problema, a través de un esquema, se evidenció que cincuenta y tres (53), (el 79%) de los participantes de los sesenta y siete lograron realizarlo y catorce (14) equivalente al 21%, no logró realizar un esquema que representara la situación problema, dejando en blanco o realizaron un intento de esquema incipiente que no permite evidenciar información alguna. De los cuales se identificaron los tipos de conocimientos específicos de 12% lingüístico, 24% semántico, 43% esquemático y 21% no representan esquema alguno dejando en blanco su hoja.

**Pregunta diez. Adopte una notación adecuada.**

Al observar las notaciones empleadas por los docentes al resolver las situaciones problemas se evidenció que, trece de los 67 docentes que corresponde al 24% (6 urbanos y 7 rurales) lograron realizar una notación eficaz a la luz del concepto de fracción parte todo como razón, desde su lenguaje y formalización de la información en los procesos matemáticos ejecutados y 54 (12 urbanos y 42 rurales) de los docentes no lo logran, tan solo realizan alguna aproximación con errores conceptuales.

*Tabla 85*

*Eficacia de los docentes a la solicitud de adopte una notación adecuada*

| Respuesta | No. Doc. Urbano | % Doc. Urbano | No. Doc. Rural | % Doc. Rurales | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sí | 6/18 | 33% | 7/49 | 14% | 13/67 | 24% |
| No | 12/18 | 67% | 42/49 | 86% | 54/67 | 76% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar sus respuestas se encontró que las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes al resolucionar esta parte del taller fueron: bombones, chocolate, leche, naranja, ingredientes, cantidad, semi-amargo, mitad, fundido, regla.

*Tabla 86*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la solicitud Adopte una notación adecuada.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Leche | 0.828 | 0.204 |
| Demás | 0.788 | 0.215 |
| Bombón | 0.788 | 0.215 |
| Así | 0.788 | 0.215 |
| Cantidad | -0.046 | 0.082 |
| Naranja | -0.314 | 0.377 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,698 fueron:

8= 5 + 100 + 200 + 1. 4= 250 + 50 + 100 + ½; 2) Chocolate semiamargo / 48 bombones = ?/1 bombón y así con los demás ingredientes; 3) x/7 x/2 x 5x /6x.

*Tabla 87*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la solicitud Adopte una notación adecuada*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Bombones | 0.871 | 0.192 |
| Naranja | 0.822 | 0.206 |
| Cantidad | 0.507 | 0.306 |
| Regla | 0.113 | 0.455 |
| Mitad | 0.113 | 0.455 |
| Fundido | 0.113 | 0.455 |
| Crema | 0.113 | 0.455 |
| Chocolate | 0.058 | 0.477 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,715, fueron:

1) Cantidad de bombones => chocolate semiamargo => chocolate fundido => naranja; 2) Chocolate amargo - chocolate fundido, crema de leche - naranja -; 3) Cantidad bombones => gr ch amg => gr ch fund => gr crema => cantidad naranjas.

Se puede evidenciar que para los docentes urbanos relaciona sus representaciones con operaciones de suma, otros lo realizan con regla de tres y con representar con x para identificar variable respecto al número de cantidades numéricas poco claras mientras que los rurales presentan número de bombones con los otros ingredientes, relacionan los bombones con las cantidades en gramos sin embargo su relación no es jerárquica por lo ue presenta un error conceptual de la razón.

**Pregunta once: Separar las diferentes partes de las condiciones, si es posible. Sí______ No_______**

*Tabla 88*

*Respuestas correctas dadas por los docentes a la solicitud Separe las diferentes partes de las condiciones*

| Respuestas | No. Doc. Urbano | % Doc. Urbano | No. Doc. Rural | % Doc. Rurales | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sí | 2/18 | 11% | 14/49 | 29% | 16/67 | 20% |
| No | 16/18 | 89% | 35/49 | 71% | 51/67 | 80% |

Nota: datos de la investigación

De acuerdo con las respuestas dadas por los docentes participantes en la investigación, se observa que 16 de los 67 docentes (2 urbanos y 14 rurales) que equivalen al 20% manifestaron que si era posible separar las condiciones de la situación problema y los 51 docentes restantes (16 urbanas y 35 rurales) dijeron que no era posible separar en diferentes partes las condiciones dadas en la situación problema.

Palabras con mayor frecuencia utilizadas por los docentes en esta parte del taller fueron: bombones, cantidad, ingredientes, gramos, leche, chocolate, hacer, número, crema, naranja.

*Tabla 89*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la solicitud Separe las diferentes partes de las condiciones.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Chocolate | 1.921 | 0.027 |
| Leche | 1.921 | 0.027 |
| Fundido | 1.797 | 0.036 |
| Crema | 1.311 | 0.095 |
| Gramos | 1.119 | 0.131 |
| Preguntan | 0.874 | 0.191 |
| Grado | 0.874 | 0.191 |
| Semiamargo | 0.874 | 0.191 |
| Solo | 0.874 | 0.191 |
| Niños | 0.874 | 0.191 |
| Requiere | 0.874 | 0.191 |
| Amargo | 0.396 | 0.346 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,557, fueron:

1) Niños de 5 grado 8 bombones: 200 gr crema de leche. 8 bombones: 500 gr chocolate semi amargo, 8 bombones 100 gr chocolate en leche fundido, se requiere hacer 48 bombones; 2) 250 gramos de chocolate semiamargo, 50 gramos de chocolate leche fundido, 100 gramos de crema de leche, 1/2 naranja; 3) Cantidad de bombones / cantidad de ingredientes = cantidad de ingredientes / cantidad de bombones.

*Tabla 90*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la solicitud Separe las diferentes partes de las condiciones.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Cantidad | 1.203 | 0.114 |
| Ingredientes | 1.072 | 0.142 |
| Cada | 0.983 | 0.163 |
| Numero | 0.419 | 0.338 |
| Entonces | 0.037 | 0.485 |
| Necesito | 0.037 | 0.485 |
| Discriminar | 0.037 | 0.485 |
| Hallar | 0.037 | 0.485 |
| Diferente | -0.516 | 0.303 |
| Preguntan | -0.516 | 0.303 |

Nota: lista de palabras características por V. test. datos de la investigación

Las tres respuestas características con un criterio de clasificación de la distancia donde "esta la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,507 fueron:

1) Cantidad de bombones / cantidad de ingredientes; 2) Cantidad de bombones / cantidad de ingredientes; 3) Cantidad de bombones / cantidad de ingredientes.

**Pregunta doce: ¿Puede ponerlas por escrito?**

Observando las respuestas obtenidas en los procesos de los docentes, se evidenció que 23 de los 67 docentes (el 34%) manifestaron que si es posible poner por escrito las condiciones y 44 (66%) de los 67 participantes contestaron que no se puede colocar por escrito las condiciones dadas en la situación problema.

Siguiendo con el análisis de las respuestas y descomponiéndolas en urbanos y rurales, se evidenció que, 10 (56%) de los 18 docentes urbanos, respondieron que no era posible colocar por escrito las condiciones dadas en la situación problema, vale la pena observar qué conciben ellos como condiciones de la situación problema, pues dado que son docentes con formación en matemáticas, se creería que tendrían una mayor efectividad, por cuanto es un vocabulario cotidiano propio de la resolución de problemas matemáticos;  de igual manera, 34 (69%) de los 49 docentes rurales, manifestaron que no era posible poner por escrito las condiciones y 15 docentes rurales (31%) lo contrario; es decir, si es posible poner por escrito las condiciones.

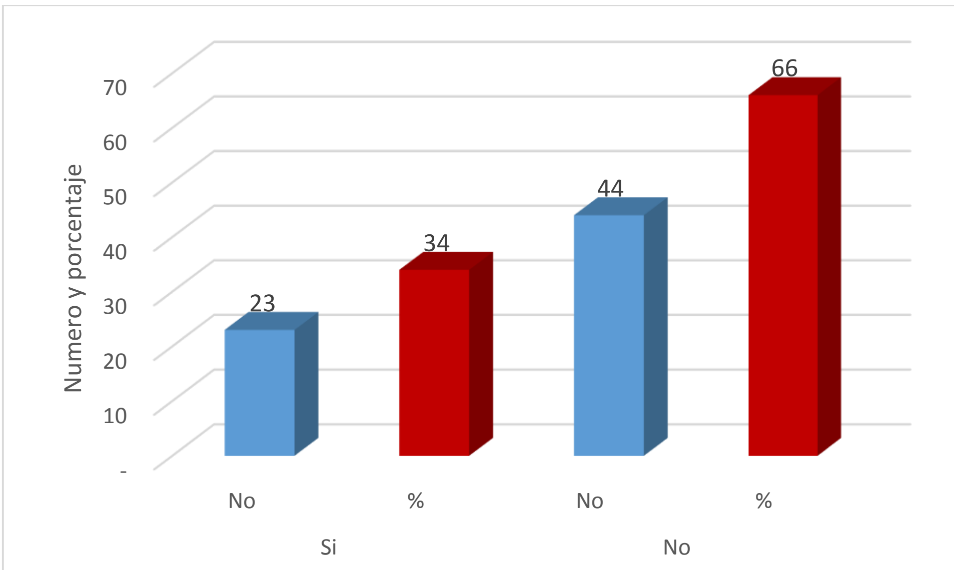



*Figura 15.* Respuestas dadas por los docentes a la pregunta ¿Puede ponerlas por escrito? Datos de la investigación

Esta pregunta era de control y corroboró que los docentes realizan procesos sin hacer un análisis consciente de lo que está desarrollando, dado que 16 docentes de los 67 equivalente al 20%, presentaron eficiencia en la pregunta anterior, donde manifestaron que si es posible separar las partes de las condiciones y en sus respuestas características la expresaron claramente entre cantidades de bombones y cantidades de ingredientes. Lo anterior permitió concluir que los docentes no presentan habilidad pedagógica y epistemológica frente a la etapa de comprensión de la situación problema.

#### *5.1.4.2. Proceso de Tipos de Conocimiento Específicos trabajados en el taller.*

*Tabla 91*

*Tipos de conocimiento específicos en los docentes participantes en este taller*

| Tipos de conocimiento | Total de docentes | % |
|---|---|---|
| Lingüístico | 8/67 | 12% |
| Semántico | 16/67 | 24% |
| Esquemático | 29/67 | 43% |
| No Responde | 14/67 | 21% |

Nota: datos de la investigación

El proceso que se llevó a cabo en la realización de este taller (fracción como razón) permitió corroborar los diferentes tipos de conocimientos específicos que poseían los docentes que hicieron parte de la Investigación. Se podría decir, que ellos trabajaron las mismas estructuras en la solución de las situaciones problemas presentados en el primer taller de pre-saberes, y cuyos datos se recuerdan a continuación:

Como se puede observar, 8 son lingüísticos, 16 semánticos y 29 esquemáticos con un porcentaje de 12, 24 y 43% respectivamente

Respecto de los 14 docentes, el 21% (1 urbano y 13 rurales), un alto porcentaje, no realizan ningún proceso o esquema; es decir, ellos no permiten evidenciar ningún tipo de actividad frente al proceso de resolución de la situación problema, porque dejaron en blanco la hoja y algunos con o con un esquema incipiente que no permitió evidenciar información alguna.

### 5.1.5. Resultados de la Entrevista.

La entrevista que se realizó fue semi-estructurada y aplicada a todos los docentes urbanos y rurales que hacían parte del estudio; tenía como objetivo conocer las concepciones epistemológicas y pedagógicas que poseían los sesenta y siete docentes en ejercicio que orientaban matemáticas en básica primaria en los establecimientos educativos públicos de las trece provincias del departamento de Boyacá, en el 2017.

Se retomaban concepciones epistemológicas y pedagógicas desde su práctica, específicamente sobre metacognición, estrategias metacognitivas, estrategias de resolución de problemas, habilidades pedagógicas y matemáticas empleadas por ellos para resolver problemas matemáticos, de igual manera los procesos correspondientes a la etapa de comprensión del problema para identificar la tarea.

Dado que la investigación fue de corte cualitativo y específicamente con desarrollo del análisis textual, el software empleado fue SPAT (Sistema de Análisis de Data textos), el cual permite retomar algunos procesos ejecutados para este trabajo, a partir de cinco momentos: el primero en la creación de un diccionario de palabras empleadas por los docentes en las respuestas de la entrevista que organiza alfabéticamente, el segundo, la toma de las palabras características con mayor frecuencia empleada por todos los docentes participantes, el tercero, realizar una lista de palabras características con valores de test y de probabilidad con criterio de chi-cuadrado, en el cuarto, se retoman las respuestas características y significativas asociadas a la distribución de las distancias más cercanas al valor promedio de los participantes, por cada grupo urbano y rural.

A partir de esta información arrojada por el análisis textual se procedió a organizar y analizar las respuestas para garantizar la eficacia del proceso de la investigación a la luz del diario de campo y los referentes teóricos.

La estructura del análisis de la entrevista se presentó así: el enunciado de cada pregunta, se presentó un listado de palabras características con mayor frecuencia, tabla con el listado de palabras características por valor Test y probabilidad correspondiente, luego las palabras características dadas por los participantes, acorde al criterio de chi-cuadrado seleccionadas por cada grupo docentes urbanos y luego rurales, posteriormente se compararon las respuestas de los dos grupos de docentes, realizando un análisis desde la concepción epistemológica y pedagógica a la luz de algunos teóricos referenciados en la investigación, luego se trianguló el análisis con la observado en forma directa a través del diario de campo, teniendo en cuenta las estrategias empleadas por los docentes al resolver problemas matemáticos desde su práctica docente y por último se presentó una reflexión desde la investigadora.

Al finalizar todas las preguntas, en una segunda parte, se toman los resultados obtenidos en la entrevista desde los objetivos específicos propuestos por el instrumento y se realiza una discusión desde los referentes teóricos, las investigaciones del estado de arte, la experiencia de la investigadora, finalizando con la conclusión, proyección y aporte de la investigación a la educación matemática.

**Pregunta Uno: ¿Qué entiende Usted por metacognición?**

Los docentes asociaron la definición de metacognición con palabras de mayor frecuencia como: proceso, conocimiento, aprendizaje, capacidad, mental, persona y situación con elementos que fueron importantes para la definición, dado que permitió inferir que para los docentes entrevistados, la metacognición la conciben como un proceso asociado a un conocimiento o aprendizaje acompañado de una capacidad mental que poseen las personas sobre una situación que realizan.

*Tabla 92*

*Respuestas dadas por el grupo uno de los docentes Urbanos a la primera pregunta: ¿qué entiende usted por metacognición?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Poder | 1.109 | 0.134 |
| Mental | 0.834 | 0.202 |
| Aprender | 0.746 | 0.228 |
| Realizar | 0.740 | 0.230 |
| Tarea | 0.740 | 0.230 |
| Consolidados | 0.740 | 0.230 |
| Acción | 0.740 | 0.230 |
| Imputar | 0.740 | 0.230 |
| Afectivos | 0.740 | 0.230 |
| Actividades | 0.740 | 0.230 |
| Capacidades | 0.740 | 0.230 |
| Interiorizarlo | 0.740 | 0.230 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Para los docentes urbanos, la metacognición es un proceso personal que relaciona el nuevo aprendizaje con el existente; es decir, se basa en la experiencia y capacidades; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde a 0,886.

*Tabla 93*

*Respuestas dadas por el grupo dos de docentes Rurales a la primera pregunta: ¿qué entiende usted por metacognición?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Cualquier | 0.814 | 0.208 |
| Conocimiento | 0.674 | 0.250 |
| Aprendizaje | 0.674 | 0.250 |
| Individuo | 0.612 | 0.270 |
| Tiene | 0.550 | 0.291 |
| Capacidad | 0.544 | 0.293 |
| Entender | 0.382 | 0.351 |
| Frente | 0.382 | 0.351 |
| Reflexión | 0.382 | 0.351 |
| Comprender | 0.109 | 0.457 |
| Solución | 0.109 | 0.457 |
| Desarrollo | 0.109 | 0.457 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Las respuestas que dieron los docentes rurales fueron: la metacognición es un proceso de reflexión, donde un individuo es consciente de los conocimientos, procedimientos y competencias que tiene frente al desarrollo de una situación, con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,808.

**Pregunta Dos: ¿Qué estrategias utiliza Usted para resolver una situación problémica en matemáticas?**

Los docentes asocian las estrategias empleadas en la resolución de situaciones problemas en matemáticas con las palabras: Problema, Lectura, Análisis, Datos, Respuesta, Solución, Plan, Comprensión.

*Tabla 94*

*Respuestas dadas por el grupo uno Urbanos a la segunda pregunta: ¿Qué estrategias utiliza Usted para resolver una situación problemática en matemáticas?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Plan | 2.837 | 0.002 |

| | | |
|---|---|---|
| Comprender | 1.597 | 0.055 |
| Verificación | 1.338 | 0.091 |
| Socialización | 1.093 | 0.137 |
| Leer | 0.980 | 0.163 |
| Ejecución | 0.813 | 0.208 |
| Acción | 0.729 | 0.233 |
| Supuesto | 0.729 | 0.233 |
| Veces | 0.729 | 0.233 |
| Texto | 0.729 | 0.233 |
| Evaluarlo | 0.729 | 0.233 |
| Compruebo | 0.729 | 0.233 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Las respuestas dadas por los docentes urbanos a la segunda pregunta fueron: leer y comprender, identificar variables, organizar datos, tener claridad en el supuesto y en la pregunta, trazar plan de acción, ejecutar el plan trazado; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,826.

*Tabla 95*

*Respuestas dadas por el grupo dos de Rurales a la segunda pregunta:¿Qué estrategias utiliza Usted para resolver una situación problemática en matemáticas?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Operación | 1,743 | 0.388 |
| Posibles | 0.629 | 0.265 |
| Concreto | 0.629 | 0.265 |
| Aplicar | 0.629 | 0.265 |
| Datos | 0.588 | 0.278 |
| Hacer | 0.397 | 0.346 |
| Reflexión | 0.397 | 0.346 |
| Desarrollar | 0.397 | 0.346 |
| Solución | 0.335 | 0.365 |
| Situación | 0.227 | 0.410 |
| Dar | 0.227 | 0.410 |
| Lectura | 0.159 | 0.437 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Las respuestas dadas por los docentes Rurales a la segunda pregunta fueron: leer muy bien, extraer los datos necesarios, graficar si es necesario, identificar cual es la pregunta clave, resolver teniendo claro el tipo de operación que debo aplicar, releer el problema y mirar si lo resolví correctamente, con un criterio de clasificación de la distancia donde “está la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde al 0,819.

**Pregunta tres: ¿Cómo consolida Usted las estrategias empleadas para abordar una situación problema?**

Los docentes asociaron la consolidación de las estrategias para abordar una situación problemas con las palabras: Gráfico, Problema, Símbolos, Situación, Datos, Realizo, Matemáticos, Solución; estas palabras frecuentes en los entrevistados permitió realizar una correlación de las estrategias con el uso de representaciones gráficas, simbólicas y algorítmicas como respuesta a una situación.

*Tabla 96*

*Respuestas dadas por el grupo uno Urbanos a la tercera pregunta: ¿Cómo consolida Usted las estrategias empleadas abordar una situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Esquemas | 2.437 | 0.268 |
| Algoritmos | 1.989 | 0.023 |
| Símbolos | 1.664 | 0.048 |
| Presenta | 1.664 | 0.048 |
| Graficar | 1.159 | 0.123 |
| Matemáticos | 1.157 | 0.124 |
| Implementadas | 0.773 | 0.220 |
| Acciones | 0.773 | 0.220 |
| Sintetizo | 0.773 | 0.220 |
| Relación | 0.773 | 0.220 |
| Asocie | 0.773 | 0.220 |
| Debilidades | 0.773 | 0.220 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta dada por los docentes urbanos a la tercera pregunta fue: Sacar elementos que intervienen en el problema, luego buscar una relación matemática que los asocie, también graficar cuando sea posible y amerite la situación, con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,835.

*Tabla 97*

*Respuestas dadas por el grupo dos de Rurales a la tercera pregunta: ¿Cómo consolida Usted las estrategias empleadas abordar una situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Operaciones | 0.756 | 0.225 |
| Datos | 0.625 | 0.266 |
| Grafica | 0.332 | 0.370 |
| Propuesta | 0.332 | 0.370 |
| Proceso | 0.332 | 0.370 |
| Información | 0.063 | 0.475 |
| Organizar | 0.063 | 0.475 |
| Comprensión | 0.063 | 0.475 |
| Mediante | 0.063 | 0.475 |
| Procedimientos | -0.773 | 0.220 |
| Expresen | -0.773 | 0.220 |
| Oriente | -0.773 | 0.220 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta dada por los docentes Rurales a la tercera pregunta fue: hago un esquema del problema para ver y encontrar una solución, luego escribo la posible respuesta y verifico si la estrategia que use es la más adecuada o hay otra más fácil; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,819.

**Pregunta cuatro: ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso? Sí_____ No_____. Justifique su respuesta**

El 96% de los docentes participantes respondieron que Sí son conscientes de los procesos cuando resolucionan un problema matemático; pero al analizar los procesos realizados en el desarrollo de talleres no se evidenció un proceso de monitoreo y reflexión sobre el proceso utilizado, como tampoco una planeación, control y regulación de estos docentes; sin embargo, el 1% manifestó que no es consciente siempre y el 3% no respondió la pregunta.

Los docentes manifestaron que son conscientes cundo resolucionan problemas matemáticos asociándolo a las palabras: Proceso, Solución, Problema, Situación, Resolverlo, Respuesta, Estrategias, palabras que en primer momento no permiten percibir que la concientización está ligada a acciones de pensar, sentir, que conlleva a un proceso de reflexión y seguimiento permanente.

*Tabla 98*

*Respuestas dadas por los docentes a la pregunta ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso? Sí___ No__. Justifique su respuesta*

| Criterio | No Doc. | % Doc. Urbano/rurales |
|---|---|---|
| Si | 64/67 | 96% |
| No | 1/67 | 1% |
| No responde | 2/67 | 3% |

Nota: datos de la investigación

*Tabla 99*

*Respuestas dadas por el grupo uno de Docentes Urbanos, cuando justifican su respuesta a la cuarta pregunta: ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Muy | 2.156 | 0.016 |
| Primero | 1.783 | 0.037 |
| Luego | 1.639 | 0.051 |
| Pasos | 1.535 | 0.062 |
| Consiente | 1.535 | 0.062 |
| Variables | 1.535 | 0.062 |
| Coherente | 1.535 | 0.062 |
| Bien | 1.535 | 0.062 |
| Poder | 1.010 | 0.156 |
| Mención | 0.674 | 0.250 |
| Analizarlo | 0.674 | 0.250 |
| Abordada | 0.674 | 0.250 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La justificación dada por los docentes Urbanos fue: Primero, comprenden muy bien la situación problema, pueden extraer los datos, hacen el planteamiento, proponen las estrategias, las ejecutan y validan las soluciones, para poder dar una respuesta coherente, con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,846.

*Tabla 100*

*Respuestas dadas por el grupo dos Rurales, cuando justifican su respuesta a la cuarta pregunta: ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Resolución | 0.719 | 0.236 |
| Solución | 0.643 | 0.260 |
| Procesos | 0.573 | 0.778 |
| Verificar | 0.481 | 0.315 |
| Problema | 0.246 | 0.403 |
| Identificar | 0.199 | 0.421 |
| Desarrollar | 0.199 | 0.421 |
| Adecuado | 0.199 | 0.421 |
| Importante | 0.199 | 0.421 |
| Llevar | 0.199 | 0.421 |
| Respuesta | 0.199 | 0.444 |
| Abordada | -0.674 | 0.250 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La justificación dada por los docentes Rurales fue: se debe tener la contextualización de la situación problema y seguir el procedimiento adecuado para su resolución; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,819.

**Pregunta cinco: ¿Al terminar de resolver un problema Usted monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado? Si___ No_____. Explique brevemente su respuesta**

*Tabla 101*

*Respuestas dadas por los docentes urbanos a la pregunta: ¿Al terminar de resolver un problema Usted monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Procesos | 1.710 | 0.044 |
| Conceptos | 1.489 | 0.068 |
| Resultados | 1.489 | 0.068 |
| Previstos | 1.489 | 0.068 |
| Nuevamente | 1.489 | 0.068 |
| Reviso | 1.127 | 0.130 |
| Manera | 0.957 | 0.169 |
| Mejorar | 0.957 | 0.169 |
| Verificando | 0.638 | 0.262 |
| Operacional | 0.638 | 0.262 |
| Poder | 0.638 | 0.262 |
| Algorítmica | 0.638 | 0.262 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Los docentes urbanos contestaron: en ocasiones resuelvo o trato de resolver de manera algorítmica, lo cual me cuesta y voy a lo pictórico para poder resolver. Entonces pienso que tanto en mis procesos metacognitivos replico la manera como aprendí, con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,712.

*Tabla 102*

*Respuestas dadas por los docentes rurales a la pregunta: ¿Al terminar de resolver un problema Usted monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Respuesta | 1.242 | 0.107 |
| Permite | 0.777 | 0.219 |
| Bien | 0.777 | 0.219 |
| Solución | 0.777 | 0.219 |
| Dar | 0.534 | 0.297 |
| Procedimientos | 0.534 | 0.297 |
| Problemas | 0.534 | 0.297 |

| | | |
|---|---|---|
| Reflexiono | 0.248 | 0.402 |
| Importante | 0.248 | 0.402 |
| Llegar | 0.248 | 0.402 |
| Estrategia | 0.248 | 0.402 |
| Operaciones | 0.248 | 0.402 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Los docentes rurales respondieron: Modelación, recreación con material real de la situación, comunicación, expresión del lenguaje matemático en gráficos, tablas o dibujos, razonamiento análisis, comprensión y estrategia de resolución, resolución de problemas, con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0.839.

Los docentes urbanos relacionaron el monitoreo y reflexión en sus respuestas características, manifestaron que en primera instancia resuelven la situación de forma algorítmico y en segunda instancia de forma pictórica, su definición no era clara pero se podría inferir que el monitoreo y la reflexión la relacionan con el proceso numérico o el pictórico cuando no es posible abordarlo de manera algorítmica; para los docentes rurales, en primer momento realizaron un modelamiento de la situación (algorítmico), haciendo uso de material real para recrear la resolución del problema, realizando una comunicación, acudiendo a representaciones gráficas, tablas o dibujos para hacer razonamiento y por ultimo hablan de las estrategias de resolución problemas (pasos),

*Tabla 103*

*Respuestas dadas por los docentes a la pregunta ¿Al terminar de resolver un problema Usted monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado? Sí___ No___*

| Característica | No Doc. | % Doc. Urbano/rurales |
|---|---|---|
| Si | 63/67 | 94% |
| No | 2/67 | 3% |
| No responde | 2/67 | 3% |

Nota: datos de la investigación

El 94% docentes entrevistados manifestaron que si realizan monitoreo y reflexión del proceso utilizado al terminar de resolver el problema, el 3% dijeron que no realizan, que no es importante realizar el proceso de monitoreo y reflexión en la resolución de problema, mientras que

3% no respondió; es decir, para ellos le era indiferente realizar o no procesos de reflexión y monitoreo o no estaban seguros de su respuesta.

Los docentes asocian el monitoreo y reflexión a las palabras: Proceso, Problema, Respuesta, Solución, Situación, Reviso, Análisis, Verificar, que no dejan ver en primera instancia una correlación entre las palabras y los procesos que implica el monitoreo; sin embargo, emplean palabras que están asociadas a identificación de patrones para asemejar el tipo de situación problema.

**Pregunta seis:¿Cuándo resoluciona un problema matemático, Usted lo asocia a: Conceptos matemáticos, Problemas ejecutados anteriormente en su práctica docente, Actividades realizadas por sus estudiantes, Tarea, Procesos algorítmicos?**

La resolución de problemas estuvo asociada por los docentes en un alto porcentaje al 78% con conceptos matemáticos y procesos algorítmicos, continuaron en un 69% con problemas ejecutados anteriormente en su práctica, el 35% dijo que en actividades realizadas por sus estudiantes y el 28% como tareas; lo anterior permitió inferir que los docentes asocian la resolución de problemas con el currículo, como práctica, como elementos de la vida académica y escolar, no son concebidos como una competencia para la resolución de situaciones cotidianas y de la vida; además, la tarea no tiene mayor relevancia para ellos.

*Tabla 104*

*Frecuencia de las respuestas dadas por los docentes a la pregunta sobre resolución de un problema matemático.*

| Respuestas | Porcentaje |
|---|---|
| Conceptos matemáticos | 78% |
| Problemas ejecutados anteriormente en su práctica docente | 69% |
| Actividades realizadas por sus estudiantes, | 35% |
| Tarea, | 28% |
| Procesos algorítmicos | 78% |

Nota: datos de la investigación

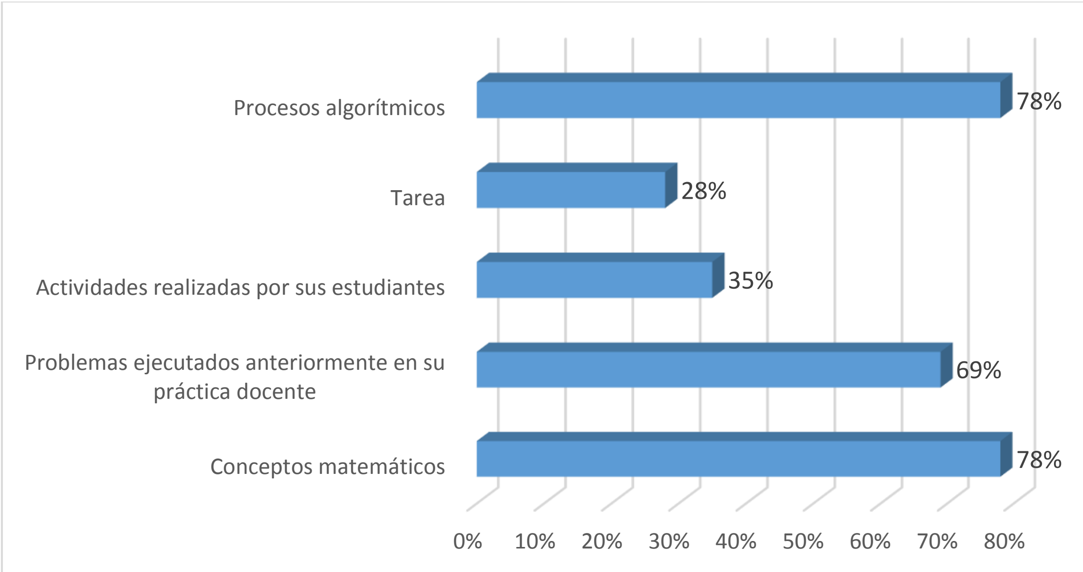



*Figura 16.* Variables asociadas a la Resolución de Problemas. Datos de la investigación.

**Pregunta siete: ¿Qué elementos pedagógicos emplea Usted cuando lee una situación problema?**

Los docentes emplearon con mayor frecuencia las palabras: Lectura, Datos, Análisis, Comprensión, Operaciones, Interpretación, Estrategias y Algoritmos para asociar los elementos pedagógicos al leer una situación problema; estas palabras estaban asociadas a acciones que les permitía realizar un análisis y comprensión de la situación problema; no se evidenció acciones que correlacionen procesos de enseñanza - aprendizaje.

*Tabla 105*

*Respuesta de los docentes urbanos a la pregunta ¿Qué elementos pedagógicos emplea Usted cuando lee una situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Consulta | 1.602 | 0.055 |
| Parafraseo | 1.602 | 0.055 |
| Verificación | 1.602 | 0.055 |
| Algoritmos | 1.331 | 0.092 |
| Organización | 1.088 | 0.138 |
| Graficas | 1.088 | 0.138 |
| Contexto | 1.062 | 0.144 |
| Lectura | 0.980 | 0.164 |

| | | |
|---|---|---|
| Marcar | 0.725 | 0.234 |
| Subrayado | 0.725 | 0.234 |
| Argumentado | 0.725 | 0.234 |
| Pensamiento | 0.725 | 0.234 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes urbanos a la pregunta fue: lectura comprensiva, análisis de la situación, algoritmos de las operaciones, análisis de gráficas, propuestas de pictogramas o diagramas, otras soluciones, otras soluciones; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,820.

*Tabla 106*

*Respuesta de los docentes rurales a la pregunta ¿Qué elementos pedagógicos emplea Usted cuando lee una situación problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Comprensión | 1.027 | 0.152 |
| Problema | 1.024 | 0.153 |
| Contextualización | 0.637 | 0.262 |
| Interpretación | 0.417 | 0.338 |
| Conocimientos | 0.404 | 0.343 |
| Revisar | 0.404 | 0.343 |
| Concreto | 0.404 | 0.343 |
| Identificar | 0.404 | 0.343 |
| Estrategias | 0.237 | 0.406 |
| Material | 0.237 | 0.406 |
| Argumentación | 0.129 | 0.449 |
| Símbolos | 0.129 | 0.449 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes rurales a la pregunta fue: Lectura comprensiva, Representación en gráficos. Hace una línea.  Hace operaciones. Muestra el desarrollo. Da una respuesta con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,819.

Los docentes urbanos la asociaron a las palabras lectura, datos, análisis, comprensión, operaciones, interpretación, estrategias y algoritmos, mientras que los docentes rurales lo asociaron a las palabras: pregunta, subrayar, esquemas, contexto, realimentación, pictogramas, representación y conceptos; lo que permitió inferir que los dos grupos de docentes asociaron los elementos pedagógicos a procesos de secuencias y jerarquización de contenidos, al empleo de saberes, pero no hay una relación que permitiera integrar las relaciones de los estudiantes con los saberes y la evaluación de las estrategias de enseñanza – aprendizaje; lo miraron solamente desde un contenido específico de la práctica o ejercitación en torno a la resolución de problemas.

**Pregunta ocho: ¿Qué entiende Usted como contexto del problema? Descríbalo**

Para los docentes el contexto del problema estaba asociado a las palabras como: Problema, Situación, Solución, Elementos, Lugar, Plantear, Desarrolla y Entidad.

*Tabla 107*

*Respuesta de los docentes urbanos a la pregunta ¿Qué entiende Usted como contexto del problema? Descríbalo*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Situaciones | 2.312 | 0.010 |
| Contexto | 1.667 | 0.048 |
| Ser | 1.667 | 0.048 |
| Área | 1.667 | 0.048 |
| Marco | 1.667 | 0.048 |
| Cotidianas | 1.667 | 0.048 |
| Vida | 1.162 | 0.123 |
| Ocurridas | 0.775 | 0.219 |
| Parafraseo | 0.775 | 0.219 |
| Asociado | 0.775 | 0.219 |
| Aborda | 0.775 | 0.219 |
| Conceptos | 0.775 | 0.219 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes urbanos a la pregunta, fue: el lugar o situación donde se generó y/o el área del conocimiento ya que algunos son propios de algún área en especial con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,863.

*Tabla 108*

*Respuesta de los docentes rurales a la pregunta: ¿Qué entiende Usted como contexto del problema?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Situación | 1.679 | 0.047 |
| Desarrolla | 0.930 | 0.176 |
| Tiempo | 0.328 | 0.371 |
| Entidad | 0.328 | 0.371 |
| Realidad | 0.328 | 0.371 |
| Solución | 0.306 | 0.380 |
| Elementos | 0.131 | 0.448 |
| Información | 0.060 | 0.476 |
| Presenta | 0.060 | 0.476 |
| Procesos | 0.060 | 0.476 |
| Resolver | 0.060 | 0.476 |
| Ejercitación | -0.775 | 0.219 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docente rurales a la pregunta fue: conocer el ambiente en el que se presenta la situación, la manera cómo se plantea este y la información que se da a conocer con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,739.

Por las respuestas características empleadas por los docente se pudo inferir que para los docentes hablar del contexto del problema es la posibilidad de manejar una relación muy próxima a la cotidianidad del estudiante y su lenguaje; sin embargo no se realizó ese análisis de los elementos importantes que se debe tener en cuenta desde la identificación de un contexto como una meta importante en la educación matemática, que es proveer a los maestros de recursos que les permitan transitar por una instrucción basada en la discusión y solución de problemas o tareas en contextos distintos y que demanden una reflexión cognitiva significativa en los estudiantes, que puedan argumentar respecto de procesos matemáticos para abordarlos en forma eficaz.

**Pregunta nueve: ¿Qué entiende por habilidad matemática?**

*Tabla 109*

*Respuesta de los docentes urbanos a la pregunta: ¿Qué entiende por habilidad matemática?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Razonamiento | 1.639 | 0.051 |
| Comprensión | 1.535 | 0.062 |
| Solución | 1.209 | 0.113 |
| Poder | 1.010 | 0.156 |
| Algoritmos | 1.010 | 0.156 |
| Facilidad | 0.973 | 0.156 |
| Problema | 0.883 | 0.189 |
| Abordar | 0.674 | 0.250 |
| Involucrar | 0.674 | 0.250 |
| Dependiendo | 0.674 | 0.250 |
| Interrogante | 0.674 | 0.250 |
| Pensamientos | 0.674 | 0.250 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

Las palabras de mayor frecuencia empleadas por los docentes para asociarlas con habilidad matemáticas fueron: Capacidad, Situación, Resolver, Matemáticos, Problema, Solucionar, Desarrollar, Facilidad, palabras que no son dicientes ya que no concatenan para abordar la definición de habilidad matemática, ya que no presenta acciones claras a ejecutar desde una competencia de resolución de problemas, de igual manera, en su práctica docente se emplea este termino con frecuencia, pero parece que carece de claridad conceptual cuando se pregunta.

Las respuestas de los docentes urbanos a la pregunta fue: facilidad de resolver situaciones problema, manejo del algoritmo, competencias diversas de comunicación, razonamiento matemático y facilidad de enseñar, con un criterio de clasificación de la distancia donde “está la respuesta” a la “respuesta ideal” o respuesta promedio que corresponde al 0,879.

*Tabla 110*

*Respuesta de los docentes rurales a la pregunta: ¿Qué entiende por habilidad matemática?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Situación | 1.350 | 0.088 |
| Capacidad | 1.141 | 0.127 |
| Individuo | 1.116 | 0.132 |
| Analizar | 0.928 | 0.177 |
| Problemas | 0.700 | 0.242 |
| Adquiere | 0.481 | 0.315 |
| Desarrollo | 0.481 | 0.315 |
| Persona | 0.344 | 0.365 |
| Realizar | 0.199 | 0.421 |
| Posee | 0.199 | 0.421 |
| Procedimientos | 0.199 | 0.421 |
| Estudiante | 0.199 | 0.421 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes rurales a la pregunta fue: es la capacidad que posee una persona o individuo para desarrollar o afrontar una situación que requiera el uso de elementos matemáticos con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,746.

Los docentes urbanos en sus respuestas características hablaban de la necesidad de mostrar destrezas para resolver situaciones problema, manejo del algoritmo, competencias de comunicación y razonamiento matemático; mientras que los docentes rurales en sus respuestas características, giraban en torno a la capacidad que posee una persona o individuo para desarrollar o afrontar una situación que requiera del uso de elementos matemáticos. Ambos grupos evidencian en sus respuestas, que la habilidad matemática era la capacidad del individuo de comprender, proponer y efectuar algoritmos, así como realizar razonamientos matemáticos.

**Pregunta diez: ¿Considera Usted que resuelve problemas matemáticos con habilidad? Si ___ No.___. Explique su respuesta.**

*Tabla 111*

*Respuesta de los docentes a la pregunta de resolución de problemas matemáticos con habilidad.*

| Respuestas | Total de docentes | No. de docentes | Porcentaje |
|---|---|---|---|
| Si | 67 | 52 | 78% |
| No | | 15 | 22% |
| Total | | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación

Los docentes respondieron en un alto porcentaje (78%) lo cual corresponde a 52 docentes, que si resuelven problemas matemáticos con habilidad y 15 docentes manifiestan que no consideran resolver problemas con habilidad matemática.

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes cuando asocian con la resolución de situaciones problemas en forma hábil fueron: Problema, Proceso, Solución, Matemáticos, Situación. Por otra parte, las palabras Respuesta, Resolver y Análisis no permiten asociar la habilidad en la resolución de problemas con visualización de conceptos, objetivos matemáticos, procesos de razonamiento lógico matemático, patrones, entre otros; pareciera que tener habilidad en la resolución de problemas es dar una solución pero tampoco hay una eficacia cuando se observa la práctica de los docentes en el desarrollo de los talleres.

*Tabla 112*

*Respuesta de los docentes urbanos a la pregunta: ¿Considera Usted que resuelve problemas matemáticos con habilidad.*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Distintos | 2.275 | 0.011 |
| Verificar | 2.275 | 0.011 |
| Respuesta | 1.645 | 0.050 |
| Resultado | 1.645 | 0.051 |
| Niveles | 1.645 | 0.051 |
| Obtener | 1.645 | 0.051 |
| Diferentes | 1.409 | 0.079 |
| Conocimiento | 0.766 | 0.222 |
| Precisa | 0.752 | 0.226 |
| Relacionadas | 0.752 | 0.226 |

| | | |
|---|---|---|
| Obtenidos | 0.752 | 0.226 |
| Capacitación | 0.752 | 0.226 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes urbanos a la pregunta fue: leyendo el texto, identificando información y tareas, haciendo procesos para obtener una respuesta y verificar los pasos y respuesta obtenida con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,851.

*Tabla 113*

*Respuesta de los docentes rurales a la pregunta: ¿Considera Usted que resuelve problemas matemáticos con habilidad?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Problema | 0.996 | 0.160 |
| Matemática | 0.974 | 0.165 |
| Considero | 0.593 | 0.277 |
| Habilidades | 0.364 | 0.358 |
| Complejidad | 0.364 | 0.358 |
| Algunas | 0.364 | 0.358 |
| Facilita | 0.364 | 0.358 |
| Desarrollo | 0.364 | 0.358 |
| Solución | 0.233 | 0.408 |
| Pregunta | 0.093 | 0.463 |
| Conceptos | 0.093 | 0.463 |
| Previos | 0.093 | 0.463 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes rurales a la pregunta fue: no todas se me facilitan, considero que analizo gráficas, esquemas, etc. fácilmente; pero se me dificultan algunos que necesitan más conceptos o profundización de las matemáticas con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,812.

**Pregunta once: ¿Qué entiende Usted por Resolución de problemas matemáticos?**

Los docentes asocian la resolución de problemas con palabras como: Proceso, Situación, Solución, Problema, Respuesta, Diferentes, Matemáticas, Resolver, elementos que pueden ser parte; sin embargo, no se evidencia en sus respuestas características como pasos, estrategias, metacognición o cognición que son procesos fundamentales para la resolución de una situación problema, pareciera que aunque hay un uso frecuente de estas palabras no hay una apropiación de lo que significa.

*Tabla 114*

*Respuesta de los docentes urbanos a la pregunta: ¿Qué entiende Usted por Resolución de problemas matemáticos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Pensamientos | 1.907 | 0.028 |
| Información | 1.737 | 0.041 |
| Variable | 1.737 | 0.041 |
| Soluciones | 1.554 | 0.060 |
| Realizar | 1.243 | 0.107 |
| Diferentes | 1.146 | 0.126 |
| Estrategias | 0.894 | 0.186 |
| Incógnitas | 0.830 | 0.203 |
| Asociar | 0.830 | 0.203 |
| Adecuado | 0.830 | 0.203 |
| Comprenderla | 0.830 | 0.203 |
| Permitan | 0.830 | 0.203 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta de los docentes urbanos a la pregunta fue: retomar un problema para plantear un nuevo proceso de solución ya sea que hubiese quedado mal o porque existían diferentes soluciones; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,847.

*Tabla 115*

*Respuesta de los docentes rurales a la pregunta: ¿Qué entiende Usted por resolución de problemas matemáticos?*

| Palabra | V. Test | Probabilidad |
|---|---|---|
| Procesos | 1.272 | 0.102 |
| Situaciones | 0.833 | 0.203 |
| Capacidad | 0.660 | 0.255 |
| Permite | 0.660 | 0.255 |
| Problemas | 0.468 | 0.320 |
| Cuenta | 0.468 | 0.320 |
| Respuesta | 0.266 | 0.395 |
| Pregunta | 0.248 | 0.402 |
| Competencia | 0.248 | 0.402 |
| Operaciones | 0.248 | 0.402 |
| Permitan | -0.830 | 0.203 |
| Asociar | -0.830 | 0.203 |

Nota: lista de palabras características por V. test, criterio de chi cuadrado. Datos de la investigación

La respuesta característica de los docentes rurales fue: es un proceso de pensamiento que permite integrar los demás procesos para el desarrollo de competencias y coloca en juego habilidades del individuo. Este proceso debe asociarse a contextos mediados y de interés para activar pre saberes y saberes nuevos con miras a la adquisición de aprendizajes significativos; con un criterio de clasificación de la distancia donde "está la respuesta" a la "respuesta ideal" o respuesta promedio que corresponde al 0,794.

## 5.2. Análisis de los Datos

### 5.2.1. Análisis del Taller de Pre-saberes.

El taller de pre-saberes tenía como objetivo explorar los conocimientos de los docentes sobre el uso del concepto de fracción parte-todo en la resolución de problemas escolares; se aplicó a 67 docentes que orientaban el área de matemáticas en básica primaria. Constaba de doce preguntas diferentes. Cada pregunta se distribuyó al azar, y fueron contestadas individualmente, con un tiempo de diez minutos para contestar cada pregunta.

El taller de pre-saberes está constituido por 12 preguntas sobre el uso de la fracción parte-todo en diferentes contextos, con distintos niveles de complejidad en la situación problema; los numerales uno y cinco estaban orientados al uso de la fracción como parte un todo como operador; la fracción como parte-todo en contexto discreto correspondía a los numerales dos, siete, diez y once con diferentes niveles de complejidad; la fracción parte-todo en contexto continuo correspondía a los numerales tres y cuatro; la fracción como razón se trabajó en los numerales seis, ocho y nueve.

Las situaciones problemas fueron tomadas de talleres para niños de básica primaria y habían sido aplicados previamente a otros que cursaban los grados de cuarto y quinto de una Institución Oficial del departamento. Eran situaciones problemas con respuestas múltiples, pero con solución única.

#### *5.2.1.1. Análisis a la pregunta uno. (Operador)*

Al analizar las respuestas de los docentes, dos contestaron correctamente, se evidenció que uno representa los procedimientos acudiendo a los algoritmos del producto y del cociente, mientras que el otro se limita a encerrar la respuesta sin realizar ningún procedimiento matemático o gráfico (hoja en blanco); en los otros dos docentes que no contestaron de forma asertiva, se evidenció que: uno de ellos realizó gráficas para intentar comprender la situación problema y encerró una respuesta; el otro, se limitó a encerrar una respuesta pero no hay procedimiento alguno en su hoja (hoja en blanco).

Al analizar los procedimientos matemáticos que ejecutó el docente asertivo en su resolución (25% de todos los docentes), permitió evidenciar una comprensión, planeación y representación de la situación problema, como también una verificación de su solución y una validación de su respuesta; los demás docentes mostraron una gran dificultad en la representación de la situación problema aunque marcaron una de las posibles respuestas, lo que permite concluir que se le limitaron a marcar la respuesta pero no presentaron una habilidad matemática en la resolución de situaciones problemas del uso de la fracción parte- todo como operador.

#### *5.2.1.2. Análisis de la pregunta dos. (Contexto discreto)*

La situación problema es más compleja que la anterior y requiere de un reconocimiento de cada elemento como un todo.

De los seis docentes a quienes le correspondió este numeral, se evidenció en sus respuestas que de los tres docentes que no lograron dar solución correcta a la situación problema enunciada, tan solo dos no lograron realizar un esquema alguno, solo se limitaron a encerrar una respuesta (hoja en blanco) del enunciado, (33%) y el otro docente aunque realiza un esquema correspondiente a una regla de tres y acude a los algoritmos del producto y cociente no logró dar la respuesta de forma correcta. En los otros tres docentes que respondieron de forma asertiva, se evidenció que dos realizaron un esquema usando los algoritmos de producto como también de cociente y el restante realizó una representación gráfica de la situación antes de acudir a los procesos algorítmicos.

Lo anterior, permitió concluir que los docentes en primera instancia presentaban una habilidad en el reconocimiento de los procesos algorítmicos, pero esto no garantizaba la habilidad y efectividad en la resolución de las situaciones problemas, tampoco se evidenció la comprensión del problema para lograr identificar la tarea a realizar de forma eficaz.

#### *5.2.1.3. Análisis Pregunta tres. (Contexto continuo)*

Esta pregunta le correspondió a seis (6) docentes. Se evidenció que tan solo un docente, de los cuatro (4) que contestaron correctamente, el 67%, realizó los procedimientos explícitamente y de forma correcta, se constató que de los otros tres docentes, tan solo dos encerraron la respuesta dejando la hoja en blanco, no realizan ninguna acción; el otro docente usó algunos procedimientos que no permitieron evidenciar la solución correcta, sin embargo marcó la respuesta correcta. En el 33% que corresponde a dos docentes, que no respondieron correctamente la respuesta, el resultado permitió evidenciar que uno de ellos no realizó ningún procedimiento (hoja en blanco) tan solo colocó una respuesta de los enunciados y el otro, aunque realizó un largo proceso matemático asociado a los procesos algorítmicos de la adición, sustracción de fracciones no evidenció algún resultado aproximado a los valores propuestos en el enunciado.

Dado que un alto número de docentes que respondieron correctamente la respuesta no presentaban su procedimiento en forma pictórica o simbólica, evitando mostrar sus procesos matemáticos, el resultado no permitió evidenciar la habilidad de los docentes en la resolución de situaciones problemas y su eficacia.

#### *5.2.1.4. Análisis Pregunta cuatro. (Contexto continuo)*

Al analizar las respuestas de los docentes, se observa que seis docentes respondieron este numeral, de los cuales ninguno respondió correctamente (el 100%). Se evidenció que tres de los docentes no marcaron ninguna respuesta, pero dos no hicieron intentos en realizar la resolución del problema, pues su hojas estaban en blanco y el otro realizó una representación gráfica de la situación con un acompañamiento algorítmico de adición de fracciones; en los otros tres que marcaron incorrectamente su respuesta, se evidenció que dos de ellos realizaron una gráfica de la situación si ningún proceso algorítmico y uno de ellos contestó pero no realizó procedimiento alguno (hoja en blanco).

Lo anterior permitió interpretar que la situación problema que estaba enmarcada dentro del contexto del problema tres, solo que se daba una restricción adicional al enunciado inicial, presentaba un grado de complejidad en su comprensión y parece que no fue posible abordarla eficaz y eficientemente por los docentes participantes, aunque correspondía al uso de fracción parte-todo en contexto continuo.

#### *5.2.1.5. Análisis Pregunta cinco. (Operador)*

Al analizar las respuestas de los docentes, se observó que este numeral fue respondido de forma correcta por cuatro docentes (el 100%). Se evidenció en sus respuestas que dos docentes presentaron en su resolución procesos gráficos y numéricos simultáneamente acompañados del procesos algorítmicos, el otro usó solo el proceso algorítmico del producto y del cociente, el último docente participante tan solo se limitó a marcar una de las respuestas propuestas, pero no logró realizar esquema alguno (hoja en blanco), corresponde al 25%.

Lo anterior, permitió concluir que los docentes, en primera instancia, logran resolver situaciones de nivel simple de forma asertiva y presentan una habilidad en el reconocimiento de los procesos algorítmicos, pero esto no garantiza la habilidad en la resolución de las situaciones problemas de la fracción parte-todo como razón.

#### *5.2.1.6. Análisis Pregunta seis. (Razón)*

Al analizar las respuestas de los docentes, se evidenció que ninguno contestó correctamente este numeral. Los tres docentes presentaron la resolución de problemas asociados con algoritmos como sustracción, producto y equivalencia de fracciones correspondientemente a cada uno de los participantes, de los cuales dos no marcaron ninguna respuesta y tan solo uno, encierra una respuesta del enunciado en forma incorrecta. Lo anterior, permitió interpretar que en la situación problema que estaba enmarcada a la fracción como razón, con situaciones de problema sencillos muy usuales en el aula, los docentes participantes no lograron responder correctamente mostrando una nula eficacia en el proceso de la resolución del problema.

#### *5.2.1.7. Análisis Pregunta siete. (Discreto)*

De los seis docentes a quienes le correspondió este numeral, se evidenció en sus respuestas que tres no marcaron ninguna respuesta de los enunciados; sin embargo, se observó que: uno trató de representar la situación problema de manera gráfica tratando de asociar el algoritmo del cociente, otro docente trató de resolver la situación problema realizando un razonamiento en palabras, asociándolo a la mitad de cada enunciado, y el otro docente intentó realizar una gráfica sobre la recta numérica, el docente que marcó incorrectamente su respuesta no realizó ningún procedimiento, dejó su hoja en blanco, los otros dos docentes que marcaron la respuesta correcta presentaron los siguientes procesos: uno realizó una asociación con símbolos numéricos únicamente; sin embargo, la respuesta marcada fue correcta y el otro docente realizó procesos con los algoritmos de la adición, y producto, para por último presentar un proceso de razonamiento que lo induce a la respuesta correcta.

Lo anterior, permitió inferir lo siguiente: el hecho de que los docentes presenten una habilidad en el uso de algoritmos no garantiza su eficacia en la resolución de problemas con el uso de la fracción como parte-todo en contexto discreto, quizás porque no hay un entendimiento frente a la comprensión del problema y la identificación de la tarea a ejecutar.

#### *5.2.1.8. Análisis Pregunta ocho. (Discreto)*

Al analizar las respuestas de los docentes, se pudo constatar que dos docentes representaron inicialmente la fracción como una razón; sin embargo, en un segundo momento la relacionaron con los algoritmos del producto y luego con el cociente; uno de ellos, si presentó el proceso acorde a la respuesta correcta, mientras que en el otro no se evidenció la correlación de la respuesta con el procedimiento, sin embargo, marcó la respuesta correcta. Los otros dos docentes, presentaron una resolución de la situación problema de manera gráfica en primera instancia; sin embargo, relacionan la fracción como una razón, la respuesta marcada no es correcta y el otro también realiza una solución gráfica y la asocia con la razón pero no respondió ningún enunciado.

De lo anterior, se pudo inferir que a pesar de identificar la fracción parte-todo como una razón, no hubo habilidad en su uso al resolver situaciones problemas ya que sus procesos matemáticos no permitieron evidenciar la habilidad de los docentes en la resolución de situaciones problemas con eficacia.

#### *5.2.1.9. Análisis Pregunta nueve. (Razón)*

Haciendo un análisis a los cinco docentes a quienes le correspondió este numeral, permitió evidenciar en sus respuestas que tres no marcaron ninguna respuesta de los enunciados; sin embargo, se observó que dos presentaron la fracción como razón en primera instancia y luego lo asociaron con el algoritmo del cociente, no se evidenció una solución correcta; el tercero representó la situación del problema de manera gráfica asociándola primero al algoritmo del producto y luego al cociente; de los dos docentes restantes que marcaron una de las respuestas propuestas en el enunciado, pero en forma no correcta, se evidenció que uno realizó una representación de la información priorizando el algoritmo del producto y luego del cociente, llegando a una de las respuestas propuestas y el otro realizó una representación de la razón pero no logró identificar su procedimiento, se quedó en el enunciado únicamente.

Lo anterior, permitió inferir que los docentes presentaron una habilidad en el uso de algoritmos, pero esto no garantizó su eficacia en la resolución de problemas con el uso de la fracción parte-todo como razón, quizás porque no existió entendimiento frente a la comprensión del problema y la identificación de la tarea a ejecutar.

#### *5.2.1.10. Análisis Pregunta diez. (Discreto)*

Este problema lo contestaron nueve docentes. Al analizar sus respuestas, tres de ellos contestaron correctamente, pero no hay ningún procedimiento (hoja en blanco), cuatro de los profesores realizaron una identificación del todo en contexto discreto y realizaron una relación de la parte-todo, el otro docente presentó un proceso asociado con los algoritmos del producto y del cociente que no correspondía a la solución; a pesar de ello marca la respuesta correcta, el otro docente presentó un planteamiento adecuado como razón.

Al efectuar un análisis más minuciosos sobre algunas respuestas, se establece que un docente realizó la fracción como razón pero priorizó el algoritmo de la multiplicación; en otros dos docentes, uno de ellos representó la situación problema de manera gráfica sin marcar ninguna respuesta del enunciado; el otro también realizó una solución grafica con una representación de la fracción aunque su respuesta no fue correcta.

Lo anterior, permitió inferir que a pesar de ser una situación problema sencilla se evidenció que un alto número de docentes, cinco (55%) si lo lograron, pero cuatro (45%) no lograron consolidar procesos dejando en blanco la hoja, lo cual evidenció que no hay una habilidad en la resolución de situaciones problemas con el uso de fracción parte-todo en contexto discreto y se confunden con el de razón; es decir, no hay claridad en los significados de la fracción.

#### *5.2.1.11. Análisis Pregunta once (Discreto)*

Al analizar las respuestas de los cinco docentes, tres de ellos encierran la respuesta correcta, pero no hay ningún procedimiento (hoja en blanco), los otros dos docentes realizaron una identificación del todo con diez figuras geométricas y relacionaron el triángulo como dos de diez.

Lo anterior, permitió inferir que a pesar de ser una situación problema sencilla se evidenció que un alto número de docentes (tres) no logran consolidar procesos dejando en blanco su hoja (60%), lo cual demostró que no hay habilidad en la resolución de situaciones problemas con el uso de fracción como parte-todo como razón.

#### *5.2.1.12. Análisis Pregunta doce. (Discreto)*

Al analizar las respuestas de los cinco docentes, todas en forma correcta, tres de ellos encerraron la respuesta correcta, sin ningún procedimiento (hoja en blanco), otro docente realizó la relación del número de carros con la ambulancia; otro hizo una representación gráfica efectuando una equivalencia de forma numérica.

De lo anterior se pudo inferir que a pesar de ser una situación problema sencilla se evidencia que un alto número de docentes (tres) no logran consolidar procesos dejando en blanco su hoja (60%), lo cual evidenció que no hay habilidad en la resolución de situaciones problema con el uso de fracción parte-todo como razón.

#### *5.2.1.13. Comparación y síntesis del análisis del taller de presaberes.*

Al analizar las respuestas de los docentes en forma general, se tiene que una mayoría (52%) lo hacen en forma correcta, el 48% restante no (ver figura 11).

Ahora, al realizar un análisis por preguntas, se tiene que: los numerales 1 y 5 en situaciones problemas donde se usaba el concepto de fracción parte-todo como operador, se evidenció que el 75% de los docentes que realizan la resolución de problemas lo hacen de forma asertiva, dado que es una actividad constante en el trabajo de aula.

*Tabla 116*

*Análisis de los resultados eficaces dados por los docentes urbanos y rurales en el taller de presaberes.*

| Uso | Resultado |
|---|---|
| Operador 1 y 5 | 70% de los docentes respondieron de forma eficaz. |
| Discreto 2,7,10,11 y 12 | 74% de los docentes respondieron de forma eficaz. |
| Continuo 3 y 4 | 33% de los docentes respondieron de forma eficaz. |
| Razón 6, 8, y 9 | 30% de los docentes respondieron de forma eficaz. |

Nota: datos de la investigación

Los numerales 2, 7, 10, 11 y 12 que correspondía a situaciones problemas con el uso de la fracción parte-todo en contexto discreto se evidenció que el 74% de los docentes resuelven estos problemas de forma correcta.

Los numerales 3 y 4 que correspondía a situaciones problemas con el uso de la fracción en contexto continuo, tan solo el 33% contestaron de forma correcta.

Los numerales 6, 8 y 9 cuya situación problema era el uso de la fracción parte-todo como razón, el 30% de los docentes lo hicieron en forma asertiva.

Ahora, al hacer un análisis de la eficacia de los docentes al resolver situaciones problema con el uso del concepto de fracción parte-todo, solo el 52%, que corresponde a 35 docentes de los 67 participantes en la investigación fueron eficaces. Hay que tener en cuenta que, eran docentes con experiencia laboral (15 años en promedio) y que venían orientando la asignatura de matemáticas en básica primaria, en sectores urbanos y rurales, enseñando el concepto de fracción parte-todo, en las aulas de clase; a pesar de ello, muestran una debilidad epistemológica y pedagógica, lo cual se confirmó en su práctica, cuando se hizo la observación (diario de campo), la resolución de situaciones problemas en el desarrollo de los talleres, demuestran una baja competencia, en resolución de situaciones problema y en sus habilidades matemáticas. De igual manera, al analizar a los 21 docentes que no presentaron ningún proceso en la hoja, dejándola en blanco, (el 31%) dejan ver la imposibilidad de lograr consolidar los procesos para resolver las situaciones problemas o su dificultad en la comprensión de la situación problema; de igual manera, presentan un alto nivel de dificultad en la resolución de situaciones problemas en contexto continuo y como razón.

Al comparar los resultados a nivel de eficacia en la resolución de problemas con el concepto de fracción parte-todo y su uso en contexto continuo, en contexto discreto, como razón, con los resultados de las pruebas nacionales Saber se evidenció que el porcentaje de docentes que no logran tener asertividad es bastante alto (48%), dada la muestra pequeña en relación con todos los establecimientos oficiales del departamento (254), lo cual es muy parecida a la debilidad presentada por los estudiantes, esto permitió inferir que hay dificultad en el concepto de fracción parte-todo y su uso en las matemáticas escolares, mostrando una bajo nivel de habilidades epistemológicas y pedagógicas en la resolución de problemas matemáticos aplicados con frecuencia en el aula para estudiantes de básica primaria.

##### *5.2.1.14. Identificación de conocimientos semánticos, lingüísticos y esquemáticos.*

A la luz de la teoría de Mayer (1986) basada en procesos y conocimientos específicos, donde se presenta el modelo de resolución de problemas matemáticos, fundamentado en los procesos de comprensión y solución, como también en la tipificación de estrategias con diferentes tipos de conocimientos (lingüístico, semántico y esquemático) Morales (2008), se logró identificar que 21 docentes que corresponden al 33% de los docentes que presentaron procesos en la resolución de problemas, tienen conocimiento lingüístico (11 rurales y 10 urbanos) dado que presentan una gran habilidad en el planteamiento del problema en un lenguaje simbólico, abordando de forma directa un modelo algorítmico para la resolución de la situación problema; 8 docentes que corresponde al 10% evidencian un tipo de conocimiento semántico (4 rurales y 4 urbanos) representando los datos iniciales de la situación problema en un lenguaje natural, posteriormente transcriben del lenguaje natural a representaciones simbólicas y por ultimo abordan un modelo algorítmico; y 12 docentes que corresponden al 18% de los participantes presentan un tipo de conocimiento esquemático (11 rurales y 1 urbano) por cuanto, primero realizan un esquema gráfico de la información dada sobre la situación problema, luego codifican los datos a representaciones simbólicas y simultáneamente identifican un modelo matemático para la resolución de la situación problema.

Finalmente, un alto porcentaje de docentes, (26), el 39%, discriminados en (24 rurales y 2 urbanos), no realizan ningún proceso o esquema frente a la resolución de la situación problema dejando en blanco la hoja y algunos marcando alguna propuesta (ver figura 13).

Según Pintrich, Smith, García y McKeachie (1991) y Pintrich y García (1993), no consolidan los procesos de planeación, control y regulación como también se evidencia ausencia en las estrategias de repaso, organización y pensamiento crítico.

Al analizar estos resultados sobre la observación directa del diario de campo, se evidenció en los docentes, un afán de dar respuesta numérica, de forma rápida, pero no hay un proceso de reflexión para organizar y comprender el planteamiento de la situación problema, dejando entrever que no se ha desarrollado en el docente mismo la consolidación de las estrategias metacognitivas, quizás porque consideran que la matemática es tan solo hacer uso de procesos algorítmicos que conllevan a una respuesta, dejando de lado la importancia que se tiene en el macro proceso de la resolución de problemas el proceso de comprensión de la situación problema, específicamente la etapa de identificación del problema.

En síntesis, se puede afirmar que, el hecho de que el docente enseñe el concepto de fracción como parte de un todo en el aula, no implica la habilidad y el uso asertivo del mismo en la resolución de problemas; de igual manera, vale la pena anotar que, existen diferentes tipos de conocimientos específicos que conllevan a estrategias propias del proceso, lo cual no garantiza la eficacia del proceso, pero si contribuye a la comprensión de la situación problema.

### 5.2.2. Análisis de resultados del taller fracción parte-todo en contexto continuo

La situación problema estuvo orientada al reconocimiento del concepto de la fracción como parte-todo en contexto continuo; estaba compuesta de tres macro procesos: en la primera parte se buscaba que los docentes describieran las estrategias o pasos (5) que emplean ellos para abordar la situación problema (estrategias metacognitivas), el segundo momento, buscaba la representación esquemática de los pasos concebidos en primera instancia (consolidación estructura), en el tercer momento se hizo la socialización de sus resoluciones para iniciar el proceso de validación y se realizó la reflexión de la validación de sus estrategias individuales frente al colectivo y su explicación.

La situación del Problema era la siguiente:

Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.

Se desea sacar los 4/6 del siguiente bloque de queso. Utiliza una tira de papel que tenga la misma longitud del largo del queso. (Se entrega la tira de papel)

Describa las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema:

#### *5.2.2.1. Comparación de las respuestas características de los docentes Urbanos y Rurales*

Al hacer el análisis de las respuestas dadas por los docentes, en los pasos que realizaron para resolver la situación problema, se observa:

*Tabla 117*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto continúo, paso uno.*

| No. Paso | Docentes urbanos | Docentes rurales |
|---|---|---|
| Uno | Comparar la unidad de medida con el queso, luego divida el papel en tres partes, después haga un pliegue por la mitad y obtiene seis partes iguales aproximadamente, luego compare con el queso marcando 4 partes de seis.<br>Leí la situación problema, encuentro los siguientes datos 1 bloque de queso 4/6 | Tomé la tira de papel que medía aproximadamente lo mismo que la tira dibujada, la doble en dos partes iguales (1/2), luego cada mitad la dividí o mejor la doble en tres partes iguales para que en total fueran seis y marque en la tira las 4 partes para que así fueran 4/6 y por ultimo marque la medida en el queso. |

| | | |
|---|---|---|
| | del bloque de queso, poseo una tira de papel de la misma longitud. | Mido el queso con la tira de papel, divido la tira en 3 partes iguales, luego en 6. |
| | Tomé una cinta de la misma longitud que el queso, la dividí en 6 partes y de ellas marqué cuatro, así resulta 4/6 de queso que es el todo. | Se divide el papel (patrón de medida) en 6 partes iguales, y luego se toman 4 de 6 |

Nota: datos de la investigación

Ambos grupos conciben en primera instancia el bloque de queso como la unidad o como el todo, realizan divisiones en partes iguales; lo que permite inferir que comprenden el concepto de fracción como parte-todo.

Además, los docentes organizan y comprenden el material concreto entregado para establecer un procedimiento para resolver la situación problema planteada, realizando un análisis desde las Estrategias Metacognitivas señaladas por Printrich, corresponde específicamente al proceso general de planeación.

El grupo de docentes urbanos dividieron en seis partes iguales el bloque para tomar 4 de 6 del todo y los docentes rurales realizaron una equivalencia entre la longitud del queso como el todo y dividieron en seis partes iguales de manera diferente, pero con el mismo concepto, identificaron claramente la división en partes iguales.Se observa que los docentes de ambos grupos realizaron ajustes continuos con el material concreto, la tira de papel y realizaron conexiones internas y externas con el aprendizaje acudiendo a la memoria de corto y largo plazo, lo que permite inferir que realizan ajustes continuos de los procesos cognitivos que corresponde al proceso general de metacognición de *regulación* (Pintrich).

*Tabla 118*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto continúo, paso dos.*

| No. Paso | Docentes urbanos | Docentes rurales |
|---|---|---|
| Dos | Colocar la tira de papel para medir la longitud del largo del queso, dividir la tira de papel en 6 partes iguales, tomar 4/6 y colocarlos en el largo del queso, para mirar a que parte corresponde.<br>Luego cada una de esas partes, la dividí por la mitad quedando 6 partes | Tomar 4 partes de las 6 en las que se dividió la unidad.<br>Se dividió la tira en tres partes, las tres partes las dividí en seis.<br>Se divide en tres partes la hoja y cada una en dos partes. |

| | | |
|---|---|---|
| | Tomar la tira de papel como el todo (queso), dividirla en sextos | |

El grupo de docentes urbanos dividen en 6 partes iguales el bloque para tomar 4 de 6 del todo y los docentes rurales realizan una equivalencia entre la longitud del queso como el todo y dividen en seis partes iguales de manera diferente, pero con el mismo concepto, identifican claramente la división en partes iguales.

Se observa que los docentes de ambos grupos realizan ajustes continuos con el material concreto la tira de papel y realizan conexiones internas y externas con el aprendizaje acudiendo a la memoria de corto y largo plazo, lo que permite inferir que realizan ajustes continuos de los procesos cognitivos que corresponde al proceso general de metacognición de Regulación (Printrich).

*Tabla 119*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto continúo, paso tres.*

| No. Paso | Docentes urbanos | Docentes rurales |
|---|---|---|
| Tres | Tomando las medidas en la tira o las partes iguales se superpone en el queso para realizar la división de este en partes iguales.<br>Primero se divide en tres partes ya que seis es múltiplo de tres.<br>Después se verifica que haya quedado dividida en seis partes iguales. | Seguidamente con la tira que dividí, tome 4 partes de las 6 y las represente en el bloque de queso.<br>Tomo el patrón y mido sobre el queso, es decir tomo 4/6 y me quedan 2/6.<br>Posteriormente tome la tira y represente pictóricamente la medida; la cual es 4/6 atendiendo al patrón de la tira, me sobran 2/6. |

Nota: datos de la investigación

En este paso los docentes continuaron con el proceso de *Regulación* realizando comprobación del material concreto sobre la imagen, acorde al enunciado de la situación problema.

Los docentes urbanos se devolvieron a explicar el proceso de los sextos (no son sistemáticos) mientras los docentes Rurales continuaron con el proceso de resolución y realizaron una analogía con la fracción, como un operador realizando una equivalencia del total y de lo que se toma realizando ajustes continuos de forma sistemática en el proceso cognitivo, continuaron con el proceso de control.

*Tabla 120*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto continúo, paso cuatro.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Cuatro | Una vez se tengan las 3 partes, volver a dividir por la mitad para obtener los sextos. | Como en la fracción 4/6 el denominador indica la parte en que se divide la unidad y el nominador las partes que se toman, por lo tanto, se colorea o se marcan cuatro pedazos de queso. |
| | Ahora socializo y verifico las respuestas con el grupo. | Hice dobleces equivalentes para sacar las seis partes iguales, primero doble una de las partes superficial a la mitad para al final, doblar un poco menos y que me salieran las tres partes iguales en cada mitad. |
| | Finalmente se mide el largo del queso. | Se colocó la tira en la ilustración y luego tome las cuatro partes de seis. |

Nota: datos de la investigación

Los docentes urbanos recurrieron a realizar otra revisión desde lo concreto y la socialización, mientras los de docentes rurales realizaron la verificación de la solución a partir del uso de material concreto, de tal manera que se pudiese ilustrar el todo y colorear lo que se toma, lo cual evidencia que los docentes en este paso realizaron una realimentación para determinar la tarea solicitada en la situación problema, luego los docentes hicieron el proceso metacognitivo control y regulación.

*Tabla 121*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto continúo, paso cinco.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Cinco | Observo si hay otras formas de resolverlo. | Al final 4/6 son lo que se utilizan 2/6 sobran. 4/6 + 2/6 = 6/6 = 1. |
| | Se parten los cuatro pedazos. Tomar 4 partes de las seis. | Se superpone el papel sobre el molde, se toman 4 partes de las 6 y se marcan sobre el dibujo. |

Nota: datos de la investigación

Los docentes urbanos recurrieron a realizar otra revisión sobre otras formas de dar solución a la situación problema (como una realimentación o ajuste) mientras los de docentes rurales comprobaron numéricamente su solución a través del algoritmo de adición de fracciones, realizando verificación de la solución a partir del uso de material concreto de tal manera que se pudiese ilustrar las seis partes. Lo anterior, evidencia que los docentes en este paso realizaron una realimentación para determinar la tarea solicitada en la situación problema, luego, los docentes realizaron el proceso metacognitivo de control y regulación como también de verificación.

Se puede concluir, que los docentes rurales presentan una mejor estructura de los procesos metacognitivos de planeación, control y regulación que los docentes urbanos, pareciera que éstos solo buscan dar una respuesta pronta a la situación problema pero no realizan un proceso de reflexión sobre: ¿el cómo?, ¿el cuándo? y ¿cuál es la tarea? que de manera implícita realizan los docentes rurales al buscar verificar su eficacia en la solución.

Posterior al desarrollo de los pasos para analizar los procesos metacognitivos empleados por los docentes para identificar sus estrategias metacognitivas, se procedió a solicitar que realicen una representación esquemática de la comprensión de la situación problema para corroborar las estrategias metacognitivas e identificar el tipo de conocimiento específico pose cada docente, con el siguiente enunciado: *"Ahora, represente pasos o formas diferentes para usar la tira de tal manera que se pueda sacar los 4/6".*

#### 5.2.2.2. Respuesta al enunciado: "Ahora, represente pasos o formas diferentes para usar la tira de tal manera que se pueda sacar los 4/6".

*Tabla 122*

*Representación de los esquemas en los pasos por parte de los docentes (urbanos y rurales) al solucionar el problema propuesto.*

| Momentos | Docentes urbanos | | | Docentes rurales | | | Resumen | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | No docentes | Esquema Estructurado | % | No. docentes | Esquema Estructurado | % | No. Docentes | % |
| Un solo esquema) | 18 | 6 | 33% | 49 | 11 | 22% | 17 | 27% |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (2E squema Secuencial imágenes) | 4 | 22% | 16 | 33% | 20 | 27% |
| No representa Esquema | 8 | 45% | 22 | 45% | 30 | 46% |
| Totales | 18 | 100% | 49 | 100 | 67 | 100% |

Nota: datos de la investigación

De acuerdo al desarrollo del enunciado y a los procedimientos ejecutados por los docentes cuando resolucionan las situaciones problema, se logró identificar que: cuatro de los dieciocho (4/18) docentes urbanos presentaron un esquema estructurado en dos momentos: el todo, la fracción parte-todo identificando la parte del todo a tomar, permitiendo inferir que se concibe el concepto de la fracción parte-todo en contexto continuo, corresponde al 22% de la muestra.

Seis de dieciocho (6/18) docentes realizan un solo esquema donde identifican el todo dividido en seis partes, no hay seriación en el esquema infiriendo que se reconoce el concepto de la fracción como un todo, corresponde al 33%. Ocho de los dieciocho (8/18) docentes no respondieron, dejando en blanco el espacio. No hay representación alguna del esquema solicitado, corresponde al 45%.

Por su parte, para los docentes rurales, dieciséis de los cuarenta y nueve (16/49) presentaron un esquema estructurado en dos momentos: el todo, la fracción parte-todo identificando la parte del todo a tomar, permitiendo inferir que se concibe el concepto de la fracción parte-todo en contexto continuo, corresponde al 33% de la muestra. Once de los cuarenta y nueve (11/49) docentes realizó un solo esquema donde identificaron el todo dividido en seis partes, no hay seriación en el esquema infiriendo que solo se reconoce el concepto de la fracción como un *todo*, pero no hay reconocimiento del uso en contexto continuo, corresponde al 22%. Veintidós de los cuarenta y nueve (22/49) docentes no respondieron, dejando en blanco el espacio. No hay representación alguna del esquema solicitado, corresponde al 45%.

En correspondencia con lo anterior y al realizar una ponderación de toda la muestra, se puede concluir que solo el 27% de toda la muestra que equivale a 20 docentes presentan un reconocimiento y uso del concepto de fracción parte-todo en contexto continuo, el 27% que equivale a 17 docentes logran identificar el concepto parte-todo, pero el 45% que corresponde a

30 docentes no logra realizar ninguna representación de la situación problema dejando en blanco la hoja.

La representación de los pasos estaba orientada a identificar la seriación de los procesos o esquemas percibidos por cada docente al comprender la situación problema, permitiendo observar como reconocen la información proporcionada en el enunciado y su representación de los procesos en la etapa de comprensión del problema a través de esquema que puede ser simbólico, gráfico o escrito.

Al analizar el promedio de los resultados obtenidos por el total de los docentes, se evidencia que: el 27% de los docentes presentan una secuencia estructurada de la comprensión del problema realizando en un primer momento, la concepción de unidad o parte-todo y en un segundo momento, en contexto continuo. Por la experiencia de los docentes y la praxis en la enseñanza del tema, es bajo el número de docentes (20) que presentan un dominio claro sobre el uso de la fracción como parte-todo en contexto continuo y es pertinente considerarlo, porque el 45% que es un alto número de docentes (30) no logra responder ni realizar ningún tipo de estructura.

Por otra parte, el 78% de los docentes equivalente a 47 personas presentan un débil proceso de planeación, control y regulación en la etapa de comprensión del problema en la resolución de problema de fracción parte-todo en contexto continuo. Desde Printrich las estrategias metacognitivas que se evidencian en el proceso de planeación donde se establece el procedimiento para abordar la situación problema; retomando a Polya, la resolución de problemas (RP) se ubica en la etapa de comprensión del problema y específicamente en la representación de la figura de la situación problema. Para Stanic y Kilpatrick, la RP es una habilidad para controlar los procesos de planeación, a partir de concebir el concepto parte-todo y correlacionarlos con los conceptos matemáticos con eficacia.

Realizando un promedio de los resultados obtenidos por los grupos de los docentes se pudo evidenciar que el 27% presentó una estructura secuencial del proceso (realiza dos esquema secuenciales) y la concepción del concepto de fracción parte-todo en contexto continuo, mientras que el 27% solo concibe el concepto de fracción parte-todo, es decir, (realiza una sola representación) y el 45% de los docentes no pudieron realizar un esquema gráfico de la comprensión del problema, lo que permitió evidenciar que no hay un proceso de planeación de la resolución del problema abordado; en consecuencia, se concluye que no hubo un proceso de reflexión y conocimiento sobre lo que demanda la tarea, como tampoco una conciencia de los procesos metacognitivos y la resolución de problemas que permitan mostrar una habilidad pedagógica o epistemológica del docente para abordar con eficacia los problemas con el concepto de fracción parte-todo en contexto continuo.

Del análisis de los dos grupos se pudo concluir que los docentes *Rurales* presentan una mejor estructura y comprensión del concepto de la fracción parte-todo en contexto continuo que los docentes Urbanos, aclarando que ambos presentan debilidades ya expresadas.

El número de docentes que realizan representación del esquema de la situación problema corresponde a 37 personas distribuidas así: 10 del sector Urbano y 27 del Rural, correspondientes al 54% de los participantes que lograron consolidar una representación de los procesos o pasos descritos en la primera etapa (metacognición) comprensión de la situación problema y el esquema a la representación (comprensión de la situación) y 30 docentes participantes que no lograron representar el esquema, a pesar de haber descrito los procedimientos (8 urbanos y 22 rurales).

#### *5.2.2.3. Validación y socialización de los procesos y respuestas*

Al analizar las respuestas dadas por los docentes a la validación de respuestas, estos fueron los resultados.

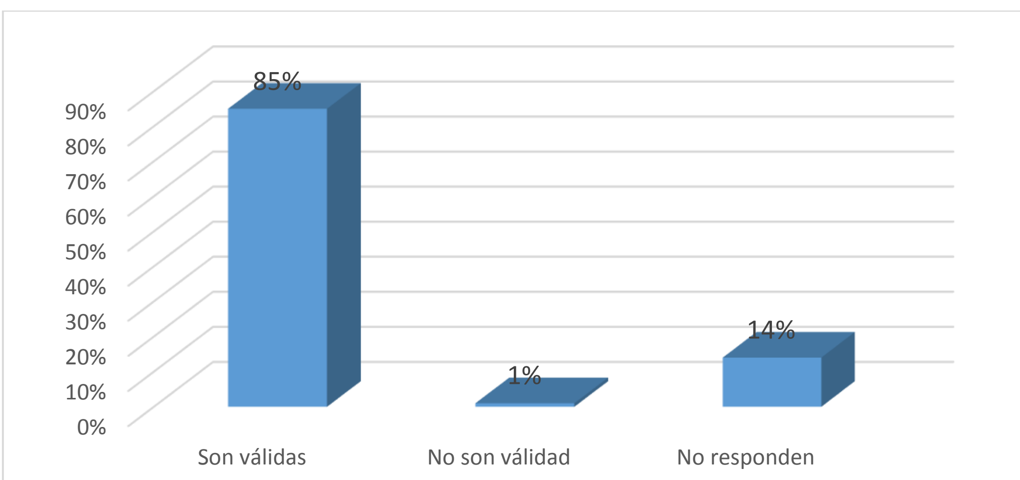



*Figura 17.* Validación de las respuestas dadas por los docentes, frente a la solución, en Porcentaje. Datos de la investigación

Al solicitar la respuesta realizada de forma individual, con los compañeros de mesa de trabajo, cada uno compuesta por 5 docentes, 57 docentes que equivalen al 85% manifiestan que sus respuestas fueron validadas, respecto de las soluciones compartidas y observadas por sus compañeros, realizando el proceso de control en la ejecución de las estrategias de resolución de problema abordado; 9 docentes correspondientes al 14% no responden (dejan en blanco la hoja) y 1 docente que corresponde al 1%, manifiesta que no es válida su respuesta frente a las demás. La explicación que los docentes dieron, fueron analizadas mediante el software con el cual se realizó la investigación, siendo altamente confiable y riguroso en el proceso.

Al realizar el análisis y la comparación de las respuestas características de los dos grupos se evidenció que los docentes urbanos, consideran válidas sus soluciones porque se cumplió con lo pedido, que era medir 4/6 del queso usando la tira de papel y para los docentes rurales la solución es válida, por que divide la unidad en número de partes, o sea en divisiones; las dos formas y respuestas son válidas, se obtienen los mismos resultados, puesto que todas llegan a determinar el fraccionamiento de la tira en seis partes.

Luego se puede concluir que para los docentes su validación está en llegar a la solución de la situación problema para comprobar su respuesta, pero no manifiestan la pertinencia en el razonamiento, en los métodos o estrategias empleados para llegar a la respuesta; la socialización permitió realizar una reflexión dentro de los participantes para reconocer a la heurística como camino diferente o formas de llegar a una misma solución.

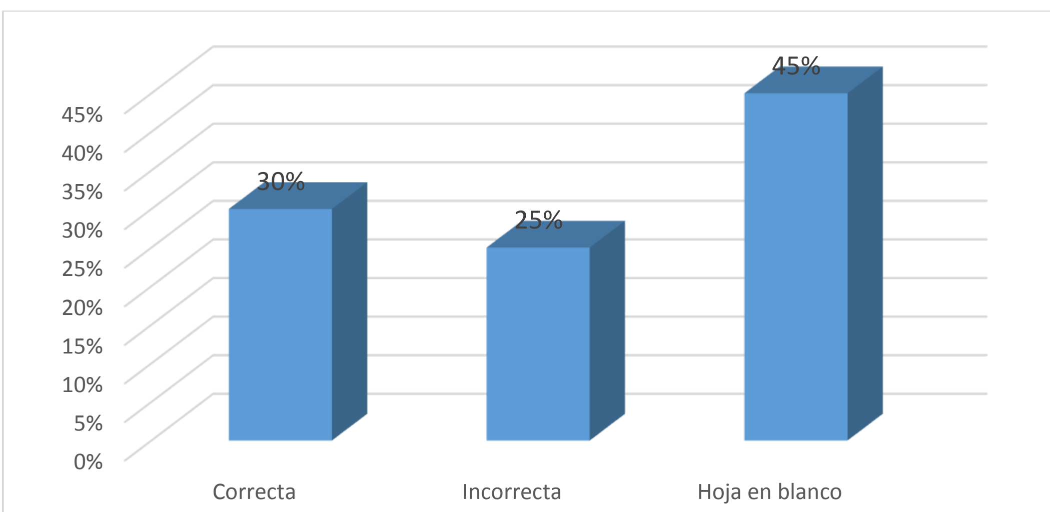



Figura 18. Eficacia en las Respuestas dadas por los docentes en el Taller de.  Fracción Parte todo Contexto Continuo. Datos de la investigación.

.La eficacia se evidencia en el 30% de los docentes participantes que logran representar el esquema de la situación problema de manera correcta, el 25% presenta esquema pero no lo realiza de manera correcta pero es de notar que el 45% no logra realizar ningún tipo de esquema (dejando en blanco la hoja) de la situación, mostrando un alto nivel de dificultad.

### 5.2.3. Análisis del taller sobre la fracción parte-todo, en contexto discreto

La situación problema estuvo orientada al reconocimiento del concepto la fracción como parte-todo en contexto discreto; estaba compuesta de cuatro macro procesos: en la primera parte se buscaba que los docentes describieran las estrategias o pasos (5) que emplean para abordar la situación problema (estrategias metacognitivas); el segundo momento, buscaba la representación esquemática de los pasos concebidos en primera instancia (consolidación estructura); en el tercer momento se hizo la socialización de sus resoluciones para iniciar el proceso de validación de las estrategias individuales frente al colectivo; en el cuarto momento se realizó un análisis para comparar del concepto de fracción parte-todo y las diferencias que hay entre el contexto continuo (queso), con el contexto discreto (chocolates).

La situación problema fue: Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.

En una caja de chocolates hay 12 chocolates. Los chocolates con relleno son los cuatro sextos de la unidad, ¿cuántos chocolates tienen rellenos y cuántos no?

Describa las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema enunciada. (En el recuadro hay la numeración desde 1 hasta 5).

#### *5.2.3.1. Comparación de las respuestas dadas por los docentes en los pasos.*

Las respuestas dadas por los docentes en los diferentes pasos realizados para buscar la solución al problema planteado, se observa a través del siguiente cuadro comparativo.

*Tabla 123*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto discreto, paso 1.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Uno | Lectura del problema, datos, 1 caja con 12 chocolates, condiciones, chocolates con relleno son 4/6 del total de chocolates de la caja. Problema ¿cuántos chocolates tienen relleno y cuantos no? | Dividí la caja de chocolates en seis partes, cada parte quedo conformado por 2 chocolates, tomo 4 partes de las 6 partes de la unidad (caja), las 4 partes equivalen a 8 chocolates rellenos 4/6 de 12 = 8 y 4 no rellenos 2/6 de 4. |
| | Formar grupos de a dos chocolates para obtener 6 cajas de estas tomar 4 y contar cuantos chocolates hay en total. | Tome la figura y la dividí en 6 partes iguales en donde cada parte eta conformada por 2 chocolates, luego tome 4/6 de los 6 chocolates que se representan, los chocolates con relleno y los 2/6 restantes representas los chocolates sin relleno. |
| | Leer la situación y verificar datos. 12 chocolates en total, de los cuales 4/6 tienen relleno. | Se divide la unidad en 6 partes iguales grupos, se toman 4, son 8 con relleno y 4 no. |

Nota: datos de la investigación

Ambos grupos concibieron en primera instancia, que la caja de chocolates conformada por 12 chocolates era la unidad o el todo; sin embargo, lo que buscaban los docentes en esa instancia era encontrar los chocolates rellenos, llegar a la respuesta directamente, para este fin realizaron una reagrupación o subgrupos de chocolates que sería equivalente a fraccionar el todo; aunque los docentes urbanos realizaron los grupos, no manifestaron la relación de partes iguales; a diferencia de los docentes rurales que si lo contemplaron; esto permite inferir que los docentes rurales presentaron una mejor estructura en el primer paso de comprensión de la situación problema, pareciera que comprenden el concepto de fracción parte-todo en contexto discreto, aunque no es explícito.

Es de señalar que, una gran mayoría de docentes organizaron la información entregada en la situación problema en forma gráfica, para establecer un procedimiento a fin de resolver la situación problema planteada correspondiente a las estrategias metacognitivas de planeación, organizando porque comprende la situación problema y estableciendo un procedimiento de trabajo para resolverlo (Pintrich, 1991).

Por otra parte, al realizar un análisis a la resolución del problema se logra correlacionar con el autor Mayer (1986) desde el modelo de resolución de problemas matemáticos, dado que los docentes efectuaron una comprensión global de la situación problema, permitiendo representar internamente la situación problema; se observa que los docentes rurales presentaron una mejor comprensión de la situación problema acorde al concepto y uso de fracción parte-todo.

*Tabla 124*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto discreto, paso dos.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Dos | 2/3 se multiplica por 12 que son la totalidad 2/3 x 12/1 = 24/3 = 8 chocolates rellenos. | Luego se toman 4 partes de la mitad de los 6 chocolates 4/6. |
| | Sumas los que encierra y cuento todos 8/12, para dar el resultado de los rellenos, los no rellenos 4/12. | Se toman 4 partes y se multiplican por la cantidad de chocolates que representa cada parte (4 * 2 = 8). |
| | Mirando la gráfica saco lo 4/6 de los 12 chocolates que hay en la caja, la reparto en 6 el total y tomo 4. | Los 4/6 de los 12 chocolates corresponde a 8 chocolates. |

Nota: datos de la investigación

Los docentes urbanos realizaron una asociación de los datos de la situación problema y la relacionaron con el producto y el cociente de fracciones en primera instancia, buscando dar el número de chocolatines rellenos; en segundo lugar realizaron una solución a partir de la gráfica por medio de reagrupación del conjunto de los chocolates; se deduce que por medio de conteo, llegan a la solución y el tercero, aunque presentó un análisis gráfico, su respuesta no es correcta; mientras que los docentes rurales realizaron un análisis de la información menos algorítmica, pero más analítica de la situación problema, mantuvieron en sus respuestas características, un lenguaje acorde al concepto de fracción parte-todo como: partes, mitad y el todo, todas sus respuestas son correctas y más explicitas.

Aunque los dos grupos acudieron a la formalización de la respuesta, son más explícitos y claros en su descripción los docentes rurales; asociándola a los autores Dijkstra (1991) en los participantes, se observa la activación del conocimiento en la memoria de corto y largo plazo, Kintsch y Greeno (1995) logran enunciar una representación del enunciado de la situación problema ya que pueden logar expresar la representación mental interna, su organización y coherencia del enunciado, se puede inferir que se activa en los docentes la etapa de planeación (estrategias metacognitiva) en concordancia con los autores Pintrich, Smith, García y Mckenchie (1991).

*Tabla 125*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto discreto, paso tres.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Tres | 4/6 * 12/1 = ? algoritmo matemático y realizar operaciones. 48/6 = 8 chocolates con relleno. | De los 6 paquetes tomo 4, de los cuales 8 chocolates son rellenos, porque 4/6 + 2/6 = 6/6 = 1. |
| | Hallar los 4/6 de los 12 chocolates, multiplicando * 2 para que me presente el total en caja. | Se retoma la ÷ de la unidad 4/6, se puede concluir que 8 chocolates tienen relleno del total de los 12 chocolates, 2/3 tienen chocolate, simplificando la unidad. |
| | Luego cuento el número de chocolates en los 4 grupos para saber la que cantidad corresponde 4/6. | Conté el número de chocolates, 4 conjuntos de 2, o sea 8, entonces los chocolates rellenos son 8 de 12 que hay en total en la caja 8/12. |

Nota: datos de la investigación

Los docentes rurales buscaron continuar el proceso al formalizar la solución con el uso de algoritmos realizando inicialmente el producto y luego el cociente, a diferencia de los docentes rurales que efectuaron una comprobación desde la adición, demostrando que se cumple con la unidad o el todo, fueron enfáticos en mantener de forma clara el lenguaje de fracción parte-todo como la unidad o total para realizar su respuesta.

Ambos grupos de docentes en este paso presentaron el proceso de control, ya que hacen uso de realimentación para determinar la solución de la situación problema que hace parte a las estrategias metacognitivas; según los autores Pintrich, Smith, García y McKeanchie (1991) y desde Weinstein y Mayer (1986) se puede decir que hicieron uso de la estrategias de resolución de problemas a través de un proceso de aprendizaje fracción parte- todo logrando codificar, aclarar y entender la información del problema.

Los docentes urbanos dieron respuesta de forma analítica y explicativa a la pregunta, es de señalar que no hicieron uso de ningún algoritmo como lo venían realizando en los pasos anteriores; los docentes rurales dieron la respuesta haciendo uso de equivalencias con las fracciones como también con operaciones de producto y simplificación.

*Tabla 126*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto discreto, paso cuatro.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Cuatro | Dar respuesta a la pregunta planteada en la situación: 12 en total, de los cuales 8 con relleno y 4 sin relleno, por un proceso meta cognitivo. | Para concluir que 8 chocolates tienen relleno y que 4 no tienen relleno de un total de 12 chocolates 4/12 = 2/6. |
| | Posteriormente se toman 4 es decir son 8 chocolates tienen relleno, 4 no tienen relleno. | 4/6 *2 = 8/12 rellenos, 2/6 *2= 4/12 sin relleno. |
| | Respuesta: 8 chocolates con relleno 4 sin relleno. | Para concluir 4 chocolates no tienen relleno y 8 si para total de 12 4/12=2/6. |

Nota: datos de la investigación

Ambos grupos presentaron procesos de razonamiento para lograr dar cuenta de la resolución de la situación problema, activándose el proceso de *regulación* donde realizaron ajustes continuos a los procesos cognitivos para efectuar la solución del problema: Estrategia metacognitiva.

En concordancia con los autores Pintrich y García (1993) se pudo concluir que los dos grupos de los docentes participantes, cuando resolvieron la situación problema, activaron estrategias cognitivas de repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico; estrategias metacognitivas correspondientes específicamente a los procesos de planeación, control y regulación.

*Tabla 127*

*Comparativo de la descripción de los pasos empleados por los docentes urbanos y rurales en el taller sobre contexto discreto, paso cinco.*

| No. Paso | Doc. Urbanos | Doc. Rurales |
|---|---|---|
| Cinco | 1) Luego 8 de los 12 tienen relleno y 4 de los 12 no tienen relleno; | 1) 4/6 = 8/12 rellenos = 8 chocolates rellenos de 12 chocolates. 2/6 = 4/12 sin relleno = 4 chocolates rellenos de 12 chocolates |
| | 2) No responde. | 2) No responde |
| | 3) No responde. | 3) No responde. |

Nota: datos de la investigación

Tan solo un docente urbano ratifica su respuesta de forma explícita, mientras que los otros no responden considerando terminado ya el proceso en el paso anterior, en los docentes rurales se videncia que, uno hace una equivalencia con respecto a la tarea a desarrollar efectuando una revisión de los procesos anteriores realizados, mientras los otros dos no responden considerando ya terminado el proceso en el paso anterior. Ambos grupos presentaron procesos de razonamiento para lograr dar cuenta de la resolución de la situación problema, activándose el proceso de regulación donde realizaron ajustes continuos a los procesos cognitivos para realizar la solución del problema: Estrategia metacognitiva.

Al comparar las representaciones realizadas por los dos grupos delos docentes participantes se observó la activación de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación sin embargo los docentes urbanos (matemáticos) la estrategia de planeación no es muy clara de igual manera presentan una representación de la información numérica y poco reflexiva dado que en sus respuestas características muy poco hacen uso del lenguaje propio de la fracción parte todo, mientras que los docentes rurales (básica) su primer paso son explícitos, más organizados y sistémicos en sus respuestas y esquemas presentado una activación más clara de las etapas de planeación, control y regulación dejando entre ver en todo momento el uso del lenguaje del concepto de fracción parte todo en contexto discreto acompañado de representaciones gráficas y simbólicas realizan los ajustes continuos a los procesos cognitivos para realizar la solución del problema.

Retomando a los autores Printrich y Garcia (1993) se podría concluir que en los dos grupos de los docentes cuando resolucionan la situación problema activan estrategias cognitivas como repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico y las estrategia metacognitiva corresponde específicamente a los procesos de planeación, control y regulación.

#### *5.2.3.2. Proceso de socialización y validación de respuestas*

Posterior al desarrollo de los pasos para analizar los procesos metacognitivos y las estrategias empleadas en la resolución de problemas matemáticos por los docentes, para identificar sus estrategias metacognitivas, se procedió a solicitar validar sus procesos y respuestas individuales, desde el colectivo docente en mesa de trabajo de 3 a 5 participantes.

En la Figura x siguiente se observa que 61 docentes (91%) validan las respuestas dadas por los compañeros en el proceso; no responden 6 docentes (9%) dejando la hoja en blanco. De esta manera, realizan el proceso de control en la ejecución de sus estrategias de resolución de problemas (Pintrich et al, 1991, 1993).

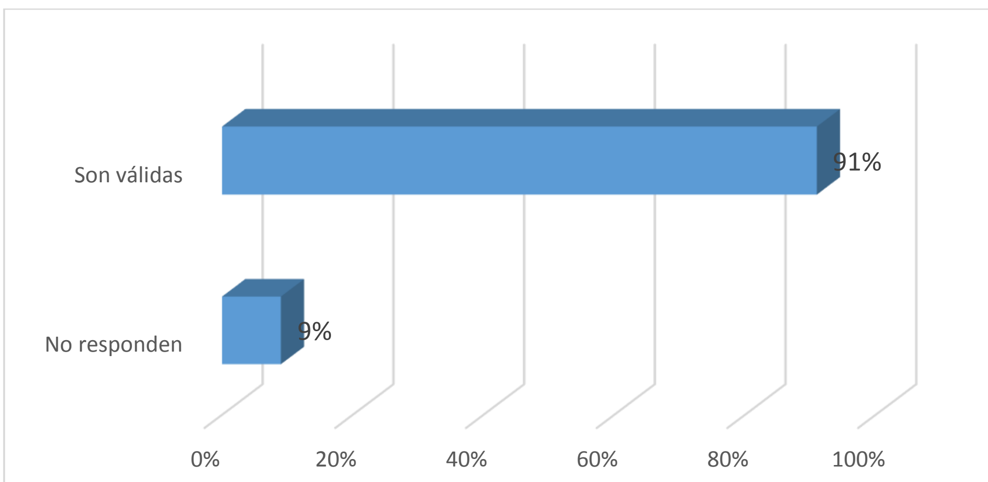



*Figura 19.* Validación de las Respuestas dadas por los docentes, frente a la solución del Problema. Datos de la investigación.

Al analizar las respuestas características se pudo evidenciar que el proceso de validación de respuestas para los docentes urbanos, existen diferentes posiciones con sustentación de las respuestas, aunque son muy generales y poco críticos, mientras que para los docentes rurales la validación fue: que además de sustentar las respuestas se observó que hay una solución equivalente, fue frecuente hacer uso de la división, que hay diferencia entre las respuestas que obedece al nivel de complejidad y que fueron válidas porque llegan a la solución del problema.

#### ***5.2.3.3. Análisis de respuesta a la pregunta ¿Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)? Explique.***

Esta pregunta tenía como objetivo conocer si los docentes podían diferenciar entre el contexto continuo y el discreto.

Al analizar las respuestas características dadas por los docentes participantes se observó que solo un docente logra argumentar la diferencia entre los conceptos continuo (queso) y discreto (chocolates) aunque no es explícito en el continuo; de acuerdo con las respuestas dadas por otros dos, se observó una interpretación de razonamiento pero no lograron ser explícitos frente al concepto y uso de fracción parte-todo, mientras que todas las respuestas características dadas por los docentes rurales manifestaban claramente, de forma explícita, la diferencia entre los contextos continuos y discretos. Los docentes rurales presentaron una mejor estructura conceptual referente al concepto de la fracción como parte-todo y su uso en contexto continuo y discreto que los docentes rurales.

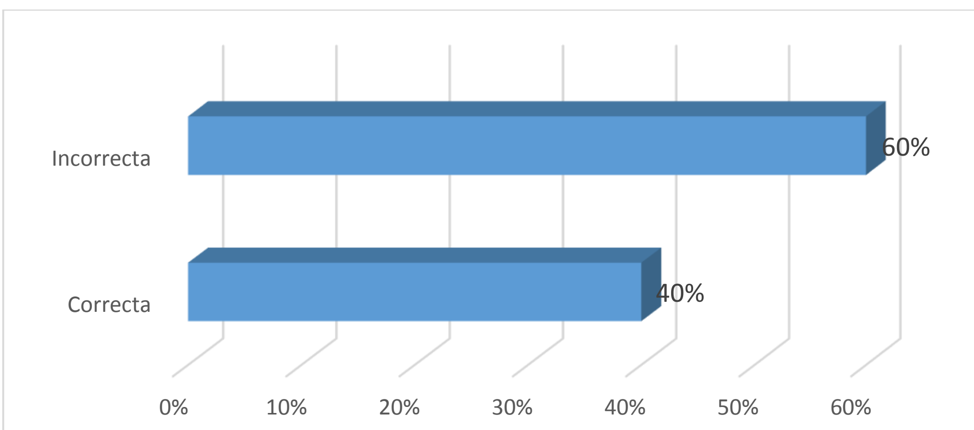



*Figura 20.* Respuestas dadas por los docentes urbanos y rurales a la pregunta: ¿Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)? Si es posible o no, el proceso. Datos de la investigación.

En el gráfico, se puede observar que el 40% de los docentes logran identificar la diferencia entre contexto continuo y discreto de acuerdo a sus respuestas, dado que comprenden que en el contexto discreto la caja de chocolatines (12) hacen parte del todo y crean la necesidad de generar subconjuntos para hallar los 4/7 argumentando que no es posible o hay dificultad; algunos manifiestan que es discreto, mientras que el queso presenta una forma continua que permite la división en partes iguales y que es posible calcular los 4/7 sin problema, en forma real; aunque en sus respuestas concluyen que hay diferencia, ninguno de ellos logra formalizar el lenguaje de discreto y continuo simultáneamente, lo que permite inferir que aunque llegan a la solución no presentan un concepto claro y formal del significado de la fracción parte-todo en contexto continuo y contexto discreto.

Por otro lado, un porcentaje alto, el 60% (40 docentes), no logran identificar diferencias y no pueden concluir; la mayoría manifiestan que si se podría, que es muy dispendioso, lo que permite inferir que los docentes aunque hacen uso en el aula de estos situaciones problemas no logran identificar las características propias del contexto discreto (numerales) y del continuo (no numerables).

Es importante retomar que los docentes urbanos son de formación matemática y los rurales son de básica primaria, ambos grupos tienen amplia experiencia (15 años en promedio) y todos han enseñado el eje temático; sin embargo, de acuerdo con sus respuestas características y la observación directa (diario de campo) se evidenció que, los docentes presentan una tendencia hacia el uso de las estructuras algorítmicas (operaciones) antes de realizar un análisis de la comprensión del problema que permita realizar procesos de inferencia para lograr identificar los conceptos matemáticos que se quieren abordar en las situaciones problema.

Así mismo, al analizar la formación de los docentes participantes en la investigación, los docentes urbanos son licenciados en matemáticas o ingenieros y de acuerdo a sus procedimientos persisten en centrarse en el uso de algoritmos numéricos (operaciones) que están ligados a proceso de ejercitación, mientras que los docentes rurales que presentan una formación en básica primaria son más analíticos y ligados más a procesos de razonamiento matemático.

Al analizar la eficacia de sus soluciones frente a la resolución de la situación problema, se encontró que el 50% de los docentes urbanos la alcanzaron; teniendo en cuenta su formación disciplinar, se evidencia que abordan los números racionales, por esto su lenguaje y procedimiento se centra en los procesos algorítmicos, mientras que los docentes rurales con el 37% de eficacia presentan una argumentación muy clara en el uso del lenguaje de la fracción parte-todo aunque explicitan las diferencias del contexto; ninguno de los dos grupos logran argumentar la diferencia entre el contexto continuo y discreto de forma conceptual y clara, teniendo en cuenta sus respectivas definiciones.

Al realizar el análisis de todo el instrumento y compararlo con la observación directa (diario de campo) se evidencia que hay dificultad en los docentes participantes para la consolidación de la estructura secuencial de los pasos; de igual manera, al describir las estrategias o pasos presentaron dificultad ya que manifiestan que saben que hay que hacer en su mente pero escribirlo le es difícil, tienen muchas dudas para realizarlo y necesitaron de una orientación como el acompañamiento de la investigadora. En principio, esto evidencia la dificultad de consolidar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación dado que no es usual en el aula; además, su acción docente se centra la resolución de problemas con el uso mecánico de algoritmos, antes de consolidar algunas preguntas que permitan percibir la etapa de compresión del problemas, es decir, parece que el único afán de los docentes es dar una respuesta acudiendo al uso de procesos algorítmicos como se evidencia en sus respuestas características,

Respecto del lenguaje matemático, los docentes rurales al no tener una formación disciplinar son más mesurados en las respuestas y hacen uso de un análisis primero de la situación problema; esto se ratificó en sus respuestas características, por cuanto ellos mantienen durante la secuencia de sus estrategias el lenguaje acorde al concepto de fracción como parte-todo, como era partir en partes iguales, unidad, todo o números de chocolates de la caja, mientras que los urbanos se centraron en operaciones de producto y cociente para llegar de manera rápida y directa a su respuesta.

Ninguno de los dos grupos evidencia conocer de forma explícita el uso de la fracción como parte-todo en contexto discreto, aunque hacen uso de forma implícita por reagrupación de chocolates para la solución adecuada, sin embargo, los rurales se mantienen en su secuencia, mientras que en los matemáticos no es tan evidente dado que se centran en procesos netamente numéricos.

Finalmente al efectuar un análisis en la resolución del problema, de acuerdo con las teorías de Mayer (1986), los docentes realizan una comprensión global de la situación problema ya que representan internamente la situación problema; en concordancia con Dijkstra (1991), en los participantes se observa la activación del conocimiento, en la memoria de corto y largo plazo; en consonancia con las teorías de Kintsch y Greeno (1995), los profesores participantes logran realizar una representación del enunciado de la situación problema, por cuanto expresan la representación mental interna, su organización y coherencia del enunciado; en el sentido de Weinstein y Mayer (1986) hacen uso de la estrategias de resolución de problemas a través de un proceso de aprendizaje parte-todo, logrando codificar, aclarar y entender la información del problema; de acuerdo con Pintrich y García (1993), se activan sus estrategias cognitivas como las de repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico y la estrategia metacognitiva correspondiente al proceso general de planeación: organiza y comprende la situación problema y establece un procedimiento de trabajo para resolverlo.

Lo anterior, permite inferir que, hay un alto porcentaje de los docentes que no reconocen el concepto de fracción parte-todo en contexto continuo y discreto, y su diferencia; es conveniente señalar que aunque no logran identificar los conceptos, si pudieron dar la respuesta numérica en muchos casos. ¿Será que solo hay una habilidad numérica y no hay un análisis conceptual de lo que se enseña?

### 5.2.4. Análisis de resultados del taller sobre fracción parte-todo como razón

La situación problema estuvo orientada al reconocimiento del concepto la fracción parte-todo como razón; estaba compuesta de tres macro procesos: en un primer momento se buscaba identificar en los docentes, el concepto de fracción parte-todo como razón a través del desarrollo de la tabla de ingredientes y de preguntas orientadoras sobre el proceso realizado para completar la tabla hasta el numeral seis; el segundo momento estuvo orientado a identificar las estrategias metacognitivas que emplean para abordar la etapa de comprensión de la situación problema, a partir de la resolución de la situación problema con el concepto y uso de la fracción parte-todo como razón; el tercer momento buscaba comprobar la etapa de comprensión de la situación problema inicial de la fracción parte-todo como razón, como también la representación de la información a partir de preguntas orientadoras y de control.

La situación problema fue la siguiente:

Para el día del estudiante los niños de grado 5° acordaron llevar dulces o postres preparados por ellos, con apoyo de sus familias. Carlos decidió preparar 48 bombones de chocolate para compartir. Desarrollar individualmente el proceso de comprensión de la situación problema

La receta que encontró tenía los ingredientes para preparar 8 bombones, por lo tanto, ayúdale a responder las preguntas que se presentan a continuación para poder preparar los 2, 4, 40 y 48 bombones.

INGREDIENTES PARA PREPARAR 8 BOMBONES:

500 gramos de chocolate semi –amargo.

100 gramos de chocolate con leche fundido.

200 gramos de crema de leche

1 naranja (ralladura de la cáscara)

| PARA:  | CHOCOLATE SEMI-AMARGO  | CHOCOLATE CON LECHE  FUNDIDO | CREMA DE LECHE  | NARANJAS (RALLADURA DE LA CÁSCARA)  |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | |
| 4 | | | | |
| 8 | 500 gramos | 100 gramos | 200 gramos | 1 naranja |
| 40 | | | | |
| 48 | | | | |

Después de analizar el proceso, los resultados fueron los siguientes:

Primer momento: Respecto de cuantos docentes lograron llenar de forma correcta la tabla de ingredientes se tiene: 52 docentes logran llenar de forma correcta la tabla con los ingredientes para preparar los bombones para 2, 4, 40 y 48, corresponden al 78%; nueve (9) docentes (13%) no logran responder de forma correcta y seis (6) docentes (9%) no responden dejando en blanco la tabla. Al analizar el porcentaje de eficacia, se evidencia que hay un grado alto de dificultad en los docentes para resolver situaciones problemas con el uso de fracción parte-todo como razón, a pesar de que son docentes con una larga experiencia laboral (de 15 años en promedio) y que todos han enseñado estos conceptos en el aula de clase.

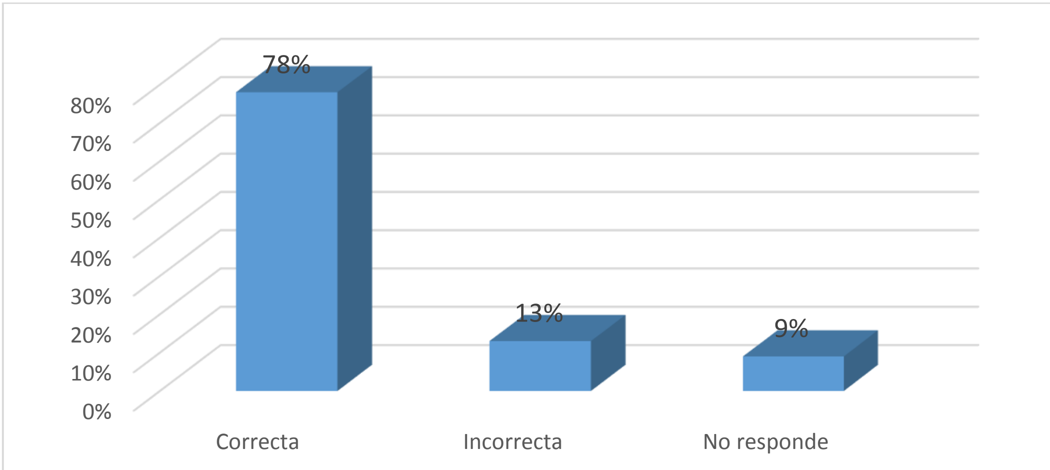



Figura 21. Docentes que logran llenar la tabla con información de ingredientes para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones. Datos de la investigación.

En primera instancia no hay ninguna respuesta que permita evidenciar como logran alcanzar los datos para completar la tabla; posteriormente, se dan preguntas orientadoras para lograr indagar sobre los procesos realizados por los docentes con los siguientes enunciados:

#### *5.2.4.1. Análisis de la pregunta ¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones?*

Los dos grupos de docentes (urbanos y rurales), expresaron claramente el proceso para elaborar la tabla, fueron consistentes en el uso de los algoritmos del producto y cociente a partir de las condiciones o restricciones dadas para preparar 8 bombones, empleando un lenguaje matemático asociado al concepto de fracción parte-todo como mitad.

Al observar la práctica de los docentes participantes en el desarrollo de actividades, se evidenció en algunos participantes dificultad en proyectar los ingredientes para 40 y 48 bombones, les fue más fácil calcular los 2 y 4 bombones, algunos intentaron hacer uso de calculadoras (no se permitió), un gran número de ellos realizaron el proceso de forma mental para lograr resolver la tabla; al solicitarles que expliquen como lo hacen, les cuesta trabajo expresar o consolidar en orden lógico las estrategias empleadas para llegar a la respuesta ya ejecutada.

### 5.2.4.2. *Análisis de la pregunta ¿Cuantas naranjas se requieren para 24 bombones? Explique su respuesta.*

Al analizar la información de los talleres realizados, se encontró que 63 docentes logran responder correctamente el número de naranjas (3) para preparar los 24 bombones corresponde al 94%, 4 docentes, no logran responder de forma correcta (6%).

Al observar sus respuestas, un alto porcentaje hacen uso del procedimiento de regla de tres, es decir se observa que los docentes en primer momento utilizan un modelo matemático que permite dar la respuesta a la pregunta; sin embargo, cuando la ejecutan y dan la respuesta de forma asertiva, no garantiza que ellos comprendan el uso de la fracción parte-todo como razón, dado que muy pocos docentes representan la razón de forma inicial.

En la observación directa cuando el docente desarrolla el taller, se observa que se centran más en buscar un proceso algorítmico que lleve a un resultado numérico antes de lograr realizar una representación de la información en forma de razón, es decir, en principio no logran establecer la relación entre la dos razones con la información dada naranjas/bombones empleadas para 8 y 24 bombones, como 1 naranja/8 bombones y cuantas naranjas/24 bombones, lo que permite inferir que los docentes no interpretar la situación problema empleando la razón y proporción, dado que la mayoría aplican la regla de tres simple directa, lo que conlleva a una respuesta correcta pero que no implica el uso adecuado de la fracción parte-todo como razón y proporción, conceptos que se encuentran en el currículo de matemáticas de básica primaria y que están contemplados en los referentes nacionales; lo que permite inferir que no hay una comprensión del concepto de razón y proporción en los docentes que orientan el área de matemáticas, en este nivel educativo.

Al comparar las respuestas obtenidas por los docentes urbanos se evidencia que en dos de las respuestas características emplean el lenguaje adecuado de la fracción parte-todo como razón; sin embargo, la tercera respuesta evidencia que lo aborda como un producto únicamente, mientras que todas las respuestas características de los docentes rurales para resolver la situación problema expresan hacer uso de la división; esto implica que los docentes presentan habilidad en el uso de algoritmos matemáticos. Lo anterior, no implica que son conscientes en el uso del concepto de fracción parte-todo como razón, pues el lenguaje usado no responde a la identificación de la relación de las dos variables que conlleva a la razón.

#### *5.2.4.3. Análisis de la pregunta ¿Cuál es la relación que existe entre cantidad de bombones y la cantidad de naranjas? Justifique su respuesta*

Al comparar las respuestas características dadas en el análisis textual, se evidenció que los docentes urbanos presentaron un adecuado manejo del lenguaje matemático estructurado, es decir, de tipo jerárquico, esto quizás por su formación, mientras que los docentes rurales no lograron realizar una relación clara desde el lenguaje matemático, ellos siguen relacionándolas con una operación de ampliación o de razonamiento ligado a los procesos algorítmicos únicamente. Sin embargo, al comparar la práctica con la eficacia de los docentes se evidenció que el porcentaje de los dos grupos en la asertividad de los procesos y sus respuestas numéricas es del 39%, porcentaje bajo dada la experiencia docente del grupo, enseñando por 15 años este tema en el aula escolar y al retomar el 61% que no logró contestar asertivamente la situación problema, permitió inferir que no presentan competencia en la resolución de problemas con el uso del concepto de fracción parte-todo como razón, ni presentan habilidad epistemológica del mismo.

Al analizar la respuestas dadas por los docentes se evidenció que hay un bajo porcentaje en la eficacia de las respuestas a la pregunta, a pesar de ser una situación muy común y usada en el aula, se observó que la mayoría de los docentes invirtieron la razón, cuando se observan su desarrollo parece que para ellos es igual decir, por cada ocho bombones es una naranja, notada 8/1 dado que el 60% de los docentes respondieron de manera numérica 1/8 que traduce una naranja por 8 chocolates, pero la relación solicitada era bombones versus naranjas siendo errada su respuesta; se debe tener en cuenta que el uso del lenguaje matemático tiene jerarquía y pareciera que para ellos no hay significado frente a este orden y por ende al concepto de razón.

La figura 23 indica que los docentes urbanos, a pesar de ser formados en matemáticas, once (11) de los dieciocho que corresponden al 61% de esta población no logran responder asertivamente la situación problema, como también sucede con los docentes rurales, ya que treinta (el 59%), de los cuarenta y nueve no logran responder correctamente, porque invierten la razón y un docente no contesta la pregunta dejando en blanco (2%), por lo tanto, es de anotar que del total de la población (67 docentes), 40 que enseña matemáticas en básica primaria y que corresponden al 60%, porcentaje alto, no presenta un conocimiento claro de la fracción parte-todo como razón; en consecuencia, presentan una baja competencia en la resolución de problemas matemáticos empleados en el aula.

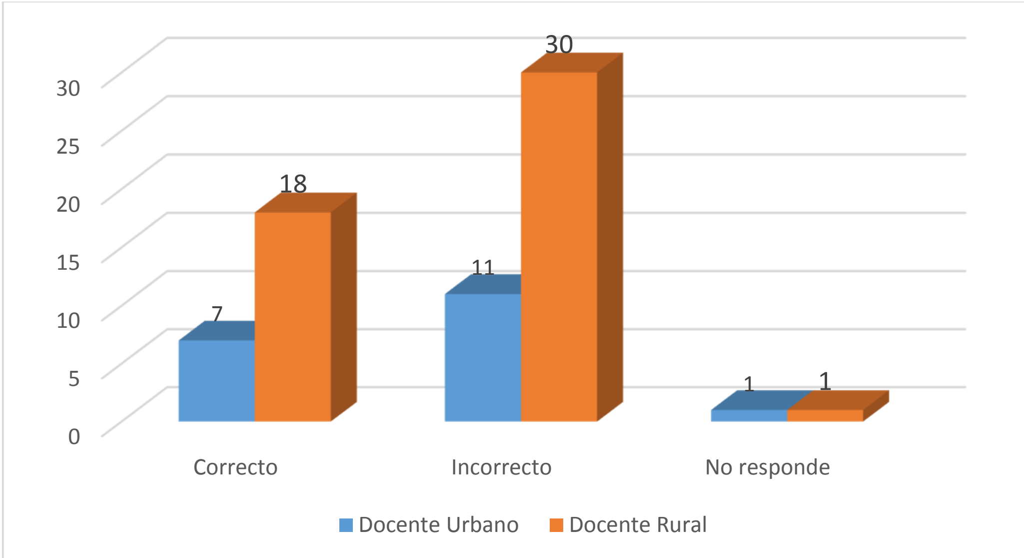



*Figura 22*. Relación en la eficacia para resolucionar el problema entre cantidades necesarias de bombones y naranjas. Datos de la investigación.

#### *5.2.4.4. Análisis de la pregunta ¿Cuál es la relación que hay entre la cantidad de bombones y la cantidad de crema de leche para prepararlos?*

Al analizar la respuestas dadas por los docentes se evidenció que hay un bajo porcentaje en la eficacia de las respuestas a la pregunta, aunque es un lenguaje usado en situaciones problemas cotidianas, se observó que la mayoría de los docentes invirtieron la razón, (igual que en la anterior pregunta), veintitrés docentes que corresponden al 34% lograron contestar correctamente mientras que cuarenta y tres docentes no lograron ser asertivos en la resolución de la situación problema, uno (1) no responde, presentando debilidad en la comprensión de la fracción parte-todo como razón.

Al observar el desarrollo de las actividades en el taller, se evidenció que un número alto hace uso de regla de tres simple para determinar la razón, hay poco proceso de análisis y de razonamiento en los docentes para lograr consolidar la razón de forma directa; calculada la razón inicial algunos realizaron simplificación y representaron la equivalencia de la razón, respuesta válida; sin embargo, el alto porcentaje de no asertividad, muestra la no comprensión de la formalización del lenguaje matemático para la relación entre la cantidad de bombones con la cantidad de crema de leche para prepararlos, (para 8 bombones se emplearon 200 gramos de crema de leche), que se puede representar numéricamente como 8 bombones/200 gr, equivalente a decir 1/25 gr pero muy diferente decir 200 gr/8, respuesta muy frecuente entre los participantes.

*Tabla 128*

*Eficacia general en la relación de cantidad de bombones y crema de leche*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Correctamente | 23/67 | 34% |
| Incorrectamente | 43/67 | 64% |
| No responde | 1/67 | 2% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar la respuestas dadas por los docentes se evidenció que hay un bajo porcentaje en la eficacia de las respuestas a la pregunta dada; se observó que la mayoría de los docentes invirtieron la razón, veintitrés docentes que corresponde al 34% lograron contestar correctamente mientras que cuarenta y tres docentes contestaron incorrectamente (64%), y un docente no logró dar respuesta dejando en blanco su hoja; al observar directamente el desarrollo del taller se evidenció que un número alto de participantes, hacen uso de regla de tres simple para lograr realizar la razón, calculada la razón inicial algunos realizaron simplificación y representaron la equivalencia de la razón respuesta válida, sin embargo, es de anotar que el alto porcentaje de la no asertividad en la respuesta muestra complejidad en la resolución de la situación problema y se ratificó la no comprensión de la formalización del lenguaje matemático en la relación de la cantidad de bombones con la cantidad de crema de leche para prepararlos, luego para 8 bombones se emplean 200 gramos de crema de leche 8/200gr diferente a decir 200gr/8.

Se debe tener en cuenta, que estos porcentajes, corresponden al total de la muestra de docentes urbanos (18) participantes que son el todo; mientras que los docentes rurales formados en básica primaria solo 10 son asertivos (20%), de los 49 docentes; el resto, 38 docentes (78%), no lograron contestar de forma correcta y un docente de este grupo que no realiza procedimiento alguno, dejó la hoja en blanco (2%). Esto permite concluir que solo el 34% logró responder de forma correcta, que equivale a 23 docentes de los 67 participantes.

Al comparar con los procesos ejecutados por ellos en el desarrollo del taller se evidenció que hay debilidad en la comprensión lectora dado que no realizan un uso adecuado y jerárquico de la relación, invirtiendo la razón y perdiéndose la formalización matemática.

### *5.2.4.5. Análisis de la pregunta ¿Cuál es la relación entre la cantidad de chocolate con leche fundida y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones?*

Al analizar las respuestas características más contundentes arrojadas en el análisis textual se evidenció que tanto los docentes urbanos, como los rurales presentaron un lenguaje acorde al uso de la fracción parte-todo como razón, donde manifestaron la relación adecuadamente para dar respuesta a la pregunta dada; sin embargo, al comparar con la eficacia de los procesos se evidenció un bajo porcentaje en la habilidad de resolver situaciones problemas con el uso de la fracción parte-todo como razón, por no tener claro el proceso de transcripción de la información en orden jerárquico.

Al analizar la respuestas dadas por los docentes se evidenció que hay un bajo porcentaje en la eficacia de las respuestas a la pregunta, dado que diez docentes (15%) lograron contestar correctamente, mientras que cincuenta y seis (56) contestaron incorrectamente (84%) y un (1) docente que no logró dar respuesta, dejando en blanco su hoja.

Al observar directamente el desarrollo del taller, se evidenció que un número alto de participantes hacen uso de regla de tres simple, para lograr alcanzar la razón, calculada la razón inicial, algunos realizaron simplificación y representaron la equivalencia de la razón respuesta válida; sin embargo, el alto porcentaje en la no asertividad en la respuesta mostró complejidad en la resolución de la situación problema y se ratifica la no comprensión de la formalización del lenguaje matemático; con relación a la cantidad de chocolate con leche fundido y la cantidad de chocolate semi-amargo, que se requiere para preparar 48 bombones, se emplean 600 gramos de leche fundida y 3000 gramos de chocolate semi-amargo, 600gr/3000gr que puede ser simplificado y equivalente a 2/10 o 1/5 diferente a decir 3000gr/ 600gr., es decir, invirtieron los términos.

Al observar sus soluciones en el desarrollo del taller se demostró que muchos de los docentes intentaron resolver, en primera medida, utilizando regla de tres simple directa y otro gran numero invirtió la razón, lo que corroboró el alto grado de dificultad en el uso de la fracción parte-todo como razón y la debilidad en la comprensión del concepto, como también, la no habilidad epistemológica y pedagógica de los docentes que enseñan matemáticas, en básica primaria y la no habilidad en la resolución de problemas con este tema. Así mismo, no hay formalización del lenguaje matemático para la relación entre la cantidad de chocolate con leche fundida y chocolate semi-amargo para 48 bombones.

#### *5.2.4.6. Análisis de la pregunta ¿La relación entre la cantidad de chocolate con leche fundido y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones, es la misma que para preparar 8 bombones o es diferente?*

Al analizar las respuestas obtenidas en el desarrollo de las actividades realizadas en el taller, se logró evidenciar que el 49% de los docentes participantes (33 docentes), lograron abordar la respuesta de forma eficiente, realizando la comparación y equivalencia de eficacia en la cantidad chocolate con leche fundida y chocolate semi-amargo para 48 bombones, vale la pena tener en cuenta que esta pregunta era de control y que de acuerdo a la eficacia de lo pregunta inmediatamente anterior, es mucho más bajo el nivel de asertividad, ya que tan solo el 15% lo logró.

Al comparar las respuestas de cada grupo de docentes, se evidenció que los docentes urbanos, diez (10) de dieciocho (18) respondieron de forma eficiente (55%); así mismo, que 8 docentes restantes (45%), no lo hicieron, teniendo en cuenta que son de formación disciplinar en el área de matemáticas; con el grupo de docentes rurales, cuya formación es básica, fueron muy parecidos los resultados, ya que 23 docentes (45%) lograron resolver la situación problema de forma asertiva, los 26 docentes restantes (55%) no lograron dar la respuesta correcta. Al comparar con la respuesta inmediatamente anterior, donde 45 docentes no lograron dar respuesta, aquí se disminuye notablemente.

Observando en la práctica a los docentes, en el desarrollo el taller, se evidenció que los docentes presentan más habilidad en el proceso de comparación, dado que tuvieron que hacer uso de datos inmediatos, antes de relacionar las variables y establecer su razón.

En síntesis de esta parte, al realizar el análisis desde las actividades solicitadas desde el inicio del taller hasta el numeral seis, que estaba dirigido a reconocer el uso de fracción parte-todo como razón, en los docentes que orientan matemáticas en básica primaria y de acuerdo con sus respuestas dadas, como también en la observación directa (diario de campo) en el desarrollo del taller, se puede inferir que tanto en los docentes urbanos como en los rurales, hay dificultad en el uso de la fracción parte-todo como razón, dado su bajo nivel de eficacia en las respuestas como en el grado de dificultad para lograr consolidar y expresar las relaciones solicitadas en los enunciados; también, porque no hay una jerarquización en la lectura y escritura de las variables que intervienen en los enunciados dados, para resolver situaciones problemas con el uso de la fracción parte-todo como razón y la poca habilidad en la resolución de problemas en contextos cotidianos

Segundo Momento: A partir de la pregunta siete, se inicia el segundo momento del taller. Su objetivo consistía en identificar como los docentes abordan y consolidan la etapa de comprensión de la situación problema en matemáticas, mediante preguntas orientadoras, que les permitiera dar a conocer si los docentes tienen claro los conceptos de algunos elementos básicos para esta etapa, como eran la identificación del contexto, restricciones, datos, información y tarea.

#### *5.2.4.7. Análisis de la pregunta ¿Identifique el contexto de la situación problema?*

Comparando las respuestas características dadas por los docentes urbanos, se evidenció que asociaron el contexto de la situación problema así: para el primer participante era como el día de los estudiantes, realizar bombones, con ayuda de la familia; para el segundo era conocer cantidad bombones y determinar los ingredientes y para el tercero era preparar bombones, con los ingredientes; respecto de los docentes rurales, aunque fueron más explícitos, cantidad de bombones, cantidad de ingredientes, el segundo manifestó que estaba relacionada con cantidad de ingredientes, para preparar 48 bombones y el tercero dijo que era reconocer cantidades, ingredientes y bombones.

Ambos grupos asociaron sus respuestas con la tarea, la mayoría consideró que el contexto está ligado a calcular la cantidad de bombones con la cantidad de ingredientes, presentando una ausencia de elementos: ¿quién lo hace?, ¿para qué lo hace? y ¿cómo lo hace? esto también se confirmó con las actividades que desarrollaron los docentes en el taller: es un afán de dar la respuesta, centrándose en acciones numéricas o recurriendo a algoritmos, antes de realizar un análisis de la situación problema, que le permitiera comprender la situación problema.

Al analizar las respuestas dadas y al observar los procesos realizados por los docentes en el desarrollo del taller, se evidenció que tan solo un docente de los sesenta y siete participantes logró identificar los elementos del contexto de la situación problema que corresponde al 1% de asertividad, muy bajo, dado que para sesenta y seis (99%) era incorrecta la respuesta. No se debe olvidar que ellos tienen una larga experiencia como docentes, con 15 años de orientar matemáticas en el aula y sin embargo, no presentaron experticia en la identificación de la situación problema.

Al analizar las respuestas entre los dos grupos, se evidenció que ningún docente del sector urbano logró responder asertivamente, a pesar de su formación en el área de matemáticas y en cambio solo un docente del sector rural, logró reconocer todos los elementos del contexto y los cuarenta y ocho docentes restantes no lograron dar la respuesta correcta.

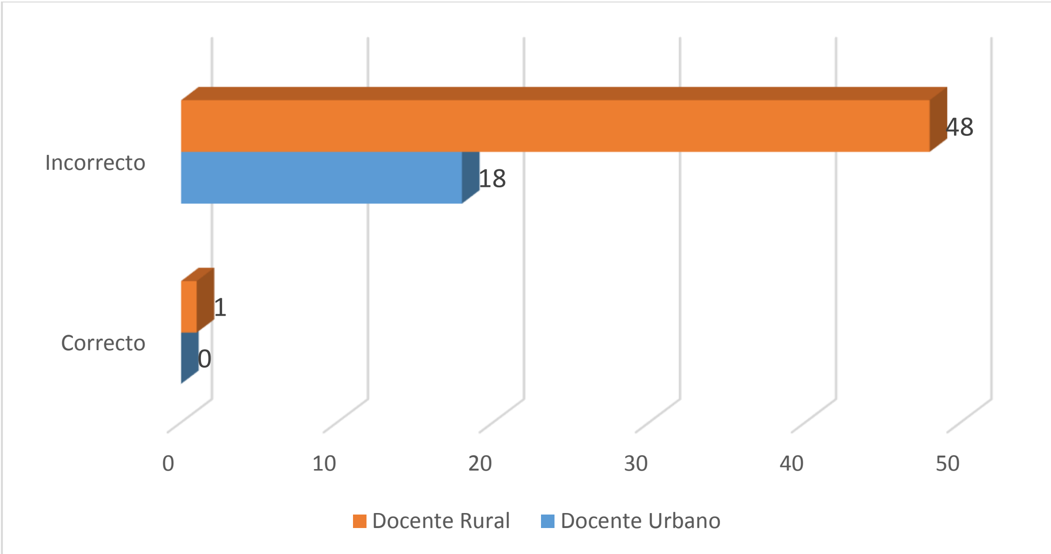



*Figura 23.* Eficacia en la resolución a la situación problema Identificación del contexto. Datos de la investigación.

#### *5.2.4.8. Análisis de la pregunta ¿Hay restricciones en la situación problema? Sí____ No_____ ¿Cuáles?*

Al analizar las respuestas dadas se evidenció que 9 docentes (50%) de los 18 del grupo de docentes urbanos manifestaron que si hay restricciones, 8 docentes señalaron que no hay restricciones, equivale al 44% y uno no respondió (6%), porcentajes altos dada su formación en el área de matemáticas. En el grupo de docentes rurales, cuya formación es en básica primaria se evidenció que 15 (31%) de los 49 contestaron de forma asertiva manifestando que si hay restricciones; 33 docentes (67%) manifestaron que no hay restricciones y un (1) docente (2%) no respondió dejando en blanco.

Al mirar el total de los 67 docentes, se evidenció que 24 de ellos (33%) lograron ser asertivos en sus respuesta; para el resto de docentes (43) que corresponde al 64%, esta situación presentó un alto grado de dificultad para identificar el problema sobre la restricciones; adicionalmente al observar su práctica en el desarrollo del taller, se corroboró este procedimiento dado que para ellos, esta información no es relevante, se centran únicamente en los datos de la situación problema y no hay un proceso de análisis de la información.

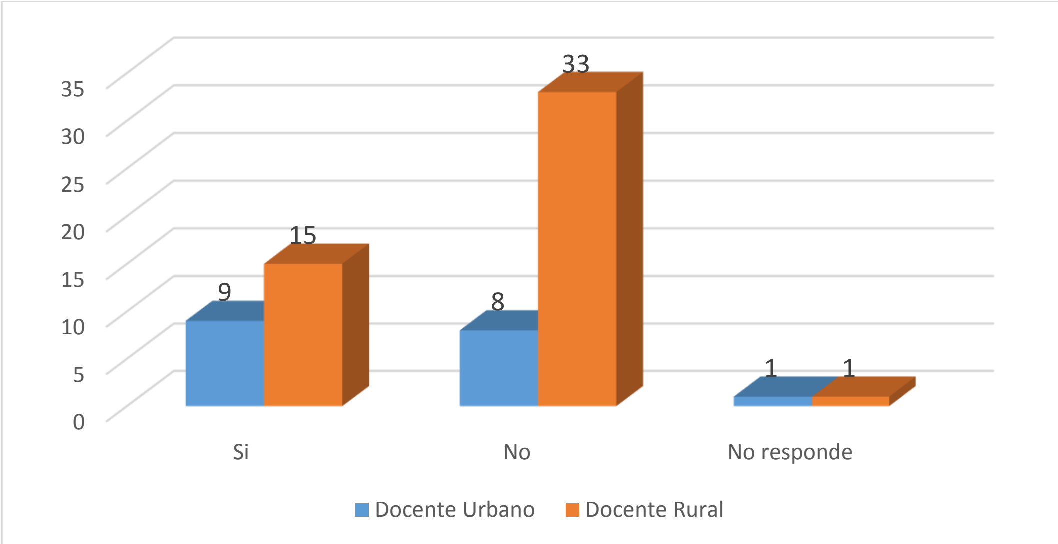



*Figura 24.* Sobre la Eficacia de los docentes urbanos y rurales. En las restricciones a la situación problema. Datos de la investigación.

Al comparar las respuestas características se evidenció que dos (2) de los docentes urbanos expresaron que, las restricciones de la situación problema eran las cantidades de ingredientes que requerían para preparar o hacer bombones; la otra respuesta decía que era una situación discreta porque no pueden hacer 3 bombones y medio, mientras que los docentes del sector rural, presentaron mayor dificultad para expresar cuáles son las restricciones, dado que solo un docente logró argumentar diciendo que es la cantidad de bombones en relación con las cantidades que se deben preparar.

Ambos grupos lograron identificar que las restricciones estaban ligadas a las cantidades de los ingredientes para preparar los bombones; sin embargo, no lograron identificar que son las condiciones dadas en la receta dada inicialmente para 8 bombones; es de notar que hubo dificultad en los docentes para manifestar cuales eran las restricciones, dado que un docente urbano y dos rurales no son asertivos.

Se puede concluir que el hecho de que los docentes manifiesten que si hay restricciones no implica que logran identificar cuáles eran, como lo muestran sus respuestas características; al observar directamente su desarrollo en los talleres también se constató que los docentes no tienen cuidado respecto de las condiciones o restricciones dadas, ya que ellos solucionaron los problemas sin detenerse a analizar la información; cuando se les preguntó que por qué daban esa respuesta, ellos dijeron que era porque ellos creían que así era y cuando se les solicitó que leyeran nuevamente la situación problema, lograron identificar las restricciones, pero necesitaron ser asesorados a través de preguntas orientadoras, ratificando la baja eficacia de los resultados, mostrando poca habilidad en la etapa de comprensión de la situación problema.

#### *5.2.4.9. Análisis de la pregunta ¿La situación problema presenta datos? Sí_____ No_____ ¿Cuáles son?*

*Tabla 129*

*Eficacia presentada por los docentes a la pregunta sobre si el problema presenta datos*

| Respuesta | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 61/67 | 91% |
| No | 2/67 | 3% |
| No responde | 4/67 | 6% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar las respuestas proporcionadas por los grupos de docentes, se observó que 16 de los 18 docentes urbanos, que tenían formación matemática, manifestaron que si hay datos en la situación problema, corresponde a un 89% y los 2 restantes no respondieron, dejando en blanco, corresponde al 11%; el grupo de los docentes rurales, 45 (92%) de los 49, manifestaron que si hay datos; dos (2) contestaron que no hay datos (4%) y de los dos (2) restantes, uno marcó las dos respuestas anulando su respuesta y el otro dejó en blanco (4%). Lo anterior permite concluir, que el 91% de los participantes lograron identificar que si hay datos en la situación problema; sin embargo, el 9% no logró hacerlo. Es de señalar que a pesar de su experiencia en la enseñanza de la matemática en el aula, presentan aún confusión para identificar los datos a partir de la situación problema enunciada.

Al preguntar cuáles son los datos, los docentes urbanos manifestaron que eran la cantidad de bombones a preparar y cantidad de cada ingrediente por cada 8 bombones, lo cual eran los datos iniciales dados, otro expresó, las cantidades en gramos; los docentes rurales convergieron en manifestar que eran la cantidad de bombones y la cantidad de ingredientes de forma general, no fueron específicos. Ambos grupos expresaron que los datos de la situación problema eran las cantidades dadas en la receta, hay claridad en sus respuestas.

### *5.2.4.10. Análisis de la pregunta ¿Qué información se encuentra para resolver la situación problema?*

Los docentes urbanos identificaron como información dada por la situación problema a las cantidades exactas que se requieren para preparar 8 bombones y los rurales expresaron que son las cantidades exactas de cada uno de los ingredientes en gramos, para preparar 8 bombones de chocolate. Al analizar sus respuestas y compararlas con las dadas cuando identificaron los datos, se podría creer que es la misma información, para ellos no hay más información de la situación problema que la numérica expresada en las condiciones dadas para preparar los 8 bombones que es la restricción de la situación problema

### *5.2.4.11. Análisis de la pregunta ¿Qué tarea desarrolló en la situación problema?*

Las respuestas características arrojadas en el análisis textual de los docentes urbanos frente a la pregunta qué tarea desarrolló en la situación problema, el primero consideró que la tarea realizada fue aplicar conceptos matemáticos como la masa, fracciones, relaciones, regla de tres para preparar cierta cantidad de bombones, el segundo manifestó que la tarea realizada fue comprensión de texto, análisis de la información, posibles soluciones, evaluación y revisión de las acciones, solución, pareciera que era centrarse en el análisis y comprensión del problema en forma específica, lo cual coincidió con el tercero, quien expresó que era leer el problema, sacar los datos, identificar el problema, desarrollar el plan, verificar la solución; mientras que los docentes rurales manifestaron que la tarea consistía en buscar la cantidad de ingredientes para preparar 48 bombones a partir de una tabla dada de 8 bombones; el segundo manifestó que se trataba de establecer relaciones entre ingredientes y bombones a preparar teniendo como punto de partida 8 bombones y sus ingredientes, por último, para el tercero, era reconocer qué cantidades en gramos y fracciones de determinados ingredientes se necesitaban en la preparación de determinado número de bombones, siendo números pares en su fabricación 2-4-8-40-48-24.

Al analizar las respuestas de los dos grupos de docentes, se pudo evidenciar que para los docentes del sector urbano, la tarea era abordar una situación problema y analizarla a la luz de la resolución de problemas, esto debido, quizás, por su formación disciplinar en el área de matemáticas; mientras que para los docentes rurales era buscar la cantidad de ingredientes para preparar bombones a partir de las condiciones dadas para 8 bombones, estos docentes presentan una mejor claridad de lo que era realizar la tarea; no obstante, tan solo uno manifiesta que consistía en buscar la cantidad de ingredientes para preparar 48 bombones a partir de una tabla dada de 8 bombones, que era la respuesta asertiva a la pregunta, pero evidentemente lograron identificar qué es la tarea de la situación problema.

Al comparar estas respuestas con la observación directa (diario de campo) en el desarrollo de los talleres, se evidenció que los urbanos y rurales no presentan estructuras claras frente a la etapa de comprensión del problema y específicamente a la identificación de la tarea, para ellos está ligado al uso de los procesos algorítmicos, antes de consolidar estrategias metacognitivas que permitieran identificar la comprensión de la situación problema; se podría decir que el bajo desempeño que tienen los docentes cuando enfrentan la resolución de problemas matemáticos se equipara con los bajos resultados de los estudiantes en esta competencia y su bajo desempeño en las pruebas nacionales, a pesar de estar realizando, en forma constante, en la vida escolar este tipo de problemas; lo anterior permitió concluir que los docentes no presentan habilidades propias de la resolución de problemas matemáticos y existe vacíos en los actividades para la etapa de comprensión del problema. Hay una ausencia de conocimientos en el tema, en los docentes urbanos frente a los rurales que participaron en la investigación.

Sintetizando, al realizar un análisis desde las preguntas orientadoras, a partir del numeral siete hasta el once, que estaban destinadas a identificar como los docentes abordan y consolidan la etapa de comprensión de la situación problema en matemáticas, a través de preguntas orientadoras que permitieran conocer los conceptos de algunos elementos básicos para esta etapa, como identificación del contexto, restricciones, datos, información, tarea, se logró evidenciar por sus respuestas y con la observación directa (diario de campo) que cuando desarrollan el taller, tanto los docentes urbanos como los rurales, no tuvieron una cultura de análisis y consolidación de esta etapa, parece que hay gran dificultad al diferenciar estos conceptos, ellos no logran ser eficientes en la identificación del contexto de la situación problema, hubo una confusión entre las restricciones, datos, información y tarea en las respuestas; por lo tanto se puede concluir que lo docentes no tienen habilidad en la resolución de problemas y que sus estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación fueron muy incipientes, casi ausentes.

A partir de la siguiente pregunta se inicia el momento tres del taller. Comprende doce preguntas dirigidas a conocer el proceso que siguen los docentes en la fase de comprensión del problema para la fracción como razón:

La situación problema decía: a partir de la misma situación problema, explique cómo realizó Carlos el proceso para calcular la cantidad de ingredientes que se requiere para preparar 2 bombones; luego 4 bombones; a continuación 40 bombones y por último, 48 bombones.

#### *5.2.4.12. Análisis de la pregunta: ¿Cuál o cuáles son las incógnitas?*

Los docentes urbanos referente a la pregunta ¿cuáles eran las incógnitas? respondieron de la siguiente manera: el primero realizó la asociación de una letra identificándola como una variable con cada uno, para calcular las cantidades de ingredientes al elaborar el número de bombones que le correspondió; el segundo describió el proceso de cómo calcular las cantidades de ingredientes a partir de la información brindada en la receta para elaborar 8 bombones, haciendo uso del algoritmo del producto; el tercero también expresó como calculó los ingredientes, a partir de los datos iniciales para ocho bombones haciendo uso del algoritmo del cociente; por su parte, los docentes rurales manifestaron en sus respuestas que las incógnitas eran las cantidades de ingredientes para elaborar el número de bombones que les correspondió.

Al comparar las respuesta se evidenció que los docentes rurales presentan mayor claridad frente a la identificación de las incógnitas, mientras que los docentes urbanos no, esto porque dos de las tres respuestas se centraron en explicar cómo se calcula.

#### *5.2.4.13. Análisis de la pregunta ¿Cuáles son los datos?*

Los docentes urbanos, de acuerdo con las respuestas características arrojadas en el análisis textual, identifican los datos de la situación problema como las cantidades específicas (registro) de todos los ingredientes para preparar el número de bombones de la situación asignada; mientras que los docentes rurales, aunque no expresaron específicamente las cantidades, manifestaron claramente que los datos eran la cantidad de ingredientes acorde al número de bombones para preparar. Analizando las respuestas de los dos grupos se pudo concluir que todos los docentes identificaron eficientemente los datos presentados en la situación problema.

#### *5.2.4.14. Análisis de la pregunta ¿Cuáles son las condiciones?*

A las respuestas dadas por los docentes urbanos respecto de la pregunta ¿cuáles eran las condiciones?, se evidenció que manifiestan que eran las condiciones dadas para las cantidades de ingredientes para los 8 bombones presentados en la receta inicial; los docentes rurales presentaron en sus respuestas las siguientes características: el primero considera que las condiciones estaban centradas en la relación existente entre cantidades de ingredientes y número de bombones; para el segundo docente, las condiciones fueron las cantidades de ingredientes para calcular el número de bombones que debía obtener y el tercero, manifestó que era el número de ingredientes para preparar los 8 bombones. De acuerdo con las respuestas dadas, se pudo concluir que los dos grupos de docentes consideraron que las condiciones de la situación problema estaban ligadas a las cantidades de ingredientes para los 8 bombones presentados en la receta inicial.

#### *5.2.4.15. Análisis de la pregunta ¿Es posible cumplir las condiciones que plantea el problema?*

Sesenta y seis docentes que corresponde al 99% de los participantes, manifestaron que si era posible cumplir con las condiciones dadas por la situación problema, tan solo un docente que corresponde al 1% manifestó que no era posible y pertenece al grupo rural (Ver Gráfico siguiente)

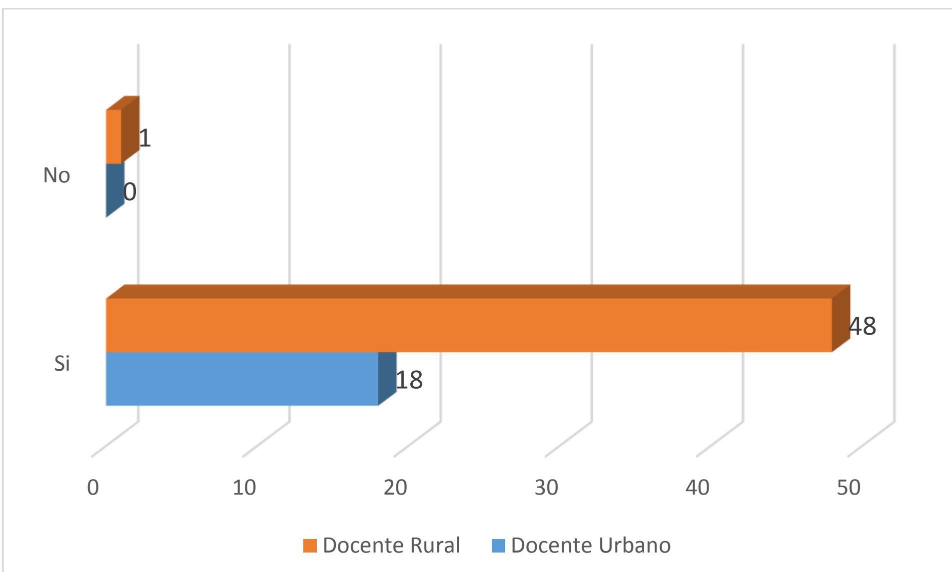



*Figura 25.* Representa las respuestas dadas por los docentes a la pregunta ¿Es posible cumplir con las condiciones que plantea el problema? Datos de la investigación.

#### *5.2.4.16. Análisis de la pregunta ¿Son suficientes las condiciones dadas para hallar las incógnitas de la situación problema?*

Todos los sesenta y siete docentes (100%) que participaron en el taller manifestaron que si eran suficientes las condiciones dadas para hallar las incógnitas solicitadas.

*Tabla 130*

*Respuestas de los docentes a la pregunta sobre ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 67/67 | 100% |

Nota: datos de la investigación

### *5.2.4.17. Análisis de la pregunta ¿Son insuficientes las condiciones para hallar la incógnita?*

*Tabla 131*

*Respuestas de los docentes a la pregunta sobre ¿Son insuficientes las condiciones para hallar la incógnita?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 2/67 | 6% |
| No | 5/67 | 94% |

Nota: datos de la investigación

Solo dos docentes, equivalente al 6% de toda la muestra, que pertenecen al grupo urbano manifestaron que eran insuficientes las condiciones para hallar las incógnitas, mientras que sesenta y cinco docentes que corresponden al 94% de los participantes, dijeron que eran suficientes. Si comparamos estas respuestas frente a la pregunta anterior, donde el 100% de los docentes manifestaron que eran suficientes, las condiciones para hallar las incógnitas solicitadas se contradicen; respecto de los dos docentes que dicen si, se podría creer que no comprendieron la pregunta realizada.

### *5.2.4.18. Análisis de la pregunta ¿Son redundantes las condiciones?*

Sesenta y seis docentes correspondientes al 99% de los docentes contestaron que, no eran redundantes las condiciones dadas de la situación problema y un docente urbano 1% considera que, si había redundancia en las condiciones dadas, no explicó el por qué.

*Tabla 132*

*Respuestas de los docentes a la pregunta ¿Son redundantes las condiciones?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| Sí | 1/67 | 1% |
| No | 66/67 | 99% |

Nota: datos de la investigación

#### *5.2.4.19. Análisis de la pregunta ¿Son contradictorias las condiciones?*

Sesenta y siete docentes que responde al 100% de los participantes manifestaron que no son contradictorias las condiciones dadas en la situación problema.

*Tabla 133*

*Respuestas de los docentes a la pregunta ¿Son contradictorias las condiciones?*

| Respuestas | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|
| No | 67/67 | 100% |

Nota: datos de la investigación

#### *5.2.4.20. Análisis de la solicitud: Represente el problema con una figura*

Al analizar el número de docentes que lograron representar o acercarse a la representación de la situación problema, a través de un esquema, se evidenció que 53 (73%) de los participantes, de los sesenta y siete lograron realizarlo y veintiuno (21) equivalente al 21%, no logró realizar un esquema que representara la situación problema, dejando en blanco o realizaron un intento de esquema incipiente que no permite evidenciar información alguna.

Del 73% de los docentes que lograron realizar esquemas de representación de la situación problema, se evidenció que 17 (94%) lo realizan de los 18 docentes urbanos; y 36 (73%) de los 49 docentes del sector rural no la hicieron; el 21% de los docentes no lograron realizar un esquema que represente la situación problema, dejaron en blanco o hicieron un intento de esquema, lo cual no permite evidenciar información correspondiente a uno (1) de los 18 participantes urbanos y a 13 de los 49 rurales.

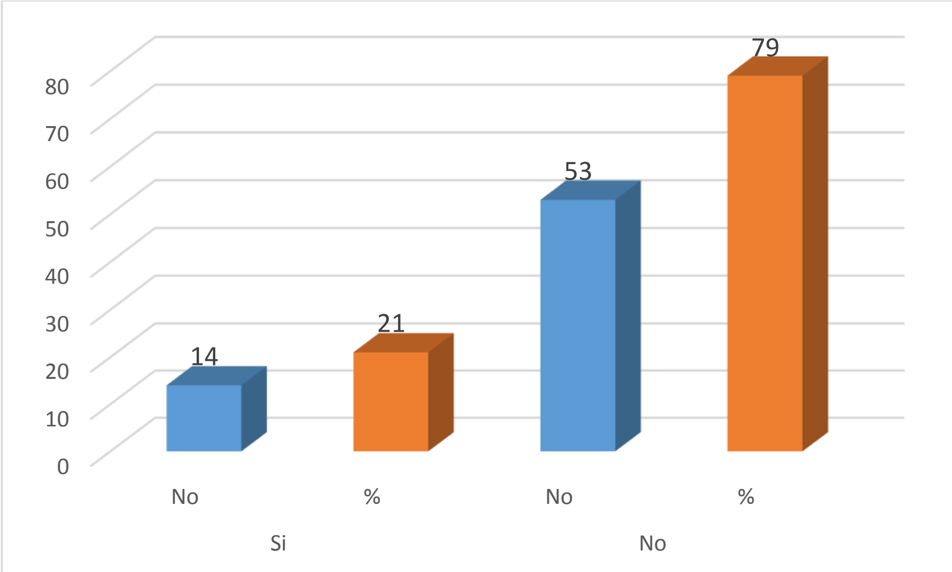



*Figura 26.* Respuestas de los docentes a la solicitud de representar con una figura el problema.

#### *5.2.4.21. Análisis de la solicitud: Adopte una notación adecuada*

*Tabla 134*

*Eficacia de los docentes a la solicitud de adopte una notación adecuada*

| Respuesta | No. Doc. Urbano | % Doc. Urbano | No. Doc. Rural | % Doc. Rurales | No. Total Doc. | % Total Doc. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sí | 6/18 | 33% | 7/49 | 14% | 13/67 | 24% |
| No | 12/18 | 67% | 42/49 | 86% | 54/67 | 76% |

Nota: datos de la investigación

Al analizar las notaciones empleadas por los docentes al resolver las situaciones problemas se evidenció que, trece de los 67 docentes que corresponde al 24% (6 urbanos y 7 rurales) lograron realizar una notación eficaz a la luz del concepto de fracción parte-todo como razón, desde su lenguaje y formalización de la información en los procesos matemáticos ejecutados y 54 (12 urbanos y 42 rurales) de los docentes no lo logran, tan solo realizan alguna aproximación con errores conceptuales.

Al analizar las respuestas características dadas por los participantes se evidenció que los docentes urbanos realizaron notaciones de orden numérica, con adiciones de números enteros y fracciones; otro realizó la relación de la variable con la letra ***x*** con cantidades, aunque no se logró identificar claramente la relación que quiere enunciar, como tampoco se logra ver, si son equivalentes o no; por último, el otro participante de este grupo, presentó la identificación de la razón correlacionada con una respuesta donde existe una variable.

Los docentes rurales a esta pregunta la expresaron combinando las expresiones de las cantidades de bombones con los nombres de los ingredientes, intentando realizar una notación equivalente de las variables, otro enunció las cantidades de los bombones y trata de realizar una correlaciones entre todos con el conector lógico de entonces, por último trata de realizar una relación entre las cantidades de bombones y una semi-equivalencia de expresiones entre unidades con seudónimos de los ingredientes.

#### *5.2.4.22. Análisis de la solicitud Separar las diferentes partes de las condiciones, si es posible. Sí______ No_______*

*Tabla 135*

*Respuestas de Eficacia dadas por los docentes a la solicitud Separe las diferentes partes de las condiciones*

| Respuestas | No. Doc. Urbano | % Doc. Urbano | No. Doc. Rural | % Doc. Rurales | No. Total Doc. | %Total Doc. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sí | 2/18 | 11% | 14/49 | 29% | 16/67 | 20% |
| No | 16/18 | 89% | 35/49 | 71% | 51/67 | 80% |

Nota: datos de la investigación

De acuerdo con las respuestas dadas por los docentes participantes en la investigación, se evidenció que 16 de los 67 docentes (2 urbanos y 14 rurales) que equivalen al 20% manifestaron que si era posible separar las condiciones de la situación problema y los 51 docentes restantes (16 urbanas y 35 rurales) dijeron que no era posible separar en diferentes partes las condiciones dadas en la situación problema.

De acuerdo con las respuestas características arrojadas en el análisis textual, se evidenció que dos (2) de los docentes urbanos realizaron separación de las condiciones en número de bombones y en cantidades numéricas expresadas en gramos de los diferentes ingredientes, el tercero presentó las condiciones en cantidad de bombones y cantidad de ingredientes; por su parte, los docentes rurales coincidieron en presentar las condiciones, separando la cantidad de bombones y la cantidad de ingredientes.

#### *5.2.4.23. Análisis de la pregunta ¿Puede ponerlas por escrito?*

Al analizar las respuestas obtenidas en los procesos de los docentes, se evidenció que 23 de los 67 docentes (el 34%) manifestaron que si es posible poner por escrito las condiciones y 44 (66%) de los 67 participantes contestaron que no se puede colocar por escrito las condiciones dadas en la situación problema (Ver figura 28)

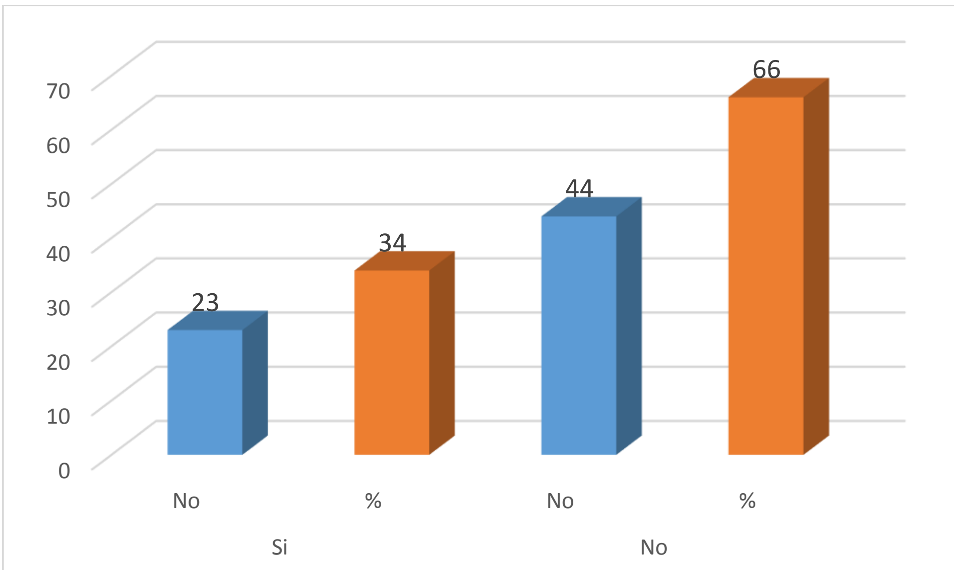



Figura 27. Respuestas dadas por los docentes a la pregunta ¿Puede ponerlas por escrito? Datos de la investigación.

Siguiendo con el análisis de las respuestas y descomponiéndolas en urbanos y rurales, se evidenció que, 10 (56%) de los 18 docentes urbanos, respondieron que no era posible colocar por escrito las condiciones dadas en la situación problema, vale la pena observar qué conciben ellos como condiciones de la situación problema, pues dado que son docentes con formación en matemáticas, se creería que tendrían una mayor efectividad, por cuanto es un vocabulario cotidiano propio de la resolución de problemas matemáticos; de igual manera, 34 (69%) de los 49 docentes rurales, manifestaron que no era posible poner por escrito las condiciones y 15 docentes rurales (31%) lo contrario; es decir, si es posible poner por escrito las condiciones.

Esta pregunta era de control y corroboró que los docentes realizan procesos sin hacer un análisis consciente de lo que están desarrollando, dado que 16 docentes de los 67 equivalente al 20%, presentaron eficiencia en la pregunta anterior, donde manifestaron que si es posible separar las partes de las condiciones y en sus respuestas características la expresaron claramente entre cantidades de bombones y cantidades de ingredientes. Lo anterior permitió concluir que los docentes no presentan habilidad pedagógica y epistemológica frente a la etapa de comprensión de la situación problema.

Al hacer un análisis de los enunciados de la etapa de comprensión del problema a partir de situaciones particulares a lo situación problema, pero que implícitamente conllevan al uso de las mismas estrategias, para de esta manera comparar los niveles de comprensión y uso del concepto de fracción parte-todo como razón, así como la identificación de los elementos importantes y jerárquicos, para generar estrategias metacognitivas en la etapa de comprensión de la situación problema, se evidenció que tanto los docentes urbanos como los rurales, presentaron dificultad en conceptos usados en el aula, no hay una identificación clara entre incógnitas, datos y condiciones, como también dificultad en la representaciones de la situación problema, como de los tipos de conocimiento específicos.

#### *5.2.4.24. Análisis al proceso de Tipos de Conocimientos identificados en el taller*

El proceso que se llevó a cabo en la realización de este taller (fracción como razón) permitió corroborar los diferentes tipos de conocimientos específicos que poseían los docentes que hicieron parte de la investigación.

*Tabla 136*

*Tipos de conocimiento específicos en los docentes participantes en este taller*

| Tipos de conocimiento | Total de docentes | % |
|---|---|---|
| Lingüístico | 8/67 | 12% |
| Semántico | 16/67 | 24% |
| Esquemático | 29/67 | 43% |
| No Responde | 14/67 | 21% |

Fuente: datos de la investigación

Como se puede observar, 8 son lingüísticos, 16 semánticos y 29 esquemáticos con porcentajes significativos de 12%, 24% y 43% respectivamente, para un total de 53 docentes.

Respecto de los 14 docentes, el 21% (1 urbano y 13 rurales), hay un alto porcentaje, que no realizan ningún proceso o esquema; es decir, ellos no permiten evidenciar ningún tipo de actividad frente al proceso de resolución de la situación problema, porque dejaron en blanco la hoja y algunos con un esquema incipiente que no permitió evidenciar información alguna; esto indica que hay un alto porcentaje de dificultad en los docentes para representar sus estrategias metacognitivas y consolidar los procesos de planeación, control y regulación, como también ausencia en las estrategias de repaso, organización y pensamiento crítico enunciadas por Printrich y García (1993), como se evidencia en el marco teórico.

Se logró llegar a este conocimiento, aplicando tanto la teoría de Mayer (1986) sobre procesos y conocimientos específicos, donde se presenta el modelo de resolución de problemas matemáticos, fundamentado en procesos de comprensión y solución, como también la tipificación de las estrategias a partir de diferentes tipos de representación considerados por Morales (2008), esquemas de los conocimientos lingüístico, semántico y esquemático, a los procedimientos ejecutados por los docentes cuando resolucionan las situaciones problemas planteadas a lo largo de toda la fase de campo.

Finalmente, al analizar estos resultados encontrados con la observación directa del diario de campo, se evidenció en los docentes, un afán de dar respuestas numéricas de forma rápida, pero no hay un proceso de reflexión para organizar y comprender el planteamiento de la situación problema, dejando entrever que no se ha desarrollado en el docente mismo la consolidación de las estrategias metacognitivas, quizás porque consideran que la matemática es tan solo el uso de procesos algorítmicos, que conllevan a una respuesta, dejando de lado la importancia que se tiene en el macro proceso de la resolución de problemas, el proceso de comprensión de la situación problema y específicamente la etapa de identificación del problema.

### 5.2.5. Análisis de los resultados de la entrevista

La entrevista que se realizó fue semi-estructurada y aplicada a todos los docentes urbanos y rurales que hacían parte del estudio; tenía como objetivo conocer las habilidades epistemológicas y conceptos que poseían los sesenta y siete docentes en ejercicio que orientaban matemáticas en básica primaria, en los establecimientos educativos públicos de las trece provincias del departamento de Boyacá, en el año 2017.

Se retomaron los constructos conceptuales y pedagógicas desde su práctica, específicamente sobre metacognición, estrategias metacognitivas, estrategias de resolución de problemas, habilidades pedagógicas y matemáticas empleadas por ellos para resolver problemas matemáticos, de igual manera los procesos correspondientes a la etapa de comprensión del problema para identificar la tarea.

Dado que la investigación fue de corte cualitativo y específicamente con desarrollo del análisis textual, el software empleado fue el SPAD (sistema de análisis de datos textuales), el cual permite retomar algunos procesos ejecutados para este trabajo, a partir de cinco momentos: el primero en la creación de un diccionario de palabras empleadas por los docentes en las respuestas de la entrevista que organiza alfabéticamente, el segundo, la toma de las palabras características con mayor frecuencia empleada por todos los docentes participantes, el tercero, realización de una lista de palabras características con valores de test y de probabilidad con criterio de chi-cuadrado, en el cuarto, se retomaron las respuestas características y significativas asociadas a la distribución de las distancias más cercanas al valor promedio de los participantes, por cada grupo urbano y rural, lo cual da validez científica a lo realizado.

A partir de esta información arrojada por el análisis textual se procedió a organizar y analizar las respuestas para garantizar la eficacia del proceso de la investigación a la luz del diario de campo y los referentes teóricos.

#### *5.2.5.1. Análisis a la pregunta ¿Qué entiende Usted por metacognición?*

La metacognición la conciben los docentes, como un proceso asociado a un conocimiento o aprendizaje acompañado de una capacidad mental que poseen las personas sobre una situación que realizan.

Comparando las respuestas obtenidas por los dos grupos de los docentes que orientan el área de matemáticas en básica primaria en los contextos urbano y rural, se pudo percibir que para los urbanos la metacognición era como un proceso personal que relaciona experiencias y capacidades existentes con un nuevo aprendizaje, mientras que para los rurales era un proceso de reflexión, donde un individuo es consciente de los conocimientos, procedimientos y competencias que tiene frente al desarrollo de una situación; se evidenció que estos docentes tienen una mayor claridad de los elementos que involucran la metacognición ya que consideran necesario la reflexión del ser humano y la conciencia de sus conocimientos, mientras que el otro grupo solo la percibía como una relación entre capacidades y conocimientos cercanos a una habilidad; no obstante, los docentes coinciden en asociar a la metacognición con procesos del ser humano o del individuo, que implica una reflexión y que está relacionada con el conocimiento o aprendizaje, pero no se evidenció la necesidad de generar regulación de sus propios conocimientos.

En la observación directa (diario de campo) que se realizó al desarrollo de los talleres aplicados a los docentes participantes cuando resuelven situaciones problemas en forma individual, también se evidenció una ausencia de autorregulación y control sobre sus propios conocimientos, se centraron en los procesos algorítmicos en primera instancia y no se detuvieron a priorizar los procesos de planeación, de regulación y control para realizar una comprensión de la tarea a desarrollar, lo ratifican en sus esquemas con actividades propias de la práctica de aula, concentrándose eso sí, en los ejes temáticos específicos contemplados en el currículo escolar para básica primaria.

Al analizar las respuestas características y la práctica de los docentes participantes de la investigación a la luz del teórico Flavell (1979), se observó que para ellos no hay una comprensión y proceso consciente "es la relación de su propio conocimiento a partir del cual la propia persona toma conciencia de sus procesos y situaciones de aprendizaje", lo cual implica que los docentes deben realizar la supervisión activa, la regulación de los procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan normalmente al servicio de una meta u objetivo concreto, elementos fundamentales que se deben tener en cuenta en el proceso de enseñanza - aprendizaje en el área de matemática, lo que permitió inferir que no es importante para ellos generar una autorregulación de sus propios conocimientos, en pro de crear estrategias eficaces para desarrollar una tarea.

#### *5.2.5.2. Análisis a la pregunta ¿Qué estrategias utiliza Usted para resolver una situación problemática en matemáticas?*

Al interpretar las respuestas características dadas por los docentes urbanos a las estrategias utilizadas para resolver una situación problema en matemáticas, se evidenció que sus estrategias apuntan a la codificación, aclaración y entendimiento de la información del problema, centrándose en la lectura, toma de datos para realizar y ejecutar un plan, mientras que en el grupo rural se observó una estructura más reflexiva, ya que además de realizar la lectura, toma de datos y elaboración de un esquema, hacen un análisis de las posibles restricciones, como una realimentación de los procesos generando un monitoreo de la acción del proceso.

Al comparar la concepción de los docentes sobre las estrategias para resolver problemas con el desarrollo empleado por ellos al abordar situaciones problemas matemáticos desde la observación directa (diario de campo) no se evidenció una coherencia estructurada dado que tan solo permitió percibir algunos elementos de la comprensión del problema mostrando la poco eficiencia de los procesos empleados, lo que permitió inferir que los docentes deben consolidar desde su práctica las estrategias correspondientes a las etapas de comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y evaluación de la solución, que iban más allá de solo la toma de datos, uso de la información y procesos algorítmicas sin un proceso de planeación, regulación y control que permitiera mostrar una eficacia en la solución.

El empleo de estas estrategias mostraron poca eficacia, si se asocia con lo reflejado en los bajos resultados de los estudiantes de nuestro país en las pruebas externas, frente a la competencia de resolución de problemas, lo que permite reflexionar ¿cómo es que el docente concibe la resolución de problemas? si es desde una acción algorítmica de ejercitación meramente numérica o como una creación de estructura mental consolidada en dos procesos: la comprensión del problema y de solución expuesta por Mayer (1982).

Aunque los dos grupos establecieron unos pasos donde priorizaron la lectura, la toma de datos, operaciones, representaciones y respuestas; las estrategias empleadas por ellos que podían ser validas desde su experiencia docente, el análisis vale la pena hacerlo a la luz de Poggioli (2001) quien establece estrategias generales en la resolución de problemas al margen del contenido o dominio específico de un problema, habilidades que debe tener el docente que enseña matemáticas al abordar una resolución de problemas como son: identificar el problema, abstraer información del problema, identificar la pregunta, definir las variables, formalizar la situaciones (ecuaciones), plantear alternativas de solución, aplicar una de las alternativa y evaluar la solución estrategias éstas que no se evidencian de forma clara y estructurada en los pasos establecidos en la caracterización de las cuatro fases de resolución de problemas de Polya (1954). Por tal razón, los docentes que enseñan y orientan matemáticas en la educación básica primaria, deben conocer primero el método Polya para resolver problemas matemáticos y en segunda instancia, apropiarse del cómo se logra consolidar cada etapa para desarrollar estrategias claras en los estudiantes y por ende en ellos, para tener una eficacia en la competencia de la *resolución de problemas*.

#### ***5.2.5.3. Análisis a la pregunta ¿Cómo consolida Usted las estrategias empleadas para abordar una situación problema?***

Para los docentes urbanos era prioritario identificar elementos que intervienen en el problema de tal manera que se pudieran asociar con procesos matemáticos, para luego realizar un esquema, mientras que para los rurales era prioritario realizar el esquema y abordar la solución de forma inmediata para luego verificar si la estrategia usada era válida.

Los dos grupos de docentes presentaron algunos elementos correspondientes a estrategias utilizadas para la resolución de problemas matemáticos que apuntaban a las actividades y operaciones mentales; sin embargo, no se evidenció una estructura lógica que permitiera demostrar procesos estratégicos de organización y comprensión del planteamiento del problema para establecer procedimientos del trabajo para resolverlos; de igual manera, no se logró identificar los ajustes en los procesos de solución y realimentación para alcanzar la asertividad de la solución.

Estas acciones se ratificaron en la observación directa (diario de campo) cuando ejecutaron la resolución de problemas de forma individual y grupal, presentando un afán por correlacionar la situación problema con procesos algorítmicos asociados a estructuras numéricas de manera pronta, sin generar un proceso de meta reflexión para la etapa de comprensión del problema como se muestra en sus respuestas; algunos generaron de forma inmediata un esquema sin procesos de realimentación y ajustes para ser validados, presentando una baja eficacia.

Retomando a Woods (2009) quien contempla que el resolver un problema implica estar consciente del proceso utilizado para resolverlo, monitorear y reflexionar sobre el proceso utilizado, como también Weintein & Mayer (1986) respecto de las estrategias en la resolución de problemas matemáticos, quienes consideran que el individuo en su proceso de aprendizaje, busca como objeto codificar, aclarar entender la información que da el problema; las respuestas características y actividades realizadas por los docentes que orientan matemáticas, se interpreta que la resolución de problemas está más ligada a los procesos de solución antes que a los de comprensión; dado que la solución pertenece a la estructura cognitiva que requiere conocimiento operativo o algorítmicos y el proceso de comprensión a lo estratégico como la planeación, secuencia y evaluación a los diferentes tipos de conocimientos que posee el individuo (Mayer, 1987); además, no se evidencia en sus concepciones epistemológicas y pedagógicas evaluadas.

#### *5.2.5.4. Análisis a la pregunta ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso? Sí_____ No_____. Justifique su respuesta*

El 96% de los docentes participantes respondieron que sí son conscientes de los procesos cuando resolucionan un problema matemático; pero al analizar los procesos realizados en el desarrollo de talleres no se evidenció un proceso de monitoreo y reflexión sobre el proceso utilizado, como tampoco una planeación, control y regulación de estos docentes; sin embargo, el 1% manifestó que no es consciente siempre y el 3% no respondió la pregunta.

A pesar de que el 96% de todos los docentes participantes (67) consideraron que si eran conscientes del proceso de resolver un problema, de acuerdo a las respuestas obtenidas en las preguntas anteriores, no se evidenciaron estrategias de planeación, control y regulación ni en sus concepciones, ni en sus prácticas; no obstante, tres docentes reconocieron que tienen dificultades con la conceptualización de algunos temas matemáticos.

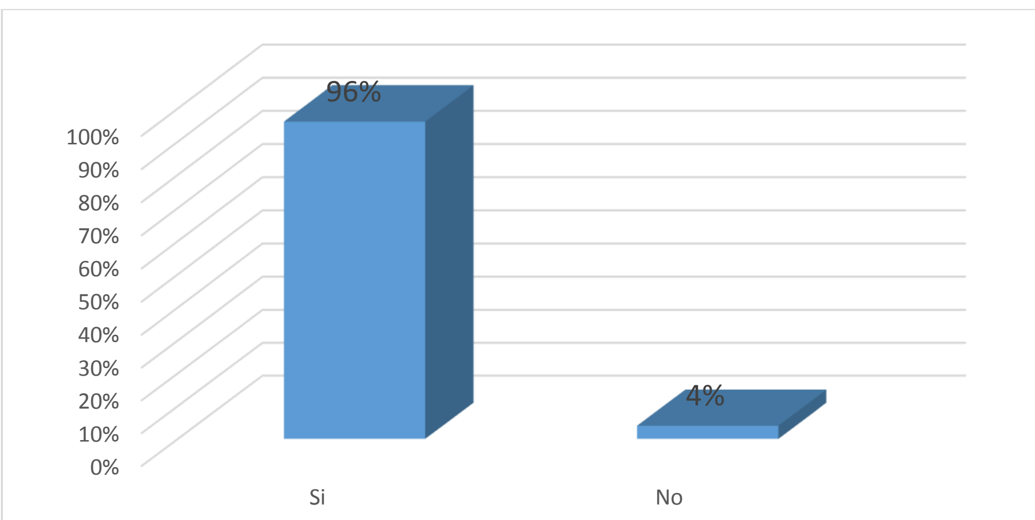



*Figura 28.* Las respuestas dadas por los docentes a la pregunta: ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso? Datos de la investigación.

Los docentes urbanos en sus respuestas características presentaron una necesidad de comprender la situación de lo planteado e inmediatamente lo ligaron a acciones como extraer información y luego, llegar a una verificación o validación de sus respuestas; los rurales manifestaron en primera instancia, la identificación del contexto e implícitamente la ligaron a procedimientos que no son explícitos.

Se evidenció que para los docentes que orientan matemáticas el proceso de ser consiente se podría asociar al proceso de planeación donde organizan y comprenden el planteamiento del problema, centrándose en establecer procedimientos para trabajar la resolución del problema en la línea de Printrich (1991).

De igual forma, se pudo asociar a la habilidad de comprender, la información para ordenar las acciones al ejecutar una tarea, elemento que se evidenció en la observación directa (diario de campo) cuando realizaron situaciones problemas en los talleres resueltos por ellos donde se mostró niveles de entendimiento, interpretación, manejo de recursos y uso de conceptos matemáticos, las cuales se aproximan a las habilidades básicas consideradas por Schoenfeld (1992), como particularizar, generalizar, descubrir patrones y relaciones, hacer conjeturas y justificar respuestas, habilidades que por sí solas no garantizan la eficacia en la resolución del problemas matemáticos.

##### ***5.2.5.5. Análisis a la pregunta ¿Al terminar de resolver un problema Usted monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado? Si___ No_____. Explique brevemente su respuesta***

Los docentes urbanos relacionaron el monitoreo y reflexión en sus respuestas características, manifestaron que en primera instancia resuelven la situación de forma algorítmico y en segunda instancia de forma pictórica, su definición no era clara pero se podría inferir que el monitoreo y la reflexión la relacionan con el proceso numérico o el pictórico cuando no es posible abordarlo de manera algorítmica; para los docentes rurales, en primer momento realizaron un modelamiento de la situación (algorítmico), haciendo uso de material real para recrear la resolución del problema, realizando una comunicación, acudiendo a representaciones gráficas, tablas o dibujos para hacer razonamiento y por ultimo hablan de las estrategias de resolución problemas (pasos), esto permite evidenciar que los docentes rurales presentaron una estructura más consolidada, sin embargo existe una relación con algunas competencias matemáticas como es el razonamiento, la comunicación, el modelamiento y la resolución de problemas, también consideraron importante el uso de la representación de tablas, gráficos, dibujos para realizar control y monitoreo.

Por su parte, los docentes rurales presentaron una mejor comprensión de lo que era el monitoreo y reflexión sobre la resolución de problemas matemáticos a la luz del teórico Woods (2002) quien manifiesta que para resolver un problema implica: estar consciente del proceso utilizado para resolverlo, monitorear y reflexionar sobre el proceso utilizado conlleva a identificar patrones con rapidez, aplicar distintas tácticas y heurísticas, analizar los datos creando gráficas y diagramas que permitan comprender mejor el problema, retomar datos disponibles para tener un acercamiento que utilice principios básicos y no memorizar soluciones.

Al observar los procesos realizados en la resolución de los talleres prácticos (diario de campo) por los docentes urbanos se observó una respuesta muy algorítmica con poco proceso de realimentación mientras que los docentes rurales hicieron uso de varias estrategias heurísticas y realizaron un control permanente en el desarrollo de los procesos que se corroboró desde sus respuestas características, luego se puede concluir que presentan estrategias con actividades y operaciones mentales a través de estructuras que permiten la adquisición de nuevos aprendizajes fundamentados en procesos de planeación, control y evaluación.

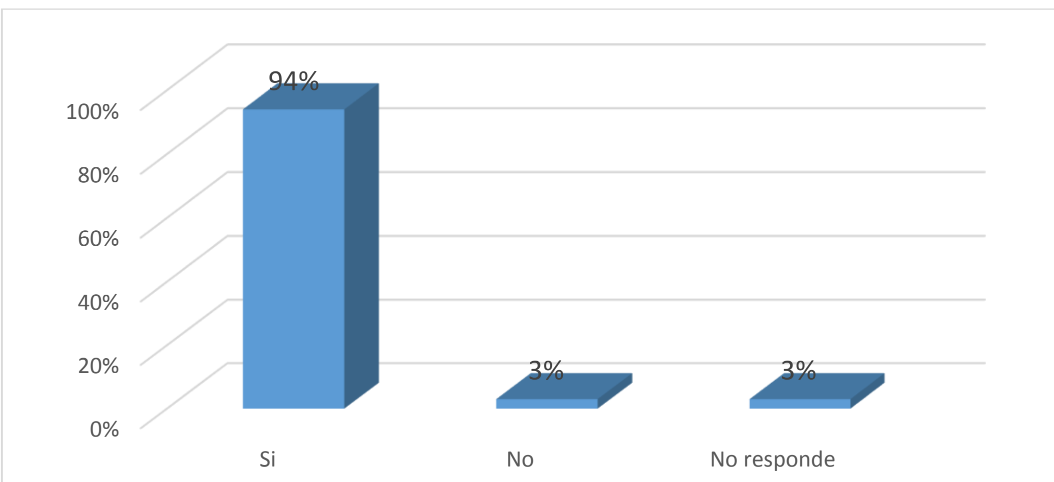



*Figura 29.* Se observa las respuestas dadas por los docentes al proceso de monitoreo y reflexión. Datos de la investigación.

El 94% docentes entrevistados manifestaron que si realizan monitoreo y reflexión del proceso utilizado al terminar de resolver el problema, el 3% dijeron que no realizan, que no es importante realizar el proceso de monitoreo y reflexión en la resolución de problema, mientras que

3% no respondió; es decir, para ellos le era indiferente realizar o no procesos de reflexión y monitoreo o no estaban seguros de su respuesta.

#### *5.2.5.6. Análisis a la pregunta: ¿Cuándo resoluciona un problema matemático Usted lo asocia a: Conceptos matemáticos, Problemas ejecutados anteriormente en su práctica docente, Actividades realizadas por sus estudiantes, Tarea Procesos algorítmicos?*

La resolución de problemas estuvo asociada por los docentes en un alto porcentaje el 78% con conceptos matemáticos y procesos algorítmicos, continuaron en un 69% con problemas ejecutados anteriormente en su práctica, el 35% dijo que en actividades realizadas por sus estudiantes y el 28% como tareas (ver figura 15).

Lo anterior permitió inferir que los docentes asocian la resolución de problemas con el currículo, como práctica, como elementos de la vida académica y escolar, no son concebidos como una competencia para la resolución de situaciones cotidianas y de la vida; además, la tarea no tiene mayor relevancia para ellos.

Esto permitió comprender la baja eficacia de resolución de problemas en situaciones cotidianas presentadas por los estudiantes en las pruebas nacionales e internacionales, ya que no se considera la resolución de problemas como una competencia matemática que contemple los procesos metacognitivos y cognitivos, como también su eficacia. De acuerdo a los autores Stanic y Kilpatrick (1998) quienes hacen tres esquemas sobre el significado de la resolución de problemas en el área de matemáticas: "hacer matemáticas" los problemas juegan en la vida académica y ésta consiste que el trabajo de la matemática realmente en problemas y soluciones, "como contexto" funcional en el currículo desde los cinco roles: justificar la enseñanza matemática, como motivador para ciertos temas, como recreación, como medio para desarrollar nuevas habilidades, como práctica, "como habilidad" que corresponde a las concepciones pedagógicas y epistemológicas se direccionan a las técnicas de resolución de problemas enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados para que las técnicas puedan ser dominadas.

Las respuestas dadas por los docentes se confirmaron a partir de la observación directa (diario campo) en el desarrollo de los talleres donde se priorizaron los esquemas algorítmicos, con un afán de contestar de forma numérica sus procesos y al mismo tiempo no hay un detenimiento para realizar la etapa comprensión de la situación problema, ya que no realizan un reconocimiento en las restricciones propias del problema que conlleva a una baja efectividad en sus soluciones y a su vez, a la no comprensión de la tarea solicitada, mostrando que la tarea no es relevante para ellos, quizás porque no es concebida como lo que deben dar cuenta del aprendizaje solicitado sino asociada a una ejercitación.

Se deduce que los docentes no tienen contemplado desde su rol, la importancia de las habilidades pedagógicas y epistemológicas que permiten realizar una meta reflexión de sus acciones y de sus competencias, para lograr integrar la resolución de problemas desde la escolaridad y la vida cotidiana, esto también muestra, el bajo nivel de eficacia de los mismos docentes y estudiantes en la resolución de situaciones problemas contemplados desde los lineamientos de matemáticas y referentes de calidad.

#### *5.2.5.7. Análisis a la pregunta ¿Qué elementos pedagógicos emplea Usted cuando lee una situación problema?*

Los docentes urbanos la asociaron a las palabras lectura, datos, análisis, comprensión, operaciones, interpretación, estrategias y algoritmos, mientras que los docentes rurales lo asociaron a las palabras: pregunta, subrayar, esquemas, contexto, realimentación, pictogramas, representación y conceptos; lo que permitió inferir que los dos grupos de docentes asociaron los elementos pedagógicos a procesos de secuencias, jerarquización de contenidos y al empleo de saberes, pero no hay una relación que permita integrar las relaciones de los estudiantes con los saberes y la evaluación de las estrategias de enseñanza – aprendizaje; lo miraron solamente desde un contenido específico de la práctica o ejercitación en torno a la resolución de problemas.

Al retomar a Zubiría (2006), “los modelos pedagógicos otorgan lineamientos básicos sobre las formas de organizar los fines educativos, de precisar las relaciones entre estudiantes, saberes y docentes” (p. 56), de acuerdo a las respuestas de los docentes, ellos no relacionan los elementos pedagógicos con los medios de interacción de los recursos del ambiente de aprendizaje donde ellos y los estudiantes interactúan, bajo condiciones y circunstancias físicas, humanas, sociales y culturales propicias, para generar experiencias de aprendizaje significativo y con sentido.

Desde sus acciones pedagógicas en el desarrollo de actividades prácticas (diario de campo), cuando deben abordar una resolución de problemas matemáticos no se evidenció una relación entre las acciones didácticas y los elementos pedagógicos en sus respuestas asociadas con la cotidianidad y proximidad del contexto de la vida. Lo anterior, permitió que la investigadora se cuestionará respecto a ¿será que los docentes conciben los elementos pedagógicos en la resolución de problemas, únicamente como un proceso de ejercitación para dar razón a un currículo y no a la vida?

#### *5.2.5.8. Análisis a la pregunta ¿Qué entiende Usted como contexto del problema? Descríbalo*

Por las respuestas características empleadas por los docente se pudo inferir que para los docentes hablar del contexto del problema es la posibilidad de manejar una relación muy próxima a la cotidianidad del estudiante y su lenguaje; sin embargo no se realizó ese análisis de los elementos importantes que se debe tener en cuenta desde la identificación de un contexto como una meta importante en la educación matemática, que es proveer a los maestros de recursos que les permitan transitar por una instrucción basada en la discusión y solución de problemas o tareas en contextos distintos y que demanden una reflexión cognitiva significativa en los estudiantes, que puedan argumentar respecto de procesos matemáticos para abordarlos en forma eficaz.

Se podría decir que existen algunos elementos que permitieron acercarse a la identificación del contexto como el lugar, desarrollo, entidad si eran asociados a las preguntas ¿Quién?, ¿Cómo?, ¿Dónde? o ¿Cuándo? entre otras, pero hubo ausencia en analizar las restricciones, toma de datos e identificación de la tarea entendida esta como, qué me pide el problema, elementos que se ratifican en el desarrollo de sus actividades prácticas, ya que pareciera que hay una confusión frente al contexto del problema y es mirado como solo dónde sucede.

Los docentes que enseñan matemáticas están llamados a desarrollar competencias propias de la matemática, como la comprensión del contexto de un problema y de activadores que permita comprender la situación; por tal motivo para identificar el contexto de una situación se debe preguntar: ¿quién?, ¿para qué? ¿cómo?, ¿dónde? sucede la situación, como también las posibles restricciones dadas en la situación problema, qué datos están presentes en el enunciado para lograr identificar la tarea que debe dar cuenta de la situación preguntada en términos de aprendizajes y no de contenidos, acompañada de procesos de comprensión lectora a niveles literal, inferencial y crítico.

Bañuelos (1995) presenta una relación entre las etapas y secuencias para desarrollar conocimiento metacognitivo para la resolución de problema retomando el método de Polya en la resolución de problemas, ampliando cada etapa: Comprender el problema, Diseñar un plan, Ejecutar el plan y Examinar la solución a través de preguntas orientadoras que permiten la comprensión del problema, la concepción de un plan, la ejecución del plan y la verificación de forma consciente y eficaz.

De acuerdo con las respuestas de los docentes entrevistados y a la observación directa de sus habilidades pedagógicas y epistemológicas para la resolución de problemas matemáticos se pudo concluir que para ellos, no es importante la etapa de comprensión del problema y por ende los procesos que se deben identificar, como el contexto de la situación problema, las restricciones, los datos y la comprensión de la tarea para abordar un diseño de plan eficaz y eficiente, competencia que se debe desarrollar desde la práctica docente, para luego ser consolidada en los procesos de enseñanza - aprendizaje.

#### *5.2.5.9. Análisis a la pregunta ¿Qué entiende por habilidad matemática?*

Estas palabras empleadas por los docentes para responder que entienden por habilidad como situación, Capacidad, Resolver, Matemáticos, Problema, Solucionar, Desarrollar, Facilidad; son palabras que no son dicientes ya que no concatenan para abordar la definición de habilidad matemática, no presentan acciones claras a ejecutar desde una competencia de resolución de problemas, de igual manera, en su práctica docente se emplea este término con frecuencia, pero parece que carece de claridad conceptual cuando se pregunta.

Los docentes urbanos en sus respuestas características hablaban de la necesidad de mostrar destrezas para resolver situaciones problema, manejo del algoritmo, competencias de comunicación y razonamiento matemático; mientras que los docentes rurales en sus respuestas características, giraban en torno a la capacidad que posee una persona o individuo para desarrollar o afrontar una situación que requiera del uso de elementos matemáticos. Ambos grupos evidencian en sus respuestas, que la habilidad matemática era la capacidad del individuo de comprender, proponer y efectuar algoritmos, así como realizar razonamientos matemáticos.

De acuerdo a lo expresado por los dos grupos de docentes, se pudo inferir que las habilidades matemáticas son procesos implícitos que inducen al uso de algorítmicos pero que no son tan fáciles de definir, pareciera que, aunque es una palabra muy común en el uso pedagógico de la práctica docente, no se tienen los elementos suficientes para precisar.

El MEN (2012) en los Estándares Básicos de Competencias en el área de matemática contempla las competencias matemáticas como habilidades donde su actividad se refiere al trabajo intelectual personal y grupal de los estudiantes, tales como definir estrategias para interpretar, analizar, modelar y reformular la situación; formular preguntas y problemas, conjeturas o hipótesis; explicar, justificar (y aun demostrar) o refutar sus conjeturas e hipótesis; utilizar materiales manipulativos; producir, interpretar y transformar representaciones (verbales, gestuales, gráficas, algebraicas, tabulares, etc.)

Es así como los elementos: estrategias de análisis, modelar, conjeturar, uso de materiales, interpretación y representaciones no se evidenció en las respuestas características dadas por los docentes participantes en la investigación, lo que permite inferir que se hace necesario realizar un reconocimiento de los referentes de calidad en el área, para lograr consolidar procesos desde su práctica, como la visualización, representación, modelación, resolución de problemas y conjeturación de una situación abordando el conocimiento matemático en forma eficaz aproximándose más a la definición de habilidad matemática.

Stanic y Kilpatrick (1988), en sus estudios dicen: Resolver problemas es una habilidad. Las concepciones pedagógicas y epistemológicas se direccionan a las técnicas de Resolución de problemas, enseñados como un c*ontenido,* con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

#### *5.2.5.10. Análisis a la pregunta ¿Considera Usted que resuelve problemas matemáticos con habilidad? Si___ No___. Explique su respuesta*

Los docentes respondieron en un alto porcentaje (78%) lo cual corresponde a 52 docentes, que si resuelven problemas matemáticos con habilidad y 15 docentes manifiestan que no consideran que pueden resolver problemas con habilidad matemática (ver figura 32).

Las palabras con mayor frecuencia empleadas por los docentes cuando asocian con la resolución de situaciones problemas en forma hábil fueron: Problema, Proceso, Solución, Matemáticos, Situación. Así mismo, emplean palabras como Respuesta, Resolver y Análisis éstas no permiten asociar la habilidad en la resolución de problemas con visualización de conceptos, objetivos matemáticos, procesos de razonamiento lógico matemático, patrones, entre otros; pareciera que tener habilidad en la resolución de problemas es dar una solución, pero tampoco hay una eficacia cuando se observa la práctica de los docentes en el desarrollo de los talleres.

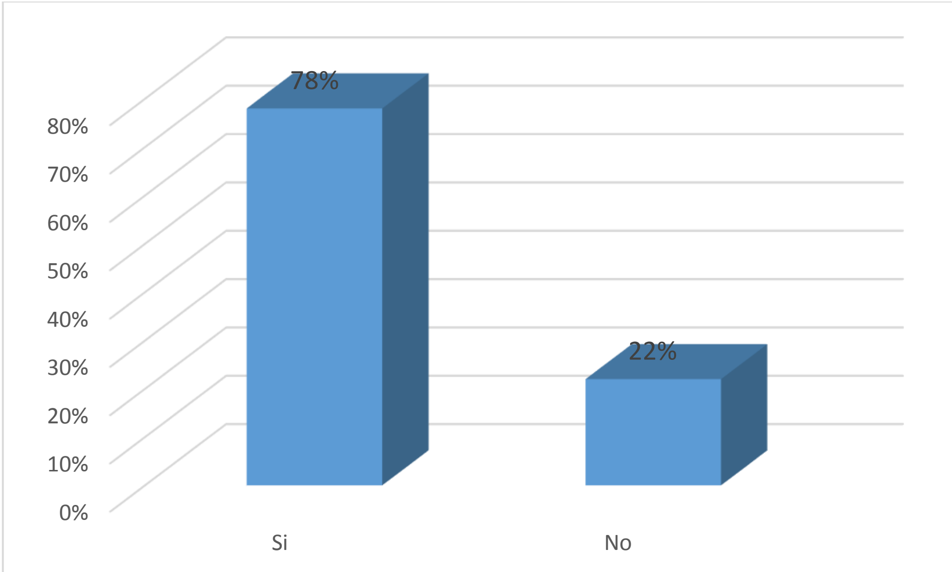



Figura 30. Representa resultados sobre la pregunta de resolver problemas matemáticos con habilidad. Datos de la investigación.

Al justificar sus respuestas se encontró que los docentes urbanos en sus respuestas características manifiestan que, para alcanzar la habilidad realizan primero un análisis leyendo el texto, identificando la información y tareas, haciendo procesos para obtener una respuesta y verificar los pasos, respuesta obtenida; respuestas características que dan acciones que permitieron inferir elementos como razonamiento. Los docentes en sus respuestas características manifestaron que presentan dificultad para resolver problemas matemáticos por lo que deben acudir a representarlos para lograr comprenderlos de forma más fácil; sin embargo, reconocen la necesidad de hacer uso de conceptos matemáticos, pero también consideran que son hábiles en el abordaje de la resolución problemas.

Aunque en un alto porcentaje 78% de los docentes que equivale a 52, los docentes manifiestan ser hábiles en la resolución de problemas matemáticos, en su justificación no se evidenció habilidades para aplicar conocimientos disciplinares, capacidad de auto critica en su rol de docente de matemáticas, capacidad para asumir nuevas exigencias de curriculares, metodológicas y tecnológicas, que se evidencian en el desarrollo de resolución de problemas abordados por ellos en los talleres prácticos, dada la poca eficacia de sus procesos de transferencia, inferencia y evaluación, desde las técnicas de resolución de problemas, como un contenido (conceptos), con problemas de prácticos relacionados (aula), para que estas técnicas puedan ser dominadas.

#### *5.2.5.11. Análisis a la pregunta ¿Qué entiende Usted por Resolución de problemas matemáticos?*

No se evidencia en sus respuestas características como pasos, estrategias, metacognición o cognición que son procesos fundamentales para la resolución de una situación problema, pareciera que aunque hay un uso frecuente de estas palabras no hay una apropiación de lo que significa.

Al retomar las respuestas características de los dos grupos de docentes se observó que para los docentes urbanos resolver un problema está ligado a retomar un problema para plantear un nuevo proceso de solución, ya sea que hubiese quedado mal o porque existían diferentes soluciones mientras que para los rurales es un proceso de pensamiento que permite integrar los demás procesos para el desarrollo de competencias y coloca en juego habilidades del individuo. Consideran también, que este proceso debe asociarse a contextos mediados y de interés para activar pre saberes y saberes nuevos, con miras a la adquisición de aprendizajes significativos.

Al comparar las respuestas características de los docentes se evidenció que, para los docentes urbanos resolver un problema está orientado a la reformulación del mismo, ya que era considerado como un proceso no asertivo; mientras que para los docentes rurales, el resolver un problema presenta elementos muy valiosos y más asertivos frente al concepto, mencionan que se hace uso de conocimientos previos y nuevos, hablan de las habilidades del individuo, pensamientos y procesos para el desarrollo de competencias; aquí hay una gran diferencia en la estructura epistemológica de los docentes mostrando un mejor conocimiento en los docentes rurales.

Al comparar estas respuestas características con la observación directa (diario de campo) de los docentes cuando resolver situaciones problemas en los talleres se evidencia una tendencia en solo procesar información o en mirarlo como una situación que requiere un solución única, pareciera que en el lenguaje de los docentes resuelven un problema matemático es un “eslogan” y no más, dado que no se evidenciaron estrategias claras de planeación, regulación y control, acompañados de procesos de conocimiento utilizado que necesita un monitoreo y reflexión, lo cual permita evidenciar la identificación de patrones para decidir con rapidez si la situación es un problema o un ejercicio, la aplicación de diversas tácticas y heurísticas, determinar la exactitud y pertinencia de los datos disponibles para abordar la tarea de forma eficaz y eficiente que son algunos de los elementos considerados por Woods (2002).

Retomando a Dijkstra (1991), quien considera que la “resolución de problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra el conocimiento almacenado en la memoria de corto y largo plazo” cuando los docentes resolucionan problemas no es fácil evidenciar los conocimientos almacenados, quizás porque muy pocos docentes realizan un esquema de los pasos o estrategias a ejecutar, por cuanto no consideran necesario realizar un esquema de las actividades y/u operaciones mentales que permita codificar, aclarar y entender la información de la situación problema; esto se evidencia en la observación directa (diario de campo) cuando los docentes resolucionan situaciones problemas en los talleres y muchos de ellos se limitan a encerrar la respuesta pero no hay procesos ni procedimiento alguno, dejando la hoja en blanco como se evidenció en el taller de pre-saberes donde el 39% de los docentes no presentaron esquema alguno en la solución, lo que no permite evidenciar procesos de planeación, control y regulación.

Por otra parte, Stanic y Kilpatrick (1988) quienes hacen un esquema sobre los tres significados que se tienen en la resolución de problemas: resolver problemas como contexto, como funcional en el currículo (cinco roles), resolver como habilidad, concepciones pedagógicas y epistemológicas (técnicas dominadas) y resolver como “hacer matemática” rol que juegan en la vida académica. Estos esquemas no se evidenciaron claramente en las respuestas características de los docentes entrevistados; se puede inferir que para los docentes la resolución de problemas está ligada más como una práctica o ejercitación; por lo tanto vale la pena resignificar la resolución de problemas y sus implicaciones como competencia matemática a la luz de los referentes de calidad.

## 5.3. Análisis sobre preguntas y objetivos de la investigación

### 5.3.1. Análisis de la primera pregunta y el primer objetivo específico.

La investigación en su proceso, dio respuesta a la primera pregunta “¿Qué tipos de conocimientos específicos se activan en los procesos de la etapa de comprensión del problema en los docentes al resolver problemas con el concepto de fracción como parte-todo, contextos continuos, contextos discretos y como razón? a través del trabajo en los talleres de Presaberes y el de Razón. Es así como, se identificaron los tipos de conocimiento específicos que se activaron en la mente de los docentes al momento de solucionar un problema. Si se recuerda los resultados estos fueron: 21 docentes (33%) son lingüísticos, 8 docentes (10%) son semánticos y 12 docentes (18%) son esquemáticos. Hubo un número alto de docentes (26) el 39%, a quienes no se les pudo identificar el tipo de conocimiento, por cuanto no hicieron ninguna de las actividades propuestas, dejando la hoja en blanco.

Por lo expuesto anteriormente, el objetivo específico sobre "Explorar los tipos de conocimientos específicos que posee el docente cuando resoluciona problemas con el concepto de fracción como parte-todo (contexto continuo, contexto discreto y como razón) en la etapa de comprensión del problema" fueron abordados por la investigación y se cumplieron. Se tuvo como base teórica para realizar esta tipología, a autores como Mayer (1986) y Morales (2008) en cuanto a procesos y conocimientos específicos (semánticos, esquemáticos y lingüísticos), y para las características de esos conocimientos, respectivamente.

### 5.3.2. Análisis de la segunda y cuarta pregunta y el segundo y cuarto objetivo específico.

Respecto de la segunda pregunta: ¿Cuáles son las estrategias metacognitivas de planeamiento, control y regulación en los docentes en la etapa de comprensión desde la resolución de problemas de fracción como parte-todo y como razón? y de la cuarta, que está muy ligada: ¿Cómo incide en su praxis, las estrategias metacognitivas de los docentes en el proceso de comprensión para la resolución de problemas de fracción como parte-todo, en contextos continuo, discreto y como razón? se puede decir que, a través de los talleres de contexto continuo, discreto, razón y entrevista, específicamente cuando se les pidió que explicaran los pasos seguidos para hallar la solución a la situación problema, al resolver las situaciones problemas, al contestar las preguntas de la entrevista, además del diario de campo, se constató, que los docentes objeto de la investigación, utilizan las estrategias de planeación, por cuanto organizan y observan que les sirve del material concreto entregado, estableciendo un procedimiento para resolver el problema.

También, cuando los docentes realizan ajustes continuos con el material concreto, haciendo conexiones internas y externas del aprendizaje, acudiendo a las memorias de corto y largo plazo para realizar ajustes continuos a los procesos cognitivos, en ese momento realizan el proceso metacognitivo de la Regulación, del cual habla el teórico Pintrich & García (1993).

Luego, los docentes realizan el proceso metacognitivo de control cuando a la par que están realizando el de Regulación, hacen ajustes continuos entre el total (equivalencias) y lo que se toma, para no equivocarse, verifican resultados y realimentan los procesos para determinar la tarea.

Pero, en términos generales, estos procesos no los realizan en todas las situaciones problemas planteadas, razón por la cual no se puede hablar de procesos generales que los docentes realizan consuetudinariamente, en otros términos, en forma constante en su praxis diaria, por lo cual, se hace necesario que el docente realice un proceso meta-reflexivo desde sus prácticas y sus habilidades en la resolución de problemas que permita evidenciar monitoreo y reflexión sobre el proceso realizado, ser organizado y sistemático en el proceso de resolución, aplicar tácticas y procesos heurísticas, utilizar las estrategias metacognitivas, sistematizar el proceso que permita evidenciar estructuras a través de graficas o diagramas para comprender mejor el problema; según (Woods, 2002); hacer ajustes continuos de los procesos cognitivos desde los cambios de sus estructura para lograr consolidar una planeación, control y regulación como procesos generales que permita mostrar una mayor eficacia en los resultados obtenidos.

Por otra parte, se puede concluir, que los docentes rurales presentan una mejor estructura de los procesos metacognitivos de planeación, control y regulación que los docentes urbanos, pareciera que éstos solo buscan dar una respuesta pronta a la situación problema pero no realizan un proceso de reflexión sobre: ¿el cómo?, ¿el cuándo? y ¿cuál es la tarea? que de manera implícita realizan los docentes rurales al buscar verificar su eficacia en la solución.

En consecuencia, la investigación dio respuesta a la segunda pregunta y alcanzó el segundo objetivo y cuarto objetivo propuesto: Interpretar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación en el docente, en la etapa de comprensión del problema, al resolver problemas de fracción parte- todo, contexto continuo, contexto discreto y como razón y "Establecer la incidencia de las estrategias metacognitivas de los docentes en el proceso de comprensión, al resolver problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, desde su praxis".

### 5.3.3. Análisis de la tercera pregunta y el tercer objetivo específico.

¿Qué habilidades pedagógicas y conceptuales poseen los docentes en ejercicio, que enseñan matemáticas, frente a la estructura de la etapa de comprensión del problema y la competencia de Resolución de Problemas, con base en los referentes de calidad educativa colombiana?

De los resultados obtenidos por los grupos de los docentes, al no realizar procesos de planeación de la resolución de los problemas abordados; se puede decir que no hubo procesos de reflexión y conocimiento sobre lo que demanda la tarea, como tampoco una conciencia de los procesos metacognitivos y la resolución de problemas que permitan mostrar una habilidad pedagógica o epistemológica del docente para abordar con eficacia los problemas con el concepto de fracción parte-todo en los diferentes talleres trabajados.

Así mismo, del análisis de los dos grupos se pudo concluir que los docentes *Rurales* presentan una mejor estructura y comprensión del concepto de la fracción parte-todo, que los docentes Urbanos, aclarando que ambos presentan debilidades.

Por otra parte, al no realizar esquemas los docentes, se puede inferir que para los docentes la resolución de problemas está ligada más a una práctica o ejercitación diaria; por lo tanto vale la pena resignificar la resolución de problemas y sus implicaciones como competencia matemática a la luz de los referentes de calidad.

De igual manera, se logró percibir que los docentes conciben las estrategias como una habilidad para asociar la situación problema con conocimientos previos matemáticos que conllevan a una ejecución de una acción algorítmica, pero no se observó pasos secuenciales y lógicos para llegar a una solución eficaz, tampoco hablan sobre los procesos de razonamiento, comunicación, ejercitación y modelación contemplados dentro del macro proceso de la resolución de problemas, ni mucho menos realizaron una relación con el desarrollo de competencias matemáticas establecidas en los estándares básicos de competencias y finalmente, las respuestas a las preguntas de control permitieron concluir que los docentes no presentan habilidad pedagógica y epistemológica frente a la etapa de comprensión de la situación problema.

Teniendo como base lo expuesto anteriormente, se puede concluir que la investigación alcanzó el objetivo perseguido de "Analizar las habilidades pedagógicas y epistemológicas que poseen los docentes para resolver problemas de fracción como parte- todo y su uso a la luz de los referentes de calidad educativa colombiana".

### 5.3.4. Análisis del objetivo general de la investigación.

Así mismo, todo el proceso llevo a Tipificar las estrategias metacognitivas y habilidades pedagógicas y epistemológicas que poseen los docentes de primaria en la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en el departamento de Boyacá, alcanzándose el objetivo general propuesto por la investigación.

Esto no quiere decir, que sea un proceso acabado, por el contrario, fue un abrir de puertas para estudios sobre el tema que ocupa la investigación, dado que son muchas las debilidades que presentan los docentes, no solo de primaria, sino también de secundaria, quienes deben de continuar con su proceso de enseñanza- aprendizaje sin las herramientas ni los conocimientos disciplinares de que habla la normatividad colombiana.

Es un llamado a las Secretarías de Educación, Instituciones Educativas, Rectores y demás miembros de la Comunidad Educativa, para que abran en sus Instituciones espacios de Reflexión académica, donde se cultiven y cualifiquen los docentes en estos temas que involucran e inciden en los estudiantes, en el proceso de mejoramiento de la calidad educativa, lo cual implican resultados a nivel interno y externo en las pruebas nacionales e internacionales.

## 5.4. Discusión

### 5.4.1. Discusión sobre los resultados del taller de fracción parte-todo. Presaberes.

El análisis de acuerdo a la organización de las preguntas, reagrupadas con el mismo uso del concepto de fracción como parte todo mostró que en los numerales 1 y 5 orientadas como operador, los participantes presentaron un alto porcentaje de asertividad (75%), dado que es una actividad constante en el trabajo de aula. En los numerales 2, 7, 10, 11 y 12 referidos a la fracción parte-todo en contexto discreto, el 74% de los docentes resolvieron estos problemas de forma correcta. En los numerales 3 y 4 encaminados a la fracción en contexto continuo, tan solo el 33% contestaron de forma correcta. Y en los numerales 6, 8 y 9 cuya situación problema era el uso de la fracción parte todo como razón, solo el 30% de los docentes lo hicieron en forma correcta.

Respecto a la eficacia de los docentes al resolver situaciones problema con el uso del concepto de fracción parte-todo, en promedio el 52%, (35) docentes de los 67 participantes en la investigación cumplieron con esta; dado que las situaciones problemas son básicas y de acuerdo al desarrollo de sus procesos matemáticos muestran una debilidad epistemológica y pedagógica en su práctica, demostrando una baja competencia, en resolución de situaciones problema y en sus habilidades matemáticas. De igual manera, al analizar a los 21 docentes que no presentaron ningún proceso en la hoja, dejándola en blanco (el 31%), se detecta su imposibilidad de lograr consolidar los procesos para resolver las situaciones problemas o su dificultad en la comprensión de la situación problema; esta debilidad, también se evidenció en contexto continuo, en contexto discreto y como razón.

En este sentido, es evidente que los docentes presentan debilidades desde lo conceptual como también en su habilidad en la competencia de resolucionar problemas matemáticos, a pesar de hacer uso de la fracción parte – todo y aplicación del conocimiento en el aula de clases y encontrarse en el currículo con este aprendizaje, sin tener en cuenta que el profesor, por su rol, debe poseer un alto grado de competencias profesionales, ya sea por su disciplina y función como por su formación profesional como por su práctica pedagógica.

Estas debilidades las contempla también en su investigación Pontón (2008) quien considera que es muy importante que los docentes conozcan e interioricen los conocimientos disciplinares sobre la fracción, por cuanto la relación parte-todo presenta un puente de entrada a la conceptualización de unidad como un todo divisible en partes más pequeñas, sin que por eso deje de ser unidad; así mismo, desde la relación parte-todo se genera un contexto importante a partir del cual conceptualiza la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta) y tipo de magnitud (continua o discreta).

Por otra parte, al comparar los resultados a nivel de eficiencia y eficacia en la resolución de problemas con el concepto de fracción parte - todo y su uso en contexto continuo, en contexto discreto, como razón, al promediar los resultados de las pruebas aplicadas en los talleres a los docentes participantes, el 48% no logra tener asertividad, es muy parecida a la debilidad presentada por los estudiantes en las pruebas nacionales Saber, esto permite inferir que hay dificultad en los docentes en el proceso de enseñanza- aprendizaje del concepto de la fracción y sus componentes en el aula.

De igual forma, el análisis de la eficacia de los docentes frente a la habilidad de resolver problemas con el uso del concepto de fracción parte – todo a la luz de su práctica y con algunas investigaciones realizadas, muestra que las dificultades en la concepción y uso por parte de los docentes tiene que ver con su ejecución, por cuanto ellos al resolucionar problemas lo hacen con una mirada netamente numérica, de igual modo se apoyan de los libros escolares, la cual es comprendida de esta manera, dejando de lado la concepción epistemológica de la fracción parte - todo y su uso en los diferentes contextos conllevando a la poca comprensión y uso del concepto aplicado en la Resolución de Problemas cotidianos, esto implica que el docente debe profundizar y comprender el concepto y como aplicarlo a situaciones cotidianas más cercanas a la realidad escolar y a su quehacer docente.

A esto se le suma que los resultados obtenidos en el taller de presaberes permite corroborar lo manifestado en otras investigaciones, tales como las de Pontón (2008), Obando (2003) Castro (2015), Iriarte (2011), Hincapié (2011), entre otras; los docentes participantes a pesar de tener experiencia docente en el aula (15 años en promedio), donde han orientado la enseñanza de la fracción parte – todo, presentan bajo desempeño en la aplicación del concepto en situaciones problema escolares. También se corrobora desde la observación directa (diario de campo), que los docentes presentan un afán por dar una respuesta de forma inmediata, netamente numérica y responden marcando una respuesta, sin realizar ningún proceso en la hoja. En lo que respecta a los procesos y estrategias metacognitivas ejecutadas por los docentes, estos presentan una habilidad en el uso de algoritmos; sin embargo, no presentan una estructura fuerte en la etapa de comprensión del problema que permita identificar la tarea a desarrollar, sus esquemas representados son incipientes lo que dificulta su ejecución y resolución del problema.

De acuerdo a las teorías de Mayer (1986), basada en procesos y conocimientos específicos, donde se presenta el modelo de resolución de problemas matemáticos, fundamentado en los procesos de comprensión y solución, como también en la tipificación de estrategias con diferentes tipos de conocimientos (lingüístico, semántico y esquemático) que corresponde al proceso de comprensión de la situación problema, Morales (2008), presenta que el 33% son lingüísticos, es decir, realizan una asociación directa con el lenguaje simbólico y algorítmico; el 10% son semánticos, representando los datos iniciales de la situación problema en un lenguaje natural, posteriormente transcriben del lenguaje natural a representaciones simbólicas y por último abordan un modelo algorítmico; el 18% son esquemáticos dado que primero realizan un esquema grafico de la información dada sobre la situación problema, luego codifican los datos a representaciones simbólicas y simultáneamente identifican un modelo matemático para la resolución de la situación problema, cabe anotar que a pesar de sus representaciones, no aplica que la resolución fuera asertiva, dado que tan solo el 52% de sus respuestas fueron correctas, presentando en los docentes una diversidad de los diferentes tipos de representación de conocimiento específico.

Por otro lado, 26 docentes, el 39% , no realizan ningún proceso o esquema, son un alto porcentaje, a los cuales no se les pudo reconocer un tipo específico de conocimiento, porque dejaron las hojas en blanco, frente a la resolución de la situación problema; esto indica que había un alto nivel de dificultad en los docentes, para representar sus estrategias metacognitivas y consolidar los procesos de planeación, control y regulación como también ausencia en las estrategias de repaso, organización y pensamiento crítico enunciadas por Pintrich y García (1993).

Es recomendable que los docentes conozcan e interioricen estos tipos de conocimientos y sus representaciones, las utilicen en los procesos de enseñanza – aprendizaje con sus estudiantes, para que éstos mejoren en sus estudios, lo cual, sin duda alguna, se evidenciará en los resultados de las pruebas internas y externas que presenten.

Retomando a Flavell (1976) quien manifiesta que la metacognición es un constructo tridimensional que abarca tres aspectos: la conciencia acerca de los procesos cognitivos, el monitoreo (supervisión, control y regulación) y la evaluación de dichos procesos, en el caso de esta investigación, en el monitoreo que los docentes ejecutan en el proceso de comprensión del problema para la resolución de una situación problema con el uso del concepto de fracción parte-todo en contexto continuo, se evidenció que el uso de las estrategias metacognitivas de planteamiento, control y regulación no se encuentran estructuradas en la mente de los docentes, lo que permitió inferir que no son habilidades dominadas por ellos a pesar de tener una larga trayectoria en el desarrollo de su práctica docente (15 años), quizás porque no se ha realizado un proceso de reflexión desde su rol a la luz de ejes temáticos que presentan un bajo nivel de desempeño escolar, como es la  fracción parte-todo desde los referentes de calidad.

La comparación de este desarrollo práctico con la entrevista realizada a los docentes se ratifica el desconocimiento y uso de las estrategias metacognitivas (Poggiolli, et. al., 1983) para la consolidación de procesos de identificación del problema, abstracción de la información del problema, definición de variables, formalización de las situaciones, el plantear alternativas de solución, aplicar una de las alternativas y evaluar la solución, necesitan regulación de esfuerzo, lo cual alude a la habilidad del docente para persistir en las tareas como lo arroja el gran número de docentes que no realizan esquemas y dejan sus hojas en blanco. Tal habilidad es de importancia para el éxito académico en la medida que implica compromiso con las actividades y tareas propuestas.

Por otra parte, en el proceso de enseñanza, desde la perspectiva de la didáctica, la metacognición hace referencia, por un lado, a la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje y por otro a la capacidad de desarrollar una conciencia y un control sobre los procesos de pensamiento y aprendizaje, según Rodríguez (2015), estos son elementos que no pueden ser desconocidos por los docentes, quienes también deben poseer habilidades en la resolución de situaciones problemas y además deben ser conocedores del contenido de lo que enseña y por ende realizar acciones didácticas que permitan permear el aula escolar.

Pintrich, Smith, García y McKeachie (1991) sugieren que hay tres procesos generales en las estrategias metacognitivas: el planeamiento, la regulación y el control analizados en las estrategias empleadas por los docentes indagados en la investigación donde se evidencia una debilidad en los procesos de cada estrategia. Pintrich & García (1993) establecen en las estrategias metacognitivas, habilidades importantes que deben desarrollar los docentes que orientan la asignatura para alcanzar un éxito académico, en la medida que permite activar y consolidar los procesos en la resolución de problemas matemáticos.

#### 5.4.2. Discusión sobre los resultados del taller de fracción parte-todo contexto continuo.

El desempeño de los docentes en la resolución de problemas con el uso del concepto de fracción parte-todo en contexto continuo en situaciones cotidianas es bajo, dado su eficiencia presentada en los talleres de presaberes y contexto continuo ejecutados por los sesenta y siete participantes, por cuanto al comparar los resultados obtenidos fue del 33% y 30% respectivamente, ante lo cual, es preciso afirmar que el promedio de la eficacia es del 32 ahora, es de notar el alto grado de dificultad en la representación de los esquemas dado que el 46% de los docentes dejan en blanco la hoja no logrando dar respuesta a la situación problema, mostrando un vacío conceptual y procedimental sobre el uso de la fracción parte – todo en contexto continuo, ratificando de esta manera la dificultad sobre este eje temático y la poca competencia en la resolución de problemas a pesar de su larga experiencia profesional.

De igual manera se está confirmando que hay debilidad en los docentes que orientan el área de matemáticas en la etapa de compresión del problema y específicamente en el proceso de planeación, que permite establecer el procedimiento del trabajo para resolver el problema (estrategia metacognitiva). Si bien es cierto, que el porcentaje es alto, también se debe pensar que un 68% si lo alcanza, lo cual es significativo.

Es de notar que, aunque algunos marcan la respuesta correcta en el taller de presaberes (múltiples soluciones), esto no garantiza que logren consolidar esquemas en forma pictórica o simbólica, evitando mostrar sus procesos matemáticos cuando dejan en blanco su hoja, lo cual evidencia baja habilidad de los docentes en la resolución de situaciones problemas, como un alto grado de dificultad en la etapa de planeación y comprensión de la situación problema.

De igual manera, los docentes en el desarrollo de los talleres acuden a un largo proceso matemático asociado a los procesos algorítmicos de la adición y sustracción de fracciones, mostrando una vez más su destreza en el uso de la fracción como un operador y no como parte-todo; por otra parte, el lenguaje empleado por los docentes urbanos, en la descripción de sus pasos en el taller específico de contexto continuo, se centran en el proceso algorítmico mientras que los docentes rurales hacen una descripción más cercana y formal al concepto de parte-todo aunque no consolidan claramente el contexto continuo.

Así mismo, cuando la situación problema presenta una restricción, genera en los docentes un alto grado de dificultad dado que ninguno de los docentes que ejecutan esta situación problema logran responder de forma asertiva; quizás porque no están acostumbrados a reflexionar sobre como comprender el problema, antes de realizar cualquier otra actividad, limitándose al desarrollo mecánico de algoritmos que conllevan a un afán de contestar de forma numérica, centrándose en este proceso.

Por su parte, Llinares y Sánchez (1997) afirman en sus teorías, que llegar a la comprensión del concepto de fracción es un largo camino debido a sus múltiples interpretaciones, su comprensión depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es necesario tener claro que significa cada uno, aspecto que los docentes no entienden ni comprenden, dejándolo de lado. Al respecto, Obando (2003) señala que es de gran ayuda, por cuanto él, en su investigación, caracteriza la fracción parte-todo considerándola como un todo continuo o discreto que se divide en partes iguales, e indica esencialmente la relación existente entre el todo y un número designado de partes.

Frente a esto, se afirma que, para los docentes es difícil entender el concepto de fracción. En consecuencia, los docentes objeto de la investigación, deben actualizarse periódicamente en los conocimientos que a su entender tienen debilidades conceptuales, didácticas y pedagógicas, lo cual se confirma, en las consultas efectuadas para la investigación y presentadas en el Estado del Arte: Castro, (2015); Hincapié, (2011); Iriarte, (2011); Florés, (2010); Gaviria, (2016); Ordoñez, (2012); Pontón, (2008); Obando, (2003), quienes también abogan por realizar actividades donde haya intercambio de saberes, reflexiones sobre lo que se hace a partir de situaciones cotidianas, aspectos que se cumplieron en la realización de esta investigación.

Estas posiciones permiten mostrar que hay una debilidad en los docentes en el concepto de fracción parte-todo y su uso en las diferentes interpretaciones. Adicionalmente, hay un desconocimiento de los docentes frente a los referentes de calidad y específicamente de los aprendizajes que responden a los EBC, conllevando a la necesidad de crear una reflexión permanente en la comunidad docente que orienta el área en básica primaria frente a este aprendizaje, desde el *quehacer* docente y la necesidad de actualizarse permanentemente, para desarrollar la competencia del macro proceso de resolución de problemas, acompañado por supuesto de la habilidad de comprender, identificar y aplicar teorías matemáticas ligadas a la epistemología y pedagogía de la misma, en pro de fortalecer los procesos de enseñanza – aprendizaje en los estudiantes.

En la observación directa del desarrollo de los talleres (diario de campo), a pesar de ser muy común el uso de situaciones problemas en contexto continuo en el aula y donde los docentes emplean, en sus ejemplos cotidianos tortas, naranjas, hojas de papel, la recta numérica, para enseñar el concepto de parte todo, entre otros; sin embargo, no son conscientes del uso de la fracción parte-todo en contexto continuo, dado que para ellos no hay claridad en la diferencia de las variables continuas y discretas empleadas en la enseñanza de las matemáticas

De esta manera, se confirma la debilidad conceptual y dificultad existente en los docentes que orientan el área de matemáticas en la etapa de compresión del problema y específicamente la consolidación de la estrategia metacognitiva del proceso de planeación, que permite establecer el procedimiento del trabajo (Pintrich, 1991), donde se organiza y se comprende la situación problema logrando consolidar un planteamiento (Pintrich, Smith, García y McKeachie, 1991) y a pesar de haber realizado procesos mentales, como también por escrito, de los diferentes pasos o estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos.

Esto se ratifica en la práctica docente donde prima una respuesta numérica antes que la comprensión del problema en sí, sin lograr identificar la tarea a realizar, se infiere que los docentes al enseñar matemáticas en básica primaria, no tienen habilidad en la competencia de resolución de problemas con el uso de fracción parte todo. Sin embargo, a través de las respuestas características obtenidas en el análisis textual en el taller de contexto continuo y específicamente observando los cinco pasos donde se indagaba sobre las estrategias metacognitivas empleadas por los docentes al resolver la situación problema con material concreto en el paso uno, ambos grupos comprenden el concepto de Fracción como parte-todo, dado el lenguaje empleado por ellos en sus procesos como también en la organización y uso del material concreto entregado para establecer un procedimiento. Realizan procesos generales de *Planeación; de Regulación* al efectuar ajustes continuos; en el paso tres, los docentes continúan con el proceso de regulación y a la par, hacen el de *Control* haciendo equivalencias y analogías con la fracción, haciendo revisiones y verificaciones, como también de *realimentación* para determinar la tarea solicitada en la situación problema, aunque los docentes rurales claramente comprobaron en forma numérica y verificaron la solución a través del uso de algoritmos que ilustran con el uso del material concreto. Así, el uso del material concreto como en este taller (tira de papel) permitió ayudar a activar la memoria de corto y largo plazo para consolidar estrategias estructuradas, para resolver la situación problema activando en los docentes las estrategias metacognitivas permitiendo establecer los procesos de planeación, control y regulación, de que habla Pintrich, et. al., (1991).

Los docentes rurales presentan una mejor estructura de los procesos metacognitivos de planeación, control y regulación que los docentes urbanos, pareciera que éstos solo buscan dar una respuesta pronta a la situación problema pero no realizan un proceso de reflexión sobre: ¿el cómo?, ¿el cuándo? ¿Cuál es la tarea? que de manera implícita realizan los docentes rurales al buscar verificar su eficacia en la solución.

Al retomar algunos autores sobre metacognición como Flavell (1976) y de acuerdo con los resultados de los dos talleres (Contexto Continuo y Presaberes) se demuestra la dificultad de los docentes para consolidar esquemas de la situación problema, se puede decir que los docentes no son conscientes de estos procesos presentando una baja eficacia en su solución.

Los docentes que orientan el área de matemáticas deben conocer e interiorizar el significado de resolver un problema, ya que en su praxis es de uso constante, pero no hay una verdadera comprensión de lo que significa, dejando de lado la necesidad de reflexionar cuándo y cómo se debe abordar una situación problema de manera eficiente y eficaz, esto dado que en los proceso desarrollados por los docentes participantes tampoco se logra evidenciar dejando en blanco sus hojas; de ahí que se sugiere trabajar la teoría de Woods (1997, 2001, 2002), respecto del estudio y aplicación en la Resolución de Problemas de los siguientes aspectos: estar conscientes del proceso utilizado para resolverlo; monitorear y reflexionar sobre el proceso utilizado; saber identificar patrones para decidir con rapidez, si la situación es un problema o un ejercicio; aplicar diversas tácticas y heurísticas; poner el énfasis en la precisión de la solución, no en la velocidad con la que se resuelve; analizar los datos creando gráficas y diagramas que permitan comprender mejor el problema, ser organizado y sistemático durante el proceso de resolución; ser flexible; recordar los conocimientos involucrados y determinar su calidad, exactitud y pertinencia, así como de los datos disponibles.

Al respecto, es importante considerar lo que dicen García y Santarelli (2004), quienes manifiestan que la resolución de problemas como herramienta metacognitiva permite el aprendizaje de contenidos matemáticos, a través de la reflexión de los alumnos y docentes en los procesos de resolución; proceso de reflexión que se deben abordar desde las comunidades de aprendizajes entendidas como esos espacios de discusión académico que se deben generar en el interior de las instituciones educativas y que no pueden estar aisladas de los procesos de actualización y ajustes permanentes de los planes de área y de aula donde intervienen docentes de todos los ciclos, tanto urbanos como rurales que están orientando las asignaturas para generar estrategias de enseñanza – aprendizaje articulada a las necesidades de los estudiantes.

Estos aprendizajes, se deben fortalecer desde la planeación, articulándolos a partir de los resultados internos y externos para generar un seguimiento al aprendizaje real y acorde a los referentes de calidad educativa, algo que va en vía a lo que manifiesta Delgado (1998) quien afirma que el resolver problemas es una habilidad matemática, que permite encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución del problema. Sobre esto, Vilanova (2001), muestra la necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de "cómo enseñar a través de la resolución de problemas".

En este orden de ideas, los docentes urbanos y rurales, muestran una debilidad epistemológica y pedagógica en resolución de situaciones problemas al desarrollar los talleres, demostrando una baja competencia tanto en resolución de situaciones problema como en sus habilidades matemáticas. Al respecto, no hay que descartar a Vilanova (2001) quién contempla

> la habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, lo cual aparece no sólo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general con que han de trabajarse los contenidos de Matemática en la escuela, situándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje en esta área (p. 1)

Habilidades que en esta investigación se indagó desde las estrategias metacognitivas empleadas por los docentes, para abrir una línea de investigación a partir del rol del docente que enseña matemáticas, mediante una meta reflexión de la práctica, a la luz de sus habilidades en la resolución de problemas y su eficacia en los mismos. Esto se cumple si se tiene en cuenta a Díaz & Poblete (2017) quienes declaran que el docente debe demostrar habilidad para seguir, desarrollar y exponer los razonamientos matemáticos con eficacia.

Esto también lo contempla Batanero (2016), quién aborda el conocimiento común del contenido de los profesores de matemáticas, además Shulman (1986) y Ball, Hill y Schilling (2008), quienes en sus trabajos sobre el conocimiento y sus componentes, indican que el hecho de realizar discusiones sobre los resultados implica que el conocimiento común del contenido ayuda a los profesores en formación a desarrollar mejor su conocimiento del contenido y de los estudiantes. Además, Ball et al. (2008) cuando describe el Conocimiento Común del Contenido (CCC) como “el conocimiento matemático y habilidades que se emplean en situaciones que no son exclusivas de la enseñanza, el cual incluye el conocimiento que el profesor pone en juego para resolver problemas matemáticos, operar correctamente y aplicar definiciones y propiedades” (p.399).

### 5.4.3. Discusión sobre los resultados del taller de fracción parte-todo en contexto discreto

Los talleres de presaberes y discreto, muestran que la eficacia de los docentes en el uso de este concepto, bajó del 74% (Presaberes) al 57% (discreto), lo que en promedio puede aproximarse a un 65% de eficacia en la resolución de situaciones problemas con el uso en contexto discreto, un poco más alta que en el contexto continuo que fue del 42%; sin embargo, se mantiene el alto grado de dificultad en los participantes (48%) en la representación del plan o esquema a desarrollar dejando en blanco la hoja, ratificando los resultados del contexto continuo y la baja competencia en los docentes en resolución de problemas matemáticos.

Adicionalmente, los docentes presentan una habilidad en el reconocimiento de los procesos algorítmicos, no obstante hay un alto grado de dificultad en la etapa de comprensión del problema y específicamente, en la identificación de la tarea a ejecutar conllevando a certificar el poco uso de estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación. El bajo nivel de la eficacia en la representación de los procesos ejecutados de manera mecánica o interna, implica que los docentes no son conscientes del concepto de discreto dado que al observar el desarrollo de sus actividades en los talleres (diario campo) un gran número de docentes, realizan un conteo y subconjuntos de los elementos para lograr abordar la situación problema, a diferencia del contexto continuo, quizás porque desde preescolar se manipulan las variables continuas en el aula de forma implícita e inconsciente con material concreto como pimpones, cubos mágicos, fichas de parques, balones entre otros, por cuanto el contexto discreto es numerable. Esto también se consolida a partir de la pregunta comparativa realizada a los docentes, sobre si era posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7) cuyo objetivo era, tener un control sobre el uso consciente de los docentes sobre el contexto continuo y discreto, encontrando que aunque los docentes presentaron proceso de solución al enfrentarse a esta situación les fue difícil; muchos manifestaron que era posible realizarla, pero que en la vida real era muy difícil, mostrando una vez más la debilidad epistemológica y pedagógica del concepto de fracción parte todo en contexto continuo y discreto, corroborando, una vez más, su alto grado de dificultad para consolidar procesos de comparación y razonamiento conceptual del uso de fracción parte todo en contexto continuo y discreto, frente a situaciones problema reales.

Solo el 40% de los docentes logran identificar la diferencia entre el contexto continuo (no numerable) y el discreto (numerable). De acuerdo con sus respuestas, no logran formalizar el lenguaje de discreto y continuo simultáneamente, lo que permite inferir que aunque llegan a la solución, no tienen un concepto claro y formal del significado de la fracción parte-todo en los dos contextos, ratificando que los docentes, son hábiles en la parte numérica, pero no en la comprensión de la situación problema, dado que no pueden inferir correctamente frente a la pregunta realizada, estando de acuerdo con lo que afirman Pontón (2008), Hincapié (2011) y Vilanova (2001).

En las respuestas características que emergen del análisis textual, a través de los cinco pasos efectuados por los docentes, al identificar las estrategias metacognitivas que se activan en ellos al resolver problemas, los docentes urbanos centran sus procesos en el uso de algoritmos de adición, cociente y producto, donde no hay uso de un lenguaje acorde a la fracción parte todo, su formación en área de matemáticas presenta una habilidad mecánica en el uso netamente numérica, pero no hay un proceso de reflexión del concepto parte todo.

Por el contrario, los docentes rurales presentan en todos los procesos, el uso del concepto en contexto discreto, aunque lo hacen de manera implícita, dado que ellos trabajan el todo como la caja de chocolatines y realizan subgrupos para abordar la situación problema y lograr inferir la solución en todos los procesos, mantienen una estructura gráfica y de acuerdo con su lenguaje, reconocen el concepto fracción parte todo únicamente; sin embargo, esto no implica que hay conciencia del uso y significado del concepto de fracción parte-todo en contexto discreto; hay un bajo nivel de habilidades epistemológicas y pedagógicas en los participantes.

Ambos grupos de docentes presentan desarrollo y descripción de sus procesos, hacen uso de estrategias metacognitivas de forma inconsciente; en la planeación (primer y segundo paso), organizan y comprenden el material entregado para el planteamiento del problema, Pintrich (1991) y desde el modelo de resolución de problemas matemáticos (RPM) expuesto por Mayer (1986), los docentes realizan una comprensión global de la situación problema, haciendo representación interna; aunque los dos grupos acudieron a la formalización de la respuesta, son más explícitos y claros en su descripción, los docentes rurales que los urbanos.

En el sentido de Dijkstra (1991), en los participantes se observa la activación del conocimiento en la memoria de corto y largo plazo, de acuerdo con Kintsch y Greeno (1995), logran dar una representación del enunciado de la situación problema ya que pueden expresar la representación mental interna, su organización y coherencia del enunciado, se puede inferir que se activa en los docentes la etapa de planeación (estrategias metacognitiva) en concordancia con los autores Pintrich, Smith, García y Mckeanchie (1991). El proceso de control lo realizan en el paso tres cuando hacen uso de realimentación para determinar la solución de la situación problema; según los mismos autores Pintrich, Smith, García y McKeanchie (1991) y desde Weinstein y Mayer (1986) se puede decir que hicieron uso de la estrategias de resolución de problemas a través de un proceso de aprendizaje fracción parte – todo logrando codificar, aclarar y entender la información del problema.

Ambos grupos de docentes presentaron procesos de razonamiento para lograr dar cuenta de la resolución de la situación problema, activándose el proceso de regulación donde realizaron ajustes continuos a los procesos cognitivos para realizar la solución del problema; sin embargo, en sus procedimientos no hay una conciencia del contexto discreto lo que mostró su baja eficacia. En similar sentido que los autores Pintrich y García (1993), se pudo concluir que los dos grupos de docentes participantes, cuando resolucionan la situación problema, activaron estrategias cognitivas de repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico; estrategias metacognitivas correspondientes específicamente a los procesos de planeación, control y regulación; pero, en los docentes no hay una conciencia de estas estrategias ni tampoco una consolidación clara como lo muestran los resultados, quizá porque desde la escolaridad se ha generado un proceso de forma mecánica lo que no permite consolidar una habilidad pedagógica, frente a la comprensión de la situación problema dado que se evidencia el uso algorítmico de adición, producto y cociente fallidas en muchos casos.

Al describir las estrategias o pasos presentaron dificultad ya que manifiestan que saben que hay que hacer en su mente, pero al ir a escribir es difícil, tienen muchas dudas para realizar lo solicitado y necesitaron de orientación como el acompañamiento de la investigadora. Inicialmente, esto evidencia la dificultad de consolidar las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación, dado que no es usual en el aula, sino que se centra en la resolución de problemas y el uso mecánico de algoritmos, antes de consolidar algunas preguntas que permitan percibir la etapa de compresión del problemas, es decir, parece que el único afán de los docentes es dar una respuesta acudiendo al uso de procesos algorítmicos, como se evidencia en sus respuestas características y en los procesos ya discutidos de presaberes y contexto continuo.

Así mismo, al analizar la formación de los docentes participantes en la investigación, los docentes urbanos son licenciados en matemáticas o ingenieros y de acuerdo a sus procedimientos persisten en centrarse en el uso de algoritmos numéricos (operaciones) que están ligados a procesos de ejercitación, mientras que los docentes rurales quienes tienen formación en básica primaria son más analíticos y ligados a procesos de razonamiento matemático.

Ninguno de los dos grupos conoce de forma explícita el uso de la fracción parte- todo en contexto discreto, aunque hacen uso de él en forma implícita por reagrupación de chocolates para la solución adecuada; sin embargo, los rurales se mantienen en su secuencia, mientras que en los matemáticos no es tan evidente dado que se centran en procesos netamente numéricos.

Finalmente, en la resolución del problema al correlacionar con los autores como: Mayer (1986) y sus teorías, los docentes realizan una comprensión global de la situación problema ya que representan internamente la situación problema; con Dijkstra (1991), en los participantes se observa la activación del conocimiento, en la memoria de corto y largo plazo; con las teorías de Kintsch y Greeno (1985) logran realizar una representación del enunciado de la situación problema, por cuanto expresan la representación mental interna, su organización y coherencia del enunciado; con Weinstein y Mayer (1986) hacen uso de la estrategias de resolución de problemas a través de un proceso de aprendizaje parte-todo, logrando codificar, aclarar y entender la información del problema; respecto de Pintrich y García (1993), se activan sus estrategias cognitivas como las de repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico y la estrategia metacognitiva correspondiente al proceso general de planeación: organiza y comprende la situación problema y establece un procedimiento de trabajo para resolverlo.

En este orden de ideas, hay un alto nivel de los docentes que no reconocen la diferencia que hay entre el concepto de fracción parte todo en contexto continuo y discreto, vale la pena analizar que aunque no logran identificar los conceptos, si logran dar la respuesta numérica en muchos casos. ¿Será que solo hay una habilidad numérica y no hay un análisis conceptual de lo que se enseña?

### 5.4.4. Discusión sobre los resultados del taller de fracción parte-todo como razón

Sobre el uso de la fracción parte-todo como razón existe baja comprensión del concepto dado que los docentes no presentan una formalización de la razón a partir de la lectura de las situaciones problemas presentadas, ya que, no hay una relación de la variables en orden estricto lo que cambia la razón; es decir, es diferente decir uno de ocho (1/8) que ocho de uno (8/1) lo que presentó una baja eficiencia en la resolución de situaciones problemas con el uso de este concepto.

Respecto de la eficacia para llenar la tabla de información de ingredientes, el 78% lo hizo correctamente, un 13% lo efectuó en forma incorrecta y el 9% no responde, dejan la hoja en blanco. Esto significa que un gran número al resolver la situación problema lo hacen asertivamente, lo cual es significativo; pero, también hay un 22% que no logra solucionar lo solicitado, su eficacia es baja presentando un alto grado de dificultad, a pesar de que son temas tratados en el aula de clase. Dado que un alto número de docentes que responden correctamente la respuesta no presentan su procedimiento de forma pictórica o simbólica evitando mostrar sus procesos matemáticos no permite evidenciar la habilidad de los docentes en la resolución de situaciones problemas y su eficacia.

Se puede decir que la situación problema que está enmarcada a la fracción como razón con situaciones de problema sencillos muy usuales en el aula, los docentes participantes no lograr responder asertivamente dado que invierten las variables presentando una inadecuada lectura de la razón presentando una nula eficacia y eficiencia en los docentes participantes.

Es decir, que la presencia en los docentes de una habilidad en el uso de algoritmos no garantiza su eficiencia en la resolución de problemas con el uso de la fracción parte todo como razón, quizás porque no hay un entendimiento frente a la comprensión del problema y la identificación de la tarea a ejecutar. Así mismo, se puede deducir que los docentes, a pesar de identificar la fracción parte-todo como una razón, no hay habilidad en su uso al resolver situaciones problemas ya que sus procesos matemáticos no permiten evidenciar la habilidad de los docentes en la resolución de situaciones problemas con eficiencia y eficacia.

De igual manera, si bien es cierto que los docentes presentan habilidad en el uso de algoritmos, esto no garantiza su eficacia en la resolución de problemas con el uso de la fracción parte-todo como razón, posiblemente porque no hay un entendimiento frente a la comprensión del problema y la identificación de la tarea a ejecutar. Los docentes para llegar a la solución, hicieron uso de los algoritmos del producto y cociente, a partir de las condiciones o restricciones, empleando un lenguaje matemático asociado a la fracción, como mitad, medio; otros docentes tienen dificultades para proyectar los ingredientes (40, 48 bombones); algunos intentaron emplear calculadoras y otros hicieron el proceso en forma mental con dificultad de consolidar su proceso por escrito, no logran expresar en orden lógico las estrategias empleadas para satisfacer las respuestas. Esto indica que a los docentes se les dificulta entender en forma correcta la fracción parte –todo como razón.

Se hace necesario que el docente realice un proceso meta-reflexivo desde sus prácticas y sus habilidades en la resolución de problemas, que permita evidenciar monitoreo y reflexión sobre el proceso realizado, ser organizado y sistemático en el proceso de resolución, aplicar tácticas y heurísticas, sistematizar el proceso que permita evidenciar estructuras a través de graficas o diagramas para comprender mejor el problema Woods (2002).

Por otro lado, los docentes deben hacer ajustes continuos de los procesos cognitivos, a partir de los cambios de sus estructura para lograr consolidar en su proceso, actividades de planeación, control y regulación, procesos generales que permiten mostrar una mayor eficacia en los resultados obtenidos, dado que invierten la razón y algunos docentes no contestan dejando en blanco; por lo tanto, es de anotar que del total de la población (67), 40 docentes que enseñan matemáticas en básica primaria (60%), porcentaje alto, no presenta un conocimiento claro de la fracción parte-todo como razón, presentado una baja competencia en la resolución de problemas matemáticos empleados en el aula escolar, cumpliéndose lo que dice Llinares y Sànchez, (1997) “llegar a la comprensión de la fracción, requiere de un largo camino” (p.13) y si esto le pasa a los docentes, con toda su experiencia en el aula, con mayor razón en los estudiantes, corroborando una vez más la debilidad conceptual que se presenta en este eje temático y mostrando una baja habilidad epistemológica y pedagógica en los docentes a pesar de su larga experiencia en el aula y en la enseñanza de este tema.

Por otro lado, hay un desconocimiento de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación. Un número alto de participantes, hacen uso de regla de tres simple para lograr realizar la razón, calculada la razón inicial, algunos hicieron simplificación y representaron la equivalencia de la razón, lo cual es una respuesta válida; sin embargo, es de notar que el alto porcentaje de la no asertividad en la respuesta muestra complejidad en la resolución de la situación problema y ratifica la no comprensión de la formalización del lenguaje matemático. La comparación de los procesos ejecutados en el desarrollo del taller, muestra que hay debilidad en la comprensión lectora dado que no realizan un uso adecuado y jerárquico de la relación, invirtiendo la razón, perdiéndose la formalización matemática y presentando debilidad en la comprensión de la fracción parte todo como razón, ratificando lo que expone Harting (1958), quienes plantea "que el concepto de fracción es complejo y no es posible aprehenderlo enseguida. Es preciso adquirirlo a través de un prolongado proceso de desarrollo secuencial" (p. 296). Otros teóricos como Kieren (1976, 1988, 1993), Behr, Harel, Post & Lesh (1992), Gairín (1998), Escolano & Gairín (2005), Castro (2015), Llinares (2003), Sánchez (1997), Perera y Valdemoros (2007), Linda Dickson (1991), Obando y Zapata (2006), Vergnaud (1990, 1994 y 1995) (citados por Gallardo, 2008) convergen en la importancia de tener claro los diferentes significados de la fracción, como también indican las dificultades que tienen los docentes, quedándose en la enseñanza de la fracción ejecutada desde una mirada netamente numérica (Gallardo, 2008).

#### 5.4.5. Etapa de comprensión de la situación problema en contexto, restricciones, datos y tarea

Sobre la etapa de comprensión, ningún docente del sector urbano logró responder asertivamente, a pesar de su formación en el área de matemáticas y en cambio solo un docente del sector rural, logró reconocer todos los elementos del contexto; sin embargo, presentó gran dificultad porque se confundió con la resolución de problemas en contexto empleada desde la planeación, los cuarenta y ocho docentes restantes no lograron dar la respuesta correcta; no obstante, al dialogar con ellos manifestaron que no hay claridad, además, no diferencian el significado de resolver problemas como contexto y habilidad matemática.

Respecto de las restricciones, al realizar una mirada del total de 67 docentes, solo el 33% logro asertividad en sus respuestas; el 64%, no acertaron, es un porcentaje muy alto. Esto implica que los docentes presentan un alto grado de dificultad para identificar el problema sobre las restricciones; adicionalmente al observar su práctica en el desarrollo del taller, se corroboró esta información, dado que para ellos esta indagación no es relevante, se centran únicamente en los datos de la situación problema y no hay un proceso de análisis de la información. Castro (2015) manifiesta que la fracción a pesar de ser un concepto básico de la aritmética escolar, se encuentran ausencias en el conocimiento manifestado por los docentes", que es lo que sucede con el grupo de docentes intervenidos.

### 5.4.6. Discusión sobre los Resultados de la Entrevista.

De acuerdo con las *palabras características* del análisis textual obtenidas por los dos grupos de los docentes entrevistados, que aunque en su lenguaje académico es muy común hablar de la resolución de problemas matemáticos, desarrollo de habilidades matemáticas y estrategias metacognitivas, encontrados también en los planes de área y de aula, no se evidenció en sus respuestas, la diferencia entre estos conceptos, a la luz de los teóricos y a los referentes de calidad, se creería que son como competencias adquiridas por los docentes desde su práctica; de igual manera, al comparar las *respuestas características* provenientes del análisis textual, entre los docentes urbanos y rurales se alcanza a percibir que los docentes del sector rural tienen más elementos de fundamentación y de acercamiento a los conceptos, quizás porque deben enfrentar la transversalidad de todas las asignaturas y el acompañamiento de dos, tres y hasta seis grados en la misma aula.

En términos generales parece que hay un desconocimiento de los docentes en los elementos que conllevan al macro proceso de la resolución de problemas como competencia matemática contemplada en los referentes de calidad como los lineamientos curriculares (MEN, 1998) y estándares básicos de competencias (MEN, 2006) en el área de matemáticas, dado que ni en sus respuestas ni en sus acciones directas observadas (diario de campo) se logra evidenciar procesos de forma explícita sobre las actividades y operaciones mentales, que permitan demostrar el planteamiento, el control y la regulación de los procesos generales de las estrategias metacognitivas que permiten afianzar el proceso de comprensión de la situación problema identificando la tarea, como también las etapas generales de comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y examinar la solución (método de Polya) entre otros autores, ya abordados en el análisis de cada pregunta.

Al retomar a Poblete y Díaz (2017), desde la caracterización de las habilidades y competencias que debe poseer un docente que quiera enseñar matemáticas, específicamente competencias generales que conllevan a la habilidad para aplicar conocimientos disciplinares como capacidad de autocrítica en su rol como educador de matemáticas, capacidad de nuevas exigencias curriculares, metodológicas y técnicas, y competencias especializadas entre otras, la habilidad para seguir, desarrollar y exponer un razonamiento temático, habilidad para exponer ideas matemáticas y habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática, vale la pena preguntarse, ¿si realmente los docentes reflexionan desde su práctica sobre el desarrollo de estas habilidades y si son dominadas?

La integración de las competencias del conocimiento conceptual entendido como una reflexión y caracterización de un conocimiento teórico, rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos asociados con el ¿saber qué? y el ¿saber por qué? y el procedimental a la acción y que se relaciona con las técnicas como las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones, con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar en forma convincente, está asociado con el ¿saber cómo? que propende en desarrollar aplicaciones para el dominio de procedimientos y algoritmos matemáticos, el conocer cómo y cuándo usarlos de manera flexible y eficaz, contemplados en los Estándares Básicos de Competencias (EBC) que también deben ser demostradas por todos los docentes cuando se enfrentan a la resolución de situaciones problemas escolares; pero no se logra evidenciar desde las respuestas características y las acciones realizadas por ellos en el desarrollo de talleres prácticos observados en esta investigación, permitiendo inferir que las habilidades pedagógicas y epistemológicas de los docentes de básica primaria deben ser fortalecidas específicamente desde la Resolución de problemas y sus procesos metacognitivos como cognitivos, para lograr mostrar una mejor eficacia.

Lo anterior guarda relación con Rocha (2006, p.326), quien dice que la Metacognición es de utilidad para comprender mejor las prácticas de los estudiantes, cuando resuelven problemas. Para resolver una tarea, el estudiante activa una serie de actividades metacognitivas, que se hallan en estado latente, a través de adecuadas gestiones metacognitivas, y observar la función de apoyo que desempeñan dichas gestiones para hacer progresar los conocimientos cognitivos. No se puede reflexionar sobre aquello que no se conoce, de modo que la cognición acaba por servir de apoyo para que la metacognición emerja.

Por otra parte, se hace necesario mejorar los conocimientos matemáticos de los estudiantes, al respecto Rodríguez (2005), dice que se "necesita con carácter urgente mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en la educación obligatoria. La sociedad y los educadores demandan esta formación" (p.18).

Marroquín (2012) advierte que los maestros que asumen los procesos metacognitivos, obtienen logros por la planeación de estrategias y los docentes que realizan autoevaluación consigo mismos y con sus estudiantes, también realizan autorregulación de sus actividades en el aula y a la vez, motivan a los estudiantes para que se autorregulen en sus aprendizajes y hacerlos autónomos.

Finalmente, la metacognición es un proceso nuevo y vigente que se puede aplicar desde la docencia, es eficaz al utilizarlo en la enseñanza aprendizaje, debe formar parte del currículo de las Instituciones Educativas y ha de ser trabajada en los programas de cualificación docente a todos los niveles.

#### 5.4.7. Discusión sobre los Resultados de los Objetivos y Preguntas de la Investigación.

En términos generales se puede decir que la investigación, a través de todo el proceso investigativo, dio respuesta a todas las preguntas que enmarcaban el estudio; de igual manera, alcanzó los objetivos propuestos.

Para la primera pregunta y primer objetivo se apoyó en los planteamientos teóricos de Mayer (1986) y Morales (2008), respecto de procesos y conocimientos específicos (semánticos, esquemáticos y lingüísticos), y características de esos conocimientos, respectivamente. Se identificaron los tipos de conocimiento específicos de 41 docentes y de los 26 restantes no por cuanto no efectuaron actividades que permitieran realizar esta labor. La tarea fue significativa.

¨Para la segunda y cuarta pregunta y el segundo y cuarto objetivo respectivamente, se tuvo como apoyo a teóricos del orden de Pintrich & García (1993); Pintrich, Smith, García y McKeachie, (1991); y Woods (2002) respecto de uso e incidencia en la praxis de las estrategias metacognitivas de planeamiento, control y regulación de los docentes en la etapa de comprensión del problema. Los docentes observan, organizan y utilizan el material concreto entregado para resolver el problema, realizando un proceso de Planeación; cuando realizan ajustes con el material concreto y efectúan conexiones internas y externas en el aprendizaje, utilizando las memorias de corto y largo plazo, en ese momento se están controlando y a la vez regulando, o sea, realizan los procesos de Control y Regulación, para no equivocarse, verificando los resultados y realimentando el proceso. Todas son actividades metacognitivas.

La situación es que los docentes no realizan estas actividades en todas las situaciones problemas planteadas, no son constantes en su praxis, por lo cual, se hace necesario que los docentes realicen procesos reflexivos sobre sus prácticas y habilidades en la resolución de problemas, que lo lleve a ejercer un monitoreo consciente y reflexivo sobre las actividades que realizan, ser organizados y sistemáticos en el proceso de resolución, aplicar tácticas y procesos heurísticas, utilizar las estrategias metacognitivas, sistematizar el proceso que permita evidenciar estructuras a través de graficas o diagramas para comprender mejor el problema, hacer ajustes continuos de los procesos cognitivos desde los cambios de sus estructura para lograr consolidar una planeación, control y regulación como procesos generales que permita mostrar una mayor eficacia en los resultados obtenidos y de esta manera, al llevarlo a la práctica en el aula, se conseguirán mejores resultados con sus estudiantes.

Para la tercera pregunta y el tercer objetivo que indagaba sobre las habilidades de los docentes en ejercicio, en la etapa de comprensión del problema, el estudio se apoyó en los teóricos Stanic y Kilpatrick (1988); Men (2012); Poblete & Díaz (2017); (Polya, (1969); Poggioli, (1983) que hablan tanto de habilidades, como de comprensión del problema.

Los docentes participantes, conciben las estrategias como una habilidad, pero no realizan esquemas en todas las situaciones problemas plateados, razón por la cual, se puede inferir que para los docentes participantes, la resolución de problemas está ligada más a una práctica o ejercitación diaria; ellos tampoco hablan sobre los procesos de razonamiento, comunicación, ejercitación y modelación contemplados dentro del macro proceso de la resolución de problemas, ni mucho menos hacen relaciones con el desarrollo de competencias matemáticas establecidas en los estándares básicos de competencias y finalmente, las respuestas a las preguntas de control permitieron concluir que los docentes no presentan habilidad pedagógica y epistemológica frente a la etapa de comprensión de la situación problema.

Por lo tanto, vale la pena trabajar en el proceso de resignificar la resolución de problemas y sus implicaciones como competencia matemática a la luz de los referentes de calidad, para mejorar la eficacia y los procesos de transferencia, inferencia y evaluación, desde las técnicas de resolución de problemas, como un contenido (conceptos), con problemas de prácticos relacionados (aula), para que estas técnicas puedan ser dominadas y de esta manera, mejorar su praxis.

# 6. Capítulo seis. Conclusiones, Limitaciones y alcances

## 6.1. Conclusiones

La investigación presenta cuatro momentos correlacionados con instrumentos diferentes (talleres, entrevista, observación directa); sin embargo, entre ellos hay una correlación de conceptos, dado que presentaban preguntas de control para realizar seguimiento a las estrategias metacognitivas, uso de conceptos de fracción parte todo y habilidades matemáticas que poseen los docentes que enseñan en básica primaria en la resolución parte todo en el departamento de Boyacá, que fueron analizadas anteriormente. A partir de la triangulación de los resultados obtenidos acordes a los objetivos y preguntas de investigación planteadas se establecen las conclusiones de la investigación, junto con las recomendaciones y proyecciones de la misma a la luz de los dos grupos de docentes: urbanos (licenciados en matemáticas) y rurales (licenciados en básica primaria).

Es así que, frente a la pregunta ¿Qué conceptos conocen y aplican los docentes al resolucionar problemas de la fracción como parte-todo, en contexto continuo, contexto discreto, como razón? Se encuentra que su eficiencia en promedio como resultado de todos los talleres ejecutados es del 43%, porcentaje bajo dado que los docentes presentan en promedio 15 años de experiencia docente enseñando en el aula de primaria. Al analizar cuál de estos conceptos presentan mayor dificultad se observó que el de fracción parte todo en contexto continuo fue el más bajo, le sigue como razón y, por último, en contexto discreto. Vale la pena notar que del 67% que no presenta asertividad en la resolución de problemas (RP) el 42% no logran representar ningún esquema de los procesos, como tampoco abordar la situación problema. Los docentes resolvieron situaciones problemas aplicadas y resueltas por sus estudiantes en pruebas escolares aplicadas a los estudiantes de grado 4 ° y 5 °. Esto muestra un bajo desempeño en los docentes que también es reflejado en sus estudiantes en las pruebas desde la competencia en la resolución de problemas y, específicamente, en estos aprendizajes los estudiantes no usan fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas, los estudiantes no resuelven, ni formulan problemas que requieren el uso de la fracción como parte-todo, como cociente y como razón con un promedio del 64% en el departamento de Boyacá, como también poca habilidad matemática desde lo conceptual, lo procedimental y desde el currículo de básica primaria.

Al comparar sus procedimientos metacognitivos como cognitivos, con sus concepciones pedagógicos y con sus practica se puede concluir que no hay concordancia ya que cuando se le pregunta en la entrevista ¿al resolver problemas matemáticos tienen habilidad? el 94% manifiesta que sí, pero al observar su eficiencia en el desarrollo de los talleres como también sus procesos ratifica lo contrario, de igual manera se percibe en sus respuestas características, luego se puede concluir que no hay proceso de reflexión permanente desde su práctica. Al analizar sus representaciones se puede decir que predomina el uso del concepto de facción parte todo como operador.

Aunque algunos resuelven las situaciones problema, en su mayoría lo realizan de manera algorítmica, presentan gran dificultad en la consolidación de esquemas (simbólicos o pictóricos) o de la estrategia metacognitiva, que permiten identificar la comprensión individual, como es la elaboración de la planeación de la situación problema donde se evidencia la manera que el docente organiza y comprende la situación problema para establecer el procedimiento a desarrollar. Se evidencia con mayor frecuencia también en sus procesos la estrategia de control, la cual corresponde a realización de la solución de la situación problema haciendo uso de regla de tres, cociente, multiplicación, adición y sustracción, entre otras, pero hay dificultad. Existe ausencia en la estrategia de regulación donde se realiza ajustes continuos de procesos cognitivos para alcanzar la resolución la solución problema y que alude a la habilidad para persistir con la tarea.

Respecto al concepto de fracción parte todo y su uso, se evidenció que cuando los docentes resolvieron las situaciones problemas con el uso de esta noción en contexto discreto (numerable) presentaron facilidad y asertividad en situaciones de conteo de figuras geométricas, carros, personas, chocolates entre otras. Sin embargo, presentan dificultad y poca asertividad en las situaciones problemas, compuestos en una situación problema cotidiana relacionada entre textos leídos y número de páginas en contexto continuo (no numerable), presentaron un nivel de complejidad superior para los docentes dado que en las situaciones problemas estaban relacionadas con terrenos de sembradíos asociado a calcular áreas y como razón estaban asociadas a cantidades de agua en depósitos y en términos de capacidad mostrando debilidad en generar relación entre las dos variables.

En el taller de contexto continuo, donde los docentes deben enfrentar la diferencia de la resolución de la situación problema abordada con el contexto continuo (queso) con el contexto discreto (bombones) tan solo el 40% logra argumentar la diferencia entre estos dos usos del concepto de fracción parte – todo. Sin embargo, sus respuestas características en los docentes rurales es muy acertada en correlación al uso de lenguaje parte todo (mitad, cuatro de siete, entre otros) a diferencia de los docentes urbanos quienes mostraron más el uso de cocientes, productos y muy poco la asimilación del uso del lenguaje apropiado a la fracción parte – todo.

Al analizar el uso de la fracción parte todo como razón se evidenció que el 52% en promedio ponderado presentaron eficacia, sin embargo, el porcentaje restante presenta una gran confusión frente a la notación en la relación con respecto a su jerarquía lo que se toma respecto al todo, mostrando debilidad en la identificación de las variables dependiente e independiente. Esto ratifica la pregunta cuando se solicita que realicen la notación de la situación planteada demostrando que solo el 24% de los docentes que respondieron logran realizarlo de manera correcta (6 urbanos y 7 rurales) que presentan un uso adecuado en el lenguaje y su notación como razón; mientras que el 76% es un porcentaje muy alto de error dado que es un aprendizaje incluido en el currículo matemático de básica primaria.

Se resalta el alto porcentaje de docentes que, aunque algunos marcan alguna respuesta, no logran representar sus procesos dejando en blanco la hoja y mostrando un bajo desempeño, esto permite inferir que no logran la competencia de resolución de problemas como tampoco la habilidad matemática para aplicar conocimientos disciplinarios ni la habilidad para comprender e identificar teorías del aprendizaje matemático, dado que no existe capacidad de abordar diferentes estrategias de representación para resolver problemas aplicados al situaciones vivenciales a pesar de tener una amplia experiencia como docentes de aula por 15 años. Se puede concluir que no existe en ellos la habilidad en la ejecución de tareas que colocan a sus estudiantes por lo que se hace necesario en los docentes tanto matemáticos como de básica primaria que orientan esta área se actualicen permanentemente para reconocer lo que se debe enseñar en el aula desde lo disciplinar (concepto matemático), acompañado de la técnica de cómo se enseña (didáctica) a la luz de los referentes de calidad como son los lineamientos matemáticos (1998), estándares básicos de competencias EBC (2006) y los referentes de apoyo curricular como son las matrices de referencia, los derechos básicos de aprendizaje DBA, las mallas de aprendizaje y orientaciones pedagógicas entregados por el MEN (2013, 2014, 2015,2016, 2017).

En este sentido, es evidente que los docentes presentan debilidades desde lo conceptual como también en su habilidad en la competencia de resolucionar problemas matemáticos (saber cómo), a pesar de hacer uso de la fracción parte – todo y aplicación del conocimiento en el aula de clases, como también encontrarse en el currículo escolar este aprendizaje. Esto permite reflexionar su práctica docente, su actualización disciplinar, como también su rol, dado que él debe poseer un alto grado de competencias profesionales disciplinares como pedagógica y específicamente el desarrollo de la habilidad de resolver situaciones problemas que sus estudiantes realizan desde la cotidianidad.

Al retomar la segunda pregunta ¿Qué tipos de conocimientos específicos (lingüístico, semántico, esquemático) se activan en los docentes al resolucionar problemas con el concepto y uso de la fracción parte- todo? Se calcula un promedio de las representaciones realizadas en todos los talleres ejecutados por los docentes permitiendo tipificar los tipos de conocimientos específicos que se activan en la etapa de comprensión de situación problema, de acuerdo a la representación de las estrategias metacognitivas basada en procesos y conocimientos específicos Mayer (1987) como continuidad del trabajo de maestría de la investigadora donde se aporta a esta teoría desde la investigación titulada "estrategias que se tipificación en estudiantes que utilizan tipos diferentes de representación de conocimiento lingüístico, semántico, esquemático en la resolución de problemas de razón de cambio" de Morales (2008), herramienta teórica que permitió caracterizar las representaciones de los docentes, encontrando que el 25% de ellos presentan conocimientos lingüísticos quienes representan el planteamiento del problema en un lenguaje simbólico apropiado como también identifica el modelo matemático a trabajar y luego aplica concepto de fracción parte – todo y muestra manejo claro el vocabulario de la situación problema en un lenguaje matemático, el 18% presentan conocimiento semántico quienes presentan los datos iniciales en un lenguaje natural al problema luego trascribe los datos de un lenguaje natural a una representación simbólico y por ultimo identifica del modelo matemático adecuado a la situación problema, el 24% representan conocimiento esquemático quienes realizan una gráfica o esquema pictórico de la situación problema posteriormente codifica los datos iniciales con respecto a las representaciones simbólicas como también identifica un modelo matemático adecuado. En los docentes urbanos (matemáticos) predominan los tipos de conocimientos lingüísticos y esquemáticos mientras que los docentes urbanos (básica) prevalecen los tipos de conocimiento lingüísticos y semánticos; lo que permite concluir que la mayoría de docentes presentan un conocimiento lingüístico como esquemático que se puede asociar a la habilidad de uso algorítmico para representar la situación problema.

No obstante, es de observar que el 33% de docentes no logra representar ningún tipo de conocimiento dejando la hoja en blanco, muestra un alto grado de dificultad en la representación del esquema (simbólico o pictórico) de la situación problema que está directamente ligada a la etapa de comprensión de la situación problema ratificando una vez más la poca habilidad de los docentes en realizar tareas ejecutadas por sus estudiantes en el aula, esto también implica una dificultad en la comprensión lectora de la situación problema ya que no se logra identificar el contexto, las restricciones, los datos y por lo tanto dificultad en lograr alcanzar la tarea a desarrollar (dar cuenta sobre el aprendizaje y la solución asertiva) que se evidencia en la activación de las estrategias metacogntivas de planeación, control y regulación.

Dadas las características anteriores se puede concluir que es bastante bajo el conocimiento común del contenido (habilidad conocimiento matemático para aplicar definiciones y propiedades para operar correctamente) y conocimiento especializado del contenido (capacidad del docente para resolver de diferentes formas la resolución de problemas) de acuerdo a la dificultad en sus representaciones, conllevando a replantear la necesidad de generar un espacio académico de meditación desde su práctica a la luz de los referentes de calidad y de sus competencias específicas en el área.

Lo anterior, implica que los docentes deben profundizar este eje temático para lograr comprender el concepto de fracción parte-todo como unidad primero, para así lograr diferenciar su uso en contexto continuo, en contexto discreto y como razón, para así transferir este conocimiento en la interpretación de resolución de problemas en primera instancia desde su rol como orientador del conocimiento para lograr consolidar sus estrategias metacognitivas de planeación donde se logre evidenciar situaciones específicas de organización y comprensión de la información para abordar la situación problema, seguida de la estrategia de control donde se realizan actividades y procedimientos de verificación, rectificación como también la revisión de la estrategia planteada acompañadas por la etapa de regulación que permita evaluar el desarrollo de la estrategia planteada a fin de identificar su eficiencia y eficacia en la solución de la situación problema, permitiendo mostrar pertinencia y habilidad para resolver tareas que los estudiantes realizan en la escolaridad. Esto conlleva a realizar una meta-reflexión de su práctica docente como también replantearse cuales son las habilidades epistemológicas y pedagógicas que de acuerdo a estos resultados presentan los docentes teniendo en cuenta que vienen orientados esta área y que además estos aprendizajes se vienen desarrollando en el aula desde los referentes curriculares nacionales (lineamientos y EBC) con un promedio de quince años de ejercicio como docente de aula.

Aunque en todos los talleres se retoman las estrategias metacognitivas, en la etapa de comprensión de la situación problema el taller de parte–todo como razón y la entrevista permite profundizar en los elementos específicos permitiendo abordar la pregunta ¿Cuáles son las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes en la etapa de comprensión de la situación problema desde la resolución parte–todo en contexto continuo, discreto y como razón?; es así que al analizar las estrategias metacognitivas (planeación, control y regulación) se encontró en promedio que el 25% alcanza la representación de la etapa de planeación donde se logra evidenciar los procesos de búsqueda de solución de la situaciones problema diseñando una ruta a seguir, el 30% representa la estrategia de control que permite observa actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada, el 20% alcanza a representar la estrategia regulación donde muestra la evaluación del desarrollo de la estrategia diseñada cuyo fin es determinar la pertinencia, contrastando los logros y su eficacia. En los docentes urbanos (matemáticos) es muy incipiente, se podría decir que nula, la representación de la estrategia de planeación ya que pareciera que lo ejecutan de forma mental y no le ven necesidad o importancia de la misma, mientras que los docentes rurales en su gran mayoría registran esta estrategia de planeación antes de aborda la situación problema, en los procesos que se activan en de la estrategia de control se evidencian en ambos grupos quizá porque obliga a realizar la representación de la situación problema pero estas estrategias de planeación y control a la vez es más clara en los docentes rurales que en los urbanos dado que presenta una secuencia en sus pasos. En la estrategia de regulación es muy clara en los docentes rurales dado que en su gran mayoría realizan la planeación, control y regulación en todos los pasos ejecutados realizando un reconocimiento del lenguaje propio de la fracción parte todo como también de su representación simbólica, en los urbanos al haber ausencia de las tres estrategias de forma consecutiva donde se observa consolidación en sus procesos en una menor proporción de las estrategias de control y de regulación aunque hacen uso más numérico y algorítmico quizás por ser matemáticos y por último es acompañado del lenguaje. Esto permite concluir que los docentes rurales presentan una mejor representación en la activación de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación.

Cuando se analizan las respuestas en los talleres donde se les pide que validen sus respuestas individuales con los compañeros de la mesa, el 94% manifiestan que sí es válida su respuesta aunque no son claros en su argumentación del porque son válidas, sin embargo comparándola con la eficiencia de la situación problema va en contravía, dado que muestra un nivel alto de eficacia. De igual manera el número docentes que deja en blanco la hoja deja entrever la dificultad de consolidar estas estrategias mostrando que un porcentaje pequeño de los docentes logran determinar el proceso del antes, el durante y después de la resolución del problema.

Al analizar la población, se puede decir que los docentes rurales formados en básica presentan un mayor nivel en la estructura de sus esquemas frente a los urbanos mostrando que aunque no son formados disciplinalmente acuden a la representación de los esquemas, quizás porque les permite comprender con mayor facilidad la posible solución a la situación problema mientras que los docentes matemáticos presentan un alto grado de dificultad dada su formación disciplinal; pareciera que no les es importante la representación de los esquemas sino que acuden directamente a una respuesta numérico acompañada de un algoritmo o al desarrollo mental, no permitiendo entrever sus estrategias; estas dificultades en la representación de las estrategias metacognitivas como el grado de asertividad es bajo, dada que son tareas que realizan sus estudiantes en el aula y su larga experiencia laboral; luego muestran la necesidad de fortalecer en los docentes el conocimiento matemático de la fracción parte todo y sus usos en contexto continuo, contexto discreto y como razón, acompañado de las habilidades matemáticas para resolver las tareas que sus estudiantes están realizando y que son asignadas en el aula. Esto permite concluir que no se hace necesario solo saber dar una respuesta sino saber estructurar en el interior de la mente del docente la etapa de comprensión de la situación problema para luego si organizar estrategias pedagógicas y didácticas para fortalecer sus habilidades matemáticas como el desarrollo de la competencia en la resolución de problemas matemáticas dado que orientan esta asignatura a sus estudiantes en el aula de básica primaria.

En la etapa específica en la comprensión de la situación problema fundamentado en las método de Polya (comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan verificación) donde busca entender la situación problema a través de imaginar el lugar, las personas, los datos y el problema, en esta investigación se amplía estas preguntas orientadoras correlacionándolas con las competencias de comprensión lectora a través de preguntas orientadoras desde el contexto de la situación problema (¿quién?, ¿para qué?, ¿cómo?, ¿dónde?, ¿cuándo? entre otras) que se pueden abordar desde preguntas literales e inferenciales para lograr comprender la situación problema en primer momento. En segundo momento, se realizaron preguntas activadoras que permitieran identificar las restricciones o condiciones de la situación problema, para que en tercer momento se pregunte sobre los datos del problema indagando en los docentes la diferencia entre restricciones y datos, por ultimo logrando identificar la tarea que responde que debe dar cuenta el docente frente al aprendizaje especifico que son abordados desde el taller de fracción parte todo como razón, en la entrevista y la observación directa.

En así que, en la identificación del contexto tan solo lo logra responder correctamente en el taller de razón el 1% (docente rural), los docentes en sus respuestas características lo relacionaron con la celebración del día del estudiante, bombones a preparar, cantidades de ingredientes, reconocer cantidades para elaborar los bombones; mostrando que no hay claridad sobre la necesidad de leer la situación problema y realiza una comprensión literal e inferencia de la información que se presenta. En la entrevista manifiestan los docentes urbanos que el contexto del problema es el lugar o situación donde se genera el problema, también manifiestan que es el área del conocimiento mientras que los docentes rurales manifiestan que es conocer el ambiente donde se presenta la situación problema, el cómo se plantea el problema y la información, mostrando porque el 99% no logra identificar el contexto de la situación problema, confirmando el bajo desempeño en la comprensión lectora de la situación problema. Esto permite concluir que los docentes no correlacionan la comprensión lectora con el contexto, al observar su práctica se muestra que la lectura de la situación sólo esta direccionada a identificar cifras numéricas o cantidades.

Al analizar las preguntas sobre la restricción de la situación problema presenta eficiencia el 41%, mostrando mayor asertividad en los docentes urbanos que los rurales. De acuerdo a sus respuestas características hay confusión entre las restricciones, los datos y la tarea, es de notar que el 19% no logra dar respuesta dejando en blanco la hoja.

Cuando se aborda la identificación de los datos, se presentó una eficiencia del 91% dado que en sus respuestas características logran identificar ambos grupos la relación entre el número de bombones y las cantidades de ingredientes para elaborarlos, pareciera que los docentes tienen habilidad para sacar los datos de la situación problema.

Examinando las respuesta ante la pregunta por la tarea de la situación problema se evidencio que solo el 10% de los docentes rurales logran contestar de forma asertiva, sin embargo, la mayoría de docentes la relacionan con acciones que se deben desarrollar para alcanzarla, pero no logran identificar la tarea de forma específica; entre sus respuestas características esta medir masas, utilizar fracciones, estimar cantidades, usar regla de tres, comprensión del texto, análisis de la información, buscar cantidades en gramos, hallar fracciones entre otras. Lo anterior, muestra que no hay una conciencia ni control sobre los procesos utilizados por los docentes en la etapa de comprensión de la situación problema en los docentes, así como no hay un desconocimiento en la activación de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación, lo que implica la falta de claridad en el macro proceso de resolución de problemas. En este macro proceso se activan dos momentos: el primero que obedece a la metacognición que implica la comprensión del problema que conlleva al uso de estrategias de planeación, control y regulación dado que involucra comprender el texto que presenta la situación problema, replantear la situación problema con sus propias palabras, reconocer las condiciones y datos para luego representar un esquema simbólico o pictórico de la situación problema donde también se activan los tipos de conocimientos específicos (lingüístico, semántico, esquemático) para dar paso a las etapas de diseño de un plan, ejecución del plan que incide en la forma de representar los esquemas e información de la situación problema y examinar la solución que hacen parte del segundo momento de cognición. Luego se puede concluir que los docentes no presentan la competencia de resolucionar problemas matemáticos como tampoco competencias generales de un docente que orienta matemáticas como la habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios desde la capacidad de autocrítica en su rol como educador y docente orientador del área, de igual manera la competencia especializada desde la habilidad para comprender, identificar y ampliar teorías del aprendizaje matemático de acuerdo a sus estrategias empleadas.

Para dar respuesta a la pregunta ¿Qué habilidades pedagógicas y epistemológicas poseen los docentes en ejercicio, que enseñan matemáticas en básica primaria, frente a la estructura de la etapa de comprensión del problema y la competencia de Resolución de Problemas, con base en los referentes de calidad educativa colombiana?, de acuerdo al desarrollo de los talleres específicos y a su asertividad en la resolución de situaciones problema con el uso del concepto fracción parte – todo en situaciones problemas en contexto continuo, en contexto discreto y como razón, los docentes presentan un alto grado de dificultad dado que sus esquemas, sus respuestas características y procedimientos matemáticos muestran problemas en las habilidades pedagógicas y epistemológicas como se presentó el análisis anteriormente realizado. Dicho análisis, al confrontarse con las con las respuestas obtenidas de la entrevista con múltiples respuestas, muestra que la resolución de situaciones problemas está asociado en un 78% a proceso algorítmicos y conceptos matemáticos, el 69% a problemas ejecutados en su práctica docente, el 35% a actividades realizadas por los estudiantes en el aula y el 28% como tareas; corrobora que se debe fortalecer en los docentes estrategias metacognitivas (planeación, control, regulación) y cognitivas (repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico) para resolver problemas que permita evidenciar en sus representaciones procesos de aprendizajes específicos donde se permitan codificar, aclarar y entender la situación problema, para lograr desarrollar habilidades en la resolución de problemas; resultados que permite concluir que hay una brecha ante este aprendizaje por parte de los docentes participantes.

La entrevista permite demostrar los conceptos que poseen los docentes sobre conceptos de metacognición, estrategias metacognitivas, estrategias de resolución de problemas, habilidades pedagógicas y matemáticas empleadas por ellos para resolver problemas matemáticos. De igual manera los procesos correspondientes a la etapa de comprensión del problema para identificar la tarea con preguntas abiertas y estudiadas por medio de análisis textual que permitió encontrar respuestas características de los participantes para así contrastar sus concepciones frente a sus procesos ejecutados y observados de forma directa para contrastar sus habilidades epistemológicas con las pedagógicas y lograr encontrar algunas características generales a la luz de los referentes de calidad educativa colombiana.

Al analizar las diferentes concepciones de los docentes urbanos frente a la metacognición, quienes consideran que está ligado a la proximidad de los nuevos aprendizajes como también a las experiencias y capacidades mientras del proceso personal mientras que los docentes rurales contemplan elementos fundamentales como la reflexión, acciones individuales conscientes, procesos y competencias mostrando una mejor concepción de su definición, al correlacionar estas definiciones con las estrategias y su consolidación. Se puede observar que para los docentes urbanos quizás por su formación matemática parece lo más importante priorizar la identificación de variables, organización de datos, resolver matemáticamente procesos que ratifican sus procesos ejecutados en las representaciones de sus esquemas dejando de lado la necesidad de detenerse en la comprensión de la situación problema y por ende sus estrategias siguen ligadas al control y algo de regulación.

Cuando se analiza las respuestas características de los rurales se evidencia una mejor estructuración dado que presentan importancia en graficar, realizar preguntas claves, realizar esquemas, relacionar datos realizar control y verificación de los procesos lo que corrobora la activación de forma implícitamente de las estrategias metacognitivas a partir de la comprensión de la situación problema comprobada en el desarrollo de sus esquemas y procesos presentados en los diferentes talleres específicos. Al analizar cómo consolidan las estrategias empleadas por ellos al resolver problemas matemáticos, los docentes urbanos presentan una estructura más clara con pasos consecutivos mientras que los docentes rurales presentan de forma muy general y poco explicativa. Sin embargo cuando ejecutan los talleres sucede lo contrario, los docentes rurales presentan la activación de las estrategias metacognitivas más consolidadas y consecutiva que no se logra evidenciar en los esquemas de los docentes urbanos. Cuando se analiza las concepciones de los elementos pedagógicos los docentes manifiestan ser lectura comprensiva, uso de algoritmo y operaciones, representaciones gráficas, clasificaciones y dar respuestas a la situación problema lo que permite inferir que los dos grupos de docentes no consideran entre las estrategias pedagógicas las etapas de resolución de problemas matemáticos de Polya (entender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar la solución), tampoco son consideradas estrategias generales para resolución de problemas de Poggioly (2001) (identificar el problema, abstraer información del problema, identificar preguntas, definir variables, formular situaciones, plantear alternativas de solución, aplicar alternativas y evaluar la solución), como tampoco estrategias cognitivas (repaso, elaboración, organización y pensamiento crítico) y tampoco estrategias metacogtivas ( planeación, control, regulación) Printrich y García (1993), entre otras; lo que ratifica una vez más el desconocimiento de los docentes frente a la concepción de lo que significa la Resolución de problemas matemáticos como lo evidencian sus respuestas características centradas en procesos algorítmicos únicamente.

A las concepciones del contexto de la situación problema se ratifica de acuerdo a sus respuestas dadas y ejecutadas en los talleres realizados por los docentes ya que presentan unas respuestas características donde los urbanos consideran que es el lugar de la situación problema como también el área del conocimiento mientras que los docentes rurales quienes consideran que es conocer el ambiente que presenta la situación, cómo se presenta el problema, información confirmando una vez más porqué el 99% de los participantes no lograron identificar el contexto de las situaciones problemas y por último la concepción habilidad matemática está ligada en ambos grupos de los docentes en destrezas para el uso de aplicaciones de procesos algorítmicos. Todo lo anterior permite concluir que los docentes que enseñan matemáticas desconocen el significado de la resolución de problemas matemáticos a luz de los lineamientos matemáticos y de las competencias propias del área establecidas en los referentes de calidad educativa como también un desconocimiento de los referentes de apoyo curricular del país que den cuenta de los aprendizajes evaluados en las pruebas nacionales, como tampoco conocen diferentes estrategias de resolución de problemas matemáticos, presentando un vacío frente a las competencias docentes que debe tener un docente que enseña matemáticas. Se puede inferir entonces que los docentes han generado una destreza algorítmica que conlleva a una respuesta numérica que activa memoria de corto plazo y se centra en tan solo la solución de la situación problemas, como también se evidencia desconocimiento de métodos heurísticos como también los procesos de comprensión y de solución de problemas en la resolución de problemas matemáticos.

Por último, al retomar la pregunta ¿Cómo inciden las estrategias metacognitivas que se activan en los docentes en el proceso de comprensión para la resolución de problemas de fracción como parte- todo, en contextos continuo, discreto y como razón, en su praxis? Se puede inferir desde el análisis de todos los resultados obtenidos de los instrumentos como sus respuestas características, así como también los momentos de la investigación que los docentes que enseñan matemáticas en básica primaría en los establecimientos seleccionados en el departamento de Boyacá presentan unos puntos de convergencia que permiten concluir que existen vacíos conceptuales desde lo disciplinar desde el concepto de fracción parte-todo y su uso en situaciones problemas cotidianas en contexto continuo, en contexto discreto y como razón que deben enfrentar sus estudiantes en pruebas nacionales y que además son contemplados en el currículo escolar como también en los referentes de calidad nacional. Debido a que no hay postura clara frente al desarrollo de sus habilidades matemáticas en la resolución de problemas como tampoco en las estrategias metacognitivas y el desconocimiento e importancia en la etapa de comprensión de la situación problema donde se activa la autorregulación de los tipos de conocimientos específicos presentan una incidencia directa en su práctica docente, dado que al no evidenciar un empoderamiento de las mismas conlleva a no generar estrategias didácticas que permitan activar en sus estudiantes estos procesos. Luego, cuando se habla de la praxis docente se refiere a ese proceso reflexivo de la comunidad docente frente a sus prácticas cotidianas mostrando que se hace necesario generar una comunidad entre pares para abordar y profundizar estos aprendizajes como también correlacionar que el bajo desempeño de sus estudiantes también está ligado a sus habilidades pedagógicas y conceptos aplicados en el aula.

Posiblemente estas habilidades inciden en los procesos de enseñanza – aprendizaje y por ende en el desarrollo de las competencias matemáticas especificas desde el macro -proceso de resolución de problemas que implica el desarrollo de las estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación como también su representación teniendo en cuenta el tipo de conocimiento específico lingüístico, semántico, esquemático en la etapa de comprensión de la situación problema ya que si el docente no presenta dominio en estas estrategias muy seguramente tampoco las logre activar en sus estudiantes mostrando el bajo desempeño de los estudiantes en la competencia de resolución de problemas en este aprendizaje especifico como lo muestran los resultados de las pruebas saber del ente territorial de Boyacá como también de Colombia.

Las estrategias metacognitvas que se activan en los docentes urbanos (matemáticos) en la estrategia de Planeación no se evidenciaron en sus esquemas mientras que los Rurales (básica primaria) logran evidenciarla en la representación de esquemas de la situación problema y hacen simultáneamente uso del lenguaje propio de la fracción parte todo, en la etapa de Control se evidencia en los Urbanos realizan uso de símbolos numéricos y operaciones básicas como división y producto, no logran realizar representaciones pictóricas y algunos hacen uso de algoritmos y del lenguaje de fracción parte todo mostrando una destreza en uso de procesos matemáticos mientras que los docentes rurales representan esquemas más claros sobre el uso del concepto de manera implícita como subconjuntos, gráficas y operaciones de la situación problema mostrando una secuencia entre la etapa de planeación y control en sus pasos, en la estrategia de regulación en los urbanos muy pocos son explícitos en las respuestas lo que se podría decir que es casi nulo en cambio en los rurales se evidencian equivalencias de las actividades planteadas, revisión de los procesos de verificación y comprueban su eficacia presentando una estructura de las tres estrategias en sus procesos. Se puede concluir que los docentes rurales presentan la activación de las estrategias metacognitivas en el desarrollo de los procesos en la etapa de comprensión de la situación problema aunque no es en un alto porcentaje de los docentes como también presentan una mayor eficiencia en uso del concepto de fracción parte todo que los docentes Urbanos. Sin embargo, es de analizar el alto grado de los docentes que no logran representar esquema alguno frente a la resolución de las situaciones problemas dejando la hoja en blanco con un promedio del 42% lo que implica una bajo desarrollo de habilidades matemáticas de los docentes frete a este aprendizaje especifico como también en la competencia de la resolución matemática demostrada en las respuestas características y en los procesos de sus habilidades epistemológicas y pedagógicas analizadas en esta investigación.

Esto permite realizar recomendaciones a las comunidades de los docentes, a las Secretarias de Educación, a las facultades de Educación que forman docentes en el área de matemáticas y de básica primaria para generar actualizaciones docentes que partan de las necesidades internas y externas de los resultados de sus estudiantes dado que estos reflejan una debilidad en los procesos de enseñanza – aprendizaje como también en la revisión de los conocimientos curriculares desde los referentes de calidad educativa del país.

Los resultados de la investigación presenta dificultades en los docentes en la comprensión del concepto de fracción parte- todo y su uso en las diferentes interpretaciones, debiendo actualizarse periódicamente en los conocimientos que a su entender tienen debilidades conceptuales, didácticas y pedagógicas, lo cual se confirma y corrobora en las consultas efectuadas para la investigación en el Estado del Arte: Castro, (2015); Hincapié, (2011); Iriarte, (2011); Florés, (2010); Gaviria, (2016); Ordoñez, (2012); Pontón, (2008); Obando, (2003), quienes también abogan por realizar actividades donde haya intercambio de saberes, reflexiones sobre lo que se hace a partir de situaciones cotidianas, aspectos que se cumplieron en la realización de la investigación. De igual manera hay un desconocimiento de los docentes frente a los referentes de calidad y específicamente de los aprendizajes que responden a los Estándares Básicos de Competencias (EBC) como también a los referentes de apoyo curricular como las matrices de referencia donde se evidencian los aprendizajes con los resultados evaluados por las pruebas nacionales saber, conllevando a la necesidad de crear una reflexión permanente en la comunidad docente que orienta el área en básica primaria frente a estos aprendizajes, desde el que hacer docente con actualizaciones para desarrollar la competencia del macro proceso de resolución de problemas, acompañado por la habilidad de comprender, identificar y aplicar teorías matemáticas ligadas a la epistemología y pedagogía de la misma, en pro de fortalecer los procesos de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes de básica primaria.

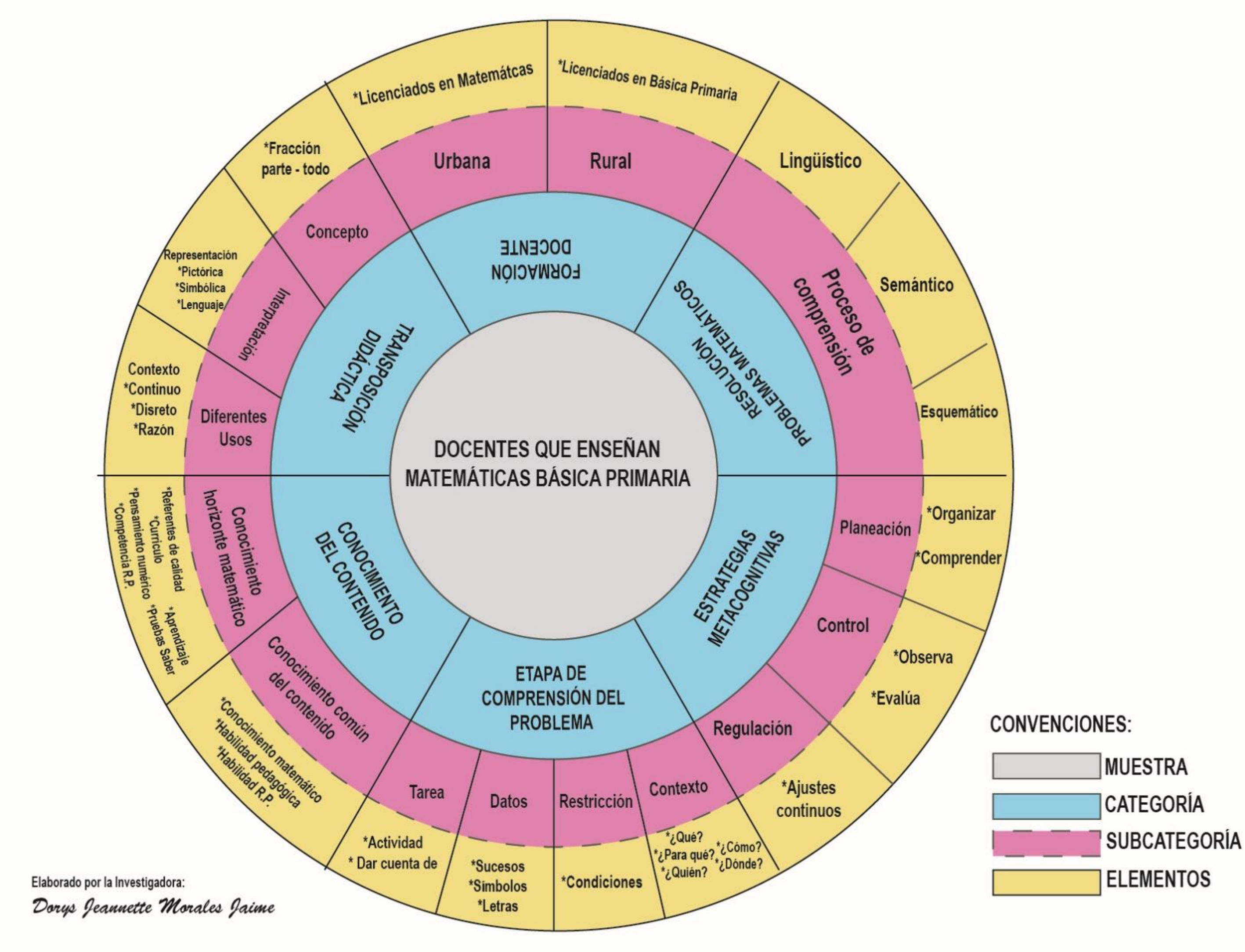
Es recomendable que los docentes conozcan los diferentes tipos de conocimiento específico lingüístico, semántico, esquemático y sus representaciones en la resolución de problemas para que logren identificar en sus estudiantes las características de sus estrategias para generar estrategias pedagógicas que permitan el fortalecimiento de su conocimiento y así pueda dar respuestas a los ritmos de aprendizaje individuales.

Respecto de la segunda y tercera pregunta, así como del segundo y tercer objetivo, los resultados indican que los docentes, en términos generales, no se interesan por la metacognición y sus estrategias de planeación, control y regulación, por lo tanto, muestran un desconocimiento de las estructuras de las etapas de resolución de problemas y por ende, no hay habilidad en los docentes, que permita mostrar una competencia de resolución de problemas eficaces y eficientes.

Sintetizando, en términos generales, se puede decir que se alcanzaron preguntas y objetivos de la investigación propuestos. De igual manera, la investigación fue innovadora en la medida que los estudios sobre metacognición se han centrado a nivel de los estudiantes, pero no se han detenido en los docentes y su praxis, por lo cual, resultó de vital importancia abordarlos, para comprender plenamente los procesos y habilidades que ellos poseen. Se requiere abrir espacios de reflexión académica en donde se cultiven y cualifiquen a los docentes en estos temas (estrategias metacognitivas, resolución de problemas, las fracciones y sus diferentes significados, procesos de comprensión y análisis de problemas matemáticos cotidianos, entre otros) que involucran e inciden en los estudiantes en el proceso de mejoramiento de la calidad educativa, lo cual implica resultados a nivel interno y externo en las pruebas nacionales e internacionales. Por lo tanto, es un llamado a las Universidades, Secretarías de Educación, Instituciones Educativas, Rectores y demás miembros de la Comunidad Educativa, para que abran en sus Instituciones espacios para estas actividades.

La utilidad de la presente investigación para académicos, docentes y otros sectores educativos (Instituciones Educativas, Secretarías de Educación y sectores de la sociedad educativa), radica en la trascendencia en el tiempo que pueda tener por la actualidad de la problemática abordada, el aporte de nuevas herramientas y técnicas de investigación con docentes de básica primaria, la actualización de conocimientos preexistentes sobre las diferentes temáticas abordadas y quizás lo más importante logar realizar una meta-reflexión de las prácticas de los docentes.

El presente esquema muestra las categorías, subcategorías y elementos abordados que contribuirán a nuevas líneas de investigación en la resolución de problemas matemáticos a través de estrategias metacognitivas para los proceso de transposición didáctica para fortalecer las competencias docentes de los docentes que orientan el área de matemáticas exigidas en el siglo XXI.



Para sintetizar se puede decir que: las estrategias metacognitivas permiten fortalecer en el proceso de comprensión de la situación problema como también identificar los tipos de conocimiento específico como son lingüístico, semántico, esquemático, conllevando al reconocimiento de los diferentes formas de representar la información como de ejecutar la solución de situaciones problemas de manera consiente del proceso utilizado para resolver problemas matemáticos.

La comprensión e interpretación de las estrategias metcognitivas de planeación, control y regulación facultan al docente para realizar un monitoreo y reflexión sobre sus procesos utilizados en la solución de problemas.

Las resolución de problemas ocasionan de forma implica la competencia de la comprensión lectora del individuo, generando la necesidad de realizarse preguntas literales e inferenciales para comprender la tarea (que quiere dar cuenta frente aprendizaje) que se debe abordar en la situación problema. Es así que el desarrollo de las habilidades pedagógicas debe dar cuenta de la aplicación del conocimiento disciplinar acorde a lo solicitado, por lo tanto, el docente debe reconocer los aprendizajes contenidos en el currículo escolar, como también la habilidad en los reconocimientos de la información, la restricción, los dato se información presentada para aplicar adecuadamente los procesos matemáticos que requiere la situación. Por lo tanto, las estrategas metacognitivas permiten realizar un proceso de monitoreo permanente sobre las acciones ejecutadas tomando importancia la regulación de los mismos.

Las estrategias metacognitivas contribuyen a la transposición didáctica, permite que el docente comprenda e interiorice el concepto y uso de la fracción en la solución de situaciones problemas cotidianas y a vez desarrollar la competencia de Resolución de Problemas matemáticos fortaleciendo el pensamiento y sistema numérico acompañado del desarrollo de las habilidades matemáticas para mejorar calidad educativa del país.

Las diferencias encontradas entre los docentes urbanos con formación en licenciatura de matemáticas y los rurales forados en básica primaria, que orientan la asignatura en aulas graduales como multigraduales, ubicadas geográficamente en los dos sectores, con una experiencia en promedio de 15 años, quienes manifiestan haber enseñado el concepto de fracción parte todo y sus usos en resolución de problemas en el aula, como también conocer los referentes de calidad educativa del país y hacer uso de ellos en sus procesos de planeación escolar, se evidencio que:

| URBANOS (matemáticos) | RURALES (básica primaria) |
|---|---|
| ❖ Presentan respuestas numéricas de forma inmediata.<br>❖ Esquemas incipientes.<br>❖ No hay lenguaje de parte – todo.<br>❖ Emplean algoritmos de las operaciones de producto y cociente.<br>❖ No identifican entre restricciones, datos e información.<br>❖ No logran identificar la tarea de la situación problema.<br>❖ No presentan estrategias metacognitivas sino de control.<br>❖ No logran identificar el contexto de la situación problema.<br>❖ El desempeño es bajo frente a la competencia en la resolución de las situaciones problemas que implican el uso del concepto de fracción parte – todo en contexto continuo, contexto discreto, como razón.<br>❖ En un alto porcentaje de los docentes no representan procesos y dejan en blanco hoja.<br>❖ Aunque son formados en el área algunos no son eficientes en la resolución de problemas cotidianos. | ❖ Representan esquemas organizados y hacen uso del lenguaje parte – todo, son acompañados de expresiones numéricos.<br>❖ Estrategias analíticas combinadas de procesos algorítmicos.<br>❖ Respecto al uso como razón presentan dificultad en el concepto ya que no priorizan las variables.<br>❖ Realizan un lenguaje equivalente al uso del concepto de fracción parte – todo correlacionado con sus esquemas gráficos y numéricos.<br>❖ Sus procesos más asertivos y específicos respecto a los urbanos.<br>❖ Algunos identifican la diferencia entre datos y restricciones.<br>❖ Algunos realizan estrategias metacognitivas de planeación, control y regulación.<br>❖ No logran identificar el contexto de la situación problema.<br>❖ No identifican claramente las diferencias entre restricciones, datos e información.<br>❖ El desempeño es medio frente a la competencia en la resolución de las situaciones problemas que implican el uso del concepto de fracción parte – todo en contexto continuo, contexto discreto, como razón.<br>❖ El alto porcentajetaje de los docentes que no representan procesos y dejan en blanco hoja. |

Luego, se puede concluir que los docentes Rurales aunque presentan un poco de dificultad en los procesos algorítmicos, un buen número de ellos hacen uso de todas las estrategias metacognitivas (planeación, control y regulación) de forma implícita en sus proceso de resolución de problemas, son más analíticos y críticos frente a sus procesos, como también representan con facilidad los esquemas de las situaciones problemas acompañados de argumentos que hacen uso del lenguaje especifico de la fracción parte todo. Mientras, que los docentes Urbanos no logran ejecutar todas las estrategias metacognitivas en sus representaciones esquemáticas al resolucionar problemas matemáticos, presentan un reconocimiento y habilidad en procesos algorítmicos pero no se evidencia un proceso de reflexión y seguimiento a sus proceso, no presentan un lenguaje acorde al concepto de fracción parte todo, aunque son formados en el área presentan poca asertividad al resolver problemas con el uso de la fracción parte todo y sus usos en contextos continuo, discreto y como razón.

## 6.2. Limitaciones

Los resultados de las conclusiones a que llega la investigación corresponde únicamente al colectivo de docentes intervenidos (67) en total, como una muestra representativa de las instituciones educativas del departamento de Boyacá, por lo cual, no se puede tomar estos resultados como generalizaciones a todos los docentes del país. De ahí la importancia de continuar con estos tipos de investigaciones.

La investigación dado que es de corte cualitativo llega al análisis de la primera etapa de comprensión de la situación problema acompañada de las estrategias metacognitivas correspondiente al método de Polya , así que abre otras líneas para indagar en las otras tres etapas para completar este método.

Ausencia de investigaciones en metacognición a nivel del país respecto a los docentes que enseñan matemáticas, en varios campos disponibles para el investigador. Por ejemplo, muy limitadas las investigaciones que se han realizado con docentes, respecto a su trabajo con estrategias metacognitivas.

## 6.3. Alcances

La investigación amplia la teoría de Mayer, modelo de resolución de problemas basada en procesos y conocimientos específicos (1982, 1983, 1985 y 1987) específicamente en el proceso de comprensión donde aporta de forma explicita la tipificación de los tipos de conocimientos: lingüístico, semántico y esquemático a través del uso de estrategias metacognitivas; permitiendo abrir líneas de investigación para indagar sobre estos tipos de conocimiento específicos que se activan en el primer momento de la resolución de problemas como es la metacognición. Generando en los docentes que enseñan matemáticas, la importancia que conocer sus características como alternativa para sus estrategias didácticas y pedagógicas en la planeación del aula.

Se amplía la teoría en estrategias metacognitivas utilizadas para la resolución de problemas Printrich, Smith, García y McKeachie (1991) de planeación, control, regulación a partir de las respuestas características arrojadas en la investigación permitiendo encontrar una caracterización de los procesos que se activan y se correlaciona en la etapa de comprensión de la situación problema acompañado desde las habilidades pedagógicas que debe desarrollar el docente en la solución de tareas que coloca a sus estudiantes, abriendo otras líneas de trabajo y específicamente en la formación permanente de los docentes en ejercicio a partir de la meta reflexión de su práctica.

El desarrollo de la investigación contribuye a la teoría de Stanic y Kilpatrich (1989) en la clasificación de resolución de problemas acorde a su significado, específicamente el resolver problemas como habilidad contribuyendo a caracterizar las concepciones pedagógicas en dirección de las técnicas empleadas, como contenido y como relacionan la práctica que los docentes poseen en la resolución de problemas desde la representación de esquemas (simbólicos, pictóricos) cuando abordan la resolución de problemas con el uso del concepto de fracción parte – todo en contexto continuo, contexto discreto, como razón, generando una línea para continuar indagando esta habilidad en solucionar tareas que sus estudiantes realizan en el aula y ampliando la teoría de Ball (2008) MKT específicamente en el Conocimiento Común del Contenido (CCC) desde las respuestas características que permitieron generar el conocimiento matemático y habilidades que poseen los docentes que enseñan matemáticas a la luz de los referentes de calidad educativa del país articulándolo al currículo escolar.

Se aporta a la teoría de resolución de problemas de Polya (1945, Dijktra(1991) y Poggioli (1983) específicamente en la etapa de comprensión del problema donde se realiza una correlación entre la competencia de la comprensión lectora y la capacidad de identificar preguntas literales e inferenciales para comprender el contexto de la situación problema para comprender la tarea a desarrollar, ampliando las preguntas orientadoras también para identificar restricciones, datos y lograr identificar las diferentes informaciones que presenta una situación problema contextualizada, abriendo una línea para indagar sobre la importancia y pertinencia que tiene la etapa de comprensión de la situación problema dado que si se comprende permitirá evidenciar eficiencia y eficacia en la resolución de problemas matemáticos.

Abrir una línea de investigación a partir del rol del docente que enseña matemáticas, mediante una meta reflexión de la práctica, a la luz de sus habilidades en la resolución de problemas como en su eficacia y eficacia en los mismos, como a las facultades de educación.

Nueva línea de investigación sobre conocimiento y uso de estrategias metacognitivas de los docentes en ejercicio y en formación en el desarrollo de habilidades pedagógicas y epistemológicas con el uso del concepto de fracción parte todo.

La investigación abre una nueva línea a trabajar desde la indagación en las prácticas de los docentes y sus competencias matemáticas desde su experiencia escolar, como también la necesidad de actualizarse desde los referentes de calidad educativa y de apoyo curricular del país a través de reflexiones académicas que propendan por incorporar a su práctica de aula los resultados de los aprendizajes no alcanzados por los estudiantes en las pruebas externas Saber para fortalecer las competencias matemáticas desde el macro proceso de la resolución de problemas en pro de planes de mejoramiento institucional realizando una verdadera evaluación formativa que conlleva al seguimiento de los aprendizajes de los estudiantes de forma permanente e integral.

Desde el uso del análisis textual abordado en la metodología de la investigación, a futuro la investigación permitirá realizar análisis cuantitativo de información textual, utilizando la técnica TDA (Topological Data Analysis), cuyo objetivo es encontrar estructuras e invariantes topológicas de gran cantidad de información textual, estructura jerárquica de los datos y otras características.

## 7. Glosario

Abstracto. (Del lat. abstrahĕre) Separar por medio de una operación intelectual las cualidades de un objeto para considerarlas aisladamente o para considerar el mismo objeto en su pura esencia o noción.

Actividad. (Del lat. activĭtas, -ātis) Facultad de obrar. Diligencia, eficacia. Conjunto de operaciones o tareas propias de una persona o entidad.

Analizar: Reconocer el detalle de la realidad, las partes de cualquier todo para identificarlo mejor.

Analogía. (Del lat. analogía, y este del gr. ἀναλογία, proporción, semejanza) Relación de semejanza entre cosas distintas. Razonamiento basado en la existencia de atributos semejantes en seres o cosas diferentes.

Aprendizaje: De aprendiz. m. Acción y efecto de aprender algún arte, oficio u otra cosa. El tiempo que en ello se emplea. Psicol. Adquisición por la práctica de una conducta duradera.

Argumentar. (Del lat. argumentāre) Aducir, alegar, poner argumentos. Disputar, discutir, impugnar una opinión ajena.

Artificialismo: Los niños consideran los fenómenos físicos como productos de la creación humana, pensando que las personas pueden incidir sobre ellos. Autoevaluar. Crear el hábito de comprobar las tareas realizadas. Un ejercicio termina después de comprobarlo, no antes.

Autonomía: Del lat. autonomĭa, y este del gr. αὐτονομία) Condición de quien, para ciertas cosas, no depende de nadie. Poca o ninguna dependencia del cómo realizan los demás las actividades propuestas.

Capacidad: (Del lat. capacĭtas, -ātis) Aptitud, talento, cualidad que dispone a alguien para el buen ejercicio de algo. Habilidad de un sujeto para obtener un buen resultado ante diversas tareas. Se adquieren a medida que se trabajan y se modifican cuando se evidencia bajo rendimiento, pero, siempre se pueden mejorar con el ejercicio.

Chi cuadrado: Nombre que se le da a un resultado matemático en tabulación de datos.

Clasificar: (Del b. lat. classificāre) Ordenar o disponer por clases. Característica. Dicho de una cualidad: que da carácter o sirve para distinguir a alguien o algo de sus semejantes.

Codificar: (Del lat. codex, -ĭcis, código, y -ficar) Hacer o formar un cuerpo de leyes metódico y sistemático. Transformar mediante las reglas de un código la formulación de un mensaje. Estrategia que permite desarrollar procesos de pensamiento de forma más clara, concisa y coherente.

Comparar: (Del lat. comparāre) Fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o estimar sus diferencias o semejanza. Identificar lo común y lo diferente de las cosas o las ideas, de acuerdo a los diferentes niveles de abstracción. Comunicación. Se produce fundamentalmente a través del habla. Quizás el aspecto más llamativo de esta época en el desarrollo de niños y niñas, es el progreso lingüístico que se produce entre los tres y los cinco años

Conciencia: (Del lat. conscientĭa, y este calco del gr. συνείδησις). Propiedad del espíritu humano de reconocerse en sus atributos esenciales y en todas las modificaciones que en sí mismo experimenta. Conocimiento reflexivo de las cosas. Actividad mental a la que solo puede tener acceso el propio sujeto.

Concreto: (Del lat. concrētus) Dicho de un objeto: considerado en sí mismo, particularmente en oposición a lo abstracto y general, con exclusión de cuanto pueda serle extraño o accesorio.

Conocimiento: m. Acción y efecto de conocer. Entendimiento, inteligencia, razón natural. Cada una de las facultades sensoriales del hombre, en la medida en que están activas. Ej. Perder, recobrar el conocimiento. Noción, ciencia, sabiduría.

Conocimiento Lingüístico: Según Mayer (1992) y para efectos de esta tesis es: conocimiento de palabras, frases y oraciones. Se evidencia cuando el estudiante comprende el problema planteado, manejando la red conceptual y significada en cada tema. En este conocimiento, el estudiante debe manejar un alto grado de vocabulario sobre la temática que se desarrolla en el problema. La comprensión del mismo dependerá, en gran medida, de éste tipo de conocimiento.

Conocimiento Semántico: Según Mayer (1992) y para efectos de esta tesis es: el conocimiento de los hechos sobre el mundo. Se evidencia cuando el estudiante aplica los conceptos específicos de cada tema; se puede aplicar el concepto lingüístico al semántico, por cuanto el uno complementa al otro. Mientras que se conoce el vocabulario usado en la comprensión de un problema, se debe hacer uso del conocimiento que se tenga sobre este vocabulario. El estudiante no puede solo conocer términos, sin antes saber, el para qué y el cuándo se utilizan, en especial al querer resolver un problema.

Conocimiento Esquemático: Según Mayer (1992) y para efectos de esta tesis es: Es el conocimiento de los tipos de problemas. Se evidencia cuando el estudiante utiliza estructuras gráficas y/o conceptuales que le facilitan resolver el problema. Según Jones, Pierce & Hunter (1988, 1989), cuando el estudiante al resolver problemas y al querer entender su contexto, utiliza una estrategia esquemática, la cual le facilita la codificación y el recuerdo de la información, logrando identificar mejor los componentes del problema.

Conocimiento estratégico: Siguiendo a Mayer (1992), son las técnicas utilizadas en los diferentes tipos de conocimiento disponible en la Resolución de Problemas. El conocimiento estratégico puede ser visto como el tipo de conocimiento en la organización, en el cual está involucrado el saber sobre planificación, descripción, impacto, predicción, evaluación y generación de estrategias

Conocimiento Procedimental: Según Mayer (1992) y para efectos de esta tesis es: aquel conocimiento que permite hacer una secuencia de operaciones, por ejemplo, dividir un número entre otro. Este conocimiento se manifiesta cuando el estudiante realiza el problema por medio de una metodología paso a paso, o secuencial, para llegar a las metas a alcanzar en el problema. El conocimiento procedimental expresa la capacidad de operar y transformar la información.

Conocimiento del Docente: Para efectos de esta tesis, el conocimiento de un docente actual debe ser capaz de comprender y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos, para identificar objetos y significados, conocer y aplicar estrategias pertinentes y sistemáticas para procesar en forma correcta la situación problema (MEN, 2002, 2013).

El documento de Turín (1999) contempla que las competencias del docente deben centrarse en tres acciones: conocer y comprender, saber cómo actuar y saber cómo ser. El primero se refiere al conocimiento teórico, abordado desde el campo académico; el segundo desde lo práctico y lo operativo, que se centra en el conocimiento de ciertas situaciones y el tercero, se refiere al contexto social. Así mismo, debe poseer unas competencias transversales, que serían las instruccionales y el conocimiento general básico de su profesión. Estas competencias se reflejan en la resolución de problemas matemáticos, desde situaciones cotidianas. Los conocimientos de los docentes son decisivos a la hora de organizar las actividades que se llevarán a cabo en el aula clase. La visión sobre la disciplina, a la que pertenecen los contenidos que se van a enseñar, lo hacen seleccionar y elaborar recortes de los mismos ligados a los supuestos que tiene sobre ellos (Llinares & Sánchez, 1998).

Conocimiento matemático del maestro: Para efectos de esta tesis la formación matemática y didáctica de los maestros requiere contemplar diversos tipos de conocimientos que están estrechamente relacionados entre sí, ya que en su trabajo diario debe dar respuestas a interrogantes tales como, qué matemáticas enseñar, cómo enseñar dichas matemáticas, qué conocimientos didácticos se requieren, cómo enseñar tales conocimientos didácticos y qué tipo de conexiones se deben establecer entre los diversos conocimientos implicados (Hincapié, 2011).

Competencia: Del lat. competentia, cf. competir. f. Oposición o rivalidad entre dos o más personas que aspiran a obtener la misma cosa.

Competencia del docente: para efectos de esta tesis, según Echeverría (2002) y Cejas (2003), las competencias del docente se componen del conocimiento especializado y la maestría en la ejecución de las tareas y contenido de las actividades propias del trabajo (saber); por la capacidad de dar una respuesta sistemática y oportuna ante las demandas propias de la actividad laboral (saber hacer); por la orientación al trabajo en equipo, a la colaboración y comunicación efectiva con la presencia de buenas relaciones interpersonales (saber ser) y adicionalmente, la capacidad para asumir responsabilidades, organizar y decidir (saber estar).

Contexto: Del lat. contextus. m. Entorno lingüístico del cual depende el sentido y el valor de una palabra, frase o fragmentos considerados. También es, el entorno físico o de situación, ya sea político, histórico, cultural, social o de cualquier otra índole, en el cual se considera un hecho.

Contexto continúo: Es un término matemático. Continuo significa "que constituye un todo íntegro, sin interrupción" También se puede decir que "contexto continuo" es la representación de las partes del todo que no son numerables, tiende a ser infinito.

Contexto discreto: Es un término matemático. Significa "individualmente independiente y distinto". Murray (2011) al respecto expresa: "una función discreta es una función matemática cuyo dominio de definición es un conjunto numerable (o discreto)" (p.3). En el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, el significado de "discreto" es aquello que incluye o denota discreción. Conducta o dicho discreto. Discreto es también separado, distinto.

Control: del fr. controle. m. comprobación, inspección, fiscalización, intervención. Dominio, mando, preponderancia. Para efectos de esta tesis, es regulación manual o automática sobre las estrategias metacognitivas, en el proceso de resolución de problemas, cuando se hace uso de las mismas.

Crear. (Del lat. creāre) Producir algo de la nada. Establecer, fundar, introducir por vez primera algo; hacerlo nacer o darle vida, en sentido figurado. Utilización del pensamiento divergente para inventar, completar o proponer diferentes estrategias de solución ante una citación propuesta. Posibilidad de desarrollo de habilidades propositivas.

Cualitativo: El término cualitativo es un adjetivo que proviene del latín qualitatīvus. Lo cualitativo es aquello que está relacionado con la cualidad o con la calidad de algo, es decir, con el modo de ser o con las propiedades de un objeto, un individuo, una entidad, o un estado. El análisis cualitativo es aquel que

revela cuáles son las características o el valor de algo.

Derechos Básicos de Aprendizaje: Es una herramienta entregada por el Ministerio de Educación a la sociedad colombiana y tiene como finalidad identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar de primero a once y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas. Estos Derechos Básicos de Aprendizaje están estructurados guardando coherencia con los Lineamientos y Estándares. Son apoyos para el desarrollo de propuestas curriculares y pueden ser articulados con metodologías, enfoques, estrategias y contextos definidos sin problema alguno (MEN, 2015)

Discriminar. (Del lat. discrimināre) Seleccionar excluyendo. Darse cuenta del funcionamiento mental en uno mismo o de otros. Saber distinguir las operaciones que realiza la mente como: comparar, analizar, comparar, deducir, entre otros. Egocentrismo. Entendido como la dificultad que presentan los niños y las niñas para contemplar su propio punto de vista como uno más entre muchos otros posibles. De ahí la tendencia a centrarse en un solo rasgo llamativo de la situación y la dificultad para descentrarse de esa fijación y tener en cuenta otros rasgos.

Elemento. (Del lat. elementum) Cada uno de los componentes de un conjunto. En una estructura formada por piezas, cada una de estas.

Epistemología: ciencia, o parte de la ciencia encargada de la teoría del conocimiento; caso de Tamayo (1997) que, al citar a Aristóteles, la reconoce como la ciencia que tiene por objeto conocer las cosas en su esencia y en sus causas.

Para Piaget, la epistemología "es el estudio del pasaje de los estados de menor conocimiento a los estados de un conocimiento más avanzado, preguntándose Piaget, por el cómo conoce el sujeto *(*como se pasa de un nivel de conocimiento a otro); la pregunta es más por el proceso y no por lo "qué es" el conocimiento en sí" (Cortes y Gil 1997).

Para Ceberio y Watzlawick (1998), "el término epistemología deriva del griego episteme que significa conocimiento, y es una rama de la filosofía que se ocupa de todos los elementos que procuran la adquisición de conocimiento e investiga los fundamentos, límites, métodos y validez del mismo".

Ahora bien, para efectos de la tesis, se toma de acuerdo a lo siguiente: la adquisición de conocimiento se fundamenta en vivencias otorgadas por el mundo de la vida, en la cotidianidad del sujeto; pero son las constantes que se verifican en esas vivencias, en la adecuación y relación sujeto –objeto - sujeto, en la validez de los conceptos que surjan de dicha adecuación, y en la posibilidad de predecir o interpretar acciones estableciendo causas o comprensiones sobre lo que realmente la epistemología legisla. Se puede esbozar entonces que la epistemología tiene por objeto ese conocimiento que se soporta en sí mismo o que soporta alguna disciplina en su especificidad; lo que la sustenta como tal, su esencia, sus alcances y límites en su acepción interna (propia de la disciplina) y externa (su influencia en el contexto social).

Para otros autores, la epistemología es aquella parte de la ciencia que tiene como objeto (no el único) hacer un recorrido por la historia del sujeto respecto a la construcción del conocimiento científico; es decir, la forma cómo éste ha objetivado, especializado y otorgado un status de cientificidad al mismo; pero a su vez, el reconocimiento que goza este tipo de conocimiento por parte de la comunidad científica. Es aquella epistemología que estudia la génesis de las ciencias; que escudriña cómo el ser humano ha transformado o comprendido su entorno por la vía de métodos experimentales o hermenéuticos en el deseo  o necesidad de explicar fenómenos en sus causas y en sus esencias.

Estándares Básicos de Calidad: Los estándares son referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar. Su objetivo fue superar tradicionalismos que privilegiaban la simple trasmisión y memorización de contenidos, por otra pedagogía donde predominará la comprensión de conocimientos y su utilización a través de la vida (MEN, 2006). Por otra parte, los estándares se consideran referentes comunes de calidad de educación, aportando construcción de equidad, por lo cual, los niños deben *saber y saber hacer* independiente del contexto, estrato social o lugar de residencia.

Estrategia. (Del lat. strategĭa, y este del gr. στρατηγία) En un proceso regulable, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento.

Figura. (Del lat. figūra). Forma exterior de un cuerpo por la cual se diferencia de otro. Línea o conjunto de líneas con que se representa un objeto. Espacio cerrado por líneas o superficies.

Fracción parte-todo: Inicialmente*, "fracción"* significa la división de la unidad en partes iguales y la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes, el cual puede estar formado por varios todos. Ordoñez (2012) sobre la fracción manifiesta que es la división de una cosa en partes. Parte o porción de un todo (toma una fracción de tarta).

El *"todo"* hace referencia al nombre de unidad, en cada caso concreto, por ejemplo, una carta, un balón, un esfero (Llinares et al, 1998; Chaparro, 2009). La *"parte-todo",* es la idea intuitiva de dividir una totalidad en partes iguales, por ejemplo, cuando se habla de un pastel o de una manzana.

Habilidad: Del lat. *habilĭtas, -ātis* 'aptitud, idoneidad'. Capacidad y disposición para algo. f. Gracia y destreza en ejecutar algo que sirve de adorno a la persona, como bailar, montar a caballo, etc. 3. f. Cada una de las cosas que una persona ejecuta con gracia y destreza. 4. f. Enredo dispuesto con ingenio, disimulo y maña. Hacer alguien sus habilidades. 1. Loc. Verb. Coloq. Valerse de toda su destreza y maña para negociar y conseguir algo.

Identificar. (De idéntico, con supresión de la última sílaba, y -ficar) Hacer que dos o más cosas en realidad distintas aparezcan y se consideren como una misma. Descubrir las características de cualquier objeto y distinguir las esenciales de las accesorias.

Inferir. (Del lat. inferre, llevar a) Sacar una consecuencia o deducir algo de otra cosa.

Iniciativa. (Del lat. initiātus, part. pas. de initiāre, e -ivo) Que da principio a algo. Acción de adelantarse a los demás en hablar u obrar.

Interpretar. (Del lat. interpretāri) Explicar o declarar el sentido de algo, y principalmente el de un texto. Explicar acciones, dichos o sucesos que pueden ser entendidos de diferentes modos.

Lineamientos Curriculares: Son referentes entregado por el Ministerio de Educación colombiano a la Comunidad educativa en el año 1998 y contiene la fundamentación básica de las áreas que se deben estudiar en las Instituciones Educativas Colombianas. Inicialmente sobre aspectos del lenguaje, matemáticas, sociales y luego sobre otras áreas.

Lógica. (Del lat. logĭca, y este del gr. λογική) Ciencia que expone las leyes, modos y formas del conocimiento científico. La que admite una cierta incertidumbre entre la verdad o falsedad de sus proposiciones, a semejanza del raciocinio humano. La que opera utilizando un lenguaje simbólico artificial y haciendo abstracción de los contenidos. Disposición natural para discurrir con acierto sin el auxilio de la ciencia.

Mallas de Aprendizaje: Es un referente entregado por el Ministerio de Educación colombiano a la Comunidad educativa en el año 2016. Da orientaciones sobre cómo se espera que lleguen los estudiantes y qué espera que aprendan en el área de matemáticas. Su estructura presenta un mapa de aprendizajes con el macro proceso de Resolución de Problemas que involucra las competencias de modelación, comunicación, razonamiento, formulación, comparación y ejercitación. Evidencia los pensamientos numérico y variacional, métrico y espacial, aleatorio y estadístico expresando el fundamento de cada uno y asociándolo a Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) para orientar al docente en su enseñanza disciplinar.

Matemática. (Del lat. mathematĭca, y este del gr. τὰ μαθηματικά, der. de μάθημα, conocimiento) Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. Estudio de relaciones generales entre elementos de conjuntos abstractos.

Matematización: es un proceso que lleva a cabo el estudio Pisa; ellos caracterizan la resolución de problemas matemáticos de la vida real en cinco fases. A este proceso lo denominan matematización y contempla:

- Primer paso: el proceso se inicia con un problema que se enmarca en la realidad.
- Segundo paso: la persona que desea resolver un problema trata de identificar las matemáticas pertinentes al caso y organiza según los elementos que han sido identificados.
- Tercer paso: se realiza una progresiva abstracción de la realidad.
- Cuarto paso: se resuelve el problema
- Quinto paso: se resuelve la pregunta: ¿qué significado adquiere resolver el problema matemático al transponerlo al mundo real?
- Este proceso de matematización tiene dos fases relacionadas: el mundo real y el mundo matemático.

Mediador. (Del lat. mediātor, -ōris) Elemento que permite facilitar el acceso a procesos superiores de pensamiento.

Medida: de medir. f. Acción y efecto de medir. Cada una de las unidades que se emplean para medir longitudes, áreas o volúmenes de líquidos.  Grado, intensidad. Cordura, prudencia, moderación.

Metacognición: La metacognición es la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje. Como tal, involucra un conjunto de operaciones intelectuales asociadas al conocimiento, control y regulación de los mecanismos. Se refiere, según Flavell (1976) "al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos"; además, a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de esos procesos en relación con los objetivos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de una meta u objetivo específico (Bara, 2001, p.68)

Motivación. Ensayo mental preparatorio de una acción para animar o animarse a ejecutarla con interés y diligencia.

Necesidad. (Del lat. necessĭtas, -ātis) Impulso irresistible que hace que las causas obren infaliblemente en cierto sentido. Vivencia (tomar conciencia) de que algo falta para poder funcionar mejor. Es la energía, el motor que impulsa el deseo de hacer bien las cosas. La necesidad mueve a la persona a manifestarse en acciones interiores (pensar, decidir, diseñar estrategias) o exteriores (realizar una actividad propuesta, cometer un encargo, desarrollar algo por propia iniciativa).

Notación: (Del lat. notatio, onis) 1. Acción y efecto de notar (señalar)- 2. Escritura musical. 3. Sistema de signos convencionales que se adopta para expresar conceptos matemáticos, fisicos y quimicos.

Observar. (Del lat. observāre) Examinar atentamente. Percibir con claridad y de modo sistemático: detalles, formas variadas, mezclas… (requiere de una percepción clara y atención focalizada).

Orientaciones Pedagógicas: son documentos del Ministerio de Educación en el cual se dan orientaciones pedagógicas sobre las diferentes áreas del currículo, para que los docentes los pongan en práctica en su proceso de enseñanza- aprendizaje.  Muestran los momentos de la clase.

Parte- todo: en esta tesis, la relación parte-todo constituye un eje a través del cual acceder a otros conceptos de los números racionales: las medidas, las fracciones decimales, los números decimales no enteros, los cocientes, algunos tipos de razones, la recta numérica. A través de la relación parte-todo se tiende un puente de entrada a la conceptualización de la unidad como un todo divisible en partes más pequeñas, sin que por esto deje de ser unidad. (Obando, 2003).

Pensar. (Del lat. pensāre, pesar, calcular, pensar) Imaginar, considerar o discurrir. Reflexionar, examinar con cuidado algo para formar dictamen. Intentar o formar ánimo de hacer algo.

Planeación: La planeación es la acción de la elaboración de estrategias que permiten alcanzar una meta ya establecida. Para que esto se puede llevar a cabo se requieren de varios elementos, primero se debe comprender y analizar una cosa o situación en específica, para luego pasar a la definir los objetivos que se quieren alcanzar, de cierta forma, el planear algo define el lugar o momento en donde se encuentra algo o alguien, plantea a donde se quiere ir e indica paso a paso lo que se debe hacer para llegar hasta allí

Problema. (Del lat. problēma, y este del gr. πρόβλημα) Cuestión que se trata de aclarar. Proposición o dificultad de solución dudosa. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Proceso: del (lat.processus). Acción de ir hacia adelante. Transcurso del tiempo. Conjunto de las fases sucesivas de un fenómeno natural o de una operación artificial. Der. Causa criminal. Procesar: acción de seguir una serie de cosas, situaciones, problemas, que tienen o no fin.

Procesos cognitivos: para esta tesis, son los procedimientos que lleva a cabo el ser humano para incorporar conocimientos. En dichos procesos intervienen facultades muy diversas, como la inteligencia, la atención, la memoria y el lenguaje. Esto hace que los procesos cognitivos puedan analizarse desde diferentes ciencias. También es la capacidad que permite desarrollar conocimientos y que recibe el nombre de Cognición.

Proceso de Comprensión: es un proceso de creación mental por el que, partiendo de ciertos datos aportados por un emisor, el receptor crea una imagen del mensaje que se le quiere transmitir. Para ello es necesario dar un significado a los datos que recibimos. En esta tesis el proceso de comprensión es una fase que permite a los docentes resolver los problemas matemáticos, (identificación del contexto, restricciones, datos y tarea) pero ellos tienen debilidades al respecto, no son conscientes del proceso utilizado; como también de sus habilidades pedagógicas y epistemológicas que subyacen en su práctica docente; de los aprendizajes de conceptos y las técnicas propias de la resolución de problemas y tampoco realizan una meta-reflexión de su praxis.

Proponer. (Del lat. proponĕre) Manifestar con razones algo para conocimiento de alguien, o para inducirle a adoptarlo. Hacer una propuesta. En las escuelas, presentar los argumentos en pro y en contra de una cuestión.

Proposición. (Del lat. propositĭo, -ōnis) Acción y efecto de proponer. Expresión de un juicio entre dos términos, sujeto y predicado, que afirma o niega este de aquel, o incluye o excluye el primero respecto del segundo. Enunciación de una verdad demostrada o que se trata de demostrar. Parte del discurso, en que se anuncia o expone aquello de que se quiere convencer y persuadir a los oyentes.

Razón: En sta tesis, se da el nombre de "razón" a la comparación de dos cantidades; con dos miradas diferentes; se puede hacer dicha comparación, con la mirada de averiguar la diferencia que hay entre ellas o la averiguar las veces que la una contiene a la otra (Sánchez, 1995).

Razonamiento pre conceptual. Los niños no van de lo general a lo particular ni de lo particular a lo general, sino que pasan de lo particular a lo particular y operan mediante la mera yuxtaposición de partes sin lograr una auténtica articulación entre ellas.

Regulación: f. nombre femenino. Acción de regular. Efecto de regular. La regulación, es el establecimiento de normas, reglas o leyes dentro de un determinado ámbito. El objetivo de este procedimiento es mantener un orden, llevar un control y garantizar los derechos de todos los integrantes de una comunidad. El término regulación admite varios usos. Cuando algo es puesto en un estado de normalidad, luego de permanecer durante un lapso de tiempo en una situación por fuera de lo regular se habla en términos de regulación.

Representación. (Del lat. representatĭo, -ōnis) Acción y efecto de representar. Imagen o concepto en que se hace presente a la conciencia un objeto exterior o interior. Figura con que se expresa la relación entre diversas magnitudes. Simbolismo y representación. Hacia los dos años y medio, los niños y las niñas, sin abandonar el mundo de la acción, acceden al mundo de los símbolos de diferentes formas: imitación en ausencia de modelos, juego de ficción, lenguaje, habla e imágenes internas, sueños, fantasías, entre otros.

Resolución de Problemas: Para efectos de esta tesis, según Dijkstra (1991) y Poggioli (1983), la Resolución da Problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra, el conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo. Consiste en un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional. Para Stanic & Kilpatrick (1989), la resolución de problemas tiene tres significados: 1. Resolver problemas como contexto. 2. Resolver problemas con habilidad. 3. Resolver problemas es hacer matemáticas (Polya, 1954)

Sintetizar. (Del gr. συνθετίζεσθαι) Comprimir lo hecho, leído o estudiado en forma de conclusiones.

Teoría: (Del gr. θεωρία). f. Conocimiento especulativo considerado con independencia d toda aplicación. Serie de las leyes que sirven para relacionar determinado orden de fenómenos. Hipótesis cuyas consecuencias se aplican a toda una ciencia o a una parte muy importante de ella.

Triangulación: es un asunto de carácter metodológico, procedimental, pertinente en una investigación de tipo cualitativa, toda vez que, en palabras de González (1999), su implementación está vinculada con la calidad y la robustez de la información sobre cuya base se ha de construir los datos que sirven de soporte a las expresiones generales de carácter teorizante que conforma el discurso de una investigación de naturaleza predominantemente cualitativa (González, 2003, p.3).

## 8. Bibliografía

Altet, M. (2005). *La competencia del maestro profesional o la importancia de saber analizar las prácticas*. En: La formación profesional del maestro. Estrategias y competencias. Léopold Paquay, Marguerite Altet, Évelyne Charlier, Philippe Perrenoud (Coords). p 33-48. Fondo de Cultura Económica. México.

Acosta & Joya (S/F). *Estrategias metacognitivas asociadas a la solución de problemas multiplicativos.* Recuperado de: www.revistaelastrolabio.com

Backhoff, E., Sánchez, A., Peón, M. y Andrade, E. (2010). Comprensión lectora y habilidades matemáticas de estudiantes de educación básica en México: 2000- 2005. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 12 (1). Consultado 01/05/2018 en: http://redie.uabc.mx/vol12no1/contenido-backhoffsanchez.html

Ball, D. L & Bass, H. (2000). *Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics*. En J. Boaler (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex Publishing.

Ball, Lubienski & Melwborn, (2001). Research on teaching mathematics: *The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge.* En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.) (pp.433-456).New York: Macmillan.

Ball, D. L., Hill, H. H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? Journal of American Educator, 14-46.

Ball, D., Hill, H. Sleep, L., Lewis, J. (2007). *Assessing teachers' mathematical knowledge. What Knowledge matters and what evidence counts?* En F. J. Lester Referencias 204. (Ed.), *Second handbook of research on matheamtics teaching and learning* (pp.111-155). Charlotte: Information Age Publishing.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal for Teacher Education*, 59(5), 389–407. doi:10.1177/0022487108324554.

Ban Har, (2011). *Conferencia de matemáticas Método de Singapur*. Centro Felix Klein Singapur *Santiago y Concepción. Chile.*

Bañuelos, A.M. (1995). *Resolución de Problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato.* Perfiles Educativos. No.67, p.50-58.

Bara Soro, (2001). *Estrategias Metacognitivas y de Aprendizaje. Estudio Empìrico sobre el efecto de la aplicaciòn de un programa metacognitivo y el dominio de las estrategias de aprendizaje en estudiantes de E:S:O:, B.U.P y* Universidad. Tesis de doctorado. U.Complutense de Madrid. ISBN: 84-669-2331-4.

Batanero, C, Gómez, E, Contreras, J. M., Díaz, C (2016). Conocimiento matemático de los Profesores de Primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio. *Práxis educativa*, 10 (1), 1-24.

Benzécry, (1982). *Análisis de datos cualitativos.* Programa de Computación.

Blasco H. y Otero G. (2008). *Técnicas conversacionales para la recogida de datos en investigación cualitativa: La entrevista.* Centro Nacional de Medicina Tropical. Instituto de Salud Carlos III. nº 33.

Blasco H. y Otero G. (2014). *Técnicas conversacionales para la recogida de datos en investigación cualitativa. La entrevista* (1). Centro Nacional de Medicina Tropical. Instituto de Salud Carlos III. Recuperado en: https://www.researchgate.net/ publication /242473335

Buitrago M, Sandra y García C, Ligia (2012) *Procesos de Regulación Metacognitiva en la Resolución de Problemas Matemáticos.* Funes. Universidad De Los Andes.

Brown, A.L. (1987). *Metacognition, executive control, selfregulation and other more mysterious mechanisms*. En E. E. Weinert y R. H. Kluwe (Eds.), Metacognion, motivation and understanding (65-116). Hillsdale, N. J.: Erlbaum.

Burns, A. (1999) *Action Research in Second Language Teacher* Education. Cambridge. Universite.

Calderón, L. (2003). *Las estrategias cognitivas y la Resolución de Problemas.* Buenos Aires, Página Educativa Nº13. Consudec/Santillana. Recuperado de: http://www.talentosparalavida. org/aula28-1.asp

Calderón, E. (2013). *Ambiente de aprendizaje basado en las TIC para potenciar la metacognición de la exposición oral.* I Congreso Internacional de Educación con TIC/CEDUTIC. Universidad Católica de la Santísima Concepción, 18 y 19 de abril de 2013.

Cano, (2014) *Unidad Didáctica para la Enseñanza de los Fraccionarios en el Grado Cuarto de Básica Primaria Estudio de Caso*: Institución Educativa Supia. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Manizales. Recuperado de: http://www.bdigital.unal.edu. co/44384/ 1/8412505.2014.pdf

Cárdenas y González. (2016). *Estrategias Para La Resolución De Problemas Matemáticos Desde Los Postulados De Polya Mediada Por Las Tic*, En Estudiantes Del Grado Octavo Del Instituto Francisco José De Caldas. Tesis de Maestría, de la Universidad Libre de Colombia, Bogotá.

Carmi, C. (2016). *La Metacognición y cómo los docentes la potencian en sus alumnos*. Revista Edutopia, versión inglés Marcus Convers y Donna Wilson. Metacognition: The Gift That Keeps Giving.. Traducción Aravena Carl https://www.edutopia.org/blog/ metacognition-gift-that-keeps-giving-donna-wilson-marcus-conyers

Castellón, A., Cassiani, H. y Pérez, J. (2015). *Propuesta con Estrategias Metacognitivas para fortalecer la comprensión lectora a través de ambientes virtuales de aprendizaje para estudiantes*. [Tesis de Maestría]. U. de la Costa. Barranquilla. Colombia.

Castro M. (2008). *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Dep. Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada

Castro, E. (2008). *La resolución de problemas desde la investigación en educación matemáticas.* Departamento de Didáctica de la Matemática .Universidad de Granada

Castro, E. (2015) *Significados de las Fracciones en las Matemáticas Escolares y Formación inicial de maestros”* [tesis doctoral]. Universidad de Granada. España-

Cejas Y. (2003). *La formación por competencias laborales y la enseñanza de la computación.* Universidad Pedagógica para la Educación Técnica y Profesional “Héctor Pineda Zaldívar”

Cerda, (2000). *Los elementos de la investigación*. Bogotá: El Buho.

Chaparro, J. (2009). *Estrategias Lúdico Matemáticas para la Enseñanza del Concepto de Fracción, como Parte de un Todo*. [Tesis De Grado]. Uptc. Tunja.

Charria, V., Sarsosa, K., Uribe, A., López, C. y Ortíz, F. (2011). Definición y clasificación teórica de las competencias académicas, profesionales y laborales. Las competencias de psicólogo en Colombia. *Psicología desde el caribe*, 28, 133 – 165.

Clitford, (2010), *El libro de las matemáticas: De Pitágoras a la 57* dimensión. 8ª.ed..; Edit. Ilus Books. Madrid, España. ISBN: 9789089980977.

Cockroft, G. (1982). *Informe Aprender a enseñar, modos de representación y número racional*. En L. Rico, y M. Sierra (Ed.), *Primer simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 13-24). Zamora: SEIEM.

Cockroft, G. (1985). *Las Matemáticas si Cuentan*. *Informe de la Comisión de Investigación sobre la enseñanza de las matemáticas en las escuelas*. Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado..

Cohen, L.Manion, L &Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. (5ª. ed.). London: Routledge Falmen. Taylor & Francis Gruop.

Cortés & Galindo, (2007). El *modelo de Polya centrado en Resoluciòn de Problemas en la interpretacion y manejo de la integral definida.* Tesis de Maestrìa. U. de la Salle. Bogotà.

Curotto, M. *(2010) La Metacognición En El Aprendizaje De La Matemática*. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Catamarca. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología. V.2, N 2, P.11

D'Amore, B., Font, V. y Díaz, J. (2007). Dimensión Metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. *Paradigma*, 28 (02), 49 -77.

Da Ponte, J., Chapman, O. (2008). *Reservice mathematics teacher knowledge and practices*. En. A. Gutierrez y P. Boero (Eds). Hambook of research on the psychology of mathematics educaton: Past, present and future (pp. 461-494) Roterdhan: Sense.

Da Ponte, J. (2012). *Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas*. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática, 8*3-98.Barcelona: Graó.

Delgado, (1998). *Las habilidades generales matemáticas*. En Hernández (Ed.), Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Rosario: Homo Sapiens.

De Larrosa, Kints Chreusse y Weimer (1988). *Análisis del Rendimiento Escolar en Secundaria.* Redp. Matemáticos. Educational Progress.

Derry y Murphy. (1986). *Designing Systems That Train Learning Ability.* Review Of Educational Research, 56: 1-39.

Díaz & Poblete, (2017). *Competencias Profesionales del Profesor de Matemàticas*. Artìculo de investigaciòn. U. de Lagos en Osorno, Chile.

Dickson, L., Brown, M. y Gibson. O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas.* Cerdanyola:Editorial Labor, S.A..

Dijkstra, S. (1991). *Instructional design models and the representation of knowledge and skills.* Educational Technology, 31, (6), p.19-26.

Echeverría, (2002). *Gestion de la Competencia de Acciòn Profesional*. Revista de Investigaciòn Educativa. U. del Rosario. Bogotà, Colombia.Vol. 20 No. 1. 7-43.

Escalante, M. (2015). *Método Polya en la Resolución de Problemas Matemáticos*. Universidad Rafael Landívar. Tesis De Grado. Quetzaltenango, Guatemala.

Escobar- Vàsquez, (2016). *Fracciones en Grado Sexto.* Blog. Recuperado de: https://www.google.com.co/imgres?imgurl=https%3A%2F%2F1.bp.blogspot.com%2F

Escudero, E. (1985). *Las Actitudes en la Enseñanza de las Ciencias: un Panorama Complejo*. En: Revista De Educación. Nº 278 (Septiembre-Diciembre).

Ferreira, (2003). *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo*. (Tesis de Doutorado). Universidade Estadual de Campinas. São Paulo: Brasil.

Figueroa, M, Guevara, E, Posada, T, Rincón M, (2016). *Metacognición De Docentes En Situación-Problema De Carácter Interpersonal Entre Estudiantes* En El Contexto Escolar. Tesis de Maestría. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá.

Flavell, J. (1976). *Metacognitive aspects of problem solving.* En Resnick, L. (Ed.). The nature of intelligence. Hillsdale: LEA.

Flavell, J.H., (1985). *Cognitive Development*. U.S.A.: Prentice-Hall.

Flórez O., (2000). *Autorregulación, metaevaluación y evaluación.* Revista Acción Pedagógica. Medellín, U. de Antioquia. Vol. 9 Nos. 1 y 2

Flores G. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*. Tesis Maestría. Instituto Politécnico Nacional. México.

Foures, C. (2011). *Reflexión Docente y Metacognición*, Revista Instituto de Estudios de Educación. Universidad del Norte, Comahue, Provincia de Río Negro, Argentina. No. 14, julio-diciembre, 2011.

Gallardo, J. González, J y Quispe, W. (2008). *Interpretando la Comprensión Matemática en Escenarios Básicos de Valoración. Un Estudio sobre las Interferencias en el Uso de los*

*Significados de la Fracción*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Vol. 11, Núm. 3, Noviembre, P. 355-382.

Gallart, M. y Jacinto, C. (1985). *Competencias Laborales: Tema Clave en la Articulación Educación-Trabajo.* Tomado del Boletín de la Red Latinoamericana de Educación y Trabajo, Ciid-Cenep, Año 6 Nº2. Buenos Aires (Argentina).

García, T. García, A y Santarelli, N. (2004*).* Los Procesos Metacognitivos en la Resolución de Problemas y su Implementación en la Práctica Docente. *Educación Matemáticas*, 16(2), 127-141.

Gaviria U. (2016). *Estrategia Didáctica para Trabajar el Concepto de Fracción como Relación Parte-Todo en Grado Quinto, teniendo en cuenta su origen Histórico.* Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá D.C., Colombia

Giroux – Tremblay, (2003). *Metodologìa de las Ciencias Humanas, La investigaciòn en acciòn. Original: Methodologie des sciences humaines. La recherche en action.* Trad. Beatriz Alvarez Klein. Mexico. FCE. 2004. ISBN 978-968-16-7378-9.

Glaser, B., Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research.* New York: Aldine Publishing Company.

Godino, J. (2009). *Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas*. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20,13-31

Godino, J, Batanero, C, Font V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education,* 39, (1-2), 127-135.

Godino, J. Font, V. Wilhelmi, M. y Castro, C. (2009). *Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico*. Enseñanza de las Ciencias, 27(1), 59–76.

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2012). *Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas*. Actas de las VI Jornadas Matemática Región de Murcia. Centro de Profesores y Recursos Murica, 17-19.

Godino, J.D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. CIAEM. Recife, Brasil.

Gómez, I. (2004). *Procesos de Aprendizaje en Matemáticas con Poblaciones de Fracaso Escolar en contextos de exclusión social: Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas.* Libro electrónico Tesis Doctorales. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. ISBN: 84-669-1112-X.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. [Tesis doctoral]. Universidad de Granada, España

González, M. (1999). *Conocimiento del Profesor sobre Pensamiento Estadístico*. En: PNA, 10(1), 25-52 (2015).

González, F. (2002). *Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en resolución de problemas.* Universidad de Villa María. Córdoba, Argentina. 1ª.ed. 2007. 388p.ISBN: 987-1330-03-0.. Recuperado de: https://www.google.com.co/search?safe=ctive&rlz=1C1CHBD_esCO780CO781 &ei=0_CAWveRD6HH5gKH6JLgCA&q=

González V. Clara I. (2014*). Desarrollo en el aula de Estrategias y Habilidades Metacognitivas en la Enseñanza de las Ciencias Naturales*. [Tesis Maestría]. Universidad Nacional de Colombia. Palmira, Colombia

Gross, S. (1999). *La Enseñanza de las Estrategias de Resolución de Problemas mal Estructurados.* Universidad De Barcelona. En: Revista De Investigación En Educación 293. Barcelona. Pp.415-433.Hayes, J. (1981). *The Complete Problem Solver.* Philadelphia: Franklin Institute Press.

Guzmán, M, (2012)..*"Procesos comunicativos y enseñanza-aprendizaje de las matemáticas."*ed.VII- Sede de La Rábida (Huelva) de la UNIA (Universidad Internacional de Andalucía) Organización: RSME, SAEM Thales y FESPM.

Hill, H. Ball, D. y Schilling, S. (2008). *Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students.* Journal for Research in Mathematics Education, 39(4), 372-400.

Hincapié, J. (2011). *Construyendo el concepto de Fracción y sus diferentes Significados, con los Docentes de Primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota.* [Tesis De Grado]. Universidad Nacional De Colombia. MedellínHuerta, J.et al. (2000) *Desarrollo* *curricular por competencias profesionales integrales.* Recuperado de: http://educacion.jalisco. gob.mx/consulta/educar/13/13.

Hymes, D. (1972) "*On Communicative Competence*" In: J.B. Pride and J. Holmes (eds) Sociolinguistics. Selected Readings. Harmondsworth: Penguin, pp. 269-293.

Iriarte P. (2011) *Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos, en Estudiantes de 5º. de Básica Primaria*. Tesis. Universidad De Sucre. I.E. Normal Superior De Sincelejo. Colombia.

Jiménez, (2009). *Motivación y habilidades de la Dirección.* Jiménez, Centro de Estudios Municipales y de Cooperación Internacional de Granada, España.

Jones, Pierce y Hunter, (1988-1989). *Reading And Writing In The Content Áreas*. Educational Leadership: 46(4) P. 20-25. Moore, D.W.

Kieren T.E, (1976). *On the mathematical, cognitive, and nstructional foundations of rational numbers.* En R. Lesh (Ed), Number and measurement (pp.101-144) Columbus: ERIC-SMEAC.

Kintsch, H y Greeno, J. (1985). *Understanding And Soqw-Solving Word Arithmetic Problems*. Psychological Review. Recuperado en: Http://Dx.Doi .Org/10.1037/0033-295x.92.1.109Ley 115 (1994). *Ley General de Educación*. Bogotá, Colombia.

Llinares, S. y Sánchez (1981). *Fracciones.* Madrid.

Llinares, S. y Sánchez (1997). Aprendizaje del profesor de matemáticas y reforma. *Actas ProfMat97* (pp.37-43). Figueira da Foz. APM: Lisboa, Portugal.

Llinares, S. y Sánchez (1998). Aprender a enseñar, modos de representación y número racional. En L. Rico, y M. Sierra (Ed.), *Primer simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 13-24). Zamora: SEIEM.

Llinares, S. y Sánchez (2003). Matemáticas escolares y competencia matemática. En Chamorro, C. (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas*. Cap. 1. pp. 3-129. Madrid: Pearson-Prentice Hall

Llece- Unesco. (2006). Serce. Los aprendizajes de los estudiantes en América Latina y el Caribe. Santiago de Chile

Maceratesi, M. (1999) *Técnicas cualitativas: El Taller.* Centro de Estudios Históricos Maceratesi.. V.33.

Macías M. y Sanabria R. (2006). *Diseñar y aprender con Ambientes computacionales*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Arfo Edit.

Marroquín, Y. (2012). *Los procesos metacognitivos en la enseñanza: relación conceptual y realidad en el aula*. Artículo. Universidad de Valencia. España. Revista Unimar. No. 59. Enero-Junio, 2012, p.p. 55-65. ISSN 0120-4327.

Mayer, R. (1982) Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición. Barcelona: Paidós. (traducción de 1986).

Mayer, R. (1983) *Describing And Improving Learning.* In. R.R. Schemeck. Ed. Styles And Strategies Of Learning. New York. Plenum.

Mayer, R. (1985). Mathematical ability. En R.J. Stenberg (ed) Human abilities: An information Processin Approach (pp. 127- 150) New York; Freeman.

Mayer, R. (1986). Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona, Paidós, 1986.

McClelland, D. (1973) Testing for Competence Rather Than for "Intelligence" Harvard UniversityMcalpine et al, (1999).

Mcalpine, L., Weston, C., Beauchamp, C., Wiseman, C. y Beauchamp, J. (1999). Building a metacognitive model of reflection. *Higher education*, 37, 105-131.

Ministerio de Educación Nacional MEN. (1994). Ley 115 General de Educaciòn. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_ matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá D.C.: Escribe y Edita.

MEN (1996) "Propuesta curricular para el grado cero: Marco político, conceptual y pedagógico", 2ª. Ed. Santafé de Bogotá, Colombia.

MEN. (2002, 2011). Estatuto de Profesionalización Docente. Bogotá, Colombia.

MEN. (2013. 2014, 2015, 2016). *Resultados Pruebas Saber*. Bogotá. Colombia

MEN. (2013). *Evaluación de Competencias.* Bogotá, Colombia

MEN. (2015). *Matrices de referencia*. Bogotá, Colombia

MEN (2016) *Mallas de aprendizaje*. Bogotá, Colombia

Miles & Huberman, (1994). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook (2a ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Miranda, R. C. R. (2004) *Gestão do Conhecimento Estratégico: uma proposta de modelo integrado*. [Tesis Doctorado en Ciencia de la Información]. Departamento de Ciência da Informação e da Documentação. Brasília, Universidade de Brasília.

Morales J., D.J. (2008). Estrategias que se tipifican en estudiantes, que utilizan tipos diferentes de representación de conocimiento: linguistico, semántico, esquemático en la resolución de problemas de razón de cambio. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

Morcote, O. (2001). *El conocimiento profesional de estudiantes para profesor en una programación sobre Fracciones*. Universidad de Granada. Granada

Morse, J.M. (1994) Designing funded qualitative research. In Denzin, N.K. and Lincoln, Y.S., Eds., Handbook of Qualitative Inquiry, Sage Publications Ltd.

Murray, (2011). La solución matemática computacional de problemas. En: Murray-Lasso Ediciones Páginas 340; Editorial Ediciones Díaz de Santos.

NCTM. (1980)... *An agenda for action*. National Council of Teachers of Mathematics Reston, VA: NCTM

NCTM, (1989). *Curriculum and evaluation standars for school Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2000). *An agenda for action*. National Council of Teachers of Mathematics.. Reston, VA:. (Traducción castellana: Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Granada).

Newell, A. & Simon, H, (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1972.

Norman, D. (1969). El procesamiento de la informaciòn en el hombre. Ed. Paidos. Argentina.

Obando, G. (2003). La Enseñanza de los Números Racionales a Partir de la Relación Parte-Todo. Revista Ema, 8(2), 157-182.

Ordoñez, C. (2012*) La Fracción, elemento Dialogante en el Contexto Matemático*. [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia

Orealc/Unesco Santiago. (2013). *Análisis curricular del Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo TERCE*. Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Zieky, M., Perie, M.

Peñalva R. (2010) .*Las Matemáticas en el desarrollo de la metacognición*. Artículo. Revista Política y Cultura de México. No. 33. pp. 135-151

Peng, L. (2014). La *enseñanza de la matemática en educación básica: un libro de recursos*. Santiago, Chile: Academia Chilena de Ciencias.

Pérez Gómez, (1998). *Aprender a educar.Nuevos desafos para la formaciòn de docentes.* Universidad de Malaga, España. ISSN 0213-8646 • Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 68 (24,2) (2010), 37-60

Pérez, Y. y Ramírez, R. (2010). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos.* Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas

Pifarre, M., Sanuy, J. (2012). *La Enseñanza de Estrategias de Resolución de Problemas Matemáticas en la Eso. Un Ejemplo Concreto.* Universidad De Lleida. Facultad De Ciencias De La Educación, Departamento De Pedagogía.

Pinto, J. y González, M. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? *Educación Mathematica.* Vol. 20, No. 3, México.

Pintrich, P., Smith, García, T., y McKeachie (1991). *A manual for the use of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ).* National Center for Research to Improve Postsecondary Teaching and Learning. University of Michigan.

Pintrich, P. y García, T (1993). *Student Goal Orientation and Self Regulation* In The College Classroom. En: M.L. Maher Y P.R. Pintrich (Eds.) Advances In Motivation And Achievement Greenwich, Ct:Jai Press.

Pintrich, P. & García, T.,(1993). *Intraindividualdifferences in students motivation and selfregulated learning.* German Journal of Educational Pdichology, 7 3. 99-107

PISA-OECD. (2006). *Marco de la evaluación*. Programa para la evaluación internacional de alumnos: Ocde

Poblette & Dìaz, (2017). *Competencias Profesionales del profesor de matemàticas*. Universidad de los Lagos. Osorno, Chile. Revista Nùmeros. Vol. 53, marzo 2003. (pp.3-43) Chile

Poggioli, L. (1983). *Enseñando a Aprender. Estrategias de Resolución de Problemas*.

Poggioli, L. (1987) Serie: *Enseñando a Aprender. Estrategias de Resolución de Problemas.* Recuperado en: Http://Www.Fpolar.Org.Ve/Poggioli/ Poggio1ref. Htm.P.1

Polya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning* (Vol. 1. Induction and Analogy in Mathematics; Vol. 2. Patterns of Plausible Inference). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press

Polya, G. (1965) *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Trad. De: How To Salve It. Por Julian Zagazagotia. México: Trillas. (26 Reimp.2002) 215p. *Mathematics And Plausible Reasoning*. (Vol. 1,2) .Princeton. Princeton University Press.

Polya, G. (1969). *Mathematical discovery*. New York:

Pontón, L. (2008) *Una Propuesta Multirregistro para la Conceptualización Inicial de las Fracciones.* [Tesis De Maestría]. Universidad Del Valle. Instituto De Educación Y Pedagogía. Grupo De Educación Matemática. Cali. Pp.294

Pruzzo, (2012). *Las Fracciones: ¿Problema de aprendizaje o problema de la enseñanza?* Revista Pilquen.

Pujadas et Eguiluz, (2000). *Fracciones. ¡Un quebradero de cabeza?.* Ed. Novedades Educativas. Buenos Aires. ISBN.987-538-018-0

Rinaudo & Donolo, (2000). *Percepciones de las Clases y Aprendizaje en la Universidad.* Revist Irice, 15, 73-82.

Rinaudo & Vélez, (2000*), Estrategias de Aprendizaje y Enfoque Cooperativo*. Córdoba (Argentina): Educando Ediciones.

Rocha, (2006). *Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticoa: una perspectiva ontosemiótica*. Tesis doctoral. Universidad Santiago de Compostela. España.

Rodríguez Q., E. (2005). *Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una Propuesta Integradora desde el Enfoque Antropológico.* Universidad Complutense De Madrid. Tesis Doctoral. Madrid.

Rodríguez-Flores, A., Picado-Alfaro, M., Espinoza-González, J., Rojas-González, N., & Flores-Martínez, P. (2016). *Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar los conceptos básicos de funciones: un estudio de caso.* Uniciencia, 30(1), 1-16. https://doi.org/10.15359/ru.30-1.1

Rubio & Vila, (2016) *La técnica de conglomerado Bietápico estratificado*. Programa de computaciòn.

Saenz J. M. (2010). Actitudes de los docentes respecto a las Tics, a partir del desarrollo de una pràctica reflexiva. *Revista Escuela Abierta*. 13,37-54. a, ISSN: 1138-6908. Recuperado de: file:///C:/Users/Vaio%20SVE%2011125B/D

Sanabria, L., López, O., Leal, L., (2014). *Desarrollo de competencias metacognitivas e investigativas en docentes en formación mediante la incorporación de tecnologías digitales: aportes a la excelencia docente*. *Revista Colombiana de educación*. Revista Colombiana de educación, 67, 147-170.

Sánchez, C. H. (2014). *El origen de los Números y de los sistemas de numeración*. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D.C.

Sarmiento S., M. (2007). *La enseñanza de las Matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente.* UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI. ISBN: 978-84-690-8294-2 / D.L: T.1625-2007

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.* New York. Academic Press.

Schoenfeld, A. (1992) *Learning To Think Mathematically Problem Solving Metacognition And Sense Making In Mathematics.* In Handbook For Research On Mathematics Teaching And Learning. New York: Mcmillan.

Schon, (1992). La formaciòn de profesionales reflexivos. Barcelona. Paidos.

Schneider & Artel, (2010). *Lessons we have (not) learned from past and current conceptualizations of mathematics teachers' knowledge.* In: krainer, k.; vondrová, n. (ed.). congress of european research in mathematics education, 9.

Sepúlveda O., (2016). *Conocimiento didáctico-matemático del profesor universitario para la enseñanza del objeto grupo*. Tesis doctoral. RudeColombia. Universidad Pedagògica y Tecnologica de Colombia. Tunja. Colombia.

SERCE, (2006). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo SERCE. Segunda Evaluaciòn Latinoamericana de aprendizajes en Educaciòn* Bàsica.Unesco.

Silva C.,C, (2006). *Educaciòn en matematica y procesos metacognitivos en el aprendizaje.* Rev. del Centro de Inv. (Méx.) Vol. 7. Núm. 26. Jul.- Dic.2006. 81.

Shulman, L. (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. Educational Researcher. Vol. 15, No. 2, 4-14.

Shulman, L. (1987*). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. Harvard Educational Review, 57, 1-22.

Sosa, G. (2012). *Conocimiento del Profesor para la Enseñanza de las Matemáticas. Contribución Teórica al Conocimiento el Contenido y Estudiantes.* Universidad Autónoma de Zacatecas, México

Soto, C. (2002). *Metacognición, cambio conceptual y enseñanza de las ciencias. Colombia*: Editorial Magisterio.

Stanic, G. y Kilpatrick, (1988). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum.* En R.I. Charles y E.A. Silver (Eds.), The teaching and assessing of mathematical problem solving (pp. 1-22).Reston, VA: NCTM.

Stanic, G. y Kilpatrick, J, (1989). *Historical Perspectives On Problem Solving In The Mathematics Curriculum*. In R. Charles&Silver (Eds.) The Teaching And Assesing Of Mathematical Problem Solving, Pp.1-22 Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.

Stenhouse, (1987*). La investigaciòn como base de la enseñanza.* Madrid: Morata.

TIMSS, H. (2007), *Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias*. Recuperado de: http://hydra.icfes.gov.co/timss/docs/Resultados2007_ Resumen Ejecutivo_ Ago2009.pdf

Torrelles, C., Coiduras, J., Isus, S., Carrera, X., París, G. y Cela, J. (2011) Competencia de Trabajo en Equipo: Definición y Categorización. *Profesorado.*15 (3), 229 - 344. ISSN 1138-414X.Universidad Rovira I Virgili De Tarragona

Torres, H. (2006), *Relación entre Numeramiento y Matemática Escolar: Un Estudio de Caso.* Tesis. Bucaramanga: UIS.

Unesco (2013, 2016) *Aportes al Estudio de las Matemáticas.* Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Santiago (Chile). P.27

Van Patten, J., Chao, C. y Reigeluth, C., (1986), *A Review Of Strategies For Sequencing And Synthesizing Instruction.* Journal Sage Rewieu. 1986.

Vásquez, C & Alsina, A (2015). *Evaluación del Conocimiento Común del Contenido para Enseñar Probabilidad, en Torres, Profesores de Educación Primaria*. En: Fernández, C. et al. Investigación en Educación. Revista Números 85. 5-23.

Velásquez, E. & Cisneros, J.W. (2013). *Conocimiento didáctico- matemático del maestro que enseña matemáticas. Taller.* Universidad de Antioquia Colombia. Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe.

Vilanova, S.; Rocerau, M.; Valdez, G.; Oliver, M.; Vecino, S. ; Medina, P.; Astiz, M.; Alvarez, E. (2001). *La Educación Matemática. El Papel de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje.* Universidad Nacional De Mar Del Plata, Argentina. Recuperado en: Http:/Www.Campus-Oei.Org/Revista/Delos lectores/203vilanova.Pdf.

Weinstein, C. y Mayer, R.E. (1986), *The Teaching Of Learning Strategies*. En: M.C. Wittrock M.C. (Ed) Handbook Of Research On Teaching.New York: Mcmillan.

Weinstein, C. Husman, J. y Dierking, D.(2000) *Selfregulation Interventions With A Focus On Learning Strategies.* In M. Boekaerts, P. Pintrich And M. Zeidner (comps). Handbook Of Self-Regulation (Eds.). San Diego: Academic Press

Wellman, (1985). *The ogigins of metacognition.* In Forrest-Pressley, Mackinnon y Waller (Eds). *Metacognition, cognition, and human performance* (pp.1-31). Vol.1, Theoretical Perspectives. London: Academia Press, Inc.

Wittrock, (1996). (comp.). *M.C. Wittrock M.C.* (Ed) Handbook Of Research On Teaching.New York: Mcmillan.

Woods, (1997, 2001). *The international Handbook of Mathematics Teacher Education*. Sens publishers Rotherdam.

Woods, (2002). *ABC. Of Learning And Teaching In Medicine: Problem Based Learning.* Bmj. February 8; 326(7384): 328–330.

Woods, (2002). Assessin Problem Solving Skills Part II: Assessing the Process of Problem Solving. Chem, Eng. Education 6067.

Wong. (1985). "*Beyond control and rationality: dewey, aesthetics, motivation, and educative experiences". teachers college record*, 109 (1), 192-220

Yussen, (1985). *The role of metacognition in contemporary theories of cognitive development.* In Forrest-Pressley, Mackinnon y Waller (Eds). *Metaco gnition, cognition, and human performance* (pp.253-283). Vol.1, Theoretical Perspectives. London: Academia Press, Inc

Zambrano, M. (S/F) *Docente Universidad* Uni.Minuto, en el Departamento de Ciencias Básicas. Seccional Bogotá

Zubiría; J. (2006). *Los modelos pedagógicos*. Bogotá: Cooperativa Editorial del Magisterio.

# 9. Anexos

## Anexo 1. Talleres presaberes

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia en primaria: _______ En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: _______

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: _______A qué grados: _______

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

1. Tenía ahorrados 18000 pesos. Para comprarme un juguete he sacado 4/9 del dinero de mi cuenta de ahorros. El costo de juguete fue:

A. 8000 pesos B. 6000 pesos C. 4000pesos D. 2000 pesos

Solución

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia en primaria: ________ En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: ________

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí__________ No_________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

2. Hoy he perdido 18 libros que son 3/11 de los que tenía. El número de libros que tenía es:

A. 68 libros B. 70 libros C. 66 libros D. 64 libros

Favor completar la siguiente información:
Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________
Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________
Años de experiencia en primaria: ________ En Secundaria: _______________
Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: ________
Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________
Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

3. Un agricultor ha sembrado las 2/5 partes de un campo de trigo y 1/3 de cebada. Si el campo tiene 4500 $m^2$. La superficie no sembrada es:

A. 1400 $m^2$ B. 1600 $m^2$ C. 1000 $m^2$ D. 1200 $m^2$

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente:  Sí ______  No______   ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia  en primaria: ________    En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado:  Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: ________

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí__________ No_________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

4. Un agricultor ha sembrado las dos quintas partes de un campo de trigo y un tercio de cebada. Si aún quedan 1200 $m^2$ sin sembrar. La superficie del terreno es:

A. 4500 $m^2$    B. 4600 $m^2$    C. 4000 $m^2$    D. 4200 $m^2$

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí _______ No_______ ¿Cuántos años?________________

Años de experiencia en primaria: ________ En Secundaria: ________________

Ha sido Docente multigrado: Si: ______ No: ______ Años como docente multigrado: ________

Orienta matemáticas: Sí _____ No_____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí__________ No_________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

5. Un depósito de 400 litros está ocupado en sus 3/5 partes de agua. El número de litros de este líquido es:

A. 240 litros B. 140 litros C. 340 litros D. 440 litros

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia en primaria: ________ En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: ________

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

6. Un depósito contiene 320 litros de agua y está lleno las dos terceras partes. ¿Qué capacidad tiene?

A. 480 litros B. 540 litros C. 440 litros D. 640 litros

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia en primaria: _______ En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: _______

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: _______A qué grados: _______

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

7. María leyó la semana pasada la mitad de un libro y esta semana la tercera parte, pero aún le faltan 30 páginas, ¿cuántas páginas tiene el libro?

A. 280 páginas. B. páginas. C. 180 páginas. D. 160 páginas.

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completetar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia en primaria: ________ En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: ________

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí__________ No_________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

8. De un tanque lleno de agua, con capacidad de 400 litros, se extrae 1/5 de agua el día lunes, 1/4 del agua restante el día martes y 9/30 del agua que queda en el tanque el día miércoles. La menor cantidad de agua se sacó el día:

A. Lunes B. Martes C. Miércoles

D. En los tres días se extrajo la misma cantidad de agua.

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? _____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?_______________

Años de experiencia en primaria: ________ En Secundaria: _______________

Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: ________

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: ________A qué grados: ________

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

9. De un tanque lleno de agua, con capacidad de 400 litros, se extrae 1/5 de agua el día lunes, 1/4 del agua restante el día martes y 9/30 del agua que queda en el tanque el día miércoles. ¿Qué cantidad de agua queda disponible para el día jueves?

A. 120 litros B. 232 litros C. 168 litros D. 175 litros

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__ Otro___ ¿Cuál? ____________

Experiencia como docente:  Sí ______  No______    ¿Cuántos años?______________

Años de experiencia  en primaria: _______      En Secundaria: ______________

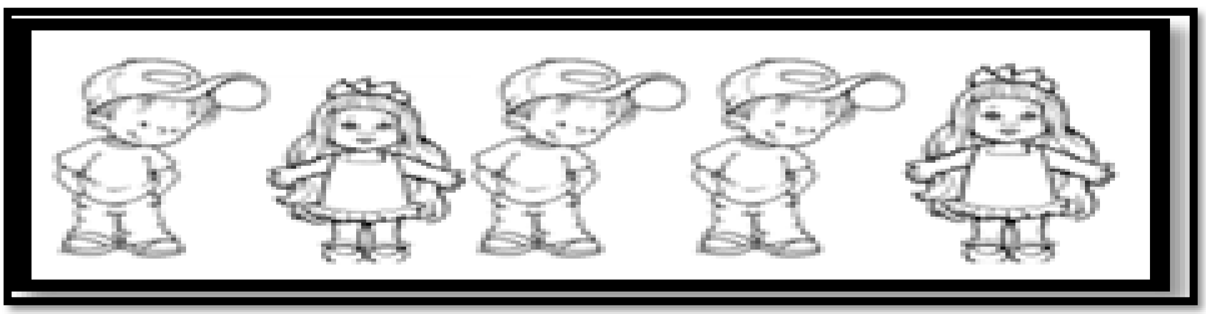
Ha sido Docente multigrado:  Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: _______

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: _______A qué grados: _______

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

10. De la siguiente imagen se pude afirmar:



La fracción propia que representa el número de niños es:

A.  5/3        B.  2/5        C. 3/5        D.  5/2

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? ____________

Experiencia como docente: Sí ______ No______ ¿Cuántos años?______________

Años de experiencia en primaria: _______ En Secundaria: ______________

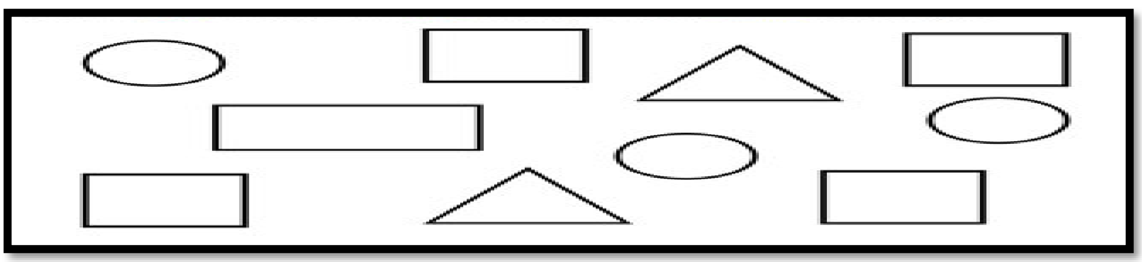
Ha sido Docente multigrado: Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: _______

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: _______A qué grados: _______

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

11. De la siguiente imagen se pude afirmar:



La fracción propia que representa el número de triángulos es:

A. 3/10 B. 5/10 C. 2/10 D. 3/10

Taller presaberes del docente sobre la fracción parte todo

Favor completar la siguiente información:

Licenciado en: Básica __ Matemáticas __ Lenguaje__Otro___ ¿Cuál? ____________

Experiencia como docente:  Sí ______  No______   ¿Cuántos años?______________

Años de experiencia  en primaria: _______     En Secundaria: ______________

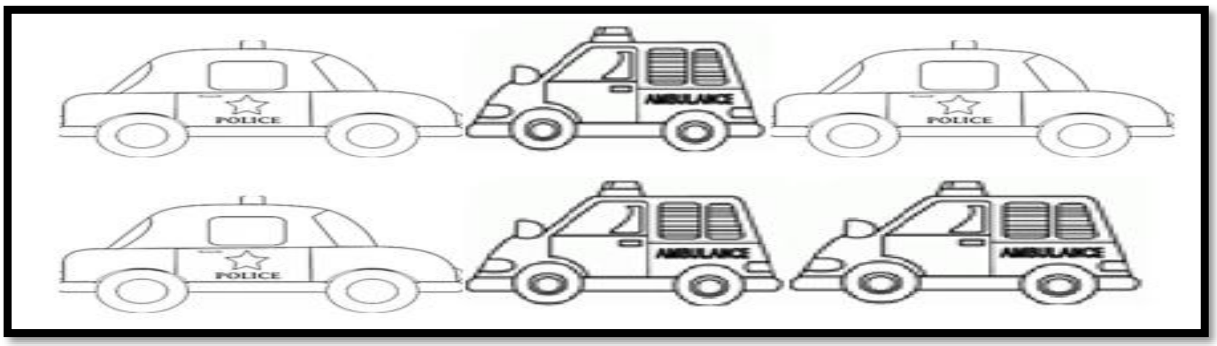
Ha sido Docente multigrado:  Si: _____ No: _____ Años como docente multigrado: _______

Orienta matemáticas: Sí ____ No____ ¿Cuántos años?: _______A qué grados: _______

Ha enseñado la fracción como Parte-Todo: Sí_________ No________

Resuelva el siguiente problema marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja.

12. De la siguiente imagen se puede afirmar:



La fracción propia que representa el número de ambulancias es:

A.  1/2    B.  3/6    C. 2/6    D. 5/6

Fuente: Moreno (2017) Adaptado por: la autora

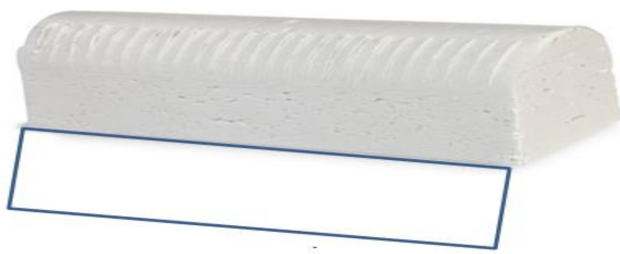
**Anexo 2. Taller de Fracción parte todo contexto continuo**

OBJETIVO: Interpretar las estrategias metacognitivas que se activan en la etapa de comprensión del problema al resolucionar problemas de fracción parte todo en contexto continuo, de los docentes que orientan matemáticas en grado quinto y tercero.

ESTÁNDAR: Interpreto las fracciones en diferentes contextos, situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

1. Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.

Se desea sacar los 4/6 del siguiente bloque de queso. Utiliza una tira de papel que tenga la misma longitud del largo del queso.



Describa las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema enunciada.

| |
|---|
| 1.<br>2.<br>3.<br>4.<br>5. |

Ahora, represente pasos o formas diferentes para usar la tira de tal manera que se pueda sacar los 4/6:

¿Son validas esas respuestas frente a su solución?. Sí_____ No______ Explique su respuesta.

De las soluciones observadas en la mesa, cúal considera Usted que es la didáctica para los estudiantes. Representela

Fuente: Tomado de MEN (2017) Adaptación: la autora

**Anexo 3. Taller fracción parte todo Contexto discreto**

OBJETIVO: Interpretar las estrategias metacognitivas que se activan en la etapa de comprensión del problema al resolucionar problemas de fracción parte todo como contexto discreto, de los docentes que orientan matemáticas en grado quinto y tercero.

ESTÁNDAR: Interpreto las fracciones en diferentes contextos, situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

1. Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.

En una caja de chocolates hay 12 chocolates. Los chocolates con relleno son los cuatro sextos de la unidad, ¿cuántos chocolates tienen rellenos y cuántos no?.

Describa las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema enunciada.

| |
|---|
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |
| 5. |

¿Que otras soluciones observo con sus compañeros de mesa ?

¿Son validas sus respuestas frente a su solución?Sí_______ No______

De las soluciones observadas en la mesa, ¿cúal considera Usted que es la didáctica para los estudiantes? Representela

Analice: ¿ Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)? Sí______ No _______ Explique su resuesta.

Fuente: Tomado de MEN (2017) Adaptación: la autora

**Anexo 4. Taller fracción parte todo, como razón**

OBJETIVO: Interpretar las estrategias metacognitivas que se activan en la etapa de comprensión del problema al resolucionar problemas de fracción parte todo como una razón, de los docentes que orientan matemáticas en grado quinto y tercero.

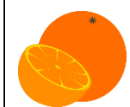
ESTÁNDAR: Interpreto las fracciones en diferentes contextos, situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

BOMBONES DE CHOCOLATE

Para el día del estudiante los niños de 5° acordaron llevar dulces o postres preparados por ellos con apoyo de sus familias. Carlos decidió preparar 48 bombones de Chocolate para compartir.

La receta que encontró tiene los ingredientes para preparar 8 bombones, por lo tanto, ayúdale a responder las preguntas que se presentan a continuación para poder preparar los 48 bombones.

INGREDIENTES PARA PREPARAR 8 BOMBONES:
500 gramos de chocolate semi –amargo.
100 gramos de chocolate con leche fundido.
200 gramos de crema de leche.
1 naranja (ralladura de la cáscara).

| PARA:  | CHOCOLATE SEMI-AMARGO  | CHOCOLATE CON LECHE  FUNDIDO | CREMA DE LECHE  | NARANJAS (RALLADURA DE LA CÁSCARA)  |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | |
| 4 | | | | |
| 8 | 500 gramos | 100 gramos | 200 gramos | 1 naranja |
| 40 | ½ B | | | |
| 48 | | | | |

1. Describa ¿Cómo calculará Carlos la cantidad de ingredientes que requiere para preparar 2, 4, 40 y 48 bombones?

2. ¿Cuántos naranjas se requieren para 24 bombones? __________Explique su respuesta:

3. ¿Cuál es la relación que existe entre cantidad de bombones y la cantidad de naranjas? _____________ Justifique su respuesta:

4. ¿Cuál es la relación que hay entre la cantidad de bombones y la cantidad de crema de leche para prepararlos?

5. ¿Cuál es la relación entre la cantidad de chocolate con leche fundido y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones?

6. ¿La relación entre la cantidad de chocolate con leche fundido y la cantidad de chocolate semi-amargo que se requiere para preparar 48 bombones, es la misma que preparar 8 bombones o es diferente?
Sí_________ No_________ Porque:

7. Identifique el contexto de la situación problema:

8. ¿Hay restricciones en la situación problema?   Sí ____ No____ ¿Cuáles?

9. ¿El problema presenta datos? Sí ____ No____ ¿Cuáles son?

10. ¿Qué información se encuentra para resolucionar la situación problema?

11. ¿Qué tarea desarrolló?

1. ¿Cuál o cuáles son las incógnitas de la situación problema?

2. ¿Cuáles son los datos de la situación problema?

3. ¿Cuáles son las condiciones de la situación problema?

4. ¿Es posible cumplir las condiciones? Sí_______ No_______

5. ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita? Sí_____ No________

6. ¿Son insuficientes las condiciones para hallar la incógnita? Sí_____ No________

7. ¿Son redundantes las condiciones para hallar la incógnita? Sí_____ No________

8. ¿Son contradictorias para hallar la incógnita? Sí_____ No________

9. Represente el problema con una figura.

10. Adopte una notación adecuada de la representación del problema.

11. Separe las diferentes partes de las condiciones.

12. ¿Puede ponerlas por escrito? Sí__________ No__________

Fuente: MEN (2017) Adaptación: la autora

**Anexo 5. Entrevista**

Objetivo: conocer la opinión de los docentes en ejercicio que orientan matemáticas en básica primaria, sobre estrategias metacognitivas, competencia matemática en resolución de problemas y su etapa de comprensión del problema.

¿Qué entiende Usted por metacognición?

Explique brevemente: ________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

¿Qué estrategias utiliza Usted para resolver una situación problema en matemáticas?

1.________________________________ 2. ____________________________

3.________________________________ 4. ____________________________

5.________________________________ 6. ____________________________

¿Cómo consolida Usted las estrategias empleadas para abordar la situación problema? (la redacta, la escribe en símbolos matemáticos, la gráfica, otras)

Explique brevemente: ________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso para resolverlo? Sí_________ No________

Justifique su respuesta: ______________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

¿Al terminar de resolver un problema, monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado? Sí_____________ No_________

Explique brevemente los procesos: ___________________________________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

Para contestar el siguiente enunciado, favor marcar con una X sobre el enunciado (puede marcar una o más letras según corresponda).

Cuándo resoluciona un problema matemático, Usted lo asocia a:

Conceptos matemáticos.

Problemas ejecutados anteriormente en su práctica docente.

Actividades realizada s por sus estudiantes.

Tarea.

Procesos algorítmicos.

¿Qué elemento pedagógicos emplea Usted cuando lee una situación problema?

_________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

¿Qué entiende Usted como contexto del problema? Descríbalo: _________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

__________________________________________________________________________

¿Qué entiende por habilidad matemática?

__________________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

¿Considera Usted que resuelve problemas matemáticos con habilidad? Sí___ No___

Explique su respuesta: _______________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

¿Qué entiende Usted por resolución de problemas matemáticos?

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

Fuente: la autora

**Anexo 6. Diario de campo**

<table>
<tr><td colspan="4">INVESTIGACIÓN SOBRE: Estrategias Metacognitivas en docentes de Primaria que enseñan Matemática</td></tr>
<tr><td colspan="4">Anexo 6. Diario de campo estructurado para desarrollar en la investigación: Estrategias</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nombre del Docente o Grupo Observado:</td><td>Fecha:</td><td>Lugar:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Actividad observada:</td><td colspan="2">Tarea:</td></tr>
<tr><td>Se hicieron actividades previas a la observación:<br><br>Si____ No____ Explique:</td><td colspan="2">Se hicieron otras actividades a la observación:<br><br>Si____ No____ Explique:</td><td>Se hizo Evaluación:<br>Si___ No____</td></tr>
<tr><td colspan="2">Qué estrategias metacognitivas se utilizaron:</td><td colspan="2">Qué estrategias metacognitivas de evaluación formativa se hicieron:</td></tr>
<tr><td>Recursos o instrumentos utilizados:<br>Computador: ___<br>Tablero:______<br>Fotocopias:____ Libros:_____<br>Marcadores:____ Otros:<br>_____________________</td><td colspan="3" rowspan="2">Reflexiones del Profesor sobre las actividades del proceso:</td></tr>
<tr><td>Firma del Profesor:</td></tr>
</table>

Fuente: Burns, (1999). Adaptación: la autora

**Anexo 7. Imagen de un diario de campo elaborado**

| | | |
|---|---|---|
| INVESTIGACIÓN SOBRE: Estrategias Metacognitivas en docentes de Primaria que enseñan Matemática | | |
| Anexo 3. Diario de campo estructurado para desarrollar en la investigación: Estrategias | | |
| Nombre del Docente o Grupo Observado: Mesa Docentes Urbanos | Fecha: 27/11/17 | Lugar: |
| Actividad observada: Taller Presaberes | Tarea: Resolucionar situación problemas uso fracciones parte - todo | |
| Se hicieron actividades previas a la observación: Si____ No_x_ Explique: | Se hicieron otras actividades a la observación: Si_x_ No____ Explique: | Se hizo Evaluación: Si_x_ No____ |
| Qué estrategias metacognitivas se utilizaron: Se realizaron preguntas sobre la situación problema para orientar al docente | Qué estrategias metacognitivas de evaluación formativa se hicieron: Comprensión Problema y Planeación, Control, Regulación | |
| Recursos o instrumentos utilizados: Computador: ___ Tablero:______ Fotocopias:_x_ Libros:_____ Marcadores:____ Otros: ________ | Reflexiones del Profesor sobre las actividades del proceso: Al realizar la socialización con todos los docentes se observo que la mayoría quería dar respuesta numérica antes de realizar el análisis de las situaciones problemas. Hay un bajo desempeño en su solución | |
| Firma del Profesor: | | |

**Anexo 8. Consentimiento informado**

**Consentimiento Informado para Participantes en Investigación**

El propósito de esta ficha de consentimiento es proveer a los participantes en esta investigación con una clara explicación de la naturaleza de la misma, así como de su rol en ella como participantes.

La presente investigación es conducida por DORYS JEANNETTE MORALES JAIME, de la Universidad Tecnológica de Colombia, RUDE- COLOMBIA. La meta de este estudio es analizar estrategias metacognitivas en docentes que orientan matemáticas en Básica primaria al Resolucionar problemas de fracción.

Si usted accede a participar en este estudio, se le pedirá participar en talleres, permitir recolección de datos en un diario de campo y responder preguntas en una entrevista semi estructurada por escrito.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. Sus respuestas a los talleres, entrevista y recolección datos en diario de campo serán codificadas usando un nemotécnico y por lo tanto, serán anónimas. La información que se recoja será usada exclusivamente con fines académicos y de investigación; la confidencialidad de ésta será protegida de acuerdo con el Código Ético, las normas constituciones y legales colombianas sobre protección de datos personales (habeas data); es decir, sobre el manejo de la información se garantiza total confidencialidad, el nombre de la dependencia a la cual usted representa, no se mencionará explícitamente sino a través de un seudónimo.

Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede hacer preguntas en cualquier momento durante su participación en él. Igualmente, puede retirarse del proyecto en cualquier momento sin que eso lo perjudique en ninguna forma. Si alguna de las preguntas durante los talleres, la entrevista o informaciones del diario de campo le parecen incómodas, tiene usted el derecho de hacérselo saber al investigador o de no responderlas.

Desde ya le agradezco su participación.

---

Acepto participar voluntariamente en esta investigación, conducida por DORYS JEANNETTE MORALES JAIME. He sido informado (a) de que la meta de este estudio es "Analizar estrategias metacognitivas en docentes al Resolucionar problemas de fracción".

Me han indicado también que tendré que responder preguntas en una entrevista semi estructurada, participar en talleres y se recolectarán datos en un diario de campo.

Reconozco que la información que yo provea en el curso de esta investigación es estrictamente confidencial, con fines académicos y de investigación; no será usada para ningún otro propósito fuera de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado de que puedo hacer preguntas sobre el proyecto en cualquier momento y que puedo retirarme del mismo cuando así lo decida, sin que esto acarree perjuicio alguno para mi persona. De tener preguntas sobre mi participación en este estudio, puedo contactar a DORYS JEANNETTE MORALES JAIME, al celular 3118859286.

Entiendo que una copia de esta ficha de consentimiento me será entregada, y que puedo pedir información sobre los resultados de este estudio cuando éste haya concluido. Para esto, puedo contactar a DORYS JEANNETTE MORALES JAIME, al teléfono anteriormente mencionado.

| Nidya Esperanza Sanchez P. | Nidya Esperanza | 15/11/2017 |
|---|---|---|
| Nombre del Participante (en letras de imprenta) | Firma del Participante | Fecha |

**Anexo 9. Solicitud de Aval de expertos**

Protocolo para la valoración en la activación de estrategias metacognitivas en la Resolución de problemas por jueces expertos

Apreciada **Doctora Carmen Beatriz Cuervo Arias**

En mi condición de estudiante del Doctorado en Ciencias de la Educación RUDECOLOMBIA CADE Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. En la actualidad me encuentro desarrollando la tesis doctoral titulada: "Estrategias metacognitivas de los docentes de primaria, en Resolución de problemas de fracción parte todo", bajo la dirección del Dr. Víctor Burbano Pantoja.

Me dirijo a Usted en su calidad de reconocido investigador en el campo de la educación matemática y como experto en la formación de investigación sobre el docente que enseña matemáticas. En la actualidad, estoy desarrollando el proceso de validación de los instrumentos de mi investigación, y dada su experiencia en este campo, por favor, le solicito su colaboración para que actúe como Juez en el análisis de la validez de éstos.

Los instrumentos para el cual solicito su análisis, corresponde a cuatro talleres del uso del concepto de fracción parte – todo en contexto dcontinuo, contexto discreto, como razón en la resolución de situaciones problemas diseñadas para básica primaria; el taller de presaberes esta direccionado para indagar el conimiento que poseen los docentes de uso del concepto de fracción parte- todo antes enunciados; el taller dos esta orientado a la fracción parte – todo en contexto cotinuo, el taller tres orientado al contexto discreto buscando indagar sobre la diferencia de los dos contextos continuo y discreto acompañado de preguntas orientadoras para identificar las estrategias metacognitivas que se activan en la resolución de las situaciones problemas; el cuarto taller orietadoa a la razón como también a la etapa de comprensión de la situación problema como también a las estrategias metacognitivas empleadas por los docentes; por ultimo una entrevista con preguntas semiestructuradas para indagar sobre las habilidades epistemológicas y pedagógicas de los docentes sobre metacognión, estrategias metacognitivas, resolución de problemas matemáticos, estrategias de resolución de problemas, concepciones de estrategias empleadas cuando se resolucionan problemas matematicos. La intención es tener un juicio de expertos además de la información obtenida en la prueba aplicadas a docentes en ejercicio que enseñan en primaria para analizar los conceptos que poseen sobre lo que enseñan, como también la habilidad matemática que tienen en la resolución de problemas de la fracción como parte todo, los cuales fueron planteados en concordancia a los objetivos de la investigación. Todas sus observaciones, aportaciones y recomendaciones permitirán mejorar este instrumento. Al término de la valoración, podrá enviar el protocolo para la valoración del contenido a mi correo electrónico dojemoja@gmail.com o a la dirección de mi director victorburbanop@yahoo.es.

Gracias por su tiempo y colaboración, sinceramente.

Dorys Jeannette Morales Jaime

"Estudiante del Doctorado en Ciencias de la Educación, RUDECOLOMBIA"

"Formadora del Ministerio de Educación Nacional"

**Anexo 10. Respuestas a la solicitud de Protocolos**

**VALORACIÓN DEL EXPERTO**:

Nombre: Dra. Carmen Beatriz Cuervo Arias

Cargo: Docente planta tiempo completo Universidad del Tolima. Ibague.

Pregrado: Licenciado en Matemáticas y Física, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja

Especialista: Matemáticas y Estadistica Aplicadas. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja

Esp. Informatica Educativa. Universida Antonio Nariño.Tunja.

Magister: en Ciencieas de la Educación. Universidad de la Sabana. Bogotá.

Doctorado: Doctor en Ciencias de la Educación. Unversdad Santo Tomas. Bogotá.

Comentario: Después que la Estudiante hizo los ajustes pertinentes, a todos los talleres correspondiente al uso del concepto fracción parte – todo en contexto discreto, en contexto continuo, como razón, presaberes y entrevista acorde a los objetivos de la investigación valido los documento presentados.

Firma,

Carmen B Cuervo A

Fecha: 26/09/2017

Protocolo para la valoración en la activación de estrategias metacognitivas en la Resolución de problemas por jueces expertos

Por favor, describa la información que considere relevante en cada uno de los siguientes aspectos.

I. Adecuación de las preguntas y pertinencia de la situación problema planteada.

| |
|---|
| Hay adecuación y pertinencia de las preguntas con la situación problema plateada. |

II. Estructura y coherencia entre el enunciado y el concepto de fracción parte todo en contexto continuo.

| |
|---|
| Existe estructura y coherencia entre el enunciado y el concepto de fracción parte todo en contexto continuo. |

III. Valoración general.

Hace referencia a su valoración respecto a la ausencia de alguna parte o pregunta en concordancia con las concepciones de la fracción como parte todo en contexto continuo y su uso en situaciones problemas para primaria.

| |
|---|
| Observando el taller en forma general se ajusta a lo que requiere la investigación. No hace falta ninguna pregunta ni hace falta algún aspecto. |

IV. Valoración especifica de la situación problema.

Consignar su análisis respecto a la situación problema y pregunta, valorando su pertinencia y función dentro de cada caso considerado.

| Procesos | Comentario |
|---|---|
| Descripción de las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema enunciada. | Están de acuerdo con lo que requiere la investigación |
| Represente los pasos o formas diferentes para usar la tira de tal manera que se pueda sacar los 4/6.  | Correcta |
| Pregunta 1. ¿Son validas esas respuestas frente a su solución?. Expliquelas. | Incluya si o no. |

| | |
|---|---|
| Pregunta 2. De las soluciones observadas en la mesa, cúal considera Usted que es la didáctica para los estudiantes. Representela. | Correcta |

v. Observaciones adicionales.

| |
|---|
| Realice los ajustes solicitados. |

Fdo. Aval de Expertos

Protocolo para la valoración en la activación de estrategias metacognitivas en la Resolución de problemas por jueces expertos

Por favor, describa la información que considere relevante en cada uno de los siguientes aspectos.

I. Adecuación de las preguntas y pertinencia de la situación problema planteada.

| |
|---|
| Las preguntas están adecuada y pertinentes de acuerdo con la situación problema planteada. |

II. Estructura y coherencia entre el enunciado y el concepto de fracción parte todo en contexto discreto.

| |
|---|
| Hay estructura y coherencia entre el enunciado y el concepto de fracción en contexto discreto. |

III. Valoración general.

Hace referencia a su valoración respecto a la ausencia de alguna parte o pregunta en concordancia con las concepciones de la fracción como parte todo en contexto discreto y su uso en situaciones problemas para primaria.

| |
|---|
| El taller se ajusta a lo que requiere la investigación en el aspecto de contexto discreto. |

IV. Valoración especifica de la situación problema.

Consignar su análisis respecto a la situación problema y pregunta, valorando su pertinencia y función dentro de cada caso considerado.

| Procesos | Comentario |
|---|---|
| Descripción de las estrategias o pasos empleados por Usted para solucionar la situación problema enunciada. | Si no hay ningún problema |
| Utiliza un procedimiento para representar cuatro sextos de la unidad en el siguiente enunciado.<br>En una caja de chocolates hay 12 chocolates. Los chocolates con relleno son los cuatro sextos de la unidad, ¿cuántos chocolates tienen rellenos y cuántos no?.<br> | Correcto. |
| Pregunta 1. ¿Qué otras soluciones observo con sus compañeros de mesa ? | Correcto |
| Pregunta 2. ¿Son validas esas respuestas frente a su solución?. Expliquelas. | Incluya si o no. |

| | |
|---|---|
| Pregunta 3. De las soluciones observadas en la mesa, cúal considera Usted que es la didáctica para los estudiantes. Representela. | Incluya esta pregunta |
| Pregunta 4. Analice: ¿ Sera posible tomar del queso 4/7 y de la caja de chocolates la misma cantidad (4/7)? Explique su respuesta. | Correcta |

V. Observaciones adicionales.

| |
|---|
| Realice los ajustes solicitados. |

Fdo. Aval de Experto

Protocolo para la valoración en la activación de estrategias metacognitivas en la Resolución de problemas por jueces expertos

Por favor, describa la información que considere relevante en cada uno de los siguientes aspectos.

I. Adecuación de las preguntas y pertinencia de la situación problema planteada.

| |
|---|
| Hay adecuación y pertinencia en las preguntas para responder la situación problema planteada. |

II. Estructura y coherencia entre el enunciado y el concepto de fracción parte todo como razón.

| |
|---|
| Hay coherencia en las estructuras del taller de conformidad con la fracción parte todo como razón. |

III.

Valoración general.

Hace referencia a su valoración respecto a la ausencia de alguna parte o pregunta en concordancia con las concepciones de la fracción como parte todo como razón y su uso en situaciones problemas para primaria.

| |
|---|
| El taller esta de acuerdo con lo que exige la investigación. |

IV. Valoración especifica de la situación problema.

Consignar su análisis respecto a la situación problema y pregunta, valorando su pertinencia y función dentro de cada caso considerado.

| Procesos | Comentario |
|---|---|
| Para el día del estudiante los niños de 5° acordaron llevar dulces o postres preparados por ellos con apoyo de sus familias. Carlos decidió preparar 48 bombones de Chocolate para compartir. | La situación problema está correcta. |
| Pregunta 1. | Correcta |
| Pregunta 2. | Correcta |
| Pregunta 3. | Correcta |
| Pregunta 4. | Correcta |
| Pregunta 5. | Correcta |
| Pregunta 6. | Correcta |
| Pregunta 7. | Correcta |
| Realiza un análisis de algunos elementos que se debe tener en cuenta para la Resolución de Problemas. | OK. |
| Pregunta 8. | Correcta |
| Pregunta 9. | Incluya si, no |
| Pregunta 10. | Correcta |
| Pregunta 11. | Correcta |
| Etapa de comprensión de la situación problema. | |
| Pregunta 1... | Correcta |
| Pregunta 2. | Correcta. |
| Pregunta 3... | Correcta |

| | |
|---|---|
| Pregunta 4. | Incluya si, no |
| Pregunta 5. | Correcta |
| Pregunta 6. | Correcta |
| Pregunta 7. | Incluya si, no |
| Pregunta 8. | Incluya si, no |
| Pregunta 9. | Correcta |
| Pregunta 10... | Correcta |
| Pregunta 11. | Correcta |
| Pregunta 12. | Incluya si, no |

Fuente: MEN (2017) Adaptación: la autora

V. Observaciones adicionales.

| |
|---|
| Realice los ajustes solicitados. |

Fdo. Aval de Experto

Protocolo para la valoración en la activación de estrategias metacognitivas en la Resolución de problemas por jueces expertos

Por favor, describa la información que considere relevante en cada uno de los siguientes aspectos.

I. Adecuación de las preguntas y pertinencia a la situación planteada.

| |
|---|
| Las preguntas se ajustan y son pertinentes para realizar la entrevista de acuerdo con lo que necesita la investigación. |

II. Estructura y coherencia del enunciado

| |
|---|
| Es coherente en su estructura de acuerdo a lo que requiere la investigación |

III. Valoración general.

Hace referencia a su valoración respecto a la ausencia de alguna parte o pregunta en concordancia con las concepciones de la generales sobre metacognición, competencia matemática en resolución de problemas y la etapa de comprensión del problema.

| |
|---|
| En mi concepto se ajusta a lo que necesita la investigación |

IV. Valoración especifica de las preguntas de la entrevista.

Consignar su análisis respecto se la pregunta, valorando su pertinencia y función dentro de cada caso considerado.

| Procesos | Comentario |
|---|---|
| Entrevista semiestructurada | |
| Pregunta 1. ¿Qué entiende Usted por metacognición? | Correcta |
| Pregunta 2. ¿Qué estrategias utiliza Usted para resolver una situación problema en matemáticas?<br>1.<br>2.<br>3.<br>4.<br>5.<br>6. | Incluya la palabra explique. |
| Pregunta 3. Cómo consolida Usted las estrategias empleadas para abordar la situación problema? (la redacta, la escribe en símbolos matemáticos, la gráfica, otras) | Correcta |
| Pregunta 4. ¿Cuándo resoluciona un problema matemático, es consciente del proceso para resolverlo? Sí__________ No_________ | Correcta |
| Pregunta 5. Al terminar de resolver un problema, monitorea y reflexiona sobre el proceso utilizado? Sí______ No________ | Correcta |

| | |
|---|---|
| Explique brevemente los procesos | |
| Pregunta 6. Para contestar el siguiente enunciado, favor marcar con una X sobre el enunciado (puede marcar una o más letras según corresponda).<br>Cuándo resoluciona un problema matemático, Usted lo asocia a:<br>Conceptos matemáticos.<br>Problemas ejecutados anteriormente en su práctica docente.<br>Actividades realizadas por sus estudiantes.<br>Tarea.<br>Procesos algorítmicos | Correcta |
| Pregunta 7. ¿Qué elemento pedagógico emplea Usted cuando lee una situación problema? | Correcta, incluya Explique |
| Pregunta 8. ¿Qué entiende Usted como contexto del problema? Descríbalo | Correcta |
| Pregunta 9. ¿Qué entiende por habilidad matemática? | Correcta |
| Pregunta 10. ¿Considera Usted que resuelve problemas matemáticos con habilidad? Sí___ No___<br>Explique su respuesta | Correcta |

| | |
|---|---|
| Pregunta 11. ¿Qué entiende Usted por resolución de problemas matemáticos? | Correcta |

V. Observaciones adicionales.: Realice los ajustes solicitados.

| |
|---|
| |

Fdo. Aval de Experto

Protocolo para la valoración en la activación de estrategias metacognitivas en la Resolución de problemas por jueces expertos

Por favor, describa la información que considere relevante en cada uno de los siguientes aspectos, en el taller de Presaberes:

I. Adecuación de las preguntas y pertinencia de la situación problema planteada.

| |
|---|
| Hay adecuación y pertinencia en las preguntas para responder las situaciones problemas planteadas. |

II. Estructura y coherencia entre el enunciado y los conceptos de fracción parte todo como contexto continuo, razón, contexto discreto y operador.

| |
|---|
| Hay coherencia en las estructuras del taller de conformidad con la fracción parte todo como<br>Contexto continuo, discreto, razón y operador. |

III.

Valoración general.

Hace referencia a su valoración respecto a la ausencia de alguna parte o pregunta en concordancia con las concepciones de la fracción como parte todo como contexto continuo, discreto, razón, operador y su uso en situaciones problemas para primaria.

| |
|---|
| El taller está de acuerdo con lo que exige la investigación. |

IV. Valoración especifica de la situación problema.

Consignar su análisis respecto a la situación problema y pregunta, valorando su pertinencia y función dentro de cada caso considerado.

| Procesos | Comentario |
|---|---|
| Taller Presaberes sobre fracción parte todo en contexto continuo, discreto, como razón y operador.<br>Resuelva los siguientes problemas marcando A, B, C o D según corresponda. Los procesos puede ejecutarlos en el espacio blanco de la hoja. | Las situaciones problemas están correctas. |
| Pregunta 1. | Correcta |
| Pregunta 2. | Correcta |
| Pregunta 3. | Correcta |
| Pregunta 4. | Correcta |
| Pregunta 5. | Correcta |
| Pregunta 6. | Correcta |
| Pregunta 7. | Correcta |
| Pregunta 8. | Correcta |
| Pregunta 9. | Incluya si, no |
| Pregunta 10. | Correcta |
| Pregunta 11. | Correcta |
| Pregunta 12. | Correcta |

Fuente: Moreno (2017) Adaptado por: la autora

V. Observaciones adicionales.

| |
|---|
| Realice los ajustes solicitados. |

Fdo. Aval de Experto