

# Aprendizaje de Movimientos Rígidos a partir de sus Registros Semióticos

Lisandro Paipa Paipa



Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación Matemática

Tunja

2020

# Aprendizaje de Movimientos Rígidos a partir de sus Registros Semióticos

Lisandro Paipa Paipa

Tesis de Maestría presentada como requisito parcial para optar al título de Magister en  
Educación Matemática.

Director: Ms.C. Sandra Milena Murcia Pardo



Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación Matemática

Tunja

2020

## Tabla de Contenido

Resumen.....	9
Introducción .....	13
Capítulo 1. Generalidades.....	15
1.1. Planteamiento del Problema.....	15
1.2. Pregunta Problema .....	17
1.3. Objetivo General .....	17
1.4. Objetivos Específicos.....	17
1.5. Justificación del Problema .....	18
Capítulo 2. Marco Referencial.....	20
2.1. Antecedentes .....	20
2.1.1. Antecedentes Internacionales .....	20
2.1.2. Antecedentes Nacionales.....	23
2.2. Marco Teórico .....	26
2.2.1. Registros de Representación Semiótica.....	26
2.2.2. Movimientos Rígidos .....	33
2.2.3. Método Singapur .....	37
2.2.4. Secuencia Didáctica.....	39
2.2.5. Lineamientos Curriculares.....	41
2.2.6. Estándares Básicos de Competencias .....	43

Capítulo 3. Metodología .....	54
3.1. Tipo de Investigación .....	54
3.2. Unidad de Análisis .....	54
3.2.1 Muestra .....	56
3.3. Etapas del Estudio .....	57
3.3.1. Primer Ciclo.....	57
3.3.2. Segundo Ciclo.....	59
Capítulo 4. Análisis de Resultados .....	62
4.1. Ciclo I.....	62
4.1.1. Planear .....	62
4.1.2. Actuar .....	63
4.1.3. Observar.....	64
4.1.4. Reflexionar .....	72
4.2. Ciclo II.....	73
4.2.1. Planear .....	74
4.2.2. Actuar .....	74
4.2.3. Observar.....	78
4.2.4 Reflexionar .....	113
Conclusiones .....	116
Bibliografía .....	118

Anexos .....	124
Anexo 1 – Cronograma de Actividades Proyecto de Investigación.....	124
Anexos 2 - Intervención Docente Comprensión de Conceptos de Geometría.....	125
Anexo 3 - Carta Aceptación Propuesta Institución Objeto de Estudio. ....	129
Anexo 4 – Consentimiento Informado .....	130
Anexo 5 – Diario de Campo del Investigador.....	131
Anexo 6 – Entrevista Docente.....	132
Anexo 7 – Guía de Observación de Clase.....	133
Anexo 8 – Cuestionario de Entrada.....	134
Anexo 9 – Secuencia Didáctica.....	136
Anexo 10 – Retos .....	141
Anexo 11 – Prueba Final.....	142

## Índice de Figuras

Figura 1. Registro Figural Objeto Circunferencia .....	31
Figura 2. Registro Geométrico Objeto Circunferencia .....	32
Figura 3. Registro Gráfico Objeto Circunferencia.....	33
Figura 4. Traslación de un Punto P.....	34
Figura 5. Rotación de un Punto P .....	35
Figura 6. Reflexión axial de un Punto P .....	36
Figura 7. Espiral de Ciclos de la Investigación-Acción.....	57
Figura 8. Cuestionario Diagnóstico Estudiantes .....	64
Figura 9. Estación uno Cuestionario Estudiantes .....	66
Figura 10. Estación dos, Cuestionario Diagnóstico de Estudiantes.....	67
Figura 11. Estación Tres Cuestionario Diagnóstico Estudiantes .....	68
Figura 12. Estación Cuatro Cuestionario Diagnóstico Estudiantes .....	69
Figura 13. Estación cinco, Cuestionario de Diagnóstico a Estudiantes .....	70
Figura 14. Estación Seis Cuestionario Diagnóstico Estudiantes .....	70
Figura 15. Estación siete Cuestionario Diagnostico Estudiantes.....	71
Figura 16. Cuestionario Socialización Teoría Registros de Representación Docente.....	75
Figura 17. Geoplano Elaborado por Estudiantes en Familia .....	77
Figura 18. Momento Exploración Secuencia Didáctica Primera Misión .....	80
Figura 19. Segunda Misión.....	81
Figura 20. Tercera Misión.....	82
Figura 21. Cuarta Misión .....	83
Figura 22. Quinta Misión.....	84

Figura 23. Sexta Misión .....	85
Figura 24. Séptima Misión.....	87
Figura 25. Octava Misión .....	88
Figura 26. Momento Estructuración, Esquema Realizado por el Estudiante sobre Registros de Representación .....	89
Figura 27. Momento Estructuración, Esquema Realizado por el Estudiante sobre Movimientos Rígidos.....	90
Figura 28. Novena Misión .....	90
Figura 29. Momento Transferencia, Decima Misión Elaboración Geoplano.....	92
Figura 30. Movimientos rígidoss en el Geoplano .....	93
Figura 31. Reto Uno, Conversión Registro Gráfico a Registro Tabular.....	94
Figura 32. Reto Dos, Movimiento Rígido Traslación.....	95
Figura 33. Reto Tres, Movimiento Rígido Simetría de Vocales en el Geoplano .....	96
Figura 34. Cuarto Reto, Simetría .....	97
Figura 35. Quinto Reto, Movimiento rígido Rotación en el Geoplano .....	98
Figura 36. Sexto Reto, Movimientos Rígidos Traslación Rotación en el Geoplano .....	99
Figura 37. Séptimo Reto .....	100
Figura 38. Momento de Cierre.....	102
Figura 39. Juego de Traslaciones Cierre.....	103
Figura 40. Rubrica de Valoración.....	103

## Índice de Tablas

Tabla 1. Algunos de los Registros y Representaciones que se Pueden Encontrar para el Objeto Fracción.....	28
Tabla 2. Registro Tabular Objeto Circunferencia.....	31
Tabla 3. Registros de Representación, Transformaciones Rígidas.....	37
Tabla 4. Pensamientos Matemáticos.....	45
Tabla 5. Procesos Matemáticos.....	47
Tabla 6. ¿Qué Aprendizajes Evalúan las Pruebas Saber? Matriz de Referencia Quinto..	51
Tabla 7. Progresión de Aprendizajes .....	52
Tabla 8. Instrumentos Ciclo I.....	58
Tabla 9. Instrumentos Ciclo II .....	59
Tabla 10. Categorías de Análisis Taller Formación Docente. ....	79
Tabla 11. Análisis Prueba Final .....	106



## Resumen

La presente investigación se desarrolló con el fin de analizar los aprendizajes que alcanzan estudiantes, cuando estudian los movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos. Para ello se contó con la participación de un docente de matemáticas y los estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Departamental la Florida, sede Jhon F. Kennedy, del municipio de Anolaima Cundinamarca. El trabajo de campo se estructuró en dos momentos: uno de formación disciplinar docente y otro donde se trabajó una secuencia didáctica estructurada en cuatro momentos: exploración, estructuración, transferencia y cierre. En ella se definieron diferentes estrategias para emplear nuevos conceptos en contexto siguiendo la estructura del método Singapur.

La metodología usada tuvo un enfoque cualitativo y el tipo de investigación implementado fue la investigación acción, configurada en torno a dos ciclos cada uno con cuatro fases o etapas: planear, actuar, observar y reflexionar. El momento de la observación, la recogida y análisis de los datos de una manera sistemática y rigurosa, es lo que otorga el rango de investigación (Latorre, 2003 p.21). En cuanto a las técnicas de recolección de información se utilizaron entrevistas semiestructuradas, cuestionarios, guías de observación de clase, diarios de campo y una prueba cerrada de selección múltiple. El sustento teórico se enmarca en la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1999) citado por Escobar (2016), quien expresa que “es fundamental la identificación de los sistemas de representación de los objetos matemáticos para que pueda darse el proceso de enseñanza - aprendizaje” (p. 22). Por otra parte, el mismo autor reitera que “para aprender un concepto matemático los estudiantes deben utilizar varios registros de representación y desarrollar habilidades para cambiar de un registro a otro”.

De otra parte y teniendo en cuenta la emergencia sanitaria que se vive actualmente en el país a causa del covid 19, las actividades de intervención se realizaron a través de la educación

remota empleando salas de videoconferencia y empleando material concreto (objetos del contexto, Geoplano) y actividades lúdicas como “el juego de traslaciones”.

Dentro de las conclusiones destacadas del trabajo se puede mencionar que el docente reconoce la importancia de implementar, en sus prácticas de aula, el abordaje de los diferentes objetos matemáticos a partir de sus distintos registros semióticos.

**Palabras Claves:** Registros semióticos, movimientos rígidos, secuencia didáctica.

### **Abstract**

This research was developed in order to analyze the learnings that reach students, when they study rigid movements from their semiotic records. This was attended by a math teacher and 5th grade students from the Florida Departmental Educational Institution, Jhon F. Kennedy headquarters, in the municipality of Anolaima Cundinamarca. The fieldwork was structured in two moments: one of teacher disciplinary training and one where a structured didactic sequence was worked on in four moments: exploration, structuring, transfer and closure. It defined different strategies for using new concepts in context following the structure of the Singapore method.

The methodology used had a qualitative approach and the type of research implemented was the action research, configured around two cycles each with four phases or stages: plan, act, observe and reflect. The timing of observation, collection and analysis of data in a systematic and rigorous manner is what gives the research range (Latorre, 2003 p.21). Semi-structured interviews, questionnaires, class observation guides, field journals and a closed multiple selection test were used in information collection techniques. The theoretical sustentum is framed in Duval's Theory of Semiotic Representation Records (1999) cited by Escobar (2016), who states that "the identification of systems for the representation of mathematical objects is essential so that the process of teaching - learning can take place" (p. 22). On the other hand, the same author reiterates that "to learn a mathematical concept student must use multiple representation records and develop skills to switch from one record to another".

On the other hand, taking into account the health emergency currently in the country due to covid 19, intervention activities were carried out through remote education using videoconferencing rooms and using concrete material (context objects, geoplane) and recreational activities such as "the translation game".

Among the outstanding conclusions of the work, it can be mentioned that the teacher recognizes the importance of implementing, in his classroom practices, the approach of the different mathematical objects from his different semiotic records.

**Key words:** Semiotic registers, rigid movements, didactic sequence.

## Introducción

La presente investigación hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial y su línea de acción se centra en la enseñanza - aprendizaje de los movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos. Con el desarrollo de diferentes actividades pedagógicas basadas en la exploración de conceptos, que tienen en cuenta sus representaciones semióticas, es posible alcanzar mejores resultados en los aprendizajes de los estudiantes. Al respecto Duval (1998) (citado por Gatica, 2017) argumenta que: “la metodología basada en las representaciones semióticas y visualización promueve la identificación, tratamiento y conversión en los registros de representación semiótica” (p.131). En ese sentido la enseñanza de objetos matemáticos en el ámbito de la geometría debe partir de procesos de exploración y caracterización, que faciliten su comprensión y apropiación.

Diferentes aspectos se tuvieron en cuenta para el diagnóstico de la situación problema que llevó al desarrollo de la investigación. Entre ellas están la organización curricular del plan de estudios de la institución participante, los aprendizajes desarrollados hasta el momento en el área de geometría, en grado 5° (sólidos, sistemas de medidas) y metodologías de enseñanza implementadas por el docente en sus prácticas de aula.

Por tal razón, en este trabajo se pretende mostrar que si se realizan conversiones entre los registros de representación semiótica (numérico, gráfico y tabular) cuando se exploran los movimientos rígidos de objetos matemáticos en el plano, es posible mejorar aprendizajes de los estudiantes. Esta idea es apoyada por Duval (2004) citado por Cortes (2019) quien considera que “la actividad matemática realice necesariamente en un contexto de representación”, donde se promuevan “actividades cognitivas internas y externas de formulación, tratamiento y conversión entre los distintos tipos de lenguaje, o dicho de otra forma, los diferentes registros en que se puede

representar un mismo objeto matemático” (Cortes, 2019, p.12). Por ello se diseñó y aplicó una secuencia didáctica basada en la propuesta de Duval y tomando algunos elementos del método Singapur (enfoque concreto, pictórico y abstracto).

En general, se presenta una estructura del trabajo en cuatro capítulos:

El capítulo 1 presenta las generalidades que precisan el problema, los objetivos y la justificación. En el capítulo 2 se muestran las teorías y resultados de investigación que distintos autores han trabajado sobre los registros de representación semiótica, movimientos rígidos y la secuencia didáctica como estrategia de enseñanza.

El capítulo 3 describe la metodología utilizada en el proceso investigativo teniendo en cuenta el tipo y enfoque de investigación, unidad de análisis, las etapas de investigación que permitieron recopilar y analizar la información.

Finalmente, el capítulo 4 expone el análisis de resultados de los dos ciclos del proceso investigativo, desarrollado a través de las fases de planear, actuar, observar y reflexionar.

## Capítulo 1. Generalidades

### 1.1. Planteamiento del Problema

En los lineamientos curriculares (MEN 1998) “se indica que la enseñanza de la geometría en la educación básica, es una herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es predominantemente geométrico” (Fuentes, Vásquez, Márquez, 2011 p.1). Esto indica que la geometría es una importante fuente de modelación y un escenario para desarrollar el pensamiento espacial y procesos matemáticos como la comunicación y argumentación. En este caso, el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y la aplicación de movimientos rígidos pueden conducir al establecimiento de conjeturas y generalizaciones de los objetos geométricos.

En muchos contextos escolares se ha olvidado ese potencial de la geometría, restringiendo su enseñanza solo a la clase magistral de explicación e ilustración en el tablero sin dar posibilidad a la argumentación y conjeturación, ocasionando que los estudiantes no aprendan a explorar el espacio y por ende presenten dificultades con el cálculo y percepción de medidas, la ubicación espacial, y el efecto que producen las transformaciones a figuras en el plano y en el espacio.

Particularmente, al revisar el plan de área de matemáticas para grado quinto de la Institución Educativa de la Florida sede Jhon F. Kennedy, se identificó que los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas están enfocadas más a la teoría cognitiva, de acuerdo con Jonassen (1991b) la cual se dedica a:

La conceptualización de los procesos del aprendizaje del estudiante y se ocupa de como la información es recibida, organizada, almacenada y localizada. El aprendizaje se vincula,

no tanto con lo que los estudiantes hacen, sino con que es lo que saben y cómo lo adquieren. (citado por Ertmer & Newby, 1993, p.9).

En cuanto a la distribución del tiempo de asignación semanal al área de matemáticas, se observa que para el pensamiento numérico dedican cuatro horas semanales, y en el pensamiento espacial solo una hora semanal.

En cuanto a los recursos y herramientas que se emplean y que se describen en el plan de estudios se encuentran: guías, talleres y registros en el cuaderno que presentan el conocimiento en matemáticas desde el componente estático tal como afirma Blanco (1998), citado por Gómez & González (2013) “organizada por conocimientos teóricos sobre matemáticas, el proceso instructivo, psicopedagogía, etc” (p.600) y no se permite el desarrollo de una componente dinámica “organizada por conocimientos sobre casos de aula, situaciones, experiencias, etc) que generan formas de razonamiento pedagógico en el profesor sobre el proceso de construcción de los significados matemáticos (p.600). A su vez establecer escenarios para que el estudiante construya su propio conocimiento geométrico a través de la exploración, la interacción, el razonamiento, la elaboración y comprobación de hipótesis y de esta manera empezar a promover su pensamiento crítico y científico.

Por ende, se puede inferir que la enseñanza de la geometría en la institución objeto de estudio está enmarcada en procesos relacionados con el componente estático basado en la ejercitación, comparación y resolución de situaciones problema dejando de lado la contextualización, donde el estudiante pueda transferir sus conocimientos y ponerlos en práctica (componente dinámica).

En ese sentido, y una vez se estudiaron teorías de la didáctica de la matemática, se centró el interés en la teoría de registros de representación semiótica con el fin de incluir formas



alternativas en los procesos de aprendizaje de estudiantes de grado 5° que garanticen explorar, predecir y describir resultados al deslizar, voltear y girar formas bidimensionales. Al respecto Escobar (2016) indica que “las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma” (p. 22).

Por tal razón se plantea la siguiente pregunta de investigación:

## **1.2. Pregunta Problema**

¿Qué aprendizajes alcanzan los estudiantes de grado quinto, sobre movimientos rígidos en el plano a partir de sus representaciones semióticas?

## **1.3. Objetivo General**

Analizar los aprendizajes logrados sobre movimientos rígidos en el plano, a partir de sus representaciones semióticas.

## **1.4. Objetivos Específicos**

1. Identificar los diferentes tipos de representación semiótica para movimientos rígidos en el plano (traslación, rotación y reflexión) que conocen los estudiantes y que el docente trabaja en su proceso de enseñanza.
2. Diseñar e implementar una secuencia didáctica para la enseñanza y comprensión de registros de representación en el aprendizaje de movimientos rígidos.
3. Evaluar la comprensión de los estudiantes en la transformación y representación semiótica de los movimientos rígidos en el plano.

### **1.5. Justificación del Problema**

El ámbito de la educación se enmarca en un proceso continuo de enseñanza - aprendizaje, el cual no es ajeno al área de matemáticas. Las actividades pedagógicas propuestas por el docente para ser desarrolladas por los estudiantes tienen como finalidad la construcción del conocimiento. Para ello se requieren acciones de indagación e investigación al interior de las aulas que permitan identificar cómo aprenden los estudiantes, qué actividades favorecen la enseñanza de los objetos matemáticos y evaluar el impacto que estas tienen en el aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior y según lo expuesto por Duval (citado por Ospina, 2012)

“El reto de una investigación sobre la enseñanza de las matemáticas no es solo saber cuáles contenidos enseñar y de qué manera introducirlos en clase, sino también analizar las razones estructurales de los problemas de comprensión con los cuales se enfrenta la mayoría de alumnos de todos los niveles de enseñanza (p. 20)”.

El proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría involucra el desarrollo de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento y la resolución de problemas. En cuanto al proceso de enseñar y aprender los movimientos rígidos en el plano, esto conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión que le permitan al estudiante generar descubrimientos sobre características y propiedades relativas a estos movimientos y comprobar las predicciones e inferencias que realicen.

Por ello, esta investigación es de gran importancia porque tiene como fin mejorar los procesos cognitivos de conversión de representaciones semióticas con la ayuda del plano cartesiano, para fortalecer el aprendizaje de movimientos rígidos en los estudiantes. De otro lado

se espera contribuir a mejorar y transformar las prácticas de aula del docente a través de acciones pedagógicas que permitan a los estudiantes promover un conocimiento disciplinar el cual se espera incida positivamente en los procesos de enseñanza - aprendizaje y se refleje en mejores desempeños académicos.

## Capítulo 2. Marco Referencial

Para fundamentar el desarrollo del presente trabajo se realizó una revisión de distintas publicaciones en las cuales el eje de investigación de los documentos y autores han sido las representaciones semióticas. De esta forma se logró tener diferentes perspectivas, referentes, guías y orientaciones que argumentan la elaboración de este proyecto, como lo es desde una aproximación semiótica. El profesor Duval de la Universidad de Estrasburgo, ha venido trabajando sobre la noción de representación y la comprensión de los objetos matemáticos desde comienzos de la década de los 80. Sus trabajos *Semiosis y Noesis* (1993) y *Semiosis y Pensamiento Humano* (1999), son aportes valiosos en este campo (citado por Rico, 2009 p.5). A continuación, se mencionan tanto los antecedentes como los referentes teóricos que soportan el trabajo realizado:

### 2.1. Antecedentes

#### 2.1.1. *Antecedentes Internacionales*

En el ámbito internacional es reducido el número de investigaciones enfocadas a indagar registros de representaciones semióticas en Geometría y en estudiar procesos de enseñanza - aprendizaje de los movimientos rígidos a partir de sus registros de representación. Una de ellas es la investigación titulada “Representaciones semióticas y visualización en el aprendizaje de las transformaciones isométricas en el plano cartesiano”, realizada por Gatica (2017) donde se propuso analizar la eficacia de implementación de la metodología basada en las representaciones semióticas y visualización, en geometría con estudiantes de primer año de un colegio. De acuerdo con sus conclusiones, ella afirma que:

“La metodología basada en las representaciones semióticas y visualización promueve la identificación, tratamiento y conversión en los registros de representación semiótica

necesarios para lograr conocimiento de las transformaciones isométricas en el plano cartesiano, tal como lo menciona Duval (1998), pues permitió que los objetos matemáticos, en este caso las transformaciones isométricas en el plano cartesiano, no fueran confundidas con una representación como podría ser sólo la ubicación de las coordenadas tras una traslación o la suma de las componentes del eje X y del eje Y al sumar vectores”. (citado por Gatica, 2017, p.131)

El conocimiento se logró debido a que se motivó al estudiante no sólo a observar, criticar y conjeturar sobre las actividades propuestas, sino también a la movilización de los registros de representación, ya que, aun cuando las consideraciones visuales fueron importantes al momento de resolver problemas (p.131)

El proyecto de investigación realizado con estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional del Chaco Austral (Argentina), se focalizó en diseñar y evaluar la efectividad de secuencias didácticas utilizando el software GeoGebra, con el propósito de mejorar la aprehensión conceptual en geometría analítica, a través de la coordinación entre los diferentes registros de representación de un mismo objeto matemático. (Gruszycki, Oteiza, Gruszycki & Balles, 2012) explican en su marco teórico que:

La realidad marca que actualmente los diferentes niveles de enseñanza no ponen mucho énfasis en la utilización de diferentes sistemas de representación, ni en la coordinación entre ellos, por el contrario, es más usual ver el predominio de algún sistema en particular, reduciendo el aprendizaje del alumno incluso a un mono-registro. Desde esta mirada y considerando que los objetos matemáticos son, por naturaleza, abstractos, accesibles sólo por medio de representaciones y que su

conceptualización pasa por la capacidad de identificar un mismo concepto en diferentes perspectivas, surge la necesidad de reconsiderar la forma en que se enseñan estos conceptos (p.522).

A su vez, Diestra (2016) en su artículo “Análisis de la Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales Aditivos de una etapa a través de los Registros de Representación Semiótica” en el que realizó un análisis exploratorio de las distintas representaciones que hace un grupo de 28 estudiantes de 4° grado de primaria (entre 9 y 12 años de edad) de una Institución Educativa Estatal Peruana, al resolver una serie de actividades propuestas sobre Problemas Aritméticos Elementales Verbales (PAEV)

En esta investigación Diestra empleó “la teoría de registros de representaciones semióticas mediante un estudio de casos en el análisis y proceso de datos. Las producciones de los estudiantes mostraron que pudieron coordinar al menos dos registros de representación para la comprensión de los problemas” (p.137)

Frente a las actividades propuestas por Diestra el grupo de estudiantes realizó:

El tránsito entre las representaciones de registro verbal a registro algebraico, de registro algebraico a registro gráfico y por último de registro gráfico a registro aritmético. Seguidamente se les evaluó para analizar sus producciones. En la tercera sesión de clase, se hizo el tránsito entre las representaciones de registros algebraico, gráfico y aritmético a registro verbal con una dinámica en grupo, que también fue evaluada (p.142)

En cuanto a los resultados Diestra afirma que: “Los resultados revelan que los estudiantes son capaces de coordinar los registros algebraicos a partir de un registro verbal, y los registros gráficos a partir de un registro verbal y algebraico” (p.160).

Conversión de registro algebraico y verbal al registro gráfico les fue de gran ayuda para entender si la operación a realizar era de suma o de resta para resolver el problema, sin embargo, notamos que para transitar de registro gráfico a verbal no les era muy sencillo como lo hicieron de registro algebraico a verbal, (p.160)

Este artículo permite comparar las estrategias metodológicas en investigaciones internacionales para el aprendizaje de los registros de representación semiótica y a su vez proyectar en este trabajo de investigación un diseño de “actividades cognitivas (conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos) que les permita a los estudiantes “transitar entre varios tipos de registros, por lo menos dos, a fin de afirmar que se aprendió un determinado concepto” (Duval citado por Diestra 2016 p.139)

Lo anterior afirma la necesidad de promover el aprendizaje de los registros de representación en los estudiantes desde temprana edad y es lo que se pretende en esta investigación, así mismo explica el impacto de investigaciones internacionales en el diseño y evaluación de secuencias didácticas con el propósito de lograr la aprensión de registros semióticos, estos aportes brindan un soporte teórico para lograr uno de los objetivos específicos propuestos en este proyecto.

### ***2.1.2. Antecedentes Nacionales***

En la tesis de Beltrán (2017), trabajo que tiene por nombre “Representaciones semióticas de la parábola utilizadas por los estudiantes de grado décimo”, se describen cómo una intervención pedagógica basada en la teoría de registros de representación semiótica ayuda a mejorar la comprensión del objeto matemático parábola en los estudiantes de décimo grado del colegio Alejandro Obregón. Esta propuesta surge como respuesta a una problemática que se identifica al interior del aula y luego de la intervención el autor concluye que:

A medida que se realizaron las actividades de la secuencia didáctica se observó la comprensión del concepto de la parábola por parte de los estudiantes, este obedeció al trabajo pedagógico realizado en las actividades de la secuencia. De igual manera, a medida que se realizó la secuencia de actividades y las retroalimentaciones se observó que la mayoría de los estudiantes realizaron de forma acertada los tratamientos al interior de cada registro y conversiones entre los diferentes registros. Es por esta razón que para el estudio de cualquier objeto matemático es importante que tanto los estudiantes como los docentes conozcan y utilicen los registros de representación semiótica, el tratamiento al interior de cada registro y la conversión entre registros (p. 92).

De otro lado, Pinto (2016), en su tesis titulada “El plano cartesiano, una idea sencilla cuyo desarrollo llevo dos milenios”, recopila las ideas, descubrimientos y aportes de distintos matemáticos alrededor de la idea de plano de coordenadas, que incentivaron el surgimiento de la geometría analítica de Descartes y Fermat. En el proceso de investigación el autor desde sus antecedentes indaga cómo a partir de los trabajos desarrollados por Apolonio, Pappus, Oresme, Fermat y Descartes se generó la idea de plano cartesiano y con ello la representación y estudio de objetos geométricos a través del álgebra, y de esta manera se exponen algunos aportes posteriores a los trabajos de Descartes y Fermat que permitan organizar la idea de plano de coordenadas como se conoce en la actualidad. Sin embargo, en la educación básica La idea de plano de coordenadas o plano cartesiano se presenta como una idea simple y poco elaborada, incluso en ocasiones se omite su presentación por considerarse elemental, sin reconocer que es el fruto de siglos de evolución en la historia de las matemáticas.

Por otra parte, el artículo titulado “Aprendizaje del objeto fracción en diferentes registros semióticos a partir de una secuencia didáctica” de Suarez & Reyes (2018), y dirigida a estudiantes



de grado sexto se concluye que: La secuencia didáctica con mediación de los juegos y uso de material concreto, tuvo buena acogida por parte de los estudiantes. El juego fue un recurso didáctico efectivo para propiciar el aprendizaje noción de fracción (p. 93).

De otro lado en la propuesta de Gómez & González (2013) “Propuesta para la enseñanza de movimientos rígidos en el plano a partir de teselados”, se describen los logros alcanzados con 29 estudiantes de grado quinto a través de un proceso de enseñanza para el que fue necesario desarrollar procesos de enseñanza – aprendizaje en la definición de cada uno de los movimientos en el plano:

La traslación Barnet (1991) la define como un movimiento en el plano de tal forma que a cada punto de la figura le corresponde un vector de traslación, (una distancia, una dirección y un sentido de la traslación). De aquí se puede deducir que para cada vértice de la figura le corresponde un vector con la misma inclinación dirección y distancia; rotación la define Barnet (1991) como un movimiento angular de cada uno de los puntos a partir de un punto que es el centro de giro. Para este movimiento es necesario dar un ángulo y el punto centro de giro; y por último nos indica que la reflexión es un movimiento que se presenta al reflejar una figura determinada teniendo como referencia un eje de reflexión, este eje puede coincidir con una arista de la figura o puede ser ajeno a la misma, con este movimiento se genera un efecto de espejo. (Gómez & González, 2013, p.549)

El concepto de congruencia, el cual de manera informal se define como las figuras que tienen la misma forma y tamaño, pero teniendo en cuenta una definición más formal como la que indica Godino (2003) dice que dos figuras son congruentes si y sólo sí, una figura es la imagen de la otra mediante un movimiento rígido (Gómez & González, 2013, p.548).

Así mismo estos autores Gómez & González (2013) en su investigación explica que:

Los Lineamientos Curriculares (1998) dan a conocer que la geometría debe aplicarse en correlación con los procesos generales, estos son: formulación tratamiento y resolución de problemas, modelación, comunicación, razonamiento y formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, con ellos tomamos los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en donde para el ciclo dos expresa que los estudiantes deben identificar y reconocer los movimientos rígidos en el plano y además poder conjeturar sobre las consecuencias que se ven al aplicar uno o varios movimientos rígidos en el plano a una figura geométrica (p.548).

Los anteriores antecedentes aportan al trabajo de investigación ideas, sugerencias y acciones que permiten estructurar las actividades con el propósito de lograr una apropiación efectiva, eficiente y pertinente en los registros de representación semiótica para el aprendizaje de movimientos rígidos. Así mismo se observó que solo uno explora representaciones semióticas de movimientos rígidos, lo que indica que el tema de este trabajo ha sido poco explorado y por tanto se resalta su importancia.

## **2.2. Marco Teórico**

Diferentes autores han realizado aportes valiosos e importantes, producto de diversas investigaciones, saberes y conocimiento disciplinar que permite comprender la teoría de registros de representación semiótica para mejorar la comprensión del objeto matemático movimientos rígidos utilizando el plano cartesiano. Por ello, a continuación, se describe la teoría que argumenta y da sustento teórico a esta investigación.

### ***2.2.1. Registros de Representación Semiótica***

Tamayo (2006) explica que los registros de representación semiótica son aquellos que “hacen referencia a todas aquellas construcciones de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas,

representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc. Cumplen funciones de comunicación expresión, objetivación y tratamiento” (p. 41). Para Duval (1999), citado por Escobar (2016) es fundamental la identificación de los sistemas de representación de los objetos matemáticos para que pueda darse el proceso de enseñanza-aprendizaje. Así mismo, Duval (Citado por Macias, 2014) defiende que:

No deben confundirse los objetos matemáticos con su representación, y define los registros de representación como un medio de expresión que se caracterizan por sus signos propios y la forma en que estos se organizan. La lengua natural, una notación, un símbolo, un esquema o una gráfica representan a un objeto matemático (p.50)

Por otra parte, y de acuerdo con Tamayo (2016):

Hoy día se considera que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento sin recurrir a la noción de representaciones. Se admite que la pluralidad de sistemas semióticos permite diversificar las representaciones de un mismo objeto y de esta forma amplía las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto sus representaciones mentales. Otro aspecto importante hace referencia al cambio de las formas de representación como consecuencia de la selección de procesos cognitivos más económicos en el tratamiento de representaciones. (p. 41)

Teniendo en cuenta que el aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de las habilidades no corresponde solo al trabajo con operaciones básicas y cálculo numérico sino como lo describe Escobar (2016):

En matemáticas, las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma.

En efecto, la posibilidad de efectuar transformaciones sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado (p. 22).

Por ende, los sistemas semióticos, en efecto, deben permitir cumplir las tres actividades cognitivas inherentes propuestas por Duval (1993, 1995), (citado por Macías, 2014):


1. **Identificación:** Consiste en el reconocimiento de las representaciones que se presentan ante el sujeto, lo que implica una selección de rasgos en el contenido a representar.
2. **Tratamiento:** Consiste en la transformación de una representación en otra del mismo sistema.
3. **Conversión:** Consiste en la transformación de una representación en una representación de otro sistema semiótico. Toda actividad y proceso matemático lleva consigo la capacidad y necesidad de cambiar de registro para poder obtener la comprensión


De otro lado, si se produce un cambio de registro semiótico también se modifica la representación semiótica, en cambio si se produce un cambio de representación semiótica no necesariamente cambia el registro.

Puede verse en el siguiente ejemplo:

**Tabla 1.**

*Algunos de los Registros y Representaciones que se Pueden Encontrar para el Objeto Fracción*

<b>Concepto: Número Fraccionario</b>				
<b>Registro semiótico</b>	$r^1$ : Lenguaje común	$r^2$ : Lenguaje Numérico	$r^3$ : Lenguaje algebraico	$r^4$ : Esquemas gráficos
<b>Representación Semiótica</b>	$R_1^1$ : un medio. $R_2^1$ : La mitad.	$R_1^2$ : $\frac{1}{2}$ (Escritura fraccionaria)	$R_1^3$ : $\{x \in Q^+ / 2x - 1 = 0\}$ (Escritura conjuntista).	$R_1^4$ : 

		$R_2^2: 0,5$ (Escritura decimal)  $R_3^2: 5 \times 10^{-1}$ (Escritura exponencial).	$R_1^3: y = f(x) \rightarrow 2x$ (Escritura funcional).	$R_2^4:$ 
--	--	--	---	--

Nota: Adaptado de D'Amore, B. (2002)

Duval menciona que un aprendizaje es significativo cuando el estudiante logra pasar de un registro a otro, es decir, realiza conversiones en los registros. Un ejemplo en donde se abordan las nociones de tratamiento y conversión:

**Tratamiento:**  $\frac{1}{2} \rightarrow 0,5 \rightarrow 5 \times 10^{-1}$  (Distintas representaciones en lenguaje numérico)

**Conversión:**  $5 \times 10^{-1} \rightarrow \{x \in Q^+ / 2x - 1 = 0\}$  (Registro numérico a Registro algebraico).

En cuanto a las conversiones de representaciones semióticas, Duval (citado por Ospina 2012) expresa que:

La conversión de las representaciones semióticas se constituye en la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de alcanzar para la gran mayoría de los alumnos. Entre los aspectos que dificultan esta transformación, algunos hacen referencia a la comprensión de un contenido limitado algunas veces a la representación en que se aprendió, la falta de coordinación entre los registros o el desconocimiento de alguno de los dos registros de representación (p.36).

Además, según las investigaciones de Duval (1992), Guzmán (1998) y Gutiérrez (2007) (citado por Ospina 2012) afirman que:

En el aprendizaje de las matemáticas se ha logrado demostrar que cambiar la forma de una representación es para muchos alumnos una operación difícil ya que no ponen en

correspondencia las unidades significantes en cada uno de los registros, la falta de una interpretación global de las gráficas cartesianas, la tendencia de los estudiantes a mecanizar los procedimientos en un solo registro (p. 33).

De otro lado Hitt (2003) (citado por Escobar 2016) señala que la escasa articulación de las diferentes representaciones de los conceptos se debe en gran medida a que los profesores no enseñan a los estudiantes a incorporar las representaciones de los conceptos en la resolución de ejercicios y problemas.

**2.2.1.1 Tipos de Registro de Representación.** Al estar presentes los registros de representación en el estudio de las matemáticas, Macías (2014) en una de sus investigaciones encontró, utilizando como ejemplo el objeto circunferencia, los siguientes registros de representación:

- **Registro de la Lengua Natural (RLN):** El registro de la lengua natural permite introducir definiciones, así como hacer descripciones o designaciones.  
Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano equidistante de otro fijo, llamado centro; esta distancia se denomina radio. (p.35)
- **Registro Numérico (RN):** Las representaciones de tipo numérico permite apreciar algunas de las características y elementos identificados de los objetos matemáticos a los que hace referencia, así como vincularlos y relacionarlos con representaciones gráficas y geométricas:

**Datos circunferencia:**  $C^1 (2,1)$  y  $P^2 (0,5)$

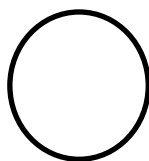
**Datos circunferencia:**  $C (5,9)$  y  $r^3 = 3$

También permite realizar operaciones de cálculo y aplicar propiedades como pueden ser la distributiva, conmutativa, etc. necesarias para la resolución de diversas tareas. (p.35)

- **Registro Figural-Icónico (RFI):** Engloba dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos involucrados (p.35):

**Figura 1.**

*Registro Figural Objeto Circunferencia*



- **Registro Tabular (RT):** Los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas permitiendo visualizar la información de manera global, establecer relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como descubrir propiedades y características del objeto de conocimiento representado (p.36):

**Tabla 2.**

*Registro Tabular Objeto Circunferencia*

Centro		Radio	Ecuación
X	Y		
0	3	2	
-4	0	2	

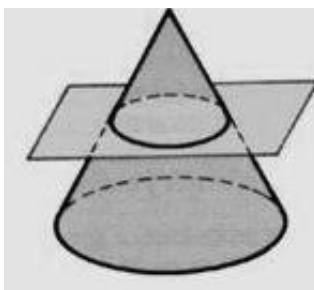
- **Registro Algebraico (RA):** Permiten realizar generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares del objeto que representa, como puede ser longitud del radio, centro, posición en el plano, etc., en el caso de la circunferencia:

$$\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r \leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

- **Registro Geométrico (RGe):** El registro geométrico admite operaciones de reconfiguración y manipulación que facilitan la comprensión y el establecimiento de conexiones entre diferentes objetos (p.36):

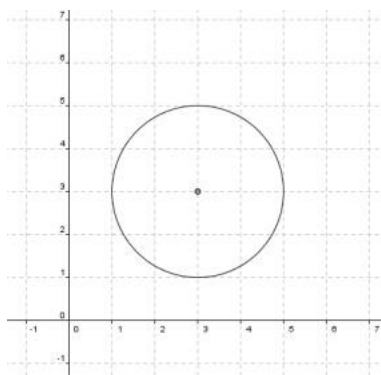
**Figura 2.**

*Registro Geométrico Objeto Circunferencia*



- **Registro Gráfico (RGr):** El registro gráfico posibilita inferir, con un simple vistazo, el comportamiento que va seguir una determinada función, así como efectuar tratamientos propios de su registro como son las traslaciones, reflexiones, simetrías, contracciones, dilataciones, etc; La representación gráfica-cartesiana hace patentes diversos elementos (puntos de corte con los ejes, ejes de simetría, posición en el plano, curvatura, etc.) que permiten apreciar el papel de los parámetros (p.36):



**Figura 3.***Registro Gráfico Objeto Circunferencia***2.2.2. Movimientos Rígidos**

Los movimientos rígidos en el plano que se abordaron en esta investigación se enfocan de acuerdo con lo propuesto por Montes (2012), quien a través de su propuesta didáctica para la enseñanza de transformaciones geométricas los define de la siguiente manera:

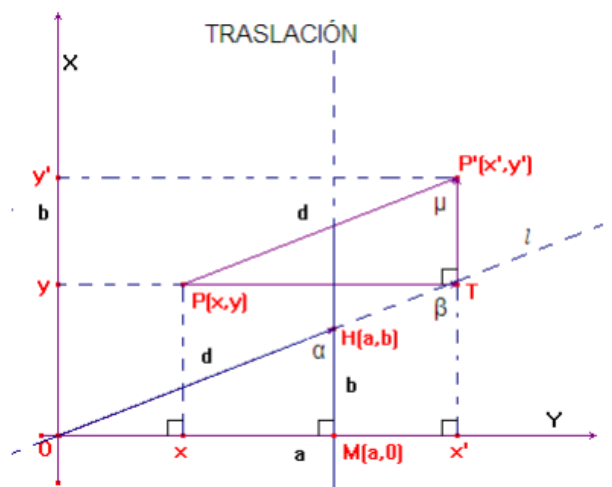
**2.2.2.1. Traslación.** Un objeto es sometido a una traslación cuando es desplazado a lo largo de una recta, una distancia dada y en un sentido determinado (p.12).

Matemáticamente se define la traslación de un punto  $P$  en  $\mathbb{R}^2$  con respecto a una distancia fija  $d$ , mediante la función  $\varphi_d: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $\varphi_d(P) = P'$  sí y solo si la distancia de  $P$  a  $P'$  es  $d$ , para todo  $P$  que pertenece a  $\mathbb{R}^2$ . Es decir que dada una recta  $l$ , una distancia  $d$  y un punto  $P$ , la función  $\varphi_d$  traslada el punto  $P$  a un punto  $P'$  de tal manera que se verifiquen las siguientes propiedades:

- El segmento  $\overline{PP'}$  es de longitud  $d$ . Esto es  $PP' = d$ .
- El segmento  $\overline{PP'}$  es paralelo a la recta  $l$ .

**Figura 4.**

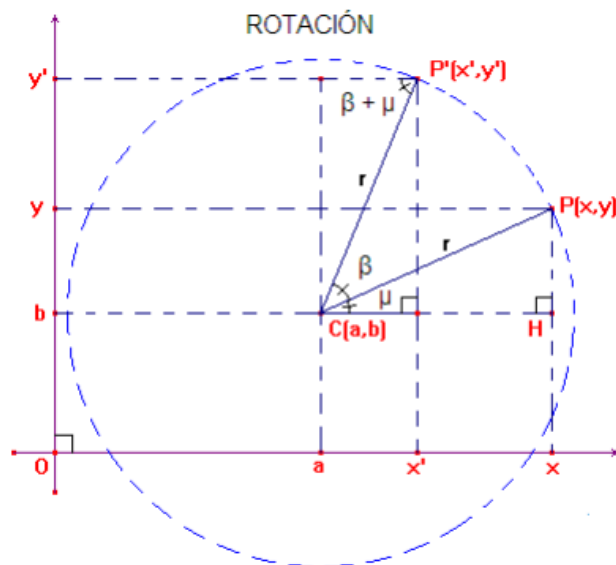
*Traslación de un Punto P.*



**2.2.2.2. Rotación.** Cuando se aplica una rotación a un objeto, este se mueve alrededor de un punto fijo, teniendo en cuenta un sentido y un ángulo determinado; dicho punto comúnmente se llama centro de rotación y el ángulo es llamado ángulo de rotación. El sentido de la rotación esta dado normalmente con respecto al movimiento de las manecillas del reloj (p.14).

Matemáticamente se define la rotación de un punto  $P$  en  $\mathbb{R}^2$  con respecto a un punto  $C$  en  $\mathbb{R}^2$  y a un ángulo orientado  $\angle\beta$ , mediante la función  $\varphi_{C,\beta}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $\varphi_{C,\beta}(P) = P'$  sí y solo la distancia del punto  $C$  al punto  $P$  es igual a la distancia de  $C$  al punto  $P'$  y el ángulo  $\angle PCP' = \angle\beta$ , para todo  $P$  que pertenece a  $\mathbb{R}^2$ .

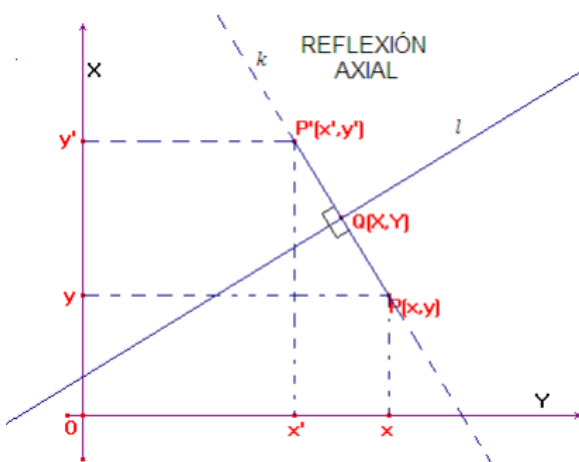
Lo anterior se puede entender de la siguiente manera: teniendo al punto  $C$  como el centro de rotación,  $\angle\beta$  como ángulo de la rotación,  $P$  un punto del plano y  $P'$  su correspondiente imagen, se debe cumplir que en la circunferencia de centro  $C$  y radio  $CP$ , el segmento  $\overline{CP'}$  es también radio de dicha circunferencia y el ángulo formado por el radio  $CP$  y el radio  $CP'$  es de igual medida que el ángulo  $\angle\beta$  dado para la rotación.

**Figura 5.***Rotación de un Punto P*

**2.2.2.3. Reflexión o Simetría Axial:** Es un movimiento rígido en el plano que se hace con respecto a una recta como eje de reflexión. En una reflexión axial el eje de reflexión es la mediatriz de cada uno de los segmentos determinado por cada punto del objeto inicial y su imagen (p.17).

Matemáticamente se define la reflexión axial de un punto  $P$  en  $\mathbb{R}^2$  con respecto a una recta  $l$ , mediante la función  $\varphi_l: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $\varphi_l(P) = P'$  sí y solo si la recta  $l$  es mediatriz del segmento  $\overline{PP'}$ ; es decir que  $\overline{PP'} \perp l$  y la distancia de  $P$  a  $l$  es igual a la distancia de  $l$  a  $P'$ , para todo  $P$  que pertenece a  $\mathbb{R}^2$ . Dada una recta  $l$  y un punto  $P$ , la función  $\varphi_l$  transforma el punto  $P$  en un punto  $P'$  de tal manera que se verifican las siguientes propiedades:

- Si  $P$  pertenece al eje de simetría  $l$  se tiene que  $\varphi_l(P) = P$
- Si  $P$  no pertenece al eje de simetría  $l$  se tiene que  $l$  es la mediatriz del segmento  $\overline{PP'}$ .

**Figura 6.***Reflexión axial de un Punto P*

Por otro lado, y teniendo en cuenta a Salazar (2017) quien explica que: dada una recta  $r$  en un plano  $\pi$ , una simetría axial o reflexión con respecto a la recta  $r$ , que se nota  $Sr$  es una función que asigna a cada punto  $P$  del plano que no está en  $r$  un punto  $P'$  de tal manera que  $r$  es la mediatriz del segmento  $PP'$ . En tal caso la recta  $r$  se llama eje de simetría o eje de reflexión.  $Sr(P) = P'$ .  $\rightarrow$  Esto expresa que  $P'$  es la imagen de  $P$  por la reflexión de eje  $r$ . Toda simetría axial es una isometría cuyos puntos fijos son los del eje de reflexión (p.58). Para esta investigación se empleará el término simetría teniendo en cuenta la edad de los estudiantes participantes quienes empezaron a apropiarse del aprendizaje de los movimientos rígidos.

Para realizar los movimientos rígidos en dos dimensiones, en este trabajo se usó el plano cartesiano; eje temático que se presenta de manera transversal en cada uno de las componentes de los estándares curriculares en matemáticas ya sea como sistema de referencia que favorece la ubicación y localización espacial, o como una herramienta que permite la comprensión de otros contenidos matemáticos como funciones, transformaciones, lectura de gráficos, entre otros.

**2.2.2.4 Sistemas de Representación de los Movimientos Rígidos.** La comprensión de la esencia de las matemáticas implica que el objeto matemático debe estar siempre asociado a diversas representaciones o registros. En ese sentido Duval afirma que “Los objetos matemáticos tienen diferentes registros de representación, tales como: registro verbal, registro tabular, registro gráfico, registro algebraico, registro simbólico y registro figural” (citado por Hernández, Cervantes, Ordoñez, & García, 2017, p.5). De ahí que, los movimientos rígidos se pueden representar en diferentes registros:

**Tabla 3.**

*Registros de Representación, Transformaciones Rígidas.*

<b>Lenguaje Natural</b>	<b>Icónico</b>	<b>Gráfico</b>	<b>Numérico</b>
Los movimientos rígidos admiten como representación una descripción en el lenguaje que se expresan los estudiantes.	Los movimientos rígidos se pueden representar como líneas, marcas, puntos, entre otros.	Los movimientos rígidos se pueden representar por medio de figuras geométricas regulares e irregulares en el plano cartesiano.	Los movimientos rígidos se pueden representar en símbolos convencionales utilizados por la matemática.

Nota. Adaptado de Hernández & Ospina (2017)

Las teorías y autores mencionados aportan desde sus investigaciones a fundamentar y argumentar esta investigación para el proceso de conceptualización teórica del aprendizaje de los movimientos rígidos (rotación, traslación y simetría) a partir de registros de representación (lenguaje natural, numérico, tabular y gráfico) empleados en este trabajo de investigación.

### **2.2.3. Método Singapur**

Para conocer e identificar características propias del Método Singapur se tuvieron en cuenta las explicaciones de Angulo, Castillo & Niño (2016) quienes afirman que:

“A partir del año 1992 en Singapur se aplica un método dinámico para la enseñanza de las matemáticas, liderando los resultados internacionales de las pruebas del Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS por sus siglas en inglés), el Método Singapur aparece como una fórmula con la que el país asiático se convirtió en uno de los mejores en el mundo en esta materia.” (p.33)

Así mismo los autores explican que este enfoque empieza siempre con una actividad concreta, para luego, consultar los textos donde hay abundante material pictórico y recién al final, enseñar los símbolos involucrados. Los estudiantes son animados a tomar conciencia de cómo ellos piensan, cómo se comunican y cómo solucionan sus problemas, para que puedan aplicar sus habilidades posteriormente. (Educarchile, 2006, citado por Angulo et al., 2016, p.34).

Además, Hilaquita (2018) señala que “este método se basa en la resolución de problemas y se apoya en modelos visuales, material concreto y abundante ejercitación. Fomenta la comprensión profunda de los conceptos, el pensamiento lógico y la creatividad matemática en contraste con la aplicación de fórmulas sin sentido” (p.5).

De igual manera el método Singapur permite a los estudiantes, pasar de una fase manipulativa a una fase de dibujo para gradualmente alcanzar un nivel abstracto. Mientras se enseñan los procesos de las matemáticas, se hace hincapié en la relación de los números y la profundidad de pensamiento. (Mamani & Jotadelo, 2018 p.18)

Lo anterior aporta a esta investigación porque permite orientar estrategias pedagógicas integrando el uso del material concreto, recursos pictóricos y establecer acciones que desarrollen

procesos abstractos en el aprendizaje de movimientos rígidos a partir de registros de representación desarrollando habilidades de comunicación y resolución de problemas.

#### **2.2.4. Secuencia Didáctica**

Para lograr los aprendizajes esperados en relación a movimientos rígidos y sus registros semióticos, se emplea una secuencia didáctica que, de acuerdo con Díaz (2013) “constituyen una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo” (p.1). En ellas el alumno aprende por lo que realiza, por la significatividad de la actividad llevada a cabo, por la posibilidad de integrar nueva información en concepciones previas que posee, por la capacidad que logra al verbalizar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. No basta escuchar al profesor o realizar una lectura para generar este complejo e individual proceso. (Díaz, 2013; p. 1)

Rodríguez (2014), por su parte, manifiesta que “las secuencias de actividades o secuencias didácticas consisten en una sucesión de actividades previamente pensadas que dan orden y lógica a los procesos de enseñanza y acompañados con modelos de aprendizaje dan sentido a la asimilación y comprensión de los contenidos diseñadas por el docente” (p.449)

Además, este autor afirma que el diseño de trabajo en el aula también conocida como la secuencia didáctica son periodos de actuación que globalizados por la enseñanza determinan las actividades de los alumnos, para la nueva reforma educativa de 2012 se le considera como transversalidad, innovación e intervención” (p.450).

Las secuencias didácticas están estructuradas en los siguientes momentos:

- **Exploración (apertura):** “El sentido de las actividades de apertura es variado en un primer momento permiten abrir el clima de aprendizaje, si el docente logra pedir que trabajen con un problema de la realidad, o bien, abrir una discusión en pequeños grupos” (Díaz, 2013 p.6).
- **Estructuración (desarrollo):** Tienen la finalidad de que el estudiante interaccione con una nueva información. Se afirma que hay interacción porque el estudiante cuenta con una serie de conocimientos previos en mayor o menor medida adecuados y/o suficientes sobre un tema, a partir de los cuáles le puede dar sentido y significado a una información. Para significar esa información se requiere lograr colocar en interacción: la información previa, la nueva información y hasta donde sea posible un referente contextual que ayude a darle sentido actual. Dos momentos son relevantes en las actividades de desarrollo, el trabajo intelectual con una información y el empleo de esa información en alguna situación problema. El problema puede ser real o formulado por el docente, el problema puede formar parte de un proyecto de trabajo más amplio del curso, es importante que no se limite a una aplicación escolar de la información, a responder un cuestionario de preguntas sobre el texto o a realizar ejercicios de los que vienen en los textos escolares, sino que es conveniente que esta aplicación de información sea significativa. Por ello vincularla con un caso, problema o proyecto puede tener más relevancia para el alumno (Díaz, 2013 p.9).
- **Cierre o valoración:** Se realizan con la finalidad de lograr una integración del conjunto de tareas realizadas, permiten realizar una síntesis del proceso y del aprendizaje desarrollado. A través de ellas se busca que el estudiante logre reelaborar la estructura conceptual que tenía al principio de la secuencia, reorganizando su estructura de pensamiento a partir de las interacciones que ha generado con las nuevas interrogantes y la



información a la que tuvo acceso. Estas actividades de síntesis pueden consistir en reconstruir información a partir de determinadas preguntas, realizar ejercicios que impliquen emplear información en la resolución de situaciones específicas (entre más inéditas y desafiantes mejor) (Díaz 2013 p.11).

Se implementó, en el trabajo de campo de esta investigación, una secuencia didáctica orientada a fortalecer la planeación y el diseño curricular para el docente participante y lograr el aprendizaje esperado en cuanto los movimientos rígidos a partir de los registros de representación semiótica.

### ***2.2.5. Lineamientos Curriculares***

En el año de 1998 el Ministerio de Educación Nacional (MEN) publicó los lineamientos curriculares dirigidos a las instituciones educativas los cuales son unas orientaciones para la elaboración de sus planes de estudio, la formulación de objetivos y la selección de los contenidos, de acuerdo con los respectivos proyectos educativos.

En los lineamientos curriculares se especifican criterios para cada una de las áreas del conocimiento y se sugiere el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cinco procesos, a saber:

1. Formular y resolver problemas:
2. Modelar procesos y fenómenos de la realidad
3. Comunicar
4. Razonar
5. Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos (MEN, 2006, p.51)

De otro lado en este documento se enuncia los cinco tipos de pensamiento matemático:

- En la aritmética el pensamiento numérico
- En la geometría el pensamiento espacial, pensamiento métrico
- En el álgebra y el cálculo el pensamiento métrico y el variacional
- En la probabilidad y estadística el pensamiento aleatorio (MEN, 2006, p. 58)

Así mismo desde los lineamientos Curriculares, “se les imprime a las matemáticas escolares un sentido más amplio que posibilita al alumno la utilización de sus conocimientos fuera del ámbito escolar; en contextos donde pueda formular hipótesis y tomar decisiones para abordar y adaptarse a nuevas situaciones” (Ochoa & Vahos, 2009, p.7)

Por otra parte, desde el MEN (1998, p. 35) establece que “es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista” (p.35)

Por consiguiente, el MEN (1998) (citado por Ochoa & Vahos, 2009) ofrece algunas directrices para la incorporación de la actividad de plantear y resolver problemas como un proceso para la construcción de conocimiento matemático en el aula. A su vez presenta cinco aspectos relevantes al interior del currículo escolar de matemáticas, los cuales son:

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas. Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
- Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
- Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas (P.8)

Teniendo en cuenta lo anterior el ministerio de educación Nacional emitió los referentes de calidad con los cuales las instituciones educativas tienen como guías para su diseño y estructura curricular tres documentos. Pero para el presente trabajo de investigación tomaremos solamente dos de los tres que describe Gómez (2010) Uno es el de los lineamientos curriculares de matemáticas (1998), este documento introduce tres ideas claves: los cinco procesos generales y los cinco tipos de pensamiento matemático mencionados anteriormente. El segundo documento, corresponde a los estándares (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006)

### ***2.2.6. Estándares Básicos de Competencias***

De acuerdo a lo expuesto por Rojas (2010) quien explica que en el 2006 el Ministerio de Educación Nacional publicó el documento:

“Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas” el cual es una guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden, como resultado del Proyecto desarrollado entre el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la Asociación Colombiana de Facultades de Educación (Ascofade)” (p.5)

Teniendo en cuenta lo anterior y según la propuesta del Ministerio de Educación Nacional (2006):

Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica

y Media, especificando por grupos de grados (1 a 3, 4 a 5, 6 a 7, 8 a 9, y 10 a 11) el nivel de calidad que se aspira alcanzar. (p.11)

Estos referentes tienen varios propósitos para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje en las instituciones educativas, algunos de los propósitos de estos referentes comunes son:

- a) Orienten la incorporación en todos los planes de estudio de los conocimientos, habilidades y valores requeridos para el desempeño ciudadano y productivo en igualdad de condiciones.
- b) Garanticen el acceso de todos los estudiantes a estos aprendizajes.
- c) Sean comparables con lo que los estudiantes aprenden en otros países (MEN, 2006 P.10)
- d) Teniendo en cuenta lo anterior y según lo dispuesto por el Ministerio de Educación Nacional (2006) los estándares básicos de competencias se constituyen en una guía para:
  - El diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula.
  - El diseño de las prácticas evaluativas adelantadas dentro de la institución
  - La formulación de programas y proyectos, tanto de la formación inicial del profesorado, como de la cualificación de docentes en ejercicio (p.11)

Así mismo, desde el Ministerio de Educación Nacional se afirma que los estándares se constituyen en unos criterios comunes para las evaluaciones externas y los resultados de estas, permiten hacer un seguimiento o monitoreo a los avances en el tiempo para diseñar estrategias focalizadas de mejoramiento según las necesidades de las regiones e, incluso, de las instituciones educativas.

Teniendo en cuenta lo anterior el ministerio de educación Nacional emitió los referentes de calidad con los cuales las instituciones educativas tienen como guías para su diseño y estructura curricular tres documentos. Pero para el presente trabajo de investigación tomaremos solamente dos de los tres que describe Gómez (2010): Uno es el de los lineamientos curriculares de matemáticas (1998), este documento introduce tres ideas claves: los cinco procesos generales y los cinco tipos de pensamiento matemático mencionados anteriormente y las situaciones problemáticas. El segundo documento, corresponde a los estándares (Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2006).

Este se basa en el anterior para formular estándares para ciclos de grados. Los estándares se organizan por tipos de pensamiento matemático y pretenden contribuir a la competencia matemática de los escolares. El ser competente en matemáticas se define en términos de los cinco procesos generales propuestos en el documento de lineamientos (Gómez, 2010, p.1)

A continuación, en las siguientes tablas se describen los cinco pensamientos matemáticos (ver tabla número 4) y a su vez se explica los cinco procesos generales para lograr ser competentes en matemáticas (ver tabla número 5) según el MEN (2006)

**Tabla 4.**

*Pensamientos Matemáticos*

<b>Pensamientos Matemáticos</b>	<b>Descripción</b>
<b>Pensamiento y sistemas numéricos</b>	Actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. (p. 58)

<p><b>Pensamiento espacial y los sistemas geométricos</b></p>	<p>Entendido como “... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales”, contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales (p. 61)</p>
<p><b>Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas</b></p>	<p>Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. (p. 63)</p>
<p><b>Pensamiento aleatorio y sistema de datos</b></p>	<p>Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria (p. 64)</p>
<p><b>Pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos</b></p>	<p>Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 66)</p>

Nota: Adaptado de Libro Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. (2006)

**Tabla 5.***Procesos Matemáticos*

<b>Procesos Matemáticos</b>	<b>Descripción</b>
<b>La formulación, tratamiento y resolución de problemas</b>	Estrategias para resolver situaciones problema, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas (p.52)
<b>Modelación</b>	Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema a veces se dice también “una estructura” que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones (p.52)
<b>Comunicación</b>	Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas. Podría decirse con Raymond Duval (citado por MEN 2006) que, si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que él llama “registros de representación” o “registros semióticos”, no parece posible aprender y comprender dicho contenido. (p.54)

<b>Razonamiento</b>	El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. (p. 54)
<b>Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos</b>	Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. (p. 55)

Nota: Adaptado de Libro Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. (2006)

Según lo expuesto anteriormente para el área de matemáticas los estándares se organizan por tipos de pensamiento matemático de acuerdo a cada grado y nivel, este documento se basa en y complementa el documento de los lineamientos curriculares, en palabras de Gómez (2010): “Se afirma que los lineamientos ayudan a identificar objetivos y contenidos y los estándares complementan: precisan niveles de calidad” (p.6). Además, teniendo en cuenta la autonomía escolar que confiere la ley a los establecimientos educativos “los equipos docentes de las instituciones educativas definen objetivos y metas comunes y para cada área específica los contenidos temáticos” (Gómez, 2010, p.6). De otro lado, el papel que juega el docente en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas por ende “la creatividad de los docentes, sus



conocimientos de la realidad de los estudiantes, su experiencia en el diseño de estrategias pedagógicas, son los elementos que permitirán a los alumnos alcanzar los estándares” (Gómez, 2010, p.6)

En base a lo anterior para el área de matemáticas los estándares se organizan por tipos de pensamiento matemático de acuerdo a cada grado y nivel, este documento se basa en y complementa el documento de los lineamientos curriculares, en palabras de Gómez (2010): “Se afirma que los lineamientos ayudan a identificar objetivos y contenidos y los estándares complementan: precisan niveles de calidad” (p.6). Además, teniendo en cuenta la autonomía escolar que confiere la ley a los establecimientos educativos “los equipos docentes de las instituciones educativas definen objetivos y metas comunes y para cada área específica los contenidos temáticos” (Gómez, 2010, p.6). De otro lado, el papel que juega el docente en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas por ende “la creatividad de los docentes, sus conocimientos de la realidad de los estudiantes, su experiencia en el diseño de estrategias pedagógicas, son los elementos que permitirán a los alumnos alcanzar los estándares” (Gómez, 2010, p.6)

Ahora bien, en cuanto a la estructura de los estándares básicos de competencias en matemáticas según el MEN (2006) se precisa que:

Seleccionan algunos de los niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas con los cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. Por ello aparecen en cinco columnas que corresponden a cada uno de dichos tipos de pensamiento. (p.76)

En forma semejante, cada estándar de cada columna pone el énfasis en uno o dos de los cinco procesos generales de la actividad matemática que cruzan dichos tipos de pensamiento (formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos). (p.76)

Los estándares para cada pensamiento están basados en la interacción entre la faceta práctica y la formal de las matemáticas y entre el conocimiento conceptual y el procedimental. (p.78)

Teniendo en cuenta la estructura de los estándares básicos de competencias (grupo 4° a 5°) esta investigación hizo énfasis en el conjunto de estándares que se espera logre el estudiante al terminar grado Quinto en lo que corresponde al pensamiento espacial y sistemas geométricos

- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Con el fin de continuar orientando de manera pertinente a las instituciones educativas el Ministerio de Educación Nacional en el año 2017 establece los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) para cada una de las áreas del conocimiento (matemáticas, español, sociales, ciencias e inglés) y para cada uno de los grados de básica primaria, estos derechos básicos se encuentran articulados coherentemente con los referentes de calidad (lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias). De otra parte, con las matrices de referencia (2018) que son un instrumento que presenta los aprendizajes evaluados por el Instituto Colombiano para la Educación Superior (ICFES) convirtiéndose en un instrumento de consulta basado en los estándares básicos

de competencias relacionándolos con las evidencias de lo que debería hacer y manifestar un estudiante que haya logrado los aprendizajes en una competencia específica como insumo para las pruebas saber de tercero, quinto y noveno.

**Tabla 6.**

*¿Qué Aprendizajes Evalúan las Pruebas Saber? Matriz de Referencia Quinto.*

Competencia Componente	Comunicación	
	Aprendizaje	Evidencia
<b>Espacial -Métrico</b>	Describir características de figuras que son semejantes o congruentes entre sí.	Reconocer similitudes y diferencias entre figuras semejantes
		Reconocer similitudes y diferencias entre figuras congruentes
	Ubicar objetos con base en instrucciones referentes a dirección, distancia y posición	Ubicar objetos de acuerdo con instrucciones referidas a posición (dentro, fuera, encima, debajo)
		Ubicar objetos de acuerdo con instrucciones referidas a dirección (hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba y hacia abajo)
		Ubicar objetos de acuerdo con instrucciones referidas a distancia.
		Ubicar objetos de acuerdo con instrucciones de distancia y posición/dirección.

Nota: Tomada de Orientaciones pedagógicas (2018). Siempre día E. Recuperado de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/Orientaciones\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/Orientaciones_Matem%C3%A1ticas.pdf)

A su vez el Ministerio de Educación Nacional (2017) a través de la página Web de Colombia Aprende publico las mallas de aprendizaje como herramientas pedagógicas y didácticas

a los diferentes establecimientos educativos y a los docentes con el propósito de fortalecer la actualización curricular teniendo en cuenta los aprendizajes progresivos de los estudiantes grado a grado (de primero a quinto). A continuación, se describe la progresión de aprendizajes en los grados de cuarto y quinto en el área de matemáticas en el pensamiento espacial:

**Tabla 7.**

*Progresión de Aprendizajes*

<b>Grado Cuarto</b>	<b>Grado Quinto</b>	<b>Grado Sexto</b>
<p><b>DBA 7:</b> Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación reducción).</p> <p><b>Evidencias de Aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica movimientos a figuras en el plano.</li> <li>• Diferencia los efectos de la ampliación y la reducción de figuras geométricas.</li> <li>• Argumenta las modificaciones que sufre una figura al</li> </ul>	<p><b>DBA 7:</b> Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.</p> <p><b>Evidencias de Aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Localiza puntos en un mapa a partir de coordenadas cartesianas.</li> <li>• Interpreta los elementos de un sistema de referencia (ejes, cuadrantes, coordenadas).</li> <li>• Gráfica en el plano cartesiano la posición de un objeto considerando los elementos de un sistema de referencia.</li> <li>• Emplea el plano cartesiano al plantear y resolver situaciones de localización.</li> </ul>	<p><b>DBA 7:</b> Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.</p>

ampliarla o reducirla.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Representa en forma gráfica y simbólica la localización y trayectoria de un objeto.</li></ul>	
------------------------	---	--

Nota: Adaptado de Colombia aprende (2017)

Los referentes de calidad y las orientaciones pedagógicas mencionadas anteriormente dan un soporte al diseño y estructura curricular de este trabajo de investigación el cual se encuentra enmarcado dentro de los aprendizajes esperados para el grado quinto según los lineamientos curriculares, estándares básicos, derechos básicos de aprendizaje, mallas curriculares, y matriz de referencia para contribuir en el mejoramiento de la calidad educativa

### **Capítulo 3. Metodología**

A continuación, se dan a conocer los aspectos metodológicos asumidos en esta investigación, resaltando el tipo o enfoque de la investigación, la unidad de análisis, las etapas de la investigación y los instrumentos empleados en ellas:

#### **3.1. Tipo de Investigación**

Se emplea una metodología cualitativa que, según Flores, Gómez, & Jiménez (1999) “la finalidad de la investigación cualitativa es comprender e interpretar la realidad tal y como es entendida por los sujetos participantes en los contextos estudiados” (p.3). Por ello se determinan los diversos factores que afectan la comprensión de conceptos matemáticos en el plano cartesiano, respondiendo preguntas del porqué el concepto en ciertos casos no resulta claro y útil para los estudiantes, haciendo énfasis en la epistemología del plano cartesiano, en el estudio y uso de transformaciones semióticas para así desarrollar acciones pedagógicas que le permitan a los estudiantes comprender mejor el concepto y su aplicación en situaciones reales.

#### **3.2. Unidad de Análisis**

Teniendo en cuenta la información registrada en la historia y contextualización de la institución objeto de estudio, la cual se encuentra sistematizada en el proyecto educativo institucional (PEI), a continuación, se describe el contexto de la población:

La Inspección de la Florida se encuentra ubicada en el Municipio de Anolaima, departamento de Cundinamarca y comprende uno de los municipios que hacen parte de la región del Tequendama. Se encuentra a una distancia aproximada de 65 km de la ciudad de Bogotá. La Florida hace parte del sector rural del municipio de Anolaima y su centro poblado está distribuido en seis barrios: Chicó, San Vicente, San Pedro, Pensilvania, Centro, Palermo; la parte rural se

encuentra dividida en siete veredas: Caprea, Pozo Hondo, Máxima, Balsos, Corama, Primavera y La Esperanza. Tiene una población aproximada de 6000 habitantes distribuidos en tres clases sociales, así:

- Estrato 1: Población que recibe subsidios del Estado
- Estrato 2: Clase obrera sin sueldo fijo ni predios.
- Estrato 3: Propietarios de pequeñas parcelas o de una casa, los comerciantes y empleados.
- Estrato 4: Los propietarios de grandes fincas mayores de 10 hectáreas o de varias casas.

La comunidad en general se dedica en su mayoría a la agricultura, la ganadería y el cultivo de follaje, rusco y helecho. A pesar de ello, la población de la inspección es flotante (este entendido como domicilio temporal de algunas familias que por cuestiones laborales de repente deben partir del corregimiento). En esta comunidad se evidencia un alto grado de analfabetismo especialmente en el sector rural, aunque desde la administración municipal se han realizado proyectos para la creación de centros de cultura como bibliotecas académicas, de música o artes para descubrir talentos entre sus habitantes.

La Florida cuenta con un solo establecimiento educativo de carácter oficial, La Institución Educativa Departamental la Florida, que comprende los niveles de educación preescolar (Sede Alfonso López), básica primaria (Antonio Nariño 1° a 3°, Jhon F Kennedy 4° 5°), básica secundaria (6° a 9°) y media académica (10° y 11°), cuenta con dos directivos docentes: la Rectora y un coordinador, cuatro administrativos y 32 docentes. Esta institución se encuentra ubicada en

la vereda Ventorrillos, a la entrada del casco urbano de la inspección, diagonal al cementerio y junto a la cancha de fútbol pública. El plantel cuenta con un total de 580 estudiantes.

### **3.2.1 Muestra**

La investigación se desarrolló en la sede Jhon F. Kennedy donde los estudiantes cursan los grados cuarto y quinto. La población total de esta sede corresponde a 80 estudiantes organizados así: 40 en grado cuarto (401 -402) y 40 en grado quinto, distribuidos en dos grupos: 501 (20 estudiantes) y 502 (20 estudiantes). Este trabajo se centra en los estudiantes de grado quinto el cual está bajo la dirección de dos docentes, cuya asignación académica está distribuida de la siguiente manera:

Docente 1: Humanidades, ciencias naturales, artística, estadística y ética y valores.

Docente 2: Matemáticas, sociales, geometría, tecnología, religión y educación física.

En cuanto a la selección de la muestra y asegurando el desarrollo ético de la presente investigación, se tuvo en cuenta un grupo de 20 estudiantes de grado quinto que voluntariamente quisieron participar y presentaron en forma escrita el consentimiento informado y manifestaron contar con el servicio de conectividad suficiente para comunicarse a través de la plataforma Zoom y los grupos de WhatsApp, así mismo se contó con la participación de un docente quien orienta matemáticas en el grado quinto.

Teniendo en cuenta lo anterior la muestra de este trabajo de investigación está conformada en total por 21 participantes (1 docente y 20 estudiantes). El docente que participó tiene una formación profesional en licenciatura en educación básica en matemáticas y una especialización en aplicación de las tecnologías para la información y la comunicación, se desempeñó como docente de una sede multigrado de la misma institución durante 11 años y actualmente en la Sede



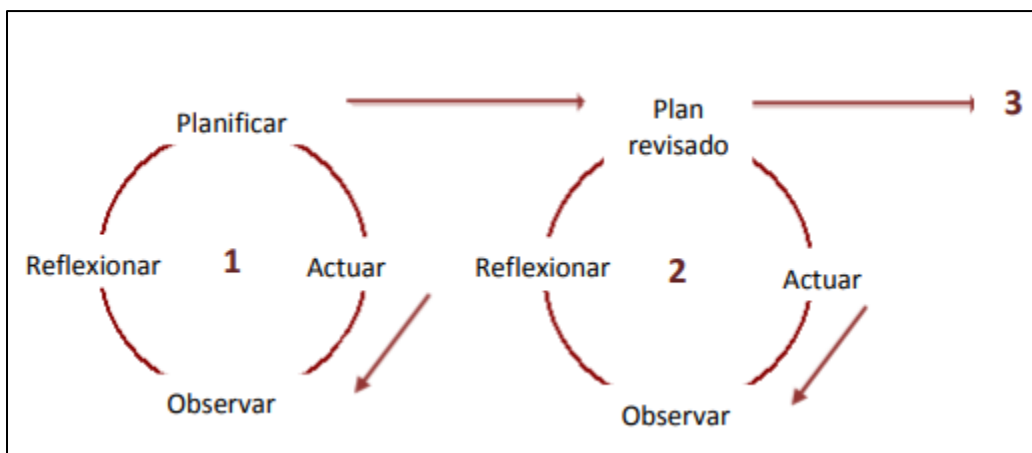
Jhon F. Kennedy donde se adelantó el estudio de investigación con el grado quinto lleva 9 meses. En cuanto a los 20 estudiantes participantes sus edades oscilan entre los 10 y 11 años, del grado 501 participaron 7 estudiantes (6 niños y una niña) y del grado 502, 13 estudiantes (8 niños y 5 niñas).

### 3.3. Etapas del Estudio

Para el desarrollo del trabajo, se establecieron cuatro momentos o fases: Planificación, acción, observación y reflexión. Además, presenta estas fases en forma de espiral, pues cada una de las respuestas y las conclusiones que se extraen de un ciclo lleva a plantear nuevas cuestiones sobre las cuales intervenir y son susceptibles de ser mejoradas:

**Figura 7.**

*Espiral de Ciclos de la Investigación-Acción*



Nota. Tomado de Torrecilla, F. J. M., & Javier, F. (2011). (p.12)

#### 3.3.1. Primer Ciclo

El desarrollo del primer ciclo tuvo como propósito realizar un diagnóstico para identificar la percepción del docente y de los estudiantes en cuanto a enseñanza y el aprendizaje de los movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos para ello se desarrollaron las siguientes acciones:

- Diagnóstico aplicado al docente del área de matemáticas y estudiantes de grado quinto de la institución objeto de estudio, para identificar las percepciones y conocimiento sobre los registros de representación semiótica en el aprendizaje de movimientos rígidos.
- Recolección y análisis de resultados de la entrevista realizada al docente y del cuestionario desarrollado con los estudiantes.
- Reflexión para dar paso al segundo ciclo.

Con respecto a los instrumentos empleados en la investigación se utilizaron dos técnicas basadas en la conversación: la entrevista y el cuestionario.

**Tabla 8.**

*Instrumentos Ciclo I*

<b>Ciclo I</b>		
<b>Instrumentos</b>	<b>¿Qué se hizo?</b>	<b>¿Para qué?</b>
Diario del investigador y guía de observación.	Se diseñaron los instrumentos los cuales se emplearon para sistematizar información relevante en las etapas de observación y reflexión.	Establecer una línea de acción específica para la investigación en el aula.
Entrevista semiestructurada	Se diseñó el instrumento dirigido al docente de matemáticas para el diagnóstico con 14 preguntas abiertas.	Conocer las percepciones del docente participante sobre lo que conoce sobre los registros de representación semiótica de Movimientos Rígidos.

Cuestionario	Se diseña el instrumento con 7 preguntas abiertas dirigidas a 20 estudiantes de Grado 5°.	Conocer las percepciones o aprendizajes que tienen los estudiantes acerca de los movimientos rígidos.
--------------	---	---

### 3.3.2. Segundo Ciclo

A continuación, se describen los instrumentos que se emplearon para el desarrollo del ciclo II, basado en la implementación de la secuencia didáctica y la prueba de cierre

**Tabla 9.**

#### *Instrumentos Ciclo II*

<b>Ciclo II</b>		
<b>Instrumentos</b>	<b>¿Qué se hizo?</b>	<b>¿Para qué?</b>
Diarios del Investigador (Taller de formación dirigido a docente, secuencia didáctica dirigida a estudiantes)	Se elabora el diseño del instrumento para recoger las observaciones y reflexiones (ver anexo 5).	Recoger las narrativas y descripciones del docente investigador que permiten reflexionar frente al proceso de investigación.
Guías de observación (Taller de formación dirigido a docente, socialización e implementación de la	Se realiza el diseño del instrumento que permita obtener información sobre la enseñanza y aprendizaje de	Este se empleará para verificar la apropiación del docente participante

secuencia didáctica dirigida a estudiantes	los movimientos rígidos en el plano cartesiano.	en el objeto matemático movimientos rígidos.
Prueba cerrada de selección múltiple.	Se realizó una prueba on line con 12 preguntas de selección múltiple con única respuesta.	Verificar el aprendizaje de movimientos rígidos a partir de sus registros de representación.

Producto de la reflexión del ciclo I, se evidenció la necesidad de realizar una intervención para promover la enseñanza - aprendizaje de los movimientos rígidos y se da inicio al ciclo II, con el propósito de fortalecer los aprendizajes mencionados anteriormente mediante las siguientes acciones:

- Estructurar e implementar un taller de formación disciplinar para el docente participante con el objetivo de promover el conocimiento didáctico del docente.
- Diseñar y aplicar una secuencia didáctica con actividades dirigidas al docente participante y a estudiantes que permita desarrollar aprendizajes de los conceptos relacionados con los movimientos rígidos a partir de sus representaciones semióticas. La secuencia se encuentra distribuida en cuatro momentos:
  - **Exploración o saberes previos:** Esta fase comprendió actividades de manipulación de material concreto con objetos que los estudiantes tienen en su casa. Para generar expectativa, curiosidad, interés en los niños, las actividades fueron nombradas como “misiones”.
  - **Estructuración o apropiación del nuevo conocimiento:** A partir de esquemas gráficos, se explicó conceptos relacionados con los registros de representación

semiótica y con movimientos rígidos. Además, se seleccionó un video explicativo por cada movimiento y se diseñaron preguntas orientadoras que permitieron verificar la apropiación de estos conceptos con los estudiantes.

- **Transferencia, es decir uso del conocimiento en contexto:** Se organizó una actividad en equipo (padres y estudiantes) para la construcción de un geoplano donde se realizaron algunas representaciones prácticas. Con ello no solo se siguió el lineamiento del departamento de Cundinamarca para la educación remota, en tiempos de aislamiento preventivo obligatorio, “Cundinamarca aprende en familia”; sino que permitió acercar a padres y estudiantes.
  - **Cierre o valoración:** Se estructuró una actividad lúdica denominada “juego con las traslaciones”. En ella se pretendía realizar una serie de actividades las cuales debían explicar a través de un texto descriptivo los tipos de movimientos rígidos que realizaron durante los recorridos, demostrando la apropiación y uso adecuado de los conceptos en un contexto específico.
- Elaborar y aplicar una prueba en línea para verificar la comprensión de los movimientos rígidos, partiendo de registros de representación.
  - Recolección y análisis de resultados del taller de formación docente, implementación de la secuencia didáctica y la prueba en línea.

## Capítulo 4. Análisis de Resultados

En este capítulo se describen los resultados de la investigación en cada una de las etapas del ciclo I y II, que corresponden al enfoque metodológico investigación acción que se explicaron anteriormente en el capítulo de la metodología.

### 4.1. Ciclo I

El ciclo I se desarrolló de manera sincrónica empleando la plataforma Zoom y grupos de WhatsApp. Se desarrolló en cuatro etapas: planear, actuar, observar y reflexionar. Los resultados que se obtuvieron en cada una de las etapas se describen a continuación:

#### 4.1.1. Planear

Se realizó una revisión y análisis del plan de estudios de la institución donde se encontró que la asignatura de matemáticas se encuentra programada de la siguiente manera: aritmética (4 horas), estadística (1 hora) y geometría (1 hora). En cuanto a los aprendizajes en geometría están centrados en el pensamiento geométrico métrico (polígonos, ángulos, áreas, entre otras). Al revisar los registros semióticos que se contemplan en el plan de estudios, se observa que solo se incluye la representación de puntos en el plano cartesiano de acuerdo con sus coordenadas, construcción de mosaicos geométricos, y movimientos en el plano sin hacer explícito el tipo de movimientos que realiza y no se tiene en cuenta los registros de representación, aunque en el pensamiento aleatorio se trabaja con la elaboración de tablas de frecuencia que corresponde a un registro de representación tabular. Esto significa que se está dejando de lado la posibilidad que los estudiantes conjeturen y verifiquen los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano y por tanto que los aprendizajes sean más de carácter memorístico que comprensivo y activo. Asimismo, afecta los desempeños en los cursos que siguen en la secundaria relacionados con estos temas. La destreza para la resolución de problemas geométricos desarrolla un coherente razonamiento

deductivo y al existir esta carencia en el nivel básico este tipo de habilidades y destrezas no se potencian en el ámbito educativo medio y superior.

La entrevista (ver anexo 6) fue validada por un docente de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia y fue piloteada por la institución donde se desempeña como tutor el investigador. Con el pilotaje se observó que las preguntas eran claras y el docente que las respondió proporcionó una información precisa sobre registros de representación semiótica en el aprendizaje de los movimientos rígidos, quedando el instrumento listo para su implementación.

Por otro lado, se realizó el pilotaje de un cuestionario (ver anexo 8) dirigido a estudiantes de grado quinto el cual fue validado por el investigador en el colegio donde es tutor. El instrumento está conformado por una actividad para integrar a los estudiantes, una dinámica y siete estaciones en cada estación encontraron una actividad relacionada con geometría a la cual se le asignó un tiempo con cronometro de diez minutos donde el estudiante realizo la actividad propuesta. Finalmente se establecieron tres categorías: registros de representación semiótica, enseñanza de movimientos rígidos y comprensión de conceptos en geometría que permitieron analizar e interpretar la información que se recolectó con los instrumentos del ciclo I.

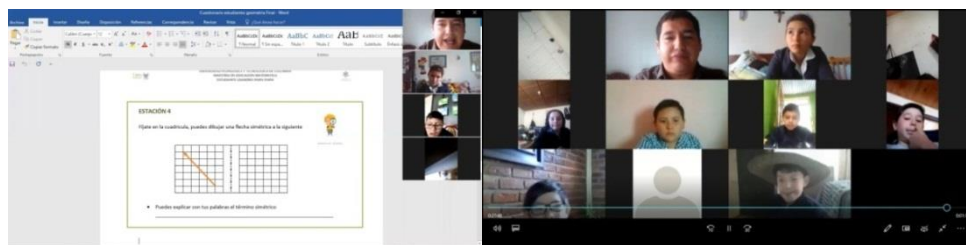
#### ***4.1.2. Actuar***

A partir del diálogo telefónico con el docente participante para establecer acuerdos de implementación de la entrevista, se estableció un encuentro sincrónico a través de la plataforma Zoom.

Se aplicó el cuestionario dirigido a los estudiantes de grado quinto a través de encuentros sincrónicos por medio de la plataforma Zoom y de videollamadas del grupo de WhatsApp.

## Figura 8.

### *Cuestionario Diagnóstico Estudiantes*



Estos espacios de comunicación sincrónica permitieron identificar y reconocer las percepciones del docente en relación a su dominio curricular frente a la comprensión de movimientos rígidos y las teorías de registros semióticos.

En el cuestionario dirigido a los estudiantes no hubo intervención del docente participante ni del investigador. Su estructura se basó en actividades llamadas Estaciones, en las cuales se resolvía un ejercicio lógico matemático. Las respuestas brindaron información necesaria para la investigación relacionados con la identificación de los conocimientos y aprendizajes previos sobre movimientos rígidos y sus diferentes formas de representación semiótica. (ver anexo 8)

Con el propósito de verificar el impacto de la actividad, la empatía con el grupo participante y las expectativas de los estudiantes para continuar el proceso de investigación, se incluyó en el cuestionario la valoración a través de una carita triste o feliz.

#### **4.1.3. Observar**

Para el análisis de la información recolectada se tienen en cuenta tres categorías preestablecidas:

- Comprensión de conceptos en geometría
- Registros de representación semiótica.



- Enseñanza de movimientos rígidos empleados en el desarrollo del pensamiento geométrico en el área de matemáticas.

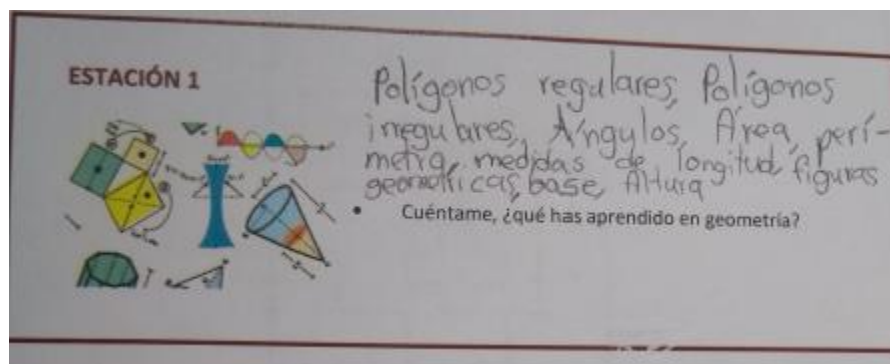
**4.1.3.1. Comprensión de Conceptos en Geometría.** *El docente:* Relaciona la geometría principalmente con conceptos como figuras, polígonos y fórmulas, aunque menciona los conceptos de rotación, traslación, simetría, no los asocia al aprendizaje de los movimientos rígidos (ver anexo 2). Emplea estrategias como la realidad aumentada, proyectos de robótica, pero no trabaja actividades de contexto del estudiante, lo anterior va en contra de la teoría que sustenta Duval (1999) citado por Escobar (2016) en cuanto a “que es fundamental la identificación de los sistemas de representación de los objetos matemáticos para que pueda darse el proceso de enseñanza - aprendizaje”. Así mismo para evaluar los aprendizajes espera que por lo menos los estudiantes los tenga claros y no hace énfasis en una estrategia específica para valorar dichos aprendizajes, dejando de lado el proceso formativo, el cual propone contar con diversas estrategias y formas de valoración-observación de los estudiantes, valorar lo aprendido con respecto a la calidad, profundidad, forma, consistencia y coherencia de los aprendizajes (Castro, Martínez, & Figueroa, 2009).

*Los estudiantes:* En la Estación 1, que tenía como propósito conocer qué conceptos geométricos manejan de acuerdo a sus aprendizajes, se encontró que todos afirman que los temas de geometría que han trabajado están relacionados con polígonos regulares e irregulares, ángulos, área, perímetro, medidas de longitud, figuras geométricas, base, altura, pero en sus afirmaciones no reconocen ni explican conceptos de los movimientos rígidos como rotación, traslación, simetría. Por ende se tienen argumentos para continuar con la investigación teniendo en cuenta que uno de los estándares básicos de competencia para el grado quinto hace referencia a: “Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños” (p.82), así

como en las competencias de habilidades matemáticas se espera que los estudiantes estén en capacidad de: Diseñar y describir procedimientos para la creación de diseños en los que se utilicen los movimientos en el plano.

### Figura 9.

*Estación uno Cuestionario Estudiantes*

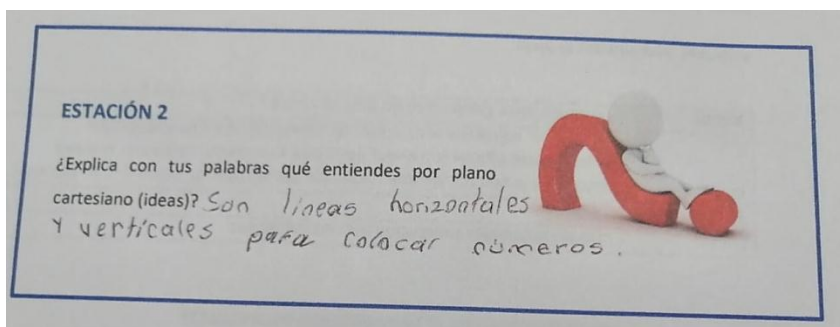


**4.1.3.2. Registros de Representación Semiótica.** *El docente:* En las afirmaciones y explicaciones dadas, se observa que no conoce la teoría de registros de representación semiótica, diseña guías de aprendizaje teniendo en cuenta la realidad de aislamiento preventivo y educación remota, interactúa con sus estudiantes a través del WhatsApp con videos para la comprensión de los conceptos y el uso de ellos en contexto. El docente comprende que es un registro gráfico, tabular, numérico, de lenguaje natural pero no los vincula en su quehacer pedagógico; sin embargo, se espera conocer esta teoría para trabajarla con sus estudiantes.

*Los estudiantes:* Para la Estación 2 se buscaba tener un acercamiento en cuanto a la concepción o ideas que tenían los estudiantes acerca de plano cartesiano. Los resultados se muestran en la figura 10:

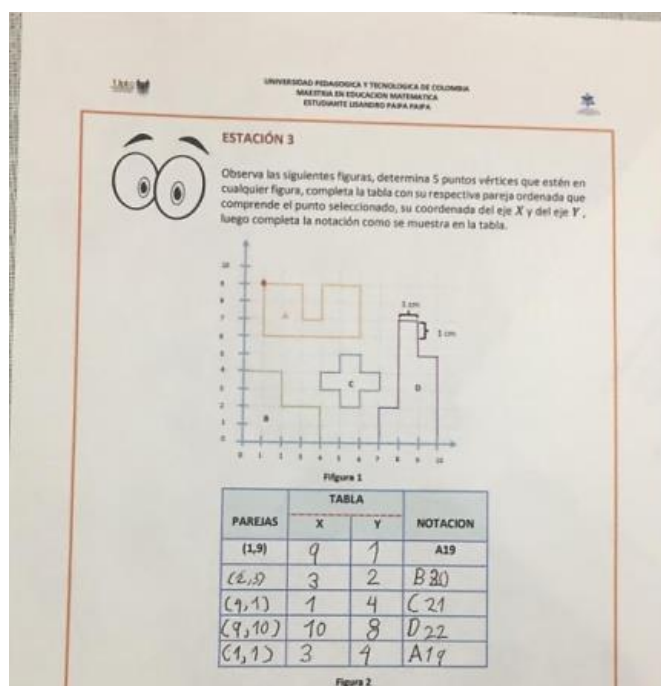
**Figura 10.**

*Estación dos, Cuestionario Diagnóstico de Estudiantes*



La mayoría de los estudiantes definió el plano cartesiano como: líneas horizontales y verticales, unión de puntos para formar figuras, cuadro para ubicar números donde hacemos las barras de estadística y los demás respondieron que no recordaban que era el plano cartesiano. Si bien lo definen con sus propias palabras (expresando sus ideas en un lenguaje natural), no hay precisión en dichas definiciones ni hacen uso de un lenguaje matemático que les permita precisar el concepto plano cartesiano exactamente.

La estación 3 tenía como finalidad establecer la ubicación de puntos en el plano a partir de sus coordenadas cartesianas. Los resultados se describen a continuación y se visualiza un ejemplo en la figura 11:

**Figura 11.***Estación Tres Cuestionario Diagnóstico Estudiantes*

La mayoría de los estudiantes no reconocen las coordenadas de un punto indicado en el plano cartesiano teniendo en cuenta que al socializar y revisar los trabajos individuales las parejas ordenadas no corresponden a los puntos de las figuras, confunden la abscisa y la ordenada en cada pareja, es decir, no usan la notación esperada en el ejercicio. Es decir, se les dificulta realizar la conversión de un registro gráfico a uno tabular, dado que sus aprendizajes son a corto plazo y poco significativos, opuesto a lo mencionado por Duval (citado por Macías 2014): “un aprendizaje es significativo cuando el estudiante logra pasar de un registro a otro es decir realiza conversiones en los registros”.

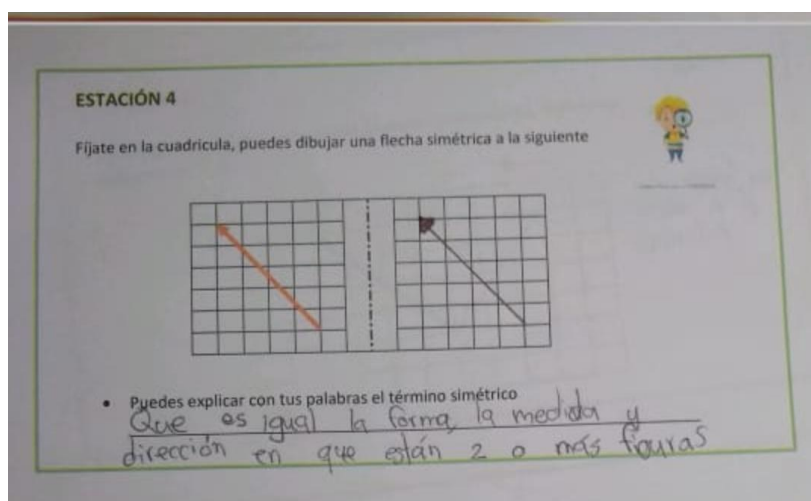
**4.1.3.3. Enseñanza de Movimientos Rígidos.** *El docente:* Identifica y trabaja movimientos como reflexión, traslación, rotación, pero no los relaciona con los movimientos rígidos en su plan de área ya que considera que estos hacen parte de otros tipos de movimiento. Además, considera que solo a través de la expresión e interacción con los estudiantes pueden dar cuenta de la

receptividad de sus estudiantes frente al proceso de enseñanza. Por su parte asegura su pasión por la geometría y disposición para aprender y fortalecer nuevos conocimientos y llevarlos a sus estudiantes.

*Los estudiantes:* Teniendo en cuenta sus saberes previos en cuanto a la comprensión de los movimientos rígidos se encontraron los siguientes resultados en las estaciones 4 y 5:

### Figura 12.

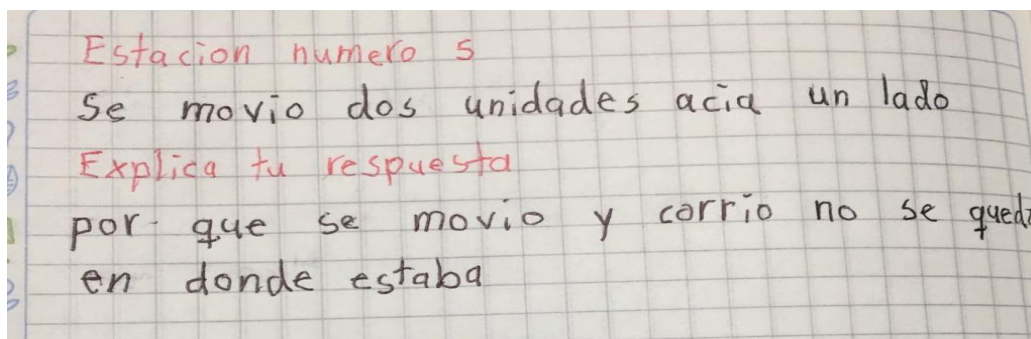
#### *Estación Cuatro Cuestionario Diagnóstico Estudiantes*



La figura 12 ilustra las respuestas de la totalidad de los estudiantes quienes no reconocen las características de la simetría, y el efecto producido por esta transformación en las figuras. En el ejercicio concluyeron “*que es igual la forma, la medida y la dirección en que están dos o más figuras*”, mientras que para otros consiste en “*Repisar una figura*”.

**Figura 13.**

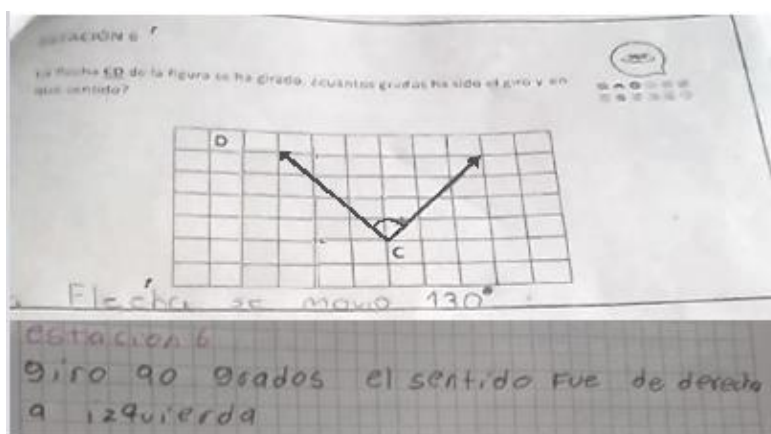
*Estación cinco, Cuestionario de Diagnóstico a Estudiantes*



La figura 13 muestra las respuestas de la mayoría de los estudiantes donde se aprecia que ellos no reconocen las unidades de traslación ni expresan la dirección en que esta se dio. Describen este movimiento como: “se corrió un poquito para el otro lado”, “se movió dos unidades hacia un lado”. En cuanto a la justificación, manifiestan: “por qué se corrió, no se quedó en donde estaba”, “se movió igual que la tierra”. En este sentido, reconocen el registro gráfico en que se da el movimiento (traslación) pero no hacen una correcta conversión al registro de lenguaje natural.

**Figura 14.**

*Estación Seis Cuestionario Diagnóstico Estudiantes*

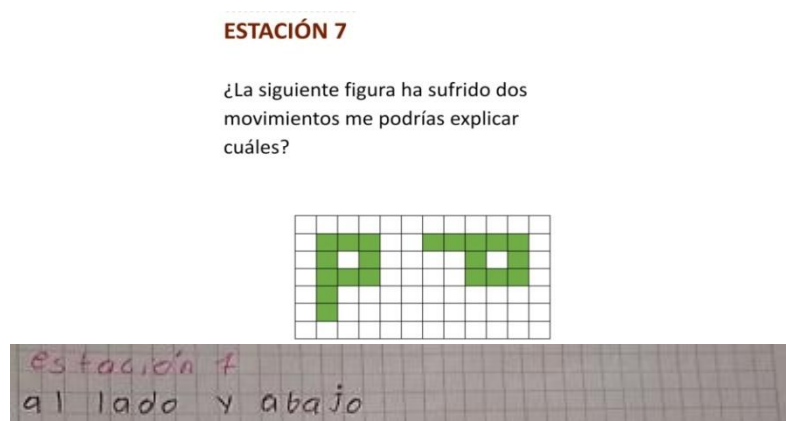


Para la estación 6 (ver figura 14), ningún estudiante logra medir correctamente el ángulo de rotación de la figura; infieren medidas que no corresponden a la realidad, pero tienen claro que

la medida de un ángulo se da en grados. En cuanto a la apropiación del movimiento de rotación, los estudiantes en sus descripciones y socializaciones explicaron que: “*la flecha se movió 130 grados*”, “*se movió 90 grados el sentido fue de derecha a izquierda*”, “*se ubicó hacia la derecha*”. Según lo anterior relacionan rotación con el movimiento realizado, pero no explican en qué sentido se da el giro; lo que evidencia una falta de apropiación del concepto, y por tanto la dificultad para hacer la conversión de un registro gráfico a un registro en lenguaje natural. Esto se debe que, en muchos casos los docentes privilegian la presentación de los temas a través de otros registros diferentes al registro de lenguaje natural y también a la dificultad que tiene el estudiante a la redacción de textos, pues puede tener las ideas claras, pero no sabe cómo expresarlas verbalmente.

### Figura 15.

*Estación siete Cuestionario Diagnostico Estudiantes*



La figura 15 representa dos movimientos que realiza una figura y las respuestas de la mayoría de los estudiantes. Aquí el objetivo es describir los movimientos que realiza la figura para obtener su imagen. Todos los niños presentaron dificultad para identificar y explicar de manera clara qué tipo de movimientos rígidos transformaron la figura (letra P), que para el caso fue traslación y rotación. Se observaron afirmaciones como: “*al lado y abajo*”, “*se subió un poquito para enfrentarse*”, “*se movió siete unidades y cinco unidades*”. Estas dificultades para identificar

y describir los movimientos realizados por una figura, los explican Duval (1992), Guzmán (1998) y Gutiérrez (2007) así:

“en el aprendizaje de las matemáticas se ha logrado demostrar que cambiar la forma de una representación es para muchos alumnos una operación difícil ya que no ponen en correspondencia las unidades significantes en cada uno de los registros, la falta de una interpretación global de las gráficas cartesianas, la tendencia de los estudiantes es a mecanizar los procedimientos en un solo registro” (p.33)

#### ***4.1.4. Reflexionar***

De acuerdo al plan de estudios de la institución objeto de estudio y a los referentes de calidad (lineamientos y estándares básicos de competencias) se encontró que en el grado quinto se contempla el aprendizaje de movimientos rígidos, sin embargo al analizar los resultados de la entrevista realizada al docente en este ciclo se evidencia que el docente no tiene dominio curricular de estos conceptos, porque afirma explícitamente que: *“ha sido complejo que los estudiantes se apropien de conceptos como rotación, reflexión, simetría”*. Por otra parte, al triangular los resultados de las percepciones del docente con las de los estudiantes se demuestra que hacen mucho énfasis en el desarrollo del pensamiento numérico y de aprendizajes relacionados a las figuras y los sólidos y no describen ni explican situaciones que den cuenta de la apropiación y aprendizaje de los movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos.

Teniendo en cuenta lo anterior se observa que es necesario crear un nuevo espacio sincrónico para desarrollar actividades de formación docente donde se socialicen las teorías de representación semiótica y a la vez se ilustren en diferentes ejemplos.



Así mismo al analizar los cuestionarios individuales aplicados a los estudiantes para verificar las concepciones y apropiaciones que tenían sobre los movimientos rígidos y sus registros semióticos, se encontró que la mayoría de los estudiantes no identificaron, no reconocieron y tampoco explicaron con un lenguaje matemático natural, conceptos como rotación, traslación y simetría. Es decir, se les dificulta la conversión de un registro gráfico a uno tabular y al lenguaje natural dado que en muchas ocasiones los estudiantes memorizan conceptos y procedimientos en un solo registro de representación.

Se observa entonces una desarticulación entre el plan de estudios y estándares básicos de competencias en matemáticas, pues en estos se contempla que es necesario partir de situaciones que propicien aprendizajes significativos y comprensivos de las matemáticas donde:

La actividad se refiere al trabajo intelectual personal y grupal de los estudiantes, tales como definir estrategias para interpretar, analizar, modelar y reformular la situación; formular preguntas y problemas, conjeturas o hipótesis; explicar, justificar (y aun demostrar) o refutar sus conjeturas e hipótesis; utilizar materiales manipulativos; producir, interpretar y transformar representaciones (verbales, gestuales, gráficas, algebraicas, tabulares, etc.) (p.72).

#### **4.2. Ciclo II**

A partir de los resultados encontrados durante la aplicación de la secuencia didáctica y la prueba de preguntas cerradas, se describen a continuación los análisis realizados en cada una de las etapas:

#### **4.2.1. Planear**

Se diseñó e implementó una secuencia didáctica dirigida a los estudiantes para mejorar la comprensión y el uso de representaciones semióticas de los movimientos rígidos, y posteriormente, con el fin de evaluar la comprensión de los estudiantes en la transformación y representación semiótica, se aplicó prueba sincrónica de cierre. La prueba fue de selección múltiple, conformada por preguntas cerradas y se aplicó en línea empleando formularios de Google. En ella los estudiantes reflejaron su comprensión respecto de los movimientos rígidos en situaciones abstractas, desarrollando competencias de razonamiento y resolución de problemas.

#### **4.2.2. Actuar**

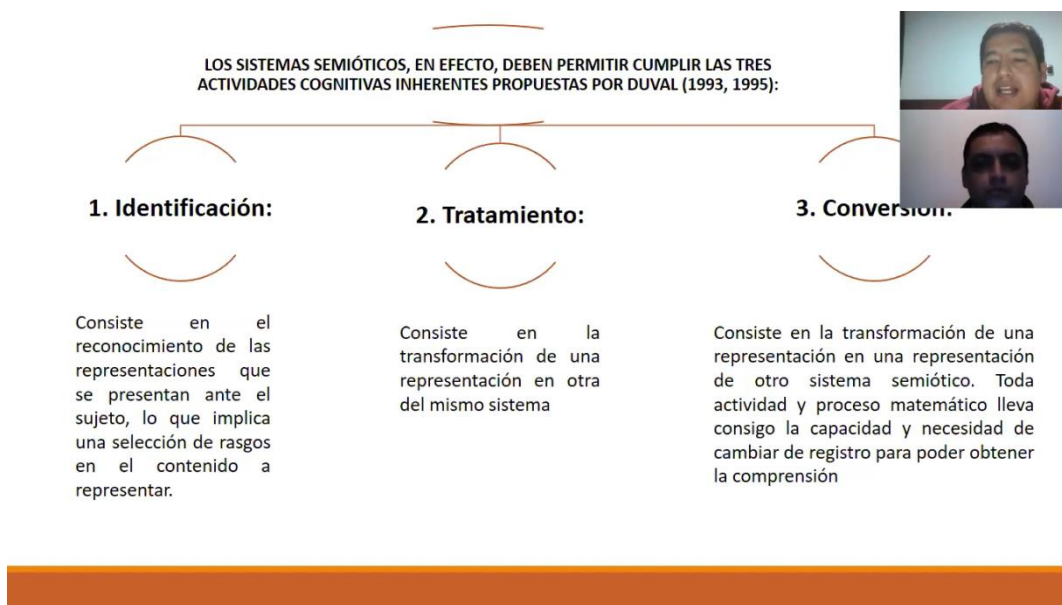
Los instrumentos empleados en esta etapa de investigación son: el diario del investigador y la guía de observación docente. Esta etapa se desarrolló en tres momentos: Formación docente, implementación de la secuencia didáctica (ver anexo 9) y prueba online (ver anexo 11).

*Formación docente:* Mediante un encuentro sincrónico a través de la plataforma Zoom, se socializaron teorías y ejemplos relacionados con los registros de representación semiótica, tomando como referente a Raymond Duval. En este encuentro, el docente participó activamente, tomó apuntes y demostró interés en la teoría; lo que permite inferir que la actividad aportó a su conocimiento disciplinar. Posteriormente el docente realizó una actividad práctica teniendo en cuenta sus apuntes y puso en contexto los conceptos que se trabajaron durante la formación. Para cerrar el encuentro, se realizó la evaluación de la actividad mediante el diálogo directo donde reconoció que *“la teoría que se trabaje me aporta a mejorar mis procesos de enseñanza - aprendizaje en el área de matemáticas”*.

De igual manera se socializó con el docente participante la secuencia didáctica, la cual lleva por título “¿Sabes cuáles son los movimientos rígidos?” en ella se describió al docente cada uno de los momentos y las actividades a realizar, los aprendizajes esperados, que corresponden a lo propuesto en el plan de área y en los estándares básicos de competencias. En sus apreciaciones el docente aprueba el diseño de la guía con expresiones como “*me parece que está bien, hay actividades variadas y muy interesantes*”.

**Figura 16.**

*Cuestionario Socialización Teoría Registros de Representación Docente*



*Implementación de la secuencia didáctica.* Se realizó a través de la modalidad de encuentros pedagógicos con los estudiantes por medio de la plataforma Zoom y WhatsApp. La secuencia didáctica se desarrolló a través de cuatro momentos:

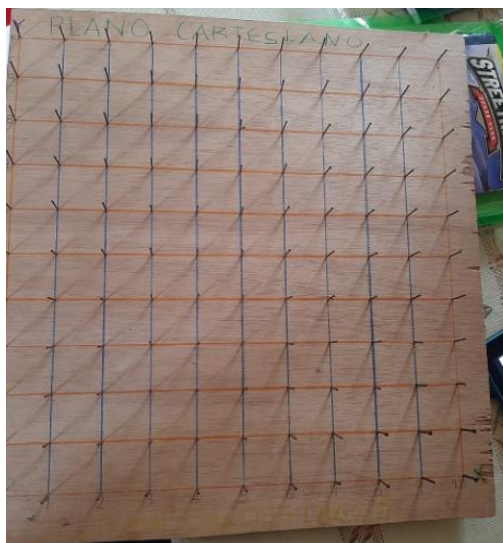
- *Exploración de saberes previos:* Los estudiantes realizaron ocho misiones buscando en su casa material concreto (botella, cuaderno, lápiz y espejo), indagaron las características del juego “pico de botella” y realizaron movimientos en determinados lugares de su residencia o fuera de ella. Esta actividad tuvo una duración de cuatro horas donde los estudiantes interactuaron a través de la plataforma con videos y audios participativos en los cuales explicaban sus pre saberes, realizaron conjeturas en cada una de las misiones. Estos testimonios permitieron recolectar información para el proceso de observación y reflexión.
- *Estructuración:* se desarrolló en seis horas de clase y comprendió una sola misión; con ella se pretendió la apropiación de los conceptos movimientos rígidos (traslación, rotación, simetría) a través de los registros de representación (gráfico, tabular, numérico, natural). Para ello se empleó un esquema gráfico, una presentación en power point y tres videos explicativos. Finalmente, los estudiantes identificaron, reconocieron y explicaron expresando estos conceptos con sus propias palabras en esquemas gráficos de manera descriptiva. En esta misión los estudiantes regresaron a algunas misiones del momento de exploración (dos, tres, cuatro y cinco), con el propósito de verificar su pre saberes o realizar las correcciones de acuerdo a sus nuevos aprendizajes.
- *Transferencia:* En esta actividad se integró a la familia siguiendo la propuesta “Cundinamarca aprende en familia”, para el diseño de un geoplano (una tabla cuadrada cuya medida correspondía a 15 cm de cada lado, puntillas, regla, vinilos, ligas o cauchos). A cada familia se le proporcionó una escala numérica con el fin de convertirlo en un plano cartesiano de material concreto. Posteriormente se trabajó una actividad lúdica de acercamiento en la que los estudiantes replicaron un modelo propuesto con cauchos, para luego representar distintas traslaciones, rotaciones y simetrías de acuerdo a las orientaciones dadas por el investigador,

con el fin de identificar la apropiación de conceptos relacionados con movimientos rígidos a través de sus registros de representación. En estas actividades los estudiantes estuvieron atentos concentrados, participaron y expusieron sus trabajos socializando cada uno de sus aprendizajes en el grupo de WhatsApp.

En una segunda actividad para este momento de Transferencia, se trabajaron siete retos los cuales permitieron al niño realizar movimientos rígidos (traslación, rotación, simetría) y distintas conversiones de registros de representación: gráfico a tabular, gráfico a numérico (parejas ordenadas), gráfico a lenguaje natural y viceversa. Los estudiantes compartieron sus evidencias a través de fotografías y videos de cada uno de los retos lo cual les permitió verificar, complementar o corregir su trabajo.

**Figura 17.**

*Geoplano Elaborado por Estudiantes en Familia*



\* *Cierre o evaluación:* Durante esta última etapa de la secuencia didáctica se permitió a los estudiantes verificar sus aprendizajes y proponer sus inquietudes en dos misiones: la primera realizando un juego de traslaciones empleando un plano cuyo eje horizontal (x) corresponde a los

números del 1 al 20 y como eje vertical (y) letras del abecedario de la A a la M. También se indicó incluir los puntos cardinales para una mejor referenciación. Durante la misión los estudiantes se centraron en encontrar el camino más corto para trasladarse desde la salida “S” hasta cada uno de los objetos señalados. Algunos emplearon coloreado, otros trazos rectos, puntos o asteriscos para señalar sus recorridos. En una ficha explicaron cuáles fueron las rotaciones y traslaciones que realizaron durante el recorrido. Así mismo realizaron cambios de registros de puntos del plano: del gráfico y numérico al lenguaje natural, con lo cual demostraron el grado de apropiación de los conceptos.

*Aplicación de una prueba online:* En un formulario de Google, se diseñó y envió la prueba de cierre que permitió analizar de forma descriptiva resultados finales respecto al trabajo de campo desarrollado. Con ella se evaluó la comprensión de los aprendizajes de los movimientos rígidos (traslación, rotación, simetría) y distintas conversiones de registros de representación (tabular, gráfico, numérico y natural), desarrollando competencias de razonamiento y resolución de problemas.

#### **4.2.3. Observar**

El proceso de observación del ciclo II se realizó teniendo en cuenta la información descriptiva proporcionada por los diarios de campo del investigador, la guía de observación de clase y el formulario de Google, los cuales se implementaron durante el actuar de este ciclo. La interpretación de información se realizó mediante la triangulación de datos en torno a las tres categorías preestablecidas: Registros de representación semiótica, comprensión de conceptos en geometría y la enseñanza de movimientos rígidos. Estas categorías se encuentran inmersas en las explicaciones de los resultados que se describen a continuación:

**Tabla 10.***Categorías de Análisis Taller Formación Docente.*

<b>Categorías</b>	<b>Registros de representación semiótica</b>	<b>Comprensión de conceptos en geometría</b>	<b>Enseñanza de movimientos rígidos</b>
Momento 1: Taller Formación docente	El docente reconoció las principales teorías que explican los registros de representación semiótica y los movimientos rígidos (Ver anexo 2). Asimismo, interpretó que si el estudiante realiza una conversión en dos o tres registros significa que comprendió el concepto. En la actividad práctica reconoció los diferentes registros en que se presentaban un objeto matemático.	El docente fortaleció su conocimiento disciplinar en geometría con la comprensión de los movimientos rígidos (rotación, traslación, simetría) así como de la apropiación de los registros de representación (gráfico, tabular, natural, numérico) y sus conversiones entre estos registros, esto se logró a través de ejercicios prácticos y socialización del diseño curricular de la secuencia didáctica.	El docente fortaleció su conocimiento didáctico del contenido para mejorar e innovar su práctica de aula apropiándose de nuevos aprendizajes los cuales continuara integrando en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los movimientos rígidos en una visión más contextualizada y práctica aplicándolo a otros grados de la educación primaria.

El docente comprende y aplica conceptos básicos relacionados con los registros de representación semiótica y los movimientos rígidos, reconociendo las habilidades que generan estos aprendizajes. Reconoce la secuencia didáctica como propuesta innovadora y mediadora en

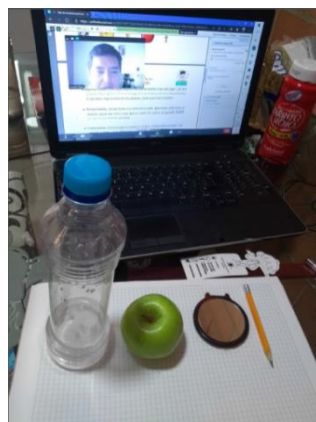
los aprendizajes de los estudiantes. Con ello se logró apropiarse al docente de teorías antes desconocidas para él y generar expectativas respecto de estrategias alternativas de enseñanza. Esto da cuenta de la pertinencia y eficacia de las actividades planteadas en el desarrollo del taller de formación. Es decir, el docente fortaleció su conocimiento disciplinar lo cual incide en la práctica de aula y por ende en los aprendizajes de los estudiantes. En palabras de Camargo (2004) se logró “un proceso en el que la actualización permite realizar la práctica pedagógica y profesional en forma significativa de acuerdo con el contexto en el que se esté inmerso y con la población que se esté enseñado” (citado por Garbarino p.10).

*Secuencia didáctica:* De acuerdo con los resultados obtenidos en la implementación de los cuatro momentos de la secuencia didáctica, se tienen las siguientes interpretaciones:

#### ***4.2.3.1. Primer Momento: Exploración o Saberes Previos***

#### **Figura 18.**

*Momento exploración secuencia didáctica primera misión*



Para la primera misión se solicitó a los estudiantes buscar diferentes objetos en su casa realizando actividades como trotar, gatear, saltar, entre otras. Esta actividad generó en los niños expectativa ya que ellos afirmaron a través de audios o en las conversaciones de la plataforma



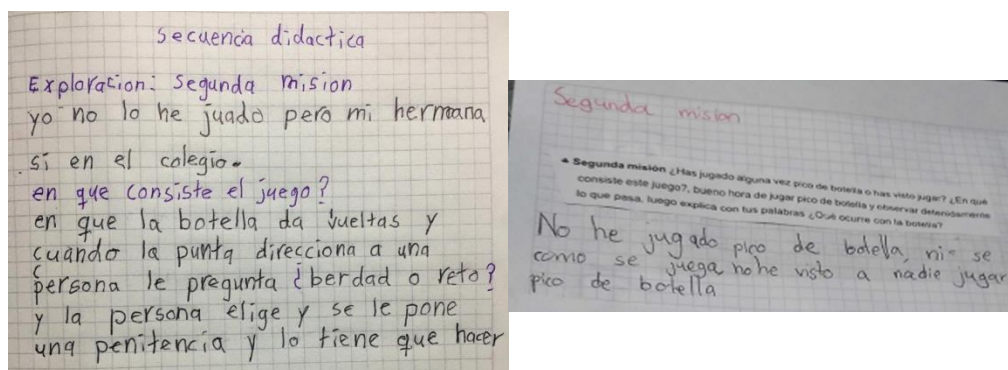
Zoom “Uy, qué chévere la actividad me gusta” ”Profe que vamos a hacer con los objetos, díganos ya” “Pónganos la otra misión” “En matemáticas no habíamos usado tantas cosas de la casa”, lo anterior permite inferir que los estudiantes se encontraban en un ambiente agradable para generar un aprendizaje, estaban empleando diferentes recursos a los que comúnmente trabajan en matemáticas y se generó interés y curiosidad porque querían avanzar en las misiones, por otro lado la presencia de material concreto presente en el medio, desarrolló altas expectativas para la clase con los estudiantes, en esta etapa se empleó el enfoque del Método Singapur que:

*Empieza siempre con una actividad concreta, para luego, consultar los textos donde hay abundante material pictórico y recién al final, enseñar los símbolos involucrados. Los estudiantes son animados a tomar conciencia de cómo ellos piensan, cómo se comunican y cómo solucionan sus problemas, para que puedan aplicar sus habilidades posteriormente.*

(Educarchile, 2006) (p.34).

### Figura 19.

#### Segunda Misión

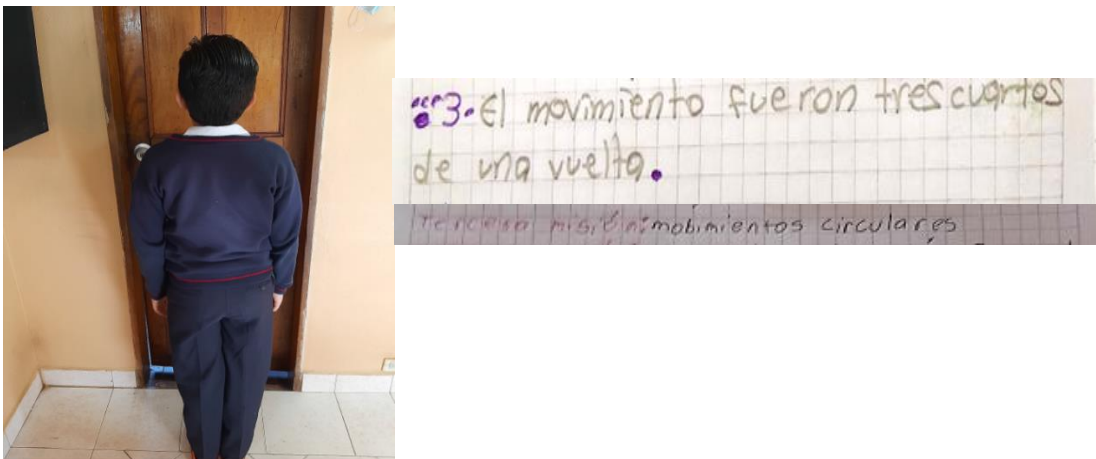


En la segunda misión la contextualización se dio a través de preguntas orientadoras relacionadas con el juego pico de botella para verificar si los niños empleaban términos de los movimientos rígidos en sus explicaciones. Por medio de audios y luego por escrito los estudiantes participaron espontáneamente con sus comentarios manifestando que: “yo no le he jugado pero

*mi hermana si en el colegio”, “en que la botella da vueltas y cuando la punta direcciona a una persona le pregunta ¿verdad o reto? y la persona elige y se le pone una penitencia y lo tiene que hacer”, “la botella da vueltas en el círculo hasta que sola para y al que le toque paga la penitencia”. Las anteriores afirmaciones de los estudiantes evidencian que no emplean términos matemáticos como rotación, giro y movimiento ya que no los mencionan en sus narraciones, y no contextualizan conceptos geométricos en actividades cotidianas. Es decir, hay una falencia en el aprendizaje de los estudiantes para definir el movimiento traslación opuesto a lo que sostiene Acevedo & Camargo (2011) “se evidencia un acercamiento por invariantes, en el caso de la rotación los estudiantes deben reconocer giros de  $90^\circ$  en un mismo sentido” (p.337).*

### **Figura 20.**

#### *Tercera Misión*

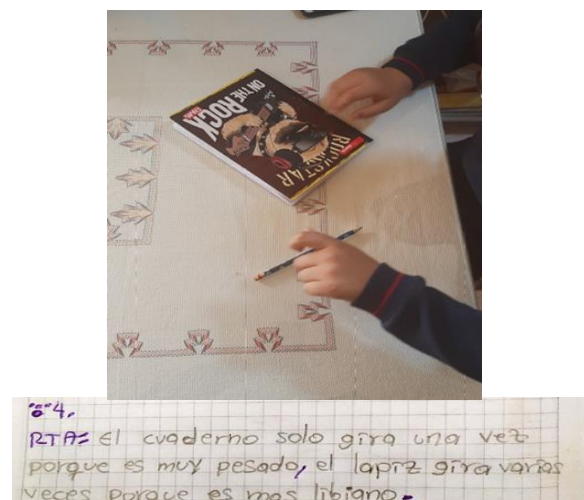


Para la tercera misión en la actividad de giros frente a la puerta del cuarto integrando lateralidad (**gira** media vuelta hacia la derecha, desde ese mismo lugar **gira** un cuarto de vuelta a la izquierda) se esperaba que los estudiantes identificaran que no solamente las figuras y las medidas hacen parte de la geometría, así mismo continuar con el diagnóstico de la comprensión

de los conceptos que emplean los estudiantes en geometría, quienes afirmaron que realizaron “movimientos circulares”, “gire en mi propio eje y no cambie de lado” “me moví para un lado y para el otro” “el movimiento fueron tres cuartos de una vuelta”. Los anteriores comentarios evidencian que los estudiantes no tienen una apropiación y comprensión del movimiento rotación, porque sus apreciaciones corresponden a narraciones empíricas y no desde un concepto matemático donde: “los estudiantes deberán reconocer los desplazamientos en tres direcciones: derecha ( $\rightarrow$ ), izquierda ( $\leftarrow$ ) y abajo ( $\downarrow$ )” (Acevedo & Camargo, 2011 p.337)

### Figura 21.

#### Cuarta Misión

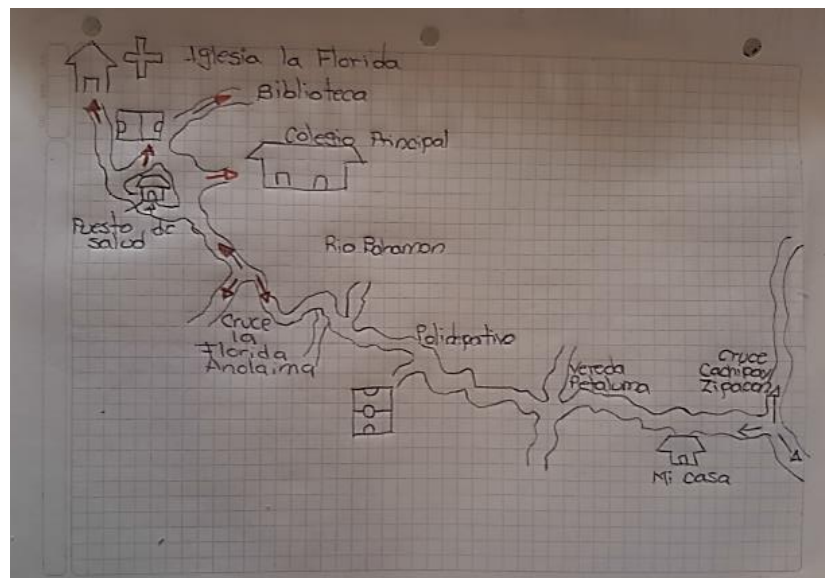


En el desarrollo de la cuarta misión se generó un espacio para que los estudiantes realizaran hipótesis luego de experimentar rotaciones empleando un cuaderno y un lápiz para ser observadas y analizadas, en esta misión se encontraron descripciones como: “que el lápiz gira más rápido que el cuaderno por el peso”, “profé yo soy el que imprime la dirección al giro”, “quien le imprime la dirección al giro es el cuaderno” “el lápiz gira más que el cuaderno el giro del cuaderno no dura tanto” lo anterior evidencia que aunque los niños poseen ciertos conocimientos, les hace falta apropiación de otras expresiones geométricas teniendo en cuenta que en sus narraciones no

hacen énfasis en el sentido del giro y rotación. Por el contrario, se centraron en otros conceptos como medidas de peso, tiempo y volumen de los objetos mas no en explicar el tipo de movimiento que realizaban en palabras de Acevedo & Camargo (2011) los estudiantes hicieron un uso del vocabulario informal porque: “asociaron la palabra girar con el movimiento de rotación” (p. 338).

## Figura 22.

### Quinta Misión

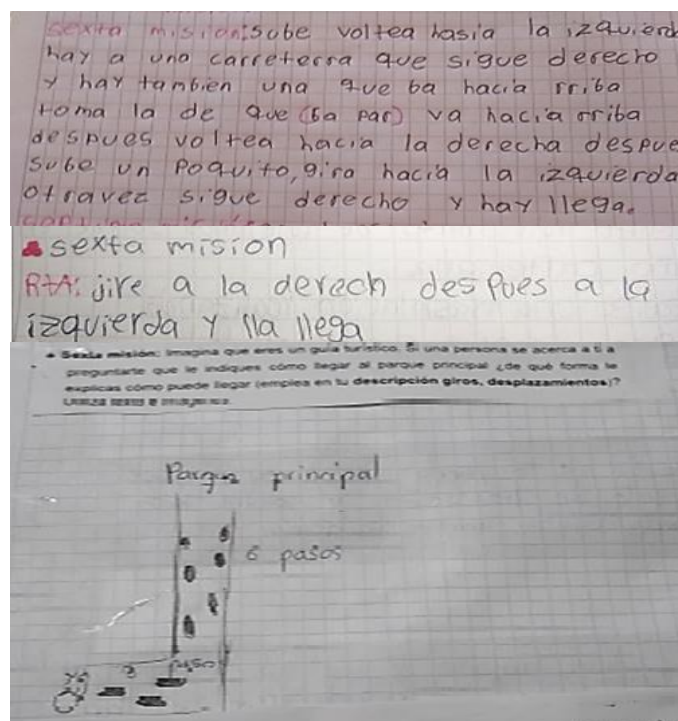


En la quinta misión los estudiantes realizaron un registro de representación gráfico, pero no lo reconocieron porque al pedirles que lo observaran y explicaran a qué tipo de registro de representación correspondía el 100% contestó que no sabía, en cuanto al diagnóstico para identificar los saberes previos de traslación trabajaron en espacios abiertos realizando diversos desplazamientos los cuales describieron a través de un video y explicaron en la plataforma zoom. Algunos lo hicieron caminando y otros en bicicleta. En sus relatos explicaron que *“hay dos pasos para llegar a la iglesia o al parque que son en el mismo sitio, uno por el de arriba otro por el de abajo, llego a la esquina me voy a la derecha y sigo bajando hasta la estación de policía y seguimos en la bicicleta hasta el parque”* *“hay varios caminos porque abrieron un camino por*

donde doña soledad” “yo me voy en línea recta y llego derecho” “mi camino es como un zigzag bajo al ferrocarril volteo a la panadería bajo a la siquima volteo por el matadero y subo por el hotel viejo” “mi recorrido es curvo largo porque voy desde cachipay”. Las anteriores narraciones realizadas por los estudiantes permiten verificar que ellos identifican puntos de referencia ya que mencionan lugares específicos de los recorridos que realizaron pero se les dificulta emplear explícitamente el concepto de movimiento de “traslación”, sin embargo al igual que la misión anterior emplean un vocabulario informal realizando asociación de su lenguaje con el movimiento así lo plantea Acevedo & Camargo (2011) “Asociamos las palabras “correr”, “bajar” o “mover” con el movimiento de traslación (p.338).

### Figura 23.

#### Sexta Misión



Por otra parte en la sexta misión los estudiantes asumieron el rol de guías turísticos, se les sugirió que emplearan algunos de los términos que se venían utilizando en la etapa de exploración

(giro y desplazamiento), además de un registro de representación natural y gráfico, en ellas se identifica que manejan lateralidad derecha e izquierda, reconocen lugares precisos pero se les dificulta emplear conceptos como rotación (giro), traslación (desplazamiento), además su vocabulario en términos matemáticos es bajo porque en sus explicaciones se encontró: *“Sube voltea hacia la izquierda hay una carretera que sigue derecho y hay también una que va hacia arriba, toma la de que va hacia arriba después voltea hacia la derecha después subo un poquito hay gira hacia la izquierda otra vez sigue derecho y hay llega”, “gire a la derecha, después a la izquierda y ya llega”, “usted debe llegar por toda la vía principal hasta que encuentre un desvío, se va por el desvío sube y llega”, “debe caminar hasta encontrar la línea del ferrocarril siga la vía por la izquierda y encuentra el parque es pequeño”*.

Las anteriores afirmaciones evidencian que a pesar de darles palabras claves específicas de los movimientos rígidos para realizar las descripciones a los estudiantes se les dificulta integrarlas a sus descripciones para dar indicaciones de desplazamiento en determinados lugares, lo que hay una falencia en el proceso de enseñanza de conceptos geométricos mientras que Acevedo & Camargo (2011) sugieren que:

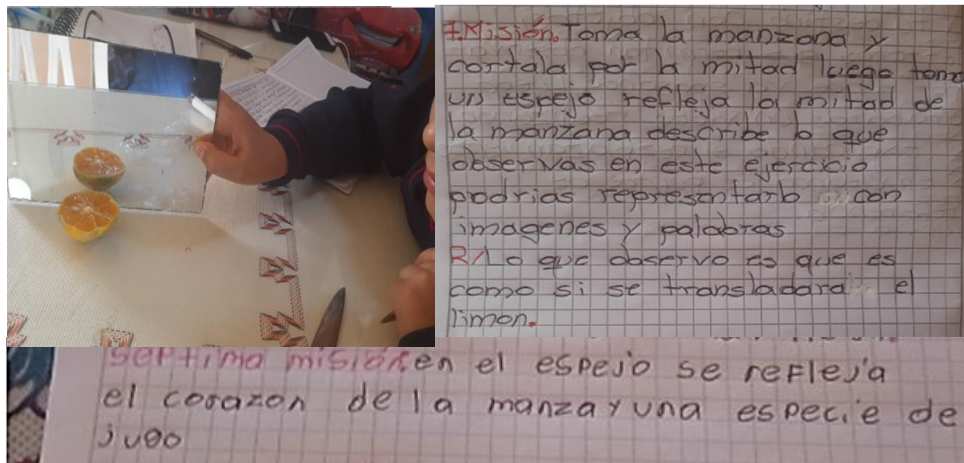
Deben poder reconocer que, en el caso de experimentar una rotación, las figuras mantienen la forma y el tamaño, pero cambian de orientación; en cambio, en el caso de experimentar una traslación, las figuras mantienen la forma, el tamaño y la orientación, pero su posición varía. (p.338).

En cuanto a los registros de representación los asociaron de la siguiente manera: gráfico con el pensamiento aleatorio (diagrama de barras) y natural con un texto multimodal (palabras e imágenes), por consiguiente, no comprenden conceptos geométricos relacionados con los movimientos rígidos y sus registros de representación; según lo expuesto por Hitt (2003) (citado

por Escobar 2016) esto se da por: “la escasa articulación de las diferentes representaciones de los conceptos. Esto se debe en gran medida a que los profesores no enseñamos a los estudiantes a incorporar las representaciones de los conceptos en la resolución de ejercicios y problemas” (p.27).

### Figura 24.

#### Séptima Misión

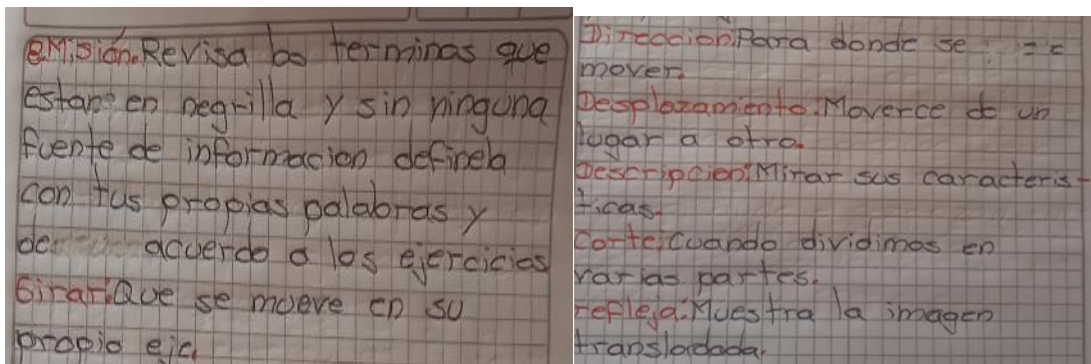


En la séptima misión se trabajó una actividad para identificar si el niño emplea el concepto de simetría que hace parte de los movimientos rígidos a partir de la manipulación de una manzana, naranja o limón y un espejo; las explicaciones de los estudiantes luego del ejercicio de experimentación se basaron en: “que estaba en la mitad”, “lo que observo es que es como si se trasladara el limón”, “en el espejo se refleja el corazón de la manzana y una especie de jugo”, “al partir la manzana y reflejar una de las partes veo el efecto inverso”. Estas descripciones realizadas por los estudiantes dan cuenta de la falta de apropiación del concepto de simetría o reflexión axial porque ninguno de ellos describió en su experiencia este concepto y tampoco lo asocio a un vocabulario informal, por consiguiente se demuestra la necesidad de la enseñanza y comprensión del concepto de simetría que según Barnett (1991) (citado por Gómez & Gonzales 2013) no indica que con este movimiento “se genera un efecto de espejo, la característica principal

de este movimiento es que la figura reflejada deben estar a la misma distancia del eje de reflexión” (p.612).

### Figura 25.

#### Octava Misión



Finalmente, en la octava misión, los niños construyeron sin ayuda de ninguna fuente de información y con sus propias palabras las definiciones de los términos que sobresalen en negrilla en las actividades realizadas de la secuencia. Después de experimentar en las anteriores misiones logran tener un acercamiento mínimo con la comprensión de los conceptos movimientos rígidos entre ellos esta “girar: que se mueve en su propio eje, Desplazamiento: moverse de un lugar a otro, refleja: mostrar una imagen”.

Los resultados que se obtuvieron durante las actividades de los pre saberes dan cuenta de la necesidad de establecer escenarios de aprendizaje que permita a los estudiantes comprender los conceptos de los movimientos rígidos (rotación, traslación y simetría) y sus registros semióticos (gráfico, tabular, numérico, natural) porque como se evidenció en el análisis descriptivo de las anteriores misiones los estudiantes no cuentan con un lenguaje formal que les permita explicar de manera precisa los aprendizajes mencionados lo que conlleva a la implementación de la actividad de estructuración con el propósito de que los estudiantes adquieran un nuevo conocimiento y lo empleen en contexto. Dando continuidad al propósito de la secuencia didáctica que según



Rodríguez (2014) es: “sucesión de actividades previamente pensadas que dan orden y lógica a los procesos de enseñanza y acompañados con modelos de aprendizaje dan sentido a la asimilación y comprensión de los contenidos diseñadas por el docente” (p.449).

#### 4.2.3.2. Segundo Momento: Estructuración o Apropriación del Nuevo Conocimiento.

**Figura 26.**

*Momento Estructuración, Esquema Realizado por el Estudiante sobre Registros de Representación*

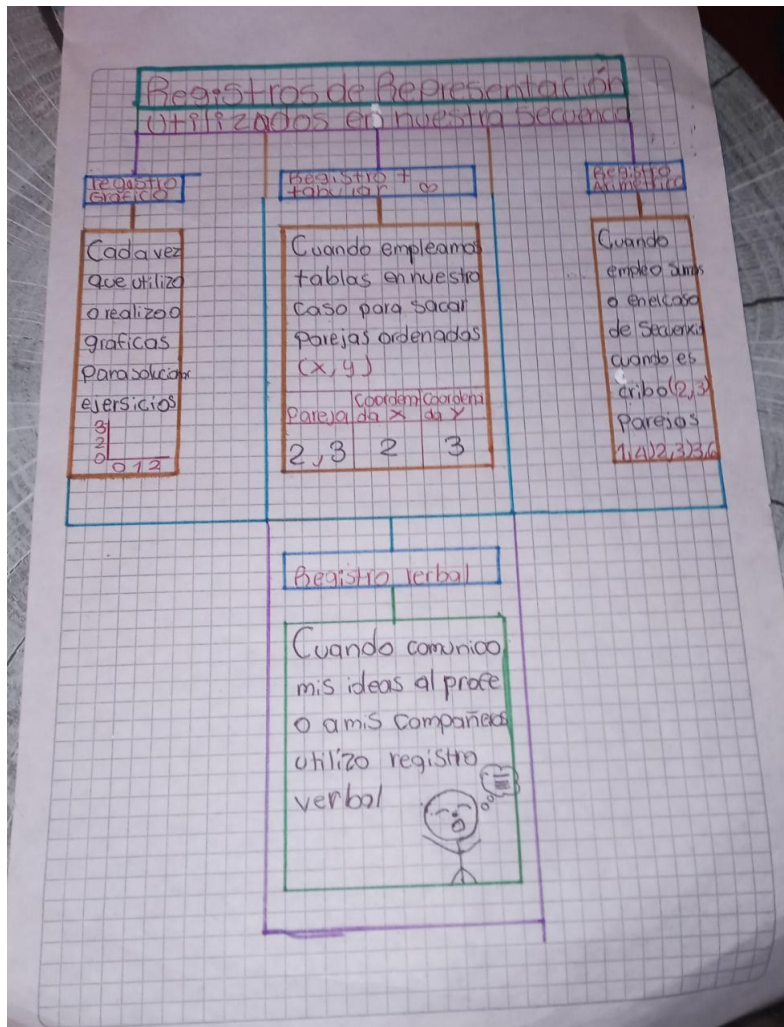


Figura 27.

Momento Estructuración, Esquema Realizado por el Estudiante sobre Movimientos Rígidos

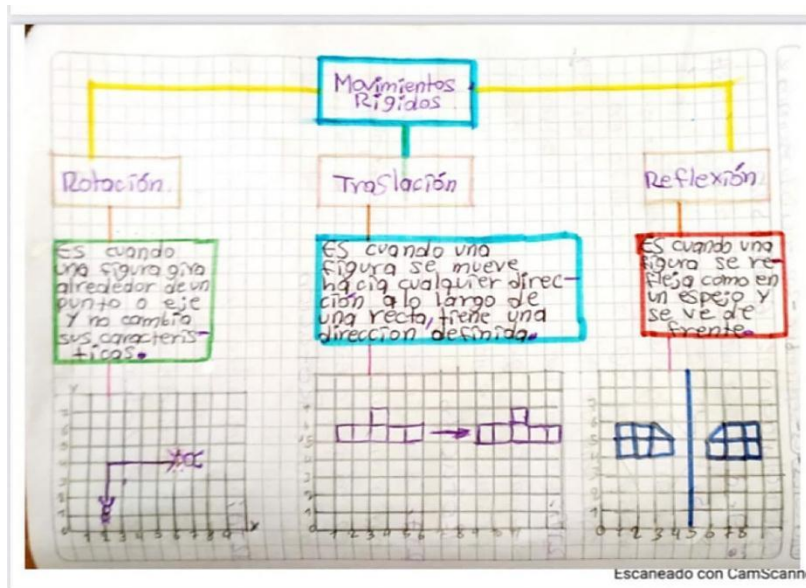
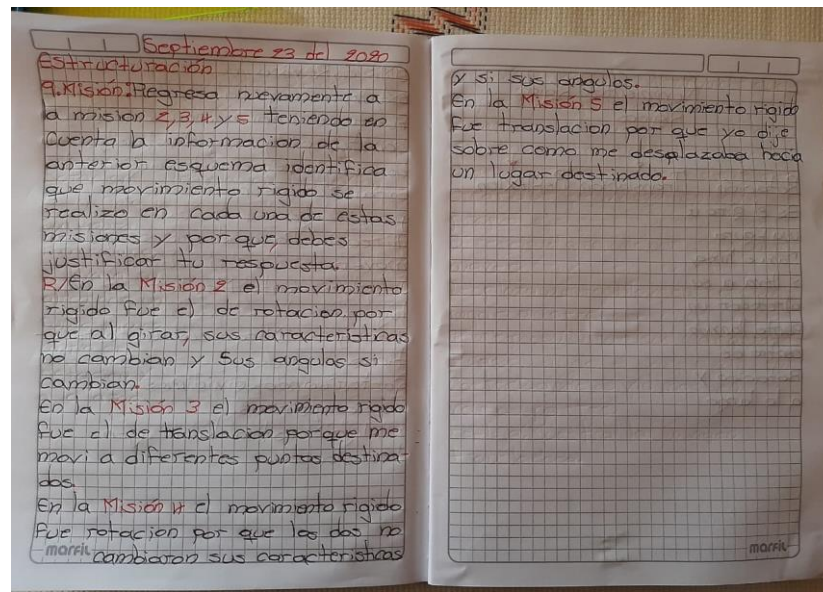


Figura 28.

Novena Misión



Para el momento de la estructuración se realizó un acompañamiento a las actividades propuestas (ver anexo 9), durante la asesoría se despejaron dudas e inquietudes que surgieron

durante la lectura con el fin de lograr una total comprensión de los términos relacionados con movimientos rígidos y de registros de representación. Para verificar la apropiación de estos conceptos luego de la construcción de sus propios esquemas retomaron algunas misiones desarrolladas en el primer momento (exploración misiones dos, tres y cinco) donde los niños usaban en contextos los conceptos de movimientos rígidos “*en el juego de pico de botella yo creo que hay una rotación porque gira en su propio eje y no hay movimiento*” “*en el lápiz y el cuaderno yo los hice rotar en sentido de las manecillas del reloj, no cambio su movimiento ni su lugar*” “*en la misión cinco creo que es una traslación porque hubo un desplazamiento de la figura “mi persona” para llegar a la biblioteca*”. En estas explicaciones a diferencia de las narraciones realizadas por los estudiantes en el cuestionario del ciclo I y del momento de los pre saberes del ciclo II se evidencia apropiación de los conceptos, asociación de palabras y situaciones con los movimientos y representaciones lo que permite afirmar que se empieza el proceso de apropiación, comprensión y aprendizaje de movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos, es decir el estudiante aprende por lo que realiza, por tanto la actividad llevada a cabo tiene un significado para él integrando sus saberes previos con el nuevo conocimiento y llevando este aprendizaje al uso en su contexto. En la opinión de Díaz (2013):

*El alumno aprende por lo que realiza, por la significatividad de la actividad llevada a cabo, por la posibilidad de integrar nueva información en concepciones previas que posee, por la capacidad que logra al verbalizar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. (p.1).*

#### **4.2.3.3. Tercer Momento: Transferencia, es decir, Uso del Conocimiento del Contexto.**

**Figura 29.**

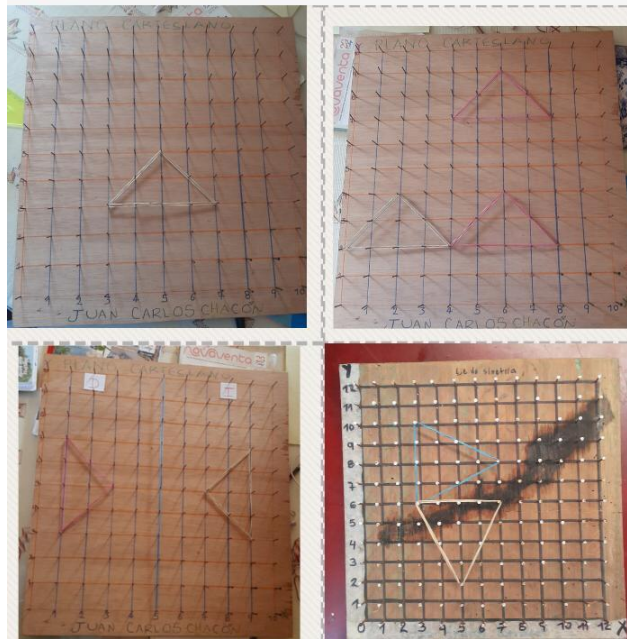
*Momento Transferencia, Decima Misión Elaboración Geoplano*



En la décima misión se realizó un trabajo en familia con la construcción del geoplano, elaborado con ayuda de los padres, al socializar en el encuentro sincrónico por Zoom para evaluar esta actividad los estudiantes explicaron que: *“fue una actividad divertida todos ayudamos”, “yo lo hice con mi mama y mi abuelito”, “mi papa hizo solo lo de las puntillas porque me podía lastimar”, “profe yo solito tomé las medidas de centímetro como usted dijo”*. Lo anterior evidencia el acompañamiento de los padres de familia en los procesos de aprendizaje de los estudiantes para garantizar ambientes apropiados que contribuyen a la educación remota en tiempos de aislamiento. La actividad comenzó con una modelación de figuras en el geoplano propuestas por el docente (tangram), allí los estudiantes participaron identificando las figuras, numero de lados, numero de vértices *“yo hice un triángulo equilátero”, “hay un rectángulo”, “hay triángulos de diferentes tamaños”, “en la parte de abajo hay un cuadrilátero”*. De esta manera se realizó un primer acercamiento de trabajo con el geoplano.

### Figura 30.

#### *Movimientos rígidos en el Geoplano*



Posteriormente en la actividad los estudiantes tomaron una de las figuras del tangram, la figura seleccionada la ubicaron en el centro, luego iban realizando y explicando los movimientos rígidos indicados: trasladaron la figura cinco unidades a la derecha, luego 4 unidades a la izquierda y por ultimo cinco unidades hacia arriba, simetría trazaron un eje (una línea por la mitad del geoplano con lana o caucho), ubicaron al lado izquierdo una figura y realizaron una simétrica al lado derecho finalmente en las rotaciones ubicaron otra figura y la rotaron 90 grados en sentido de la manecilla del reloj, la consolidación de las evidencias de compartieron en el grupo de WhatsApp y por medio de evidencia fotográfica en formato Pdf por estudiante.

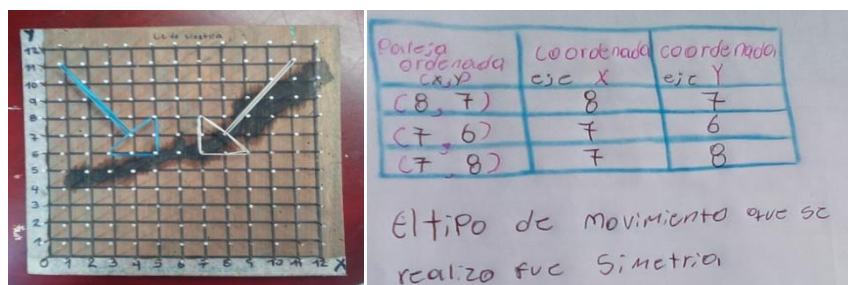
Durante la actividad los estudiantes estuvieron atentos y dispuestos para representar figuras como: “*mi cuadrado está conformado por cinco unidades de lado*”, y describieron algunas características. Así mismo realizaron simetrías empleando cauchos de diferentes colores, colocaron fichas de señalización para indicar la medida de los ángulos de rotación (en grados) y

la lateralidad “D (derecha) e I (izquierda)”. A partir de sus construcciones, realizaron descripciones como “yo tracé una línea por la mitad del geoplano con lana” “mi figura es un triángulo y a la derecha hice la simetría” “me equivoqué trasladé la figura una unidad más”. Se compartieron evidencias para hacer una realimentación formativa, de esta manera se pudo verificar que los estudiantes continúan apropiándose y comprendiendo los conceptos relacionados con movimientos rígidos al valorar el trabajo de sí mismo y de los demás.

La etapa de la transferencia permitió a los estudiantes hacer énfasis en cada uno de los movimientos rígidos empleando registros de representación semiótica, estuvo enmarcado en siete retos empleando material concreto (geoplano y cauchos), allí desarrollaron actividades prácticas: graficar y explicar por medio de un registro natural y tabular los diferentes movimientos rígidos ejecutados en el geoplano.

**Figura 31.**

Reto Uno, Conversión Registro Gráfico a Registro Tabular



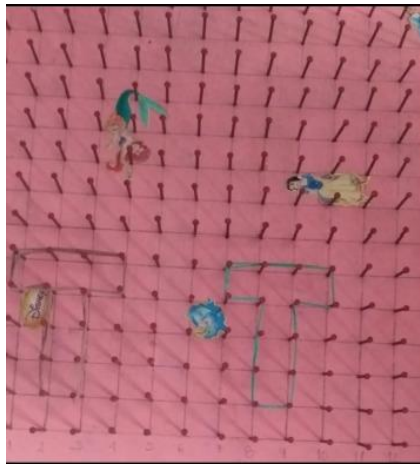
El 95% de los estudiantes cumplieron con el reto número uno realizando adecuadamente el movimiento de simetría, representándolo en el Geoplano y su vez hicieron una conversión de un registro gráfico a uno tabular demostrando una apropiación y aplicación en contexto de los conceptos geométricos de simetría y registro tabular, lo anterior nos permite corroborar que los estudiantes continúan asimilando los aprendizajes propuestos y fortaleciendo habilidades como:

razonamiento, resolución y comunicación. Aprendizajes que los estudiantes en el ciclo I no identificaban. Las actividades de la secuencia didáctica permiten comprobar las afirmaciones de Duval (2004) (citado por Escobar (2016)) donde se plantea que:

Entre más representaciones semióticas se involucren en el aprendizaje de un concepto matemático y al interior de estas representaciones, se faciliten condiciones de congruencia, se alcanza una mejor comprensión, logrando que el estudiante establezca la diferencia entre la representación semiótica del concepto matemático y el objeto matemático representado (p.21).

**Figura 32.**

*Reto Dos, Movimiento Rígido Traslación.*

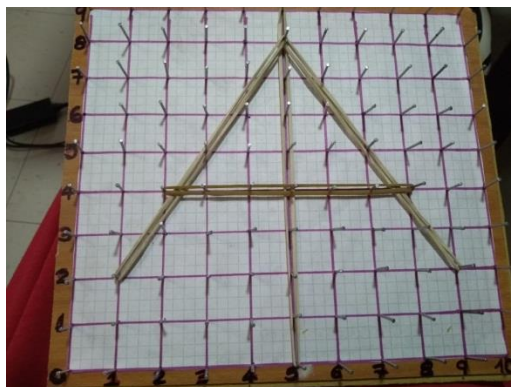


Para el reto número dos, representaron la figura en forma de T en el geoplano empleando un registro natural explicaron el tipo de movimiento así: *“el movimiento que hizo la T fue de traslación porque se desplazó 3 unidades a la derecha”*, *“el movimiento es traslación porque hay un desplazamiento de la figura hacia el lado derecho de mi plano”*, *“hicimos un movimiento de traslación porque desplazamos la figura solo tres unidades”*. En cuanto a la contextualización con un día de su vida cotidiana explicaron: *“cuando me traslado de mi casa al colegio o al parque o*

a la iglesia, podría contar las unidades en metros”, “todo el día nos trasladamos porque nos desplazamos de un sitio a otro como la cocina, el comedor, yo podría contar las unidades en número de pasos. Estas descripciones realizadas por los estudiantes demuestran que los estudiantes no solo se apropian del concepto de simetría como se evidencio en análisis anterior sino también del movimiento de traslación, porque reconocen características específicas de este movimiento, las contextualizan en actividades cotidianas, de igual manera reconocieron este movimiento en otras actividades que ya habían realizado en la secuencia didáctica “es una traslación como la que realizamos cuando nos dijo que fuéramos guías” lo que indica que se está promoviendo un aprendizaje significativo. Desde el método Singapur y según lo expuesto por Hilaquita (2018) estos retos fomentan: “la comprensión profunda de los conceptos, el pensamiento lógico y la creatividad matemática en contraste con la aplicación de fórmulas sin sentido” (p.5).

**Figura 33.**

*Reto Tres, Movimiento Rígido Simetría de Vocales en el Geoplano*



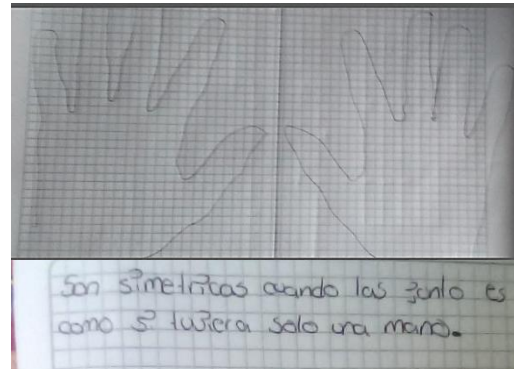
Durante el reto tres el total de los estudiantes logro realizar los ejes de simetría de manera creativa, autónoma y comprometida, en este reto se continúo promoviendo el aprendizaje del movimiento rígido que corresponde a la simetría a través de la modelación de cuatro letras (A, D, M, B), a cada una de ellas le trazo el eje de simetría, las medidas de cada letra eran de libre decisión.



El registro natural se desarrolló en esta actividad ya que los estudiantes comunicaban sus conclusiones del trabajo a través de audios y videos a través del grupo de WhatsApp teniendo en cuenta que por el mal clima no se pudo realizar conexión a la plataforma zoom.

### **Figura 34.**

#### *Cuarto Reto, Simetría*

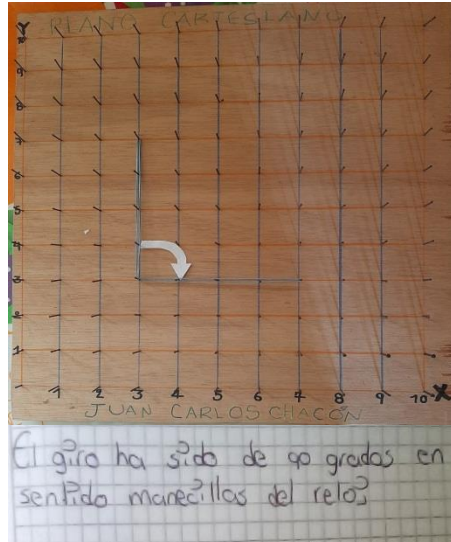


En el cuarto reto los estudiantes lograron explicar de manera clara, empleando audios al grupo de Whatsapp el tipo de movimiento rígido que se observa al poner las manos encima de la mesa en sus explicaciones afirman: *“profe es simétrica porque yo trazo un eje de simetría en la hoja para ubicar mis manos”*, *“es simetría porque si yo uno mis manos hacia adentro quedaría una sola y los dedos uno encima de otro”*, *“es simetría porque si las uno como si fuera a aplaudir me quedaría una sola figura”*. Por el contrario, el otro 4% considera que es una traslación porque: *“una está al lado derecho y la otra a la izquierda”*, *“la mesa sería el plano y están ubicadas en diferente lugar”*. Lo anterior permite evidenciar que en su mayoría los estudiantes observan y analizan un contexto específico para deducir el tipo de movimiento que se experimenta, al dibujar las manos comprendieron el concepto de la simetría, desarrollando habilidades de razonamiento. Con este ejercicio experimental el estudiante continúa apropiándose de la comprensión del concepto de simetría empleando partes de su cuerpo que le permitieron visualizar e identificar características de este movimiento. Lo anterior en correspondencia con las afirmaciones de

Ibarguen & Realpe (2012): “la simetría axial puede verse en distintos elementos de la naturaleza, por ejemplo, en el cuerpo humano, las mariposas, algunas flores, entre otros” (p.12)

**Figura 35.**

*Quinto Reto, Movimiento rígido Rotación en el Geoplano*

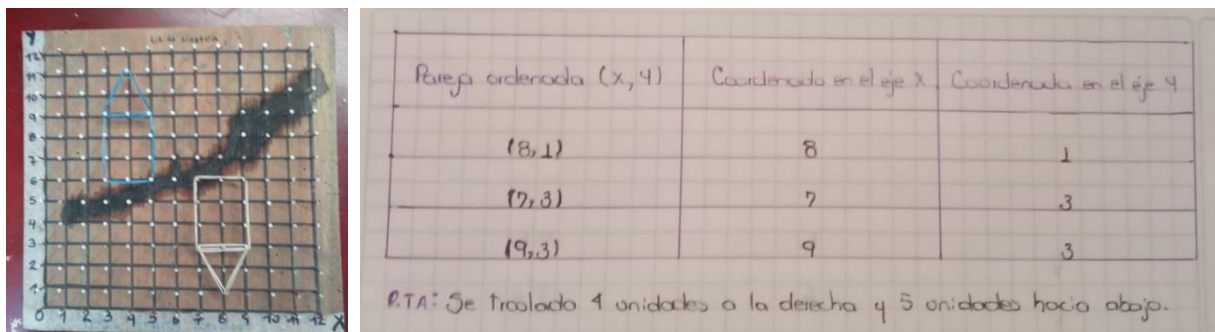


El reto número cinco le permitió a los estudiantes continuar promoviendo su apropiación en relación al movimiento rígido de rotación, en ella los estudiantes realizaron el giro correspondiente en el plano apropiándose de un registro de representación gráfico y explicaron lo siguiente: “para rotar debe girar 90 grados en sentido de las manecillas del reloj” mi giro fue pequeño lo rote 30 grados en sentido de las manecillas del reloj y lo medí con mi graduador” “yo lo rote media vuelta en sentido de las manecillas del reloj” “mi rotación fue de 180 grados en sentido de las manecillas del reloj, la puntica de la flecha quedo hacia abajo” los anteriores registros naturales corresponden a descripciones realizadas por los estudiantes a través de audios y con las respectivas evidencias fotográficas. Estos permiten verificar la comprensión del concepto de rotación el cual lo asocian con dos características específicas de este movimiento que corresponden a giro y su sentido el cual se da en sentido de las manecillas del reloj. Por ende se

puede afirmar que el proceso de asimilación de un nuevo concepto realizado en la estructuración fue efectivo y pertinente teniendo en cuenta que los estudiantes hacen explícitas estas características en el desarrollo de las actividades, características específicas que también plantea Riascos & Peña (2012): *“la figura cambia de posición conservando su forma y tamaño; y también, la ubicación que asume la figura con respecto a un centro de rotación, aspecto que guarda implícito el concepto de giro”* (p.35).

### Figura 36.

#### Sexto Reto, Movimientos Rígidos Traslación Rotación en el Geoplano



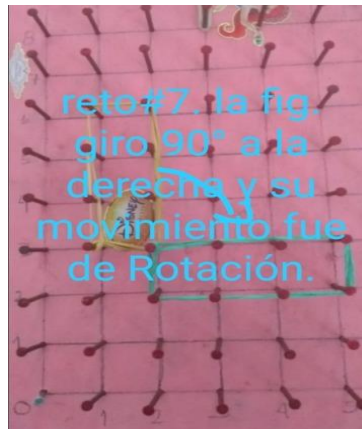
En el sexto reto los estudiantes representaron en un registro gráfico el movimiento de traslación de una figura, después identificaron algunas parejas ordenadas y las coordenadas tanto del eje X como el eje Y, logrando realizar dos conversiones de registros: de uno gráfico a uno tabular, y otro de uno gráfico a uno numérico, las evidencias de la actividad se compartieron al grupo de WhatsApp empleando imágenes videos y audios, en las descripciones de los estudiantes se encontró: *“mi figura la traslade 5 unidades a la izquierda”*, *“desplace mi figura dos unidades hacia arriba”* *“desplace mi figura una unidad a la izquierda parece simetría”* *“mi figura la traslade y la rote en sentido de las manecillas del reloj”*. Lo anterior permite evidenciar que los estudiantes avanzan en su proceso de aprendizaje y comprensión de movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos porque explican en sus audios de manera más precisa características

propias de estos movimientos y a su vez realizan correctamente las conversiones de un registro a otro esto se pudo verificar en los procesos de socialización y realimentación de las actividades. Esto fue posible porque el estudiante está aprendiendo de una manera diferente, lo que generan empatía en los procesos de enseñanza - aprendizaje, en palabras de Duval (1998):

El conocimiento se logró debido a que se motivó al estudiante no sólo a observar, criticar y conjeturar sobre las actividades propuestas, sino también a la movilización de los registros de representación, ya que, aun cuando las consideraciones visuales fueron importantes al momento de resolver problemas (p.131.)

**Figura 37.**

*Séptimo Reto*



Para el séptimo reto se retoma el movimiento de rotación y el registro numérico, los estudiantes explicaron el movimiento de rotación a través de evidencias fotográficas y textos descriptivos sobre la imagen para explicar el ángulo del giro realizado. En esta actividad el 95% de los estudiantes demostraron una comprensión y aplicación en contexto del movimiento rígido de rotación y fueron capaces de extraer las coordenadas lo cual muestra una apropiación en cuanto a la conversión de un registro gráfico a uno numérico. Con esto se verifica que el aprendizaje de

los estudiantes ha sido significativo porque el estudiante es capaz de pasar de realizar conversión de los registros y a su vez identifica características de la rotación como el ángulo y sentido del giro, es decir “El sentido de la rotación esta dado normalmente con respecto al movimiento de las manecillas del reloj (Montes, 2012, p.14).”

Con el desarrollo de los retos de la etapa de transferencia se evidenció que las actividades de la secuencia didáctica tuvieron un impacto positivo en los estudiantes quienes durante el desarrollo de estas fueron apropiándose del aprendizaje de movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos promoviendo la comprensión de los conceptos geométricos propuestos en esta investigación. Lo anterior en concordancia con lo expuesto por Beltrán (2017) quien en su tesis “Representaciones semióticas de la parábola utilizadas por los estudiantes de grado décimo” algunas de sus conclusiones fueron:

A medida que se realizaron las actividades de la secuencia didáctica se observó la comprensión del concept, esto obedeció al trabajo pedagógico realizado en las actividades de la secuencia. Es importante que tanto los estudiantes como los docentes conozcan y utilicen los registros de representación semiótica y la conversión entre registros (p. 92).

***4.2.3.4. Cuarto momento: Cierre o Valoración, Etapa que Permite Verificar los Aprendizajes Esperados con los Estudiantes.*** Para este momento los estudiantes participaron en una actividad lúdica que les permitió poner en juego la comprensión de los conceptos de registros de representación semiótica en el aprendizaje de los movimientos rígidos. Teniendo en cuenta a Suarez & Reyes (2018) quien concluyo en su investigación que una secuencia didáctica con mediación de los juegos es un recurso didáctico efectivo para propiciar el aprendizaje.

Finalmente se desarrolló una lista de chequeo o rubrica de evaluación semaforizada (rojo no se logró, amarillo hay dudas y verde se comprendió el aprendizaje) posterior a ello se dialogó con los niños y ellos a través de sus comentarios explicaron los aprendizajes que lograron con el desarrollo de esta guía.

**Figura 38.**

*Momento de Cierre*



**Figura 39.**

*Juego de Traslaciones Cierre*

**Fichas de traslaciones**

Mi recorrido inicia en la coordenada (20, B) realizo una traslación hacia el oeste hasta llegar al punto (6, B), luego me traslado al norte hasta la coordenada (6, H) nuevamente me dirijo hacia el oeste llegando al punto (2, H) y por último al norte llegando.

Me traslado al oeste hasta llegar a la coordenada (6, B) luego al norte me traslado 6 unidades después al oeste una unidad y finalmente 3 unidades para llegar a mi destino.

inicio en el punto (29, C) realizo las siguientes traslaciones: 2 unidades al oeste, 1 al norte, 3 al oeste y al norte, 3 al oeste, 2 al norte al punto (9, M)

la ruta es de color café, inicio en el punto (20, D), me traslado 5 unidades al oeste, 3 unidades al norte para llegar al punto (12, J), 1 al este, 2 al norte, 3 al oeste y llegue.

Mi camino rojo inicio en el (20, C), luego me traslado 2 unidades al oeste, 2 al norte, 2 al oeste llegue al punto (17, H) 2 al oeste, 2 al norte, dos al este y uno al norte, e llegado.

**Figura 40.**

*Rubrica de Valoración.*

¡Has llegado a la meta! Hora de valorar tus aprendizajes...

Eddie Escobar 502 Kennedy

Aprendizaje	Si	Algunas veces	No
Interpreto la definición de simetría, la asocio con situaciones reales y empleo el instrumento plano cartesiano.			
Interpreto la definición de rotación, la asocio con situaciones reales.			
Realizo rotaciones de polígonos sobre el plano cartesiano.			
Relaciono una traslación realizando desplazamientos por la ciudad.			
Realizo la traslación de puntos sobre el plano.			
Traslado figuras planas sobre el plano cartesiano.			

Para el desarrollo de esta actividad, se realizaron las orientaciones en plataforma Zoom y luego continuaron trabajando vía Whatsapp cada uno con su guía y se compartieron las evidencias a través de fotografías. Durante el juego de traslaciones: los niños estuvieron entusiasmados para encontrar la salida y realizar el recorrido en ella explicaban *“me traslade dos unidades al oeste, luego me traslade cuatro unidades al oeste, tres al norte y llegar”*, posteriormente los niños realizaron cambios de registros donde extraían puntos del plano en el cual estaban trabajando un lenguaje (gráfico y numérico) para luego describirlos utilizando un lenguaje natural *“mi coordenada es (12,J) es el camino más corto para llegar al avión, porque es una recta y no hay zig zag”*.

Las anteriores descripciones permitieron verificar a través de una actividad de juego la consolidación de aprendizajes que lograron los estudiantes durante el desarrollo de la secuencia didáctica, se evidencio un avance en su lenguaje matemático porque emplearon términos y características propias de los movimientos rígidos como traslación al realizar sus descripciones, fortalecieron la comprensión de los registros semióticos como el natural y gráfico además de los procesos de conversión de un registro a otro desarrollando un proceso cognitivo, dicho en palabras de Duval (citado por Ospina 2012) quien señala que *“La conversión de las representaciones semióticas se constituye en la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de alcanzar para la gran mayoría de los alumnos (p. 36)”*

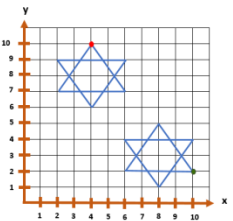
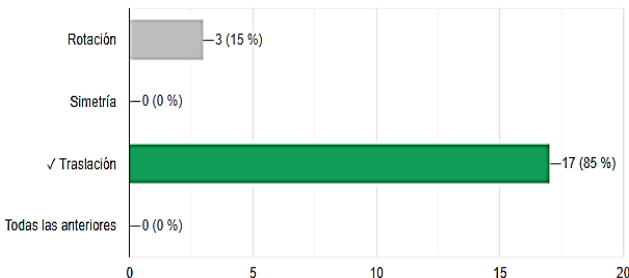
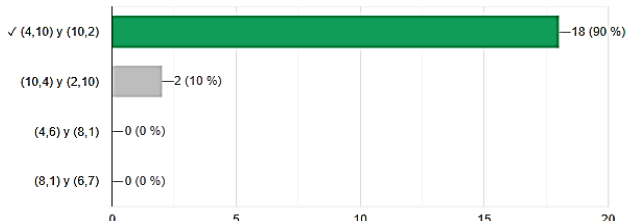
Así mismo en el análisis de nuevas reflexiones se comprobó que los estudiantes mejoraron sus procesos de comprensión porque identificaron los movimientos que no se realizaron (rotación y simetría) y explicaron algunas razones de porque no se aplicaron estos movimientos, de acuerdo a los aprendizajes logrados en sus apreciaciones afirman que: *“profe en este juego nos faltó el movimiento de rotación porque por el diseño del laberinto no podíamos hacer giros de ángulos*



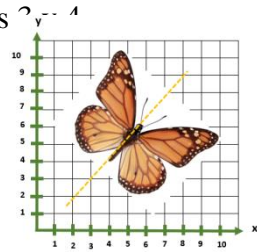
*en sentido de las manecillas del reloj” “en la transferencia hicimos muchas simetrías pero en el cierre no hicimos ninguna”,*

Para finalizar la intervención de esta investigación se realizó una prueba en línea empleando formulario de Google con ella se evaluó la comprensión de los estudiantes en la transformación y representación semiótica de los movimientos rígidos en el plano, los resultados se describen a continuación de manera cualitativa y cuantitativa:

**Tabla 11. Análisis Prueba Final**

Pregunta	Respuesta de los Estudiantes	Análisis
<p>Observa la gráfica, teniendo en cuenta la información de esta responde las preguntas 1 y 2</p> <p>1. El siguiente dibujo muestra un ejemplo de:</p>  <p>a) Rotación b) Simetría c) Traslación d) Todas las anteriores</p>	<p>1. Esta transformación es un ejemplo de:</p> <p>17 de 20 respuestas correctas</p>  <p>El 85% de los estudiantes respondió correctamente el ejemplo de traslación.</p>	<p>Los resultados que se obtuvieron luego de realizar la prueba final online para verificar el aprendizaje de movimientos rígidos a partir de sus registros semióticos proceso que paso por diferentes etapas durante la</p>
<p>2. En las figuras encuentras dos puntos: uno rojo y uno verde, estos tienen como coordenadas, respectivamente:</p> <p>a) (4,10) y (10,2) b) (10,4) y (2,10) c) (4,6) y (8,1) d) (8,1) y (6,7)</p>	<p>2. En las figuras encuentras dos puntos: uno rojo y uno verde , estos tienen como coordenadas:</p> <p>18 de 20 respuestas correctas</p>  <p>El 90 % de los estudiantes logro el propósito de la pregunta.</p>	<p>implementación como lo explica el método Singapur “pasar de una fase manipulativa a una fase de dibujo para gradualmente alcanzar un nivel abstracto” (Mamani &amp; Jotadelo,</p>

En la siguiente gráfica encontraras una fotografía de la vida real de una hermosa mariposa teniendo en cuenta el dibujo, responda las preguntas



3. El eje de simetría pasa por los puntos:

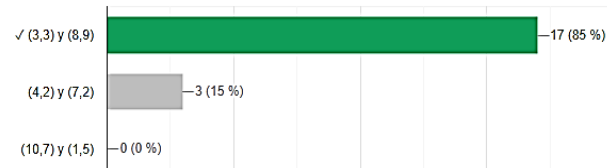
- a) (3,3) y (8,9)
- b) (4,2) y (7,2)
- c) (10,7) y (1,5)
- d) (2,9) y (6,5)

4. En el dibujo podemos ver un claro ejemplo de:

- a) Rotación
- b) Traslación
- c) Simetría
- d) Ninguna de las anteriores

3. El eje de simetría pasa por los puntos:

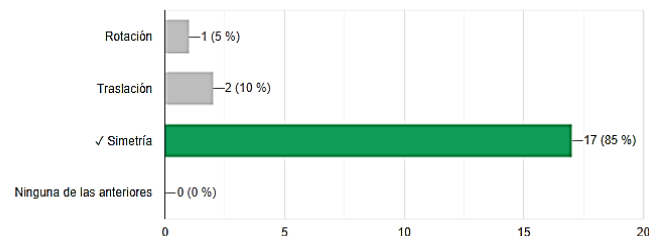
17 de 20 respuestas correctas



El 85% de los estudiantes identifico los puntos del eje de simetría.

4. En el dibujo podemos ver un claro ejemplo de:

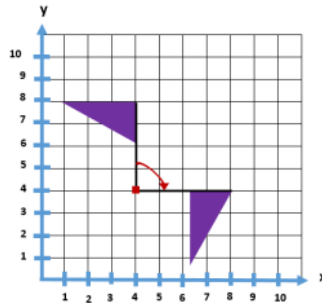
17 de 20 respuestas correctas



Se observó que el 85% responde correctamente.

2018 p.18). A continuación, se analizan los logros de los estudiantes: En cuanto al aprendizaje del movimiento de traslación (pregunta 1) se evidenció que un alto porcentaje (85%) de estudiantes logró reconocer características y propiedades de este movimiento, de acuerdo con Hernández & Ospina (2017) “lo que el estudiante debe saber de transformaciones rígidas: En la

A continuación, encontraras la gráfica de un banderín, teniendo en cuenta esta responde las preguntas 5 y 6

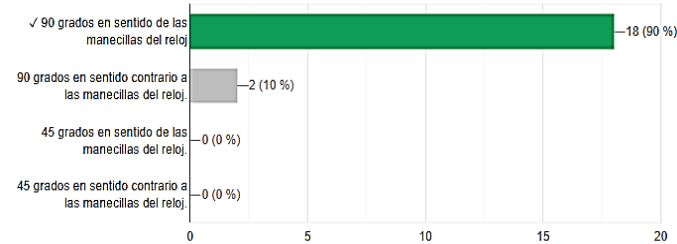


5. En la figura se puede ver una rotación del banderín de:

- a)  $90^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj
- b)  $90^\circ$  en sentido contrario a las manecillas del reloj.
- c)  $45^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj.
- d)  $45^\circ$  en sentido contrario a las manecillas del reloj.

5. En la figura se puede ver una rotación del banderín de:

18 de 20 respuestas correctas



El 90% de los estudiantes respondió correctamente.

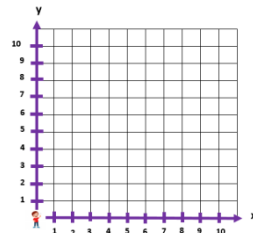
traslación: Magnitud, dirección y sentido” (p.30). Esto se alcanzó por medio de actividades como observación y el movimiento de las figuras identificando si el movimiento es hacia arriba, hacia abajo, a la izquierda o a la derecha mientras que el 15% revela una confusión entre las características de la traslación con las de la rotación. Para comprobar los aprendizajes relacionados el movimiento de rotación (pregunta 5, 6

6. Son coordenadas pertenecientes a la figura luego de la rotación:

- a) (8,4) y (7,3)
- b) (7,2) y (6,4)
- c) (5,4) y (7,2)
- d) Ninguna de las anteriores

**Para responder las preguntas 7 y 8 lee con atención la siguiente información:**

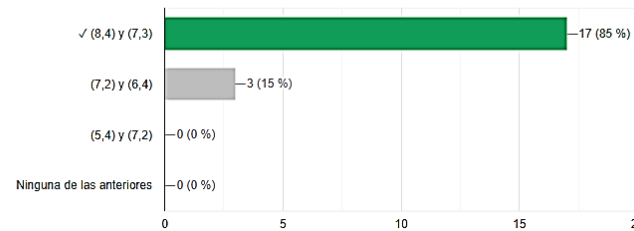
Juan se encuentra en el punto (0,0) del siguiente mapa y desea realizar los siguientes desplazamientos:



- Dos unidades hacia arriba

6. Son coordenadas pertenecientes a la figura rotada:

17 de 20 respuestas correctas



El 85% reconoce las coordenadas de la figura que se roto.

y 10) “el punto o centro de rotación, la magnitud o medida del ángulo de giro y el sentido en el cual realiza el giro” (Hernández & Ospina, 2017 p. 30) el 87.5% de los estudiantes reconocen referentes de este movimiento como determinar el sentido del giro de una rotación el cual se realiza en sentido a las manecillas del reloj aplicando correctamente el conocimiento geométrico en diferentes contextos.

- Cuatro unidades a la derecha
- Tres unidades hacia arriba
- Cinco unidades a la derecha
- Cuatro unidades hacia arriba
- Tres unidades a la izquierda

7. Después de realizar todo el recorrido, Juan llegó al punto de coordenadas:

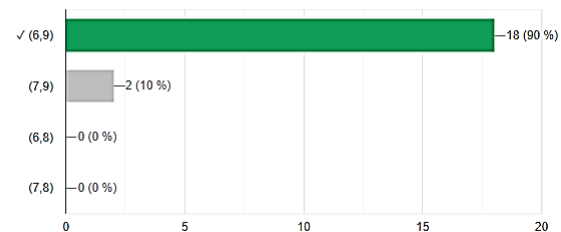
- a) (6,9)
- b) (7,9)
- c) (6,8)
- d) (7,8)

8. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa: las parejas ordenadas de los puntos a los que llegó Juan en los tres primeros movimientos fueron:

Movimiento	Pareja Ordenada
1	(0,2)
2	(4,2)
3	(3,5)

7. El resultado final del recorrido que realizó Juan tiene coordenada:

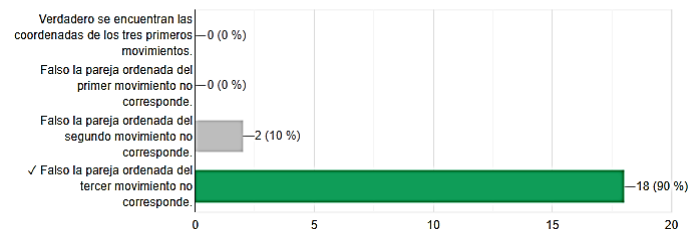
18 de 20 respuestas correctas



El 90% de los estudiantes comprendió y siguió las instrucciones lo que les permitió encontrar las coordenadas correctas

8. Determina si las parejas ordenadas representadas en la siguiente tabla corresponden a las coordenadas de los tres primeros movimientos que realizó Juan.




18 de 20 respuestas correctas



Para valorar el aprendizaje del movimiento de simetría (pregunta 4 y 9) el 82,5% de los estudiantes comprenden que es una simetría e identifican los ejes de simetría axial lo hace correctamente con diferentes representaciones de elementos de su entorno (mariposa, letras, manzanas, partes del cuerpo entre otras). De acuerdo con la postura de Maldonado (2013) (citado por Hernández & Ospina, 2017) “la

- a) Verdadero se encuentran las coordenadas de los tres primeros movimientos.
- b) Falso la pareja ordenada del primer movimiento no corresponde.
- c) Falso la pareja ordenada del segundo movimiento no corresponde.
- d) Falso la pareja ordenada del tercer movimiento no corresponde.

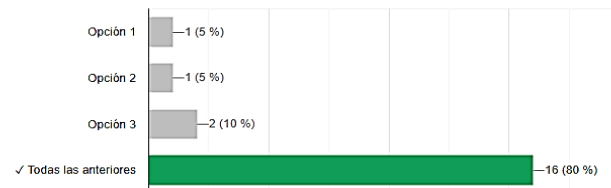
9. Cuáles de las siguientes letras resultan ser simétricas

- a) 
- b) 
- c) 
- d) Todas las anteriores

El 90% de los estudiantes logra el propósito y responde correctamente

9. Las siguientes letras del abecedario resultan ser simétricas si trazamos un eje de simetría en cada una de ellas

16 de 20 respuestas correctas



El 80 % de los estudiantes respondió correctamente

simetría es un concepto que se puede visualizar fácilmente pero que es complejo al momento de conceptualizar” (p. 100), es decir se requiere de un alto grado de abstracción. Frente a la verificación de los aprendizajes en cuanto a los registros de representación semiótica (preguntas 2, 3, 6, 7, 8) el 92,5% de los estudiantes logro identificar correctamente las coordenadas (registro numérico) teniendo en cuenta un registro gráfico, así mismo se evidencia que son

**10.** Los siguientes son ejemplos de rotaciones en la vida cotidiana.

**a)** Llanta de carro en movimiento



**b)** Segundero de un reloj.



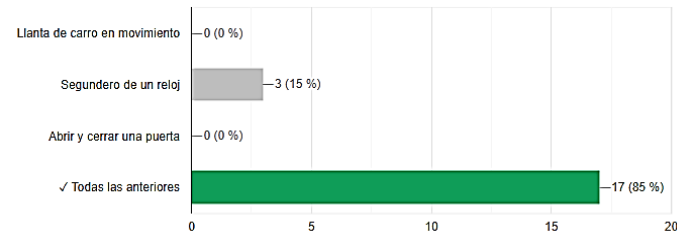
**c)** Abrir y cerrar una puerta



**d)** Todas anteriores.

10. Los siguientes son ejemplos de rotaciones en la vida cotidiana.

17 de 20 respuestas correctas



El 85% de los estudiantes logra integrar sus conocimientos a la realidad para verificar en cuales de las situaciones propuestas se aplica el movimiento de la rotación.

capaces de realizar conversión de una representación semiótica a otra (del gráfico al numérico, del numérico al tabular) demostrando la apropiación de este aprendizaje, así lo da a conocer Macías (2014): “Toda actividad y proceso matemático lleva consigo la capacidad y necesidad de cambiar de registro para poder obtener la comprensión” (p.38).



#### ***4.2.4 Reflexionar***

El proceso de investigación realizado y explicado en los capítulos anteriores dan cuenta de un trabajo donde se integró tanto al docente como a los estudiantes para lograr un proceso de enseñanza - aprendizaje efectivo, pertinente y eficiente logrando el aprendizaje y comprensión de los registros de representación semiótica en el aprendizaje de movimientos rígidos. En términos de Duval (citado por Ospina, 2012):

El reto de una investigación sobre la enseñanza de las matemáticas no es solo saber cuáles contenidos enseñar y de qué manera introducirlos en clase, sino también analizar las razones estructurales de los problemas de comprensión con los cuales se enfrenta la mayoría de alumnos de todos los niveles de enseñanza (p. 20)

Es así como luego de la intervención y aplicación de los instrumentos se verifico el análisis de los aprendizajes logrados por los estudiantes de grado quinto sobre movimientos rígidos en el plano a partir de sus representaciones semióticas, evidenciando un alto porcentaje (95%) de apropiación y comprensión de los conceptos geométricos mencionados anteriormente. Por otra parte, se demostró que a pesar del tiempo de educación remota que se vive actualmente en nuestro país los aprendizajes de los estudiantes y los docentes no se detienen. Aunque fue necesario ajustar y replantear algunas estrategias pedagógicas que permitieran el objetivo de esta investigación para lo cual se hizo uso de la plataforma Zoom y los grupos de WhatsApp. Este proceso de intervención permitió establecer procesos de reflexión pedagógica para contribuir a mejorar la calidad educativa uno de los fines de la investigación en acción que “contempla la intervención y la reflexión y es una vía de formación permanente, que permite al profesorado practicar la investigación en el aula para mejorar la calidad educativa” (Gutiérrez, 2007 p. 2).

Durante el primer ciclo de la investigación con la participación del docente y los estudiantes se logró hacer un diagnóstico donde se demostró la falta de apropiación de los registros de representación semiótica en el aprendizaje de movimientos rígidos en los estudiantes de grado quinto, identificando esta problemática se dio paso al ciclo II con intervención de formación dirigida al docente e intervención pedagógica con el grupo de estudiantes quienes a través de una secuencia didáctica fueron desarrollando sus aprendizajes apropiándose de nuevos conceptos geométricos los cuales desarrollaron habilidades matemáticas como razonamiento, resolución y formulación de procesos y procedimientos promoviendo su razonamiento. Desde la posición de López (2003) quien afirma que la principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría es “conectar a los alumnos con el mundo en el que se mueven pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana”. (p.2)

Además de la apropiación y aprendizaje de los registros de representación semiótica en el aprendizaje de movimientos rígidos se realizaron actividades didácticas que partieron desde el uso de material concreto, pasando por actividades de registros gráficos para llegar a desarrollar procesos abstractos que promovieron la comprensión de nuevos conceptos de geometría, estos momentos relacionados con el enfoque del método Singapur como se describe en capítulos anteriores. La implementación de las estrategias propuestas permitió involucrar el contexto de los estudiantes para posteriormente reflexionar que la geometría está inmersa en la vida cotidiana cuando se desplazan, giran o realizan recorridos reconociendo los movimientos rígidos y asimilaron que la geometría no se enmarca exclusivamente en figuras, polígonos y medidas como lo explicaron en el ciclo I.

Otro aspecto relevante de esta investigación es la planeación, organización y estructura curricular juega un papel importante para el logro de los aprendizajes teniendo en cuenta que las

actividades realizadas salieron de rutina de la ejercitación para llegar a trabajar en diferentes escenarios generando aprendizajes significativos en los estudiantes, como lo hace notar López (2003) “que los alumnos no recuerden la Geometría como una materia aburrida sino que se produzca un cambio en su actitud y se interesen por las actividades geométricas de una forma natural, es decir, que les resulte una materia atrayente y motivadora” (p.3)

## Conclusiones

Esta investigación permitió analizar y verificar en el grupo objeto de estudio la apropiación y el aprendizaje de los movimientos rígidos, teniendo en cuenta que tanto el docente (taller de formación docente Ciclo II) como los estudiantes interactuaron con objetos y situaciones de su contexto apropiándose de los movimientos (rotación, traslación, simetría), así mismo lograron explicar las conversiones de más de dos registros de representación semiótica, lo que indica según Duval que “se aprendió un determinado concepto matemático, una situación o un proceso” (citado por Diestra 2016, p. 139).

Así mismo y de acuerdo a los resultados obtenidos en la investigación se puede afirmar que con las actividades desarrolladas se evidenció una apropiación de las teorías didácticas por parte del docente y en el caso de los estudiantes, se logró que identificaran y describieran los diferentes tipos de representación semiótica para movimientos rígidos en el plano específicamente traslación, rotación y simetría, mediante el desarrollo de procesos matemáticos de comunicación, razonamiento y resolución de problemas lo que lleva a los estudiantes a ser matemáticamente competentes como se indica en los lineamientos curriculares.

En cuanto al diseño e implementación de la secuencia didáctica se estructuraron diferentes actividades que permitieron el proceso de enseñanza – aprendizaje de los registros de representación de los movimientos rígidos. Para ello se tuvo en cuenta los referentes de calidad (lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias) así como las orientaciones pedagógicas publicadas por el ministerio de educación nacional para el grado quinto específicamente. Por otro lado, se tuvo en cuenta una componente dinámica el cual estuvo

organizada por conocimientos, situaciones, experiencias e interacción con el contexto desde la etapa de los pre saberes hasta el uso de los conocimientos en contexto para evaluar los aprendizajes logrados. Así mismo con la socialización de esta secuencia al docente participante se aportaron herramientas para fortalecer su dominio curricular y el conocimiento didáctico del contenido el cual puede ser aplicado a su práctica de aula.

Por otra parte, esta propuesta evaluó a través de una prueba en línea a los 20 estudiantes que participaron en la investigación y de acuerdo a los análisis de los resultados se evidencio que el 86,8% comprenden la transformación y representación semiótica de los movimientos rígidos lo cual permite deducir el impacto positivo de la intervención en la institución objeto de estudio si se realiza la comparación con los resultados del ciclo I del cuestionario de los docentes y con las actividades de pre saberes propuestos en la secuencia. A su vez este instrumento puede ser un punto de partida para el docente participante quien conoció los resultados con el fin de establecer acciones de mejoramiento para continuar fortaleciendo los aprendizajes de los estudiantes.

Durante la investigación se pudo observar cómo un niño está en capacidad de definir términos a partir de imágenes y explicar los movimientos rígidos, identificar sus registros y diferentes conversiones, pero para futuras investigaciones se debe profundizar en actividades que lleven a tratamientos de registros de representación.

## Bibliografía

- Acevedo, J., & Camargo, L. (2011). El Tetris como mediador visual para el reconocimiento de movimientos rígidos en el plano (rotación y traslación)
- Angulo, G. L., Castillo Echeverry, J., & Niño Pérez, S. (2016). Propuesta de implementación del método Singapur para enseñar las matemáticas en niños de segundo de primaria en el gimnasio los arrayanes (Bachelor's thesis, Universidad de La Sabana).
- Beltrán Rodríguez, C. Y. (2017). Representaciones semióticas de la parábola utilizadas por los estudiantes de grado décimo (Master's thesis, Universidad de La Sabana).
- Castro, H., Martínez, E., & Figueroa, Y. (2009). Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del Decreto 1290 del 16 de abril de 2009. Evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes en los niveles de educación básica y media. Bogotá: MEN.
- Cortés, M. A. (2019). Las representaciones semióticas en la enseñanza de las ecuaciones lineales (Doctoral dissertation, Universidad Santiago de Cali)
- Curriculares, L. (1998). Matemáticas lineamientos curricular.
- Díaz-Barriga, Á. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. UNAM, México, consultada el, 10(04), 1-15.
- Diestra, G. M. (2016). Análisis de la Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales Aditivos de una etapa a través de los Registros de Representación Semiótica. UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 47, 137-161.
- D'Amore, B. (2002). La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución. Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (11).

- Ertmer, P., & Newby, T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance improvement quarterly*, 6(4), 50-72.
- Escobar Hoyos, G. (2016). Las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas en la resolución de problemas contextuales relacionados con el concepto de función cuadrática.
- Flores, J. G., Gómez, G. R., & Jiménez, E. G. (1999). Metodología de la investigación cualitativa. Málaga: aljibe.
- Fuentes, C. C., Gaviria, Y. R., Vásquez, P., & Márquez, J. (2011). Una secuencia didáctica para potenciar la elaboración de estrategias de resolución de problemas que involucren la identificación de propiedades de algunos poliedros en estudiantes de cuarto grado
- Garbarino, G. H. (s.f.) Alfabetización académica y comunidad disciplinar<sup>1</sup>. Aprender a enseñar: el desafío de la formación docente inicial y continua, 18.
- Gatica Silva, S. L. (2017). Representaciones semióticas y visualización en el aprendizaje de las transformaciones isométricas en el plano cartesiano (Doctoral dissertation, Universidad de Concepción)
- Gómez, B. R. (2011). Investigación de aula: formas y actores. *Revista educación y pedagogía*, 21(53), 103-112.
- Gómez, F., & González, D. (2013). Propuesta para la enseñanza de movimientos rígidos en el plano a partir de teselados.
- Gómez, P. (2010). Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas

- Gruszycki, A. E., Oteiza, L. N., Maras, P. M., Gruszycki, L. O., & Balles, H. A. (2012). Uso de Geogebra para potenciar las diferentes representaciones en geometría analítica. In Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, (págs. 520-523). Uruguay.
- Gutiérrez, E. (2007). Técnicas e instrumentos de observación de clases y su aplicación en el desarrollo de proyectos de investigación reflexiva en el aula y de autoevaluación del proceso docente. In XVIII Congreso Internacional de la Asociación para la Enseñanza del Español como Lengua Extranjera (ASELE)(pp. 336-342).
- Hernández, A., Cervantes, J., Ordoñez, J., & García, M. (2017). Teoría de registros de representaciones semiótica.
- Hernández, R. D., & Ospina, G. E. (2017). Ambiente de aprendizaje apoyado en tic de los movimientos rígidos en el plano, para movilizar el desarrollo del pensamiento espacial (Doctoral dissertation, Universidad Icesi)
- Hernández, V. M., & Víctor, M. (2002). La geometría analítica de Descartes y Fermat: ¿Y Apolonio? Apuntes de historia de las matemáticas, 1(1), 32-45.
- Hilaquita Inga, V. (2018). Método Singapur en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del quinto grado de educación primaria de la institución educativa mercedario san pedro pascual de la ciudad de Arequipa 2018.
- Ibarguen, Y., & Realpe, J. (2012). La enseñanza de la simetría axial a partir de la complementariedad de artefactos.
- Latorre, A. (2003). Investigación acción. Graó.
- López, M. B. (2003). Caracterización de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría en Primaria y Secundaria. Campo abierto, 24(1).



- Macías, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect*, 2, 27-57.
- Mamani, M., & Jotadelo, E. (2018). Eficacia del método Singapur para mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes del primer grado de educación primaria de la institución educativa bellavista del distrito de Juliaca.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). Mallas de aprendizaje grado cuarto. Recuperado de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-4.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). Mallas de aprendizaje grado quinto. Recuperado de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-5.pdf>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2018). Orientaciones pedagógicas. Siempre día E. Recuperado de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/Orientaciones\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/Orientaciones_Matem%C3%A1ticas.pdf)
- Montes, S. A. (2012). Una propuesta didáctica para la enseñanza de transformaciones geométricas en el plano con estudiantes de grado séptimo haciendo uso del entorno visual del juego Pac-Man. Facultad de Ciencias.
- Ochoa, J. A. V., & Vahos, H. M. R. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual Universidad católica del norte*, 1(27).

Ospina, D. (2012). Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto funcional lineal.

PEI. Institución Educativa Departamental La Florida. (2019). Anolaima, Cundinamarca

Pinto, H. D. (2016). El plano cartesiano, una idea sencilla cuyo desarrollo llevó dos milenios.

Reyes, M (2018), Aprendizaje del objeto fracción en diferentes registros semióticos a partir de una secuencia didáctica recuperado de [www.vocesyrealitydeseducativas.com/detalle\\_archivo2.php](http://www.vocesyrealitydeseducativas.com/detalle_archivo2.php)

Riascos, C., & Peña, J. (2012). Aprendizaje de la transformación de rotación en una secuencia didáctica que integra" Cabri Geometry II Plus" en 5° de educación básica.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. pna, 4(1), 1-14.

Rodríguez, V. M. (2014). La formación situada y los principios pedagógicos de la planificación: la secuencia didáctica. Ra Ximhai, 10(5), 445-456.

Rojas, L. F. O. (2010). Significado y sentido de los estándares básicos de competencias y su evaluación en la educación básica y media en Colombia.

Salazar, A. (2017). Estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de las transformaciones en el plano cartesiano en el grado sexto. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Suarez, P., & Reyes, A. (2018). Aprendizaje del objeto fracción en diferentes registros semióticos a partir de una secuencia didáctica. *Revista voces y realidades educativas*. Volumen 2.

Tamayo, Ó. E. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista educación y pedagogía*, 18, 37-49.

Torrecilla, F. J. M., & Javier, F. (2011). Investigación acción. Métodos de investigación en educación especial. *3ª Educación Especial*. Curso

## Anexos

### Anexo 1 – Cronograma de Actividades Proyecto de Investigación



UNIVERSIDAD PEDAGOGICA Y TECNOLOGICA DE COLOMBIA  
MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA  
ESTUDIANTE LISANDRO PAIPA PAIPA



#### CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES PROYECTO DE INVESTIGACION “REGISTROS DE REPRESENTACION SEMIÓTICA EN EL APRENDIZAJE DE MOVIMIENTOS RIGIDOS”

FECHA	ACTIVIDAD	TIEMPO	PARTICIPANTE
08/09/2020	Entrevista a docente	6:00 pm a 6:40 pm 40 min	Docente Andrés Vega
11/09/2020	Cuestionario Diagnostico Estudiantes	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
15/09/2020	Formación Docente “ Registros de Representación Semiótica”	6:00 pm a 7:00 pm 1 horas	Docente Andrés Vega
17/09/2020	Diseño y Socialización Secuencia Didáctica	6:00 pm a 7:00 pm 1 horas	Docente Andrés Vega
21/09/2020	Implementación Etapa Exploración Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
23/09/2020	Implementación Etapa Estructuración Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
25/09/2020	Implementación Etapa Estructuración Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
23/09/2020	Implementación Etapa Estructuración Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
28/09/2020	Implementación Etapa Transferencia Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
30/09/2020	Implementación Etapa Transferencia Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
02/10/2020	Implementación Etapa Cierre Secuencia Didáctica	7:00 am a 9:00 am 2 horas	Estudiantes grado 5
05/10/2020	Valoración aprendizajes mediante una prueba	7:00 am a 9:00 am 2 Horas	Estudiantes grado 5

## **Anexos 2 - Intervención Docente Comprensión de Conceptos de Geometría**

**Docente Participante:** Considero importante el aprendizaje del pensamiento geométrico ya que esto le permite a los estudiantes de una u otra forma razonar aspectos matemáticos que les permiten desarrollar su lógica, va ligado a figuras polígonos fórmulas como hallar el área de una figura polígono, pero realmente es muy importante porque permite al estudiante desarrollar eh también su lógica de una u otra manera más eh su pensamiento sea más lógico.

**Docente Participante:** Actualmente eh estamos trabajando diversos conceptos como lo son las simetrías de figuras, reflexión, traslación de figuras se inició trabajando los conceptos básicos de que es un polígono, eh actualmente ya hemos avanzado en el trabajo de las fórmulas, como se representa una figura en el plano, las coordenadas y pues esto ha permitido que los estudiantes hayan avanzado progresivamente en su aprendizaje desafortunadamente eh estos conceptos no los tenían muy claros, no ha sido fácil llevar estos conceptos a los estudiantes.

**Docente Participante:** Estrategias para enseñar un concepto en geometría aprovechando el uso de las tecnologías digitales eh he aplicado herramientas de realidad aumentada con el fin de que ellos desarrollen el pensamiento geométrico.

**Docente Participante:** En cuanto a una experiencia significativa surgió la idea de realizar un proyecto en robótica donde los estudiantes eh asertivamente empezaron a hacer la programación de su robot, dinosaurios, juguetes en forma geométrica gracias a las figuras que estos elementos tenían.

**Docente Participante:** Para evaluar se deben tener en cuenta los derechos básicos que es lo mínimo que se debe tener en cuenta para soportar la evaluación eh actualmente las evidencias eh que están enfocadas en una guía, eh pues por lo general se tiene en cuenta que el estudiante

tenga por lo menos claro los conceptos básicos, que es una figura geométrica, eh cuáles son sus diferentes formas, movimientos, como hallar el área de una figura eh como hallar el perímetro de una figura conceptos que se van viendo en el día a día y en las clases.

### **Registros de Representación Semiótica**

**Docente Participante:** No, no señor no he escuchado hablar acerca de los registros de representación semiótica, eh quizás de pronto como concepto representación no.

**Docente Participante:** Participación activa, actualmente a través del uso recurso wasap el medio por el cual nos hemos podido conectar eh a través de los videos, participaciones, también a través del desarrollo de una buena guía orientada que cumpla con las condiciones para que el estudiante realmente comprenda la terminología, comprenda la usabilidad del concepto y su alcance pues realmente se puede llegar a una comprensión de los conceptos.

**Docente Participante:** Utilizo el registro gráfico en mis clases, pero no empleo este concepto en actividades con mis estudiantes.

**Docente Participante:** Para mí es muy bueno como docente conocer esta teoría y así poder enseñar a mis estudiantes en futuros escenarios pedagógicos.

### **Enseñanza de movimientos rígidos**

**Docente Participante:** Actualmente se está contemplando el plano cartesiano el concepto que se está trabajando con los estudiantes y pues eh movimientos rígidos eh quizás como tal esa palabra no está contemplada en el plan de área más bien se habla de otro tipo de movimientos como reflexión, traslación, eh rotación, pero no como tal la palabra movimientos rígidos.

**Docente Participante:** De pronto a veces los medios no me permiten establecer el como esa relación eh que quisiéramos sobre todo los medios digitales, siempre considero la parte de interacción con el estudiante es muy importante eh porque hay que observar la expresión del estudiante, escucharlo, eh conocer también cuáles son sus dudas frente a la temática.

**Docente Participante:** Eh cada día es importante apropiarnos de nuevas experiencias porque los conceptos en geometría siempre van a estar en matemáticas en geometría escasamente cambian un poquito pero los aprendizajes los proyectos las ideas que se reciban para fortalecer estos conocimientos y sobre todo para poder llevarlos al aula son totalmente bienvenidas, yo creo que son las razones por las que me gusta la geometría, las matemáticas la tecnología y poder afrontar nuevos retos... a buscar nuevas estrategias que nos permitan llegar a los estudiantes de una manera más receptiva y pues que el aprendizaje sea lo más eficiente posible en el aula.

**Docente participante:** muy bien excelente profe interesante la formación, es decir que según la teoría que hemos trabajado si un estudiante realice una conversión en dos o tres registros significa que él entendió y comprendió el contenido conceptual a la perfección.

**Docente participante:** el día de hoy despeje mis dudas frente a lo que son los registros de representación, no sabía que era una teoría y que es una teoría novedosa que se está aplicando para dar a entender los contenidos, lo trabajaba en el aula sin conocer a fondo autores, registros, conversión y tratamiento. Me gustaría ahondar acerca de esta teoría, estoy seguro que durante las clases que se van a desarrollar voy a aprender más de esta teoría.

**Docente participante:** Implementar en el aula estas actividades permite a los niños desarrollar el razonamiento y formulación, el tratamiento y resolución de problemas, la modelación la comunicación y la ejercitación competencias propias propuestas por lo estándares

para el aprendizaje de las matemáticas. Permitiría a los niños manejar diferentes registros de representación, pasar del registro número a un registro gráfico, a un tabular.

**Docente participante:** Para seguir implementando estos aprendizajes en el aula me gustaría que nos regalarán la secuencia didáctica y la presentación para seguir aprendiendo sobre estos temas y para actualizar el plan de estudios y el plan de aula tanto en grado cuarto como en grado quinto, y así poder organizar otras actividades para continuar implementando esta propuesta, de ella rescataría muchas cosas para evaluar procesos de cambio con nuevas propuestas.

**Docente participante:** Esta propuesta le va a enseñar a los estudiantes que la matemática está presente en el ambiente y en muchas cosas, donde los niños solo se quedan con el objeto y los números desconociendo otras realidades donde se aplica la geometría como no lo presenta esta propuesta.



## Anexo 3 - Carta Aceptación Propuesta Institución Objeto de Estudio.



Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Tunja 03 de septiembre de 2020

Licenciada  
Luz Amanda Duarte Pacheco  
Institución educativa departamental La Florida  
Anotalma Cundinamarca

**Asunto:** Aval de Actividades de Investigación estudiante Facultad de Educación Maestría en Educación matemática

Apreciada Rectora

Tengo el gusto de presentarme soy LISANDRO PAIPA PAIPA identificado con cédula de ciudadanía número 1054120374 de Monguí Boyacá con código número 201913895 estudiante de la Maestría en Educación Matemática, actualmente me encuentro desarrollando un proyecto de investigación que tiene por título "REGISTROS DE REPRESENTACION SEMIÓTICA EN EL APRENDIZAJE DE MOVIMIENTOS RIGIDOS" dirigido a estudiantes de grado 5° (Sede Jhon F Kennedy), en el área de matemáticas énfasis en el pensamiento geométrico con el acompañamiento, participación y supervisión de los estudiantes y del docente que orienta esta área, este proyecto está pensado y ajustado a la flexibilización curricular teniendo en cuenta la situación actual de la emergencia sanitaria y la mediación de las TIC.

Como estudiante tengo los siguientes propósitos:

- ❖ Promover encuentros pedagógicos de formación docente específicamente en el componente disciplinar de los registros de representación semiótica en el aprendizaje de movimientos rígidos.
- ❖ Facilitar la comprensión de objetos matemáticos en el plano cartesiano, a partir del uso de representaciones semióticas y la descripción epistemológica del plano cartesiano.
- ❖ Diseñar situaciones didácticas que involucren el plano cartesiano según el estudio histórico realizado y los aportes del análisis de libros de texto.
- ❖ Utilizar las representaciones semióticas para mejorar la comprensión de objetos matemáticos en el plano cartesiano.
- ❖ Evaluar la comprensión de los estudiantes en la transformación y representación semiótica de objetos matemáticos en el plano cartesiano.

Para lograr los objetivos propuestos se utilizarán los siguientes instrumentos: una encuesta dirigida al docente, un taller a los estudiantes, el diseño e implementación de la secuencia didáctica en el horario establecido por la Institución. El tiempo para el desarrollo de estas actividades estará comprendido entre 5 de septiembre al 5 de noviembre de 2020.

Le agradecemos la autorización para realizar dicho proyecto en su Institución y toda la colaboración que me pueda brindar con el propósito de que mis resultados sean de beneficio para la comunidad académica de la Institución.

Cordialmente.

Lisandro Paipa Paipa  
Estudiante de Maestría en educación matemáticas  
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia  
Celular 3115926955

## Anexo 4 – Consentimiento Informado



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



### CONSENTIMIENTO INFORMADO

Por medio de la presente, solicito comedidamente su colaboración y participación en el Trabajo de Grado que se llevara a cabo como proceso formativo en el curso de Investigación de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia UPTC.

El proyecto es liderado por el estudiante LISANDRO PAIPA PAIPA, y se denomina "REGISTROS DE REPRESENTACION SEMIÓTICA EN EL APRENDIZAJE DE MOVIMIENTOS RIGIDOS"

El propósito de este estudio es:

Mejorar los procesos cognitivos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas con la ayuda del plano cartesiano, para fortalecer aprendizaje de movimientos rígidos en los estudiantes de grado 5 (501 - 502) de la Institución Educativa Departamental la Florida Sede Jhon F. Kennedy.

Su participación en este estudio requiere de encuentros sincrónicos a través de plataformas virtuales (zoom), encuestas estructuradas individuales, actividades en plataforma, uso de herramientas y recursos TIC desarrollo de talleres, toma de evidencias fotográficas y videos con fines exclusivamente de investigación pedagógica. Cabe aclarar que su participación en el proceso de investigación no tiene consecuencias académicas ni personales, y la información recolectada solo será manejada con fines investigativos y sus datos personales estarán en absoluta reserva.



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Por lo anterior, su participación en este estudio es totalmente voluntaria. Si usted desea retirarse del proyecto, puede hacerlo sin que esto le genere algún perjuicio. Los resultados del estudio se van a usar para comprender ¿Cómo el uso de representaciones semióticas ayuda a los estudiantes en el aprendizaje de los movimientos rígidos traslación, rotación, reflexión en el plano cartesiano? Al igual que las grabaciones se podrán utilizar en eventos académicos u otros procesos investigativos futuros.

Si tiene alguna inquietud, puede comunicarse con el estudiante Lisandro Paipa Paipa  
Email: [lisandropaipa@hotmail.com](mailto:lisandropaipa@hotmail.com)

Yo \_\_\_\_\_ identificado con cc N° \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ Acepto voluntariamente y deseo que mi hij@ \_\_\_\_\_ del grado 5-01 participe en esta investigación, conducida por el docente Lisandro Paipa, estudiante de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

En constancia se firma a los \_\_\_\_ días del mes de \_\_\_\_\_ del año \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Firma del Padre de Familia  
C.C

\_\_\_\_\_  
Firma del estudiante participante  
T.I

## Anexo 5 – Diario de Campo del Investigador



### Diario de campo del Investigador (fase de intervención)



Nombre del docente					
Fecha		Plataforma	Zoom	Tema	Fortalecimiento del conocimiento disciplinar
Objetivo	Fortalecer la formación docente en torno a la conceptualización y el uso de registros de representación semiótica para el aprendizaje de los movimientos rígidos				
Descripción			Reflexión o comentarios		

## Anexo 6 – Entrevista Docente

### INSTRUMENTOS

#### Entrevista

Soy estudiante de Maestría en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, estoy realizando una investigación acerca de la comprensión de los movimientos rígidos en el plano cartesiano. Hoy me gustaría entrevistarte la cual está dividida en 2 partes. En la primera parte, te haré preguntas sobre tu proceso de formación y experiencia docente, en la segunda las preguntas estarán orientadas a indagar sobre el conocimiento disciplinar respecto de los movimientos rígidos utilizando el instrumento plano cartesiano, a partir del uso de representaciones semióticas. No se dará a conocer tu identidad, y que esta entrevista será grabada, la información será absolutamente confidencial, si en algún momento no te sientes cómoda con alguna pregunta, podemos parar la entrevista.

1. Para iniciar quisiera que me comentaras ¿qué títulos tienes?
2. ¿Qué materias orientas en este momento?
3. ¿Cómo llegaste a ser docente de quinto de primaria?
4. ¿Consideras importante el aprendizaje del pensamiento geométrico en el aula, puedes dar algunas razones?
5. ¿Qué conceptos en geometría enseña a tus estudiantes?
6. ¿Qué recuerdas sobre el instrumento plano cartesiano?
7. ¿Has escuchado sobre los registros de representación semiótica, conoces alguno?
8. ¿Qué estrategias conoces para desarrollar la comprensión de un concepto de geometría con tus estudiantes?
9. ¿Dentro de tu plan de área en matemáticas, contemplan la enseñanza de movimientos rígidos utilizando el plano cartesiano, puedes dar algunas razones?
10. ¿Cómo evidencias una participación activa de tus estudiantes en el área de geometría?
11. ¿Consideras que tu forma de enseñar geometría es receptiva por tus estudiantes?  
¿Por qué?
12. ¿Podrías contarme alguna experiencia significativa en la enseñanza de la geometría?
13. ¿Qué aspectos tienes en cuenta para evaluar el aprendizaje de los estudiantes en geometría?

## Anexo 7 – Guía de Observación de Clase



GUIA DE OBSERVACIÓN DE CLASE



FECHA:

DOCENTE:

AREA:

Responde, describiendo lo observado en la clase.

¿Se da a conocer el propósito de la clase? ¿Cómo?
¿Se realizan preguntas a los estudiantes, para evidenciar el aprendizaje en cuanto a registro de representación semiótica y movimientos rígidos? Mencione ejemplos
¿Cuáles instrumentos, recursos o herramientas utilizan el docente en el proceso de enseñanza aprendizaje y cuales centran la atención de los estudiantes?
¿La forma de trabajo propicia el aprendizaje en los estudiantes? ¿Por qué?
¿Los estudiantes hacen uso de los instrumentos de evaluación?
¿Los estudiantes reciben retroalimentación frente a sus interrogantes?
¿Qué fortalezas y debilidades observo en los estudiantes durante la clase?

# Anexo 8 – Cuestionario de Entrada



## TALLER DE ESTRATEGIAS PARA ORIENTAR LA ATENCION DE LOS ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO EN EL PENSAMIENTO GEOMETRICO

Lugar:	Cuarto de estudio: Habitación, Garsje, patio, etc.
Tiempo:	2 Horas
Objetivo:	Identificar la percepción que tienen los estudiantes de grado quinto sobre los movimientos rígidos (rotación, traslación y reflexión) utilizando el plano cartesiano, mediante actividades de interacción y experimentación.
Inicio:	Presentación y Explicación de las actividades.

### Actividad para romper el hielo

Se da la bienvenida a los estudiantes y se realiza la presentación explicando que van a participar en la actividad "Te invito a experimentar movimientos rígidos en el plano" donde a través de una serie de actividades de indagación podré identificar tus conocimientos y aprendizajes de estos movimientos.

### Dinámica

Cada estudiante se ubica en el espacio que tiene destinado para realizar la actividad, elaboran siete fichas y las marcan con estación 1, estación 2, y así sucesivamente hasta la estación siete, se invitan a construir un plano cartesiano de gran tamaño (empleando cuerdas, cintas o el material que consideres pertinente), para ubicar parejas ordenadas que se construirán al azar con fichas del 1 al 10, mostraras tu plano en la plataforma y me enviaras una foto.

### Desarrollo

Se realizará a través de estaciones las cuales están enumeradas del 1 al 7, con cada una de las preguntas que corresponde a una estación, se propondrá un ejercicio lógico matemático **Ejemplo:**  $4 \times 3 + 6$  el primero que responda tendrá la opción de escoger la estación que todos trabajaran, se asignara un tiempo con cronometro de 10 min para el desarrollo de cada estación. Al final se les pedirá a los niños que elaboren una carita (triste, regular o feliz) y la presentaran para expresar de manera formativa como se sintieron en la actividad.

## ACTIVIDAD

### ESTACIÓN 1



- Cuéntame, ¿qué has aprendido en geometría?

### ESTACIÓN 2

¿Explica con tus palabras qué entiendes por plano cartesiano (ideas)?



### ESTACIÓN 3

Observa las siguientes figuras, determina 5 puntos vértices que estén en cualquier figura, completa la tabla con su respectiva pareja ordenada que comprende el punto seleccionado, su coordenada del eje X y del eje Y, luego completa la notación como se muestra en la tabla.

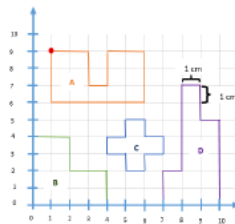


Figura 1

PAREJAS	TABLA		NOTACION
	X	Y	
(1,9)			A19

Figura 2

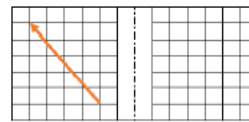
Observa detenidamente la Figura 1 y la Figura 2 y luego responde

- Crees que el registro tabular corresponde a la figura número \_\_\_\_\_ porque \_\_\_\_\_
- Crees que el registro gráfico corresponde a la figura número \_\_\_\_\_ porque \_\_\_\_\_



### ESTACIÓN 4

Fijate en la cuadrícula, puedes dibujar una flecha simétrica a la siguiente

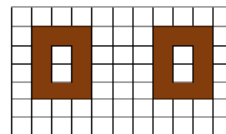


- Puedes explicar con tus palabras el término simétrico



### ESTACIÓN 5

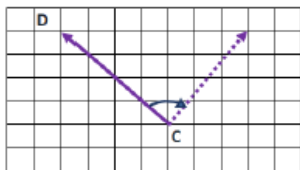
Fijate en el dibujo y dí cuántas unidades y en qué sentido se ha trasladado la figura con forma de O.



Explica tu respuesta

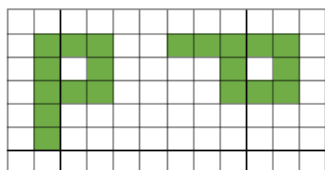
### ESTACIÓN 6

La flecha  $\overline{CD}$  de la figura se ha girado, ¿cuántos grados ha sido el giro y en qué sentido?



### ESTACIÓN 7

¿La siguiente figura ha sufrido dos movimientos me podrías explicar cuáles?



- ✓ La recolección de datos (respuestas que darán los estudiantes en cada estación) se hará a través de fotografías las cuales serán enviadas en formato pdf, la cual será enviada por medio de wasap o email.
- ✓ Estas evidencias son las que permitirán hacer un análisis de resultados para, lo cual permitirá o dará paso a la planeación de la secuencia didáctica para fortalecer los aprendizajes en registros de representación semiótica en el aprendizaje de movimientos rígidos.

# Anexo 9 – Secuencia Didáctica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SECUENCIA DIDÁCTICA DE GEOMETRÍA  
GRADO QUINTO  
DOCENTE LISANDRO PAIPA PAIPA



SECUENCIA DE ENSEÑANZA  
AULAS INVESTIGATIVAS

Área : Matemáticas	Asignatura: Geometría
Periodo: Segundo	Grado: Quinto
Fecha Inicio:	Fecha Finalización:

### Aprendizajes Esperados:

- ✓ Interpreto la definición de simetría, la asocio con situaciones reales y empleo el instrumento plano cartesiano.
- ✓ Interpreto la definición de rotación, la asocio con situaciones reales.
- ✓ Realizo rotaciones de polígonos sobre el plano cartesiano.
- ✓ Relaciono una traslación realizando desplazamientos por la ciudad.
- ✓ Realizo la traslación de puntos sobre el plano.
- ✓ Traslado figuras planas sobre el plano cartesiano.

### ¿SABES CUÁLES SON LOS MOVIMIENTOS RIGIDOS?

### EMPEZARAS A TRABAJAR EL MARTES 22 DE SEPTIEMBRE

#### Exploración (mis pre saberes) Hora de razonar...!



➤ Primera misión: Trotando sin parar buscaras los siguientes materiales



INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SECUENCIA DIDÁCTICA DE GEOMETRÍA  
GRADO QUINTO  
DOCENTE LISANDRO PAIPA PAIPA



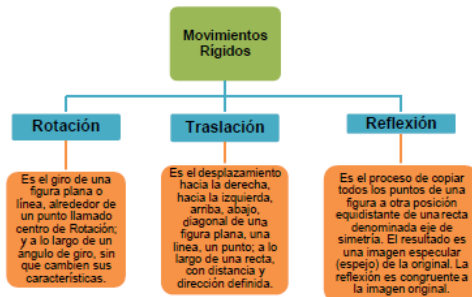
➤ Octava misión: Revisa los términos que están en negrilla y sin ayuda de ninguna fuente de información defínelas con tus propias palabras y de acuerdo a las experiencias de los ejercicios

#### Estructuración: Hoy aprenderemos a

Lee detenidamente y en voz alta la siguiente explicación



Identificar y reconocer los movimientos rígidos en el plano y además poder conjeturar (suponer) sobre las consecuencias que se ven al aplicar uno o varios movimientos rígidos en el plano a una figura geométrica.



Ahora les invito a prestar mucha atención, iré nombrando el estudiante que me ayudara a leer en voz alta, he preparado para ustedes una presentación en power point que nos ayudara que son los registros de representación, recuerden tomar apuntes de lo que consideren importante.

➤ Novena misión: Regresa nuevamente a la misión 2, 3, 4 y 5, teniendo en cuenta la información del anterior esquema identifica que movimiento rígido se realizó en cada una de estas misiones y por qué, debes justificar tu respuesta.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SECUENCIA DIDÁCTICA DE GEOMETRÍA  
GRADO QUINTO  
DOCENTE LISANDRO PAIPA PAIPA



➤ Segunda misión ¿Has jugado alguna vez picho de botella o has visto jugar? ¿En qué consiste este juego?, bueno hora de jugar picho de botella y observar detenidamente lo que pasa, luego explica con tus palabras ¿Qué ocurre con la botella?

➤ Tercera misión: Ubícate frente a la puerta de tu cuarto, gira media vuelta hacia la derecha, desde ese mismo lugar gira un cuarto de vuelta a la izquierda. Explica que tipo de movimientos realizaste

➤ Cuarta misión: Ahora tomaras el cuaderno y el lápiz, ubícalos sobre la mesa y los pondrás a girar, ¿Qué diferencias y similitudes observas entre los giros del cuaderno y del lápiz? ¿Quién le imprime la dirección al giro?

➤ Quinta misión: Buscaras un espacio amplio, pensaras en el desplazamiento que realizas desde tu casa hasta la biblioteca, el parque, el hospital o la iglesia. En ese espacio representarás los puntos de referencia (lugares por donde pasas antes de llegar a tu destino) con objetos, letreros que permitan observar por donde vas pasando. Luego grabaras un video realizando y explicando el desplazamiento y empleando los puntos de referencia.

➤ Sexta misión: Imagina que eres un guía turístico, Si una persona se acerca a ti a preguntarte que le indiques cómo llegar al parque principal ¿de qué forma le explicas cómo puede llegar (emplea en tu descripción giros, desplazamientos)? Utiliza texto e imágenes.

➤ Séptima misión: Toma la manzana y haz un corte por la mitad, luego toma un espejo refleja la mitad de la manzana. Describe lo que observas en este ejercicio podrías representarlo con imágenes y palabras.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SECUENCIA DIDÁCTICA DE GEOMETRÍA  
GRADO QUINTO  
DOCENTE LISANDRO PAIPA PAIPA



➤ Decima primera Misión: Vamos a trabajar en nuestro geoplano (7 retos)

Vamos a convertir nuestro geoplano en un plano cartesiano de la siguiente manera:

- Tomaras la parte horizontal y debajo de cada puntilla numeraras del 1 hasta donde sea posible, esa parte horizontal representara nuestro eje de coordenadas Y.
- Tomaras la parte vertical y debajo de cada puntilla numeraras del 1 hasta donde sea posible, esa parte vertical representara nuestro eje de coordenadas X.
- No olvides que luego de resolver cada misión debes tomar una foto y enviar evidencia.



y representalos en la siguiente tabla:

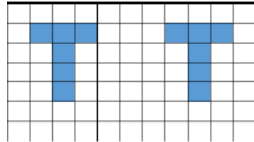
Reto 1: Observa la cuadrícula y representa una flecha simétrica a la imagen en tu geoplano.

Observa y explica que tipo de movimiento se empleó en el ejercicio, luego toma tres puntos por donde pase la flecha simétrica





Pareja ordenada (X,Y)	Coordenada eje X	Coordenada eje Y



**Reto 2:** Fíjate en el dibujo representalo en tu geoplano y explica cuántas unidades y en qué sentido se ha trasladado la figura con forma de T.  
 Como explicarías este movimiento de manera verbal si lo realizaras en un día cotidiano.

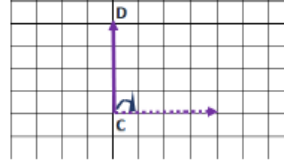
**Reto 3:** Con la lana traza el eje de simetría a las siguientes letras, construye dos ejemplos más y no olvides tomar fotos para la respectiva evidencia.

A      D      M      B

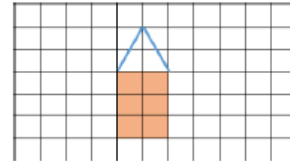
**Reto 4:** Pon tus manos encima de la mesa ¿cómo son: simétricas o una es la traslación de la otra?  
 Realiza un dibujo de tus manos y explica tu respuesta



**Reto 5:** Representa con cauchos la flecha CD en tu geo plano. Con cauchos de otro color representa este giro ¿de cuántos grados ha sido el giro? ¿En qué sentido?  
 Construye un ejemplo más, igual al anterior donde realices este tipo de movimiento.



**Reto 6:** Representa en el geo plano la siguiente figura, utiliza los cauchos para trasladarla las unidades que quieras a la derecha y otras unidades hacia abajo. Representa la figura final con cauchos en el geo plano.



De la figura final toma tres puntos de ella y representalos en la siguiente tabla.

Pareja Ordenada (X,Y)	Coordenada en el eje X	Coordenada en el eje Y



SECUENCIA DE ENSEÑANZA  
 AULAS INVESTIGATIVAS

Cierre o evaluación: Verifico mi aprendizaje o propongo mis inquietudes

➤ Decima segunda misión: **Juego con las traslaciones**

➤ Encuentra el camino más corto para ir desde la salida "S" hasta cada uno de los objetos señalados

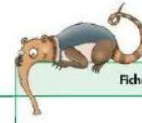
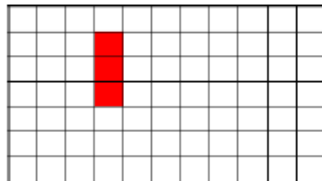


Al terminar de trazar el camino, escribe en tus palabras cuáles fueron las traslaciones y rotaciones que se realizaron durante los recorridos.



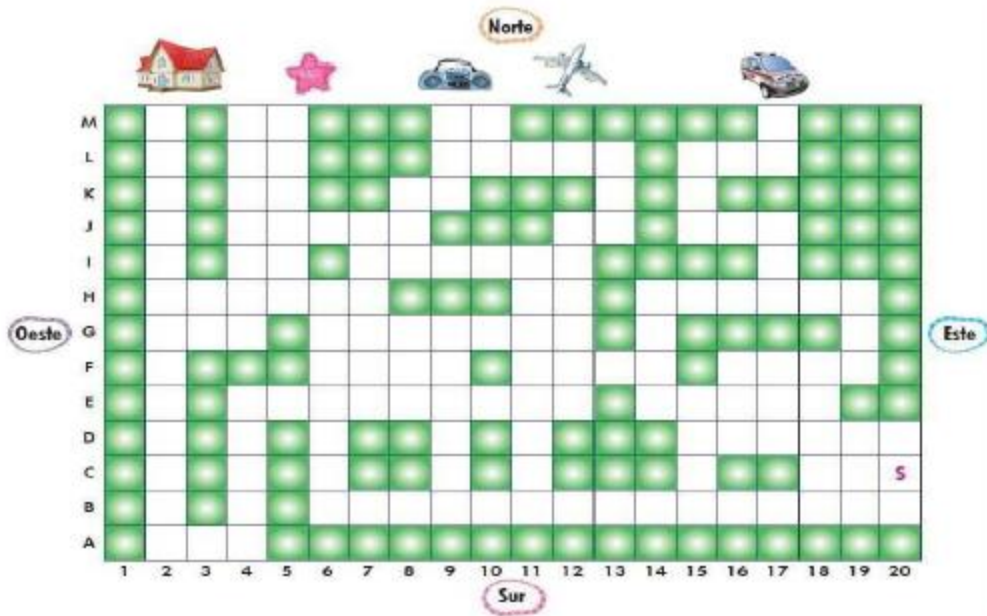
**Reto 7:** Vamos ahora a observar la siguiente figura, la representamos en nuestro geo plano, luego la giramos en sentido de las manecillas del reloj y la representamos, extrae dos puntos de las figuras e indica que coordenadas tiene.

Explica los movimientos que realizaste para lograr la misión.



Fichas de traslaciones

	▶ _____ ▶ _____
	▶ _____ ▶ _____
	▶ _____ ▶ _____
	▶ _____ ▶ _____
	▶ _____ ▶ _____





¡Has llegado a la meta! Hora de valorar tus aprendizajes...

Aprendizaje	Si	Algunas veces	No
Interpreto la definición de simetría, la asocio con situaciones reales y empleo el instrumento plano cartesiano.			
Interpreto la definición de rotación, la asocio con situaciones reales.			
Realizo rotaciones de poligonos sobre el plano cartesiano.			
Relaciono una traslación realizando desplazamientos por la ciudad.			
Realizo la traslación de puntos sobre el plano.			
Traslado figuras planas sobre el plano cartesiano.			

# Anexo 10 – Retos

2020

**RETOS**

LISANDRO PAIPA PAIPA

Resuelve

$4 \times 3 + 6 = ?$

**Adivina**

Hay un número que muy valiente se creía, pero cuando su cinturón le quitabas todo su valor perdía.

3

**QUIEN SOY**

Este era un número impar, pero un día la vuelta boca abajo se dio y en un número par se convirtió.

4

**RETIRA DOS PALILLOS PARA FORMAR 4 CUADROS IGUALES**

5

Adriana y Jerónimo juegan bolos. Observa los puntajes que pueden obtener:

- Por derribar un gana 1 punto
- Por derribar un gana 10 puntos
- Por derribar un gana 100 puntos

SI JERONIMO DERRIBO 3 ROSADOS, DOS AZULES Y ADRIANA 3 VERDES Y 4 AZULES CUANTOS PUNTOS HICIERON LOS DOS EN TOTAL

6

Una jarra grande de jugo alcanza para servir 6 vasos.

Una jarra mediana de jugo alcanza para servir 4 vasos.

• ¿Cuántas jarras de jugo se necesitan para servir 24 vasos?

JARRAS GRANDES Y  JARRAS MEDIANAS

Resuelve

$9 \times 8 + 15 = ?$

7

## Anexo 11 – Prueba Final



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
LEONARDO TRAFIA RAMÍREZ



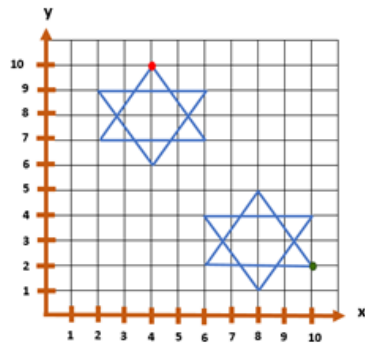
### PRUEBA FINAL



Teniendo en cuenta los temas vistos desarrolla la siguiente prueba

Observa la gráfica, teniendo en cuenta la información de esta responde las preguntas 1 y 2

1. El siguiente dibujo muestra un ejemplo de:



- a) Rotación
- b) Simetría
- c) Traslación
- d) Todas las anteriores



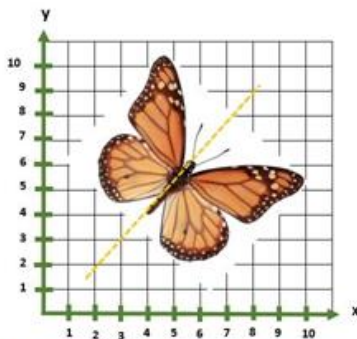
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
LEONARDO TRAFIA RAMÍREZ



2. En las figuras encuentras dos puntos: uno rojo y uno verde, estos tienen como coordenadas, respectivamente:

- a) (4,10) y (10,2)
- b) (10,4) y (2,10)
- c) (4,6) y (8,1)
- d) (8,1) y (6,7)

En la siguiente grafica encontraras una fotografía de la vida real de una hermosa mariposa teniendo en cuenta el dibujo responde las preguntas 3 y 4



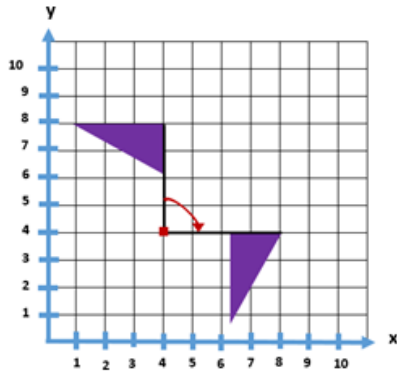
3. En el dibujo podemos ver un claro ejemplo de:

- a) Rotación
- b) Traslación
- c) Simetría
- d) Ninguna de las anteriores

4. El eje de simetría pasa por los puntos:

- a) (3,3) y (8,9)
- b) (4,2) y (7,2)
- c) (10,7) y (1,5)
- d) (2,9) y (6,5)

A continuación, encontraras la gráfica de un banderín, teniendo en cuenta esta responde las preguntas 5 y 6



5. En la figura se puede ver una rotación del banderín de:

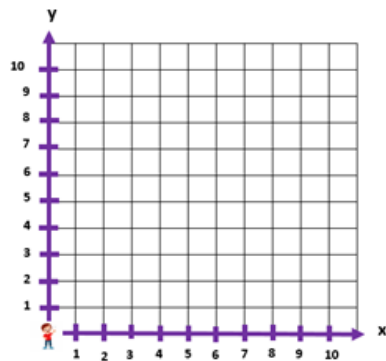
- a) 90 grados en sentido de las manecillas del reloj
- b) 90 grados en sentido contrario a las manecillas del reloj.
- c) 45 grados en sentido de las manecillas del reloj.
- d) 45 grados en sentido contrario a las manecillas del reloj.

6. Son coordenadas pertenecientes a la figura luego de la rotación:

- a) (8,4) y (7,3)
- b) (7,2) y (6,4)
- c) (5,4) y (7,2)
- d) Ninguna de las anteriores

Para responder las preguntas 7 y 8 lee con atención la siguiente información:

Juan se encuentra en el punto (0,0) del siguiente mapa y desea realizar los siguientes desplazamientos:



- Dos unidades hacia arriba
- Cuatro unidades a la derecha
- Tres unidades hacia arriba
- Cinco unidades a la derecha
- Cuatro unidades hacia arriba
- Tres unidades a la izquierda

7. Después de realizar todo el recorrido, Juan llegó al punto de coordenadas:

- a) (6,9)
- b) (7,9)
- c) (6,8)
- d) (7,8)

8. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa: las parejas ordenadas de los puntos a los que llegó Juan en los tres primeros movimientos fueron.

Movimiento	Pareja Ordenada
1	(0,2)
2	(4,2)
3	(5,5)

- a) Verdadero se encuentran las coordenadas de los tres primeros movimientos.
- b) Falso la pareja ordenada del primer movimiento no corresponde.
- c) Falso la pareja ordenada del segundo movimiento no corresponde.
- d) Falso la pareja ordenada del tercer movimiento no corresponde.

9. Cuáles de las siguientes letras resultan ser simétricas

a) 

c) 

b) 

d) Todas las anteriores

10. Los siguientes son ejemplos de rotaciones en la vida cotidiana.



a) Llanta de carro en movimiento



b) Segundero de un reloj.



c) Abrir y cerrar una puerta

d) todas las anteriores.