

EL APRENDIZAJE DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES (GUÍAS DIDACTICAS
EN VIRTUALIDAD)

DUVAN ALBERTO CUY BAUTISTA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUNJA

2021

EL APRENDIZAJE DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES (GUÍAS DIDACTICAS
EN VIRTUALIDAD)

DUVAN ALBERTO CUY BAUTISTA

Trabajo de grado presentado al programa de Maestría en Educación Matemática de
la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia como requisito parcial para optar el

título de:

Magister en Educación Matemática.

Director:

Dr. PUBLIO SUÁREZ SOTOMONTE

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUNJA

2021

AGRADECIMIENTOS

Este apartado en lo personal, es especial, debido a que las personas debemos ser agradecidas en cada momento de la vida. Haciendo uso de este espacio quiero agradecer a mi Dios, al cual acudí en innumerables ocasiones en busca de su ayuda ; a mis queridos padres AURORA BAUTISTA Y JOSE CUY por haberme dado la vida; a mi hermano BERNARDO CUY y hermana YAZMIN CUY quienes de alguna manera siempre me acompañaron; a mis compañeros de la maestría, quienes fueron parte de este proceso; a mi director de tesis Dr PUBLIO SUÁREZ SOTOMONTE quien con su inagotable sabiduría supo guiarme; a mi novia MARIA CAMILA TORRES quien siempre fue un apoyo incondicional; a la Institución Educativa la Inmaculada del municipio de Orocué, junto al señor rector por permitirme desarrollar el proyecto; y por último a los más importantes, los estudiantes de grado séptimo que hicieron parte de la investigación.

Tabla de contenido

Resumen	7
Abstract.....	9
Introducción	11
Capítulo I: Generalidades.....	14
Planteamiento del problema.....	14
Objetivos	16
Objetivo general.....	16
Objetivos específicos	16
Justificación	17
Capítulo II: Referentes teóricos.....	21
Antecedentes	21
A nivel internacional.....	21
A nivel nacional.....	24
A nivel local.....	26
Marco teórico	28

Algunas representaciones de la fracción.....	28
Aprendizaje autónomo	32
Teoría de los Registros de las Representaciones Semióticas (TRRS)	36
Fracciones en el colegio	42
Capítulo III: Diseño metodológico.....	49
Marco metodológico.....	49
Tipo de estudio	49
Diseño de la investigación	52
Fases de la investigación.....	55
Validación de instrumentos para la recolección de información	57
Procedimiento para el análisis de los datos	58
Capítulo IV: Resultados y discusión	59
Análisis de resultados	59
Unidades de análisis.....	59
Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica	60
Análisis de resultados de las guías didácticas	68
Análisis primera actividad	69

Análisis segunda actividad	73
Análisis tercera actividad	76
Análisis cuarta actividad.....	79
Conclusiones	84
Referencias bibliográficas	92
Anexos.....	98
Anexo 1: Consentimientos informados	98
Anexo 2: Prueba diagnóstica	102
Anexo 3: Primera guía “Fracción como parte del todo”	106
Anexo 4: Segunda guía “Fracciones propias e impropias”	113
Anexo 5: Tercera guía “Dominó de fracciones propias”.....	124
Anexo 6: Cuarta guía “Suma y resta de fracciones”	132

Resumen

Esta monografía tiene como propósito analizar el aprendizaje de un grupo de estudiantes de séptimo grado, de la Institución Educativa la Inmaculada, ubicada en el Municipio de Orocué-Casanare en el área de Matemáticas, con el tema relacionado a las fracciones, el estudio inicia aplicando un examen, donde se logra evidenciar algunas dificultades en la comprensión y desarrollo de la fracción parte-todo, desarrollo de las operaciones suma y resta. Gracias a lo que se encuentra, se da paso a pensar, crear y desarrollar una serie de guías didácticas basadas en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval.

Por otra parte, se busca la idea de poder llegar de forma diferente debido a la Covid-19, la cual obligó a la población mundial a mantener un aislamiento obligatorio, llevando a la comunidad educativa a hacer uso de guías como único medio de comunicación con los estudiantes, debido a la ubicación geográfica y nivel socio económico de la institución, se busca lograr pasar los diferentes obstáculos encontrados en el examen inicial. La investigación tiene un enfoque cualitativo con el fin de poder explicar el desarrollo a las diferentes actividades propuestas a los estudiantes, la metodología de investigación empleada es la investigación acción, todo se desarrolla mediante las fases de observación, planeamiento, acción y análisis.

Con el desarrollo de la investigación se pudo evidenciar que los estudiantes lograron hacer un mejor uso de la representación de la fracción, se apropiaron y recordaron conceptos que tenían olvidados, crearon material didáctico siguiendo un procedimiento detallado para la finalización y dar uso para su aprendizaje, compartieron en familia de forma segura, se

desarrolló una manera diferente de llegar a los estudiantes y se intentó que vieran las matemáticas desde otra perspectiva.

Palabras clave: Fracción, dificultades en el aprendizaje, comprensión, material didáctico.

Abstract

The purpose of this monograph is to analyze the learning of a group of seventh grade students, of the Institución Educativa la Inmaculada, located in the Municipality of Orocué-Casanare in the area of Mathematics, With the subject related to fractions, the study begins by applying an exam, where it is possible to show some difficulties in the understanding and development of the part-whole fraction, development of addition and subtraction operations. it gives way to think, create and develop a series of didactic guides based on the Theory of Records of Semiotic Representation (TRRS) of Raymond Duval.

On the other hand, the idea of being able to arrive in a different way due to Covid-19 is sought, which forced the world population to maintain mandatory isolation, leading the educational community to make use of guides as the only means of communication with students. Students, due to the geographic location and socio-economic level of the institution, seek to pass the different obstacles encountered in the initial exam. The research has a qualitative approach in order to be able to explain the development of the different activities proposed to the students, the research methodology used is action research, everything is developed through the observation, planning, action and analysis phases.

With the development of the research it was possible to show that the students managed to make better use of the representation of the fraction, appropriated and remembered concepts that they had forgotten, created didactic material following a detailed procedure for completion and use for their learning, they shared as a family in a safe way, a different way of reaching students was developed and they tried to make them see mathematics from another perspective.

Keywords: Fraction, difficulties in learning, comprehension, teaching material.

Introducción

Son tantas las circunstancias que se han presentado en el último año, donde todo lo que se tenía planeado de un día para otro dejó de ser una realidad para convertirse en algo que soñamos, la realidad ahora es otra. Mientras todo eso sucede nuestras vidas continúan, nuestras obligaciones no se pueden aplazar, es por esa razón que se realiza el siguiente trabajo el cual tiene como objetivo principal el diseño, aplicación y análisis de una propuesta didáctica con el fin de enseñar parte todo, adición y sustracción de fracciones. Haciendo uso de material didáctico, a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare. Inicialmente se realizó un diagnóstico para identificar las posibles dificultades que presentaban los estudiantes en la apropiación del concepto de fracción, después se hizo el análisis de los resultados, luego se planeó rigurosamente una serie de guías con material didáctico, el cual debía ser económico y al alcance de la mayoría de los estudiantes, por la situación que estaba presentando el municipio, el país y el mundo entero, con la emergencia sanitaria (Covid-19). La investigación se enmarco en el aprendizaje de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval.

En Colombia de dos a tres veces al año se presentan ranking de los colegios con menor o mayor resultado, pero muy pocas veces nos preguntamos de qué dependen esos resultados; será acaso responsabilidad del estado, directivos, docentes, estudiantes, padres de familia, comunidad, tecnología o será resultado de un trabajo mancomunado de todas las partes, todos trabajando en un solo propósito, la educación permanente, de calidad, contando con recursos para todos y haciendo más ameno el colegio para los estudiantes.

Está claro que la sociedad cambia, los niños que nacen hoy en día, son nativos digitales y por ello se aprecian también cambios en el aprendizaje; cambios en la reproducción de los conocimientos, es necesario memorizar algunos conceptos, pero en la actualidad sería imposible memorizarlos todos. Necesitamos nuevas técnicas que nos permitan mediante razonamiento, construir el conocimiento con base en unas ideas previas. Se busca y se investigan nuevas metodologías y recursos para presentar los contenidos, trabajar y reforzar las competencias básicas. La forma de aprender de los estudiantes ha cambiado, por ello hay que cambiar en cierta medida las formas de enseñanza. Marcilla (2013)

Uno de los objetivos principales de los docentes, es que los estudiantes sean capaces de adquirir y comprender los contenidos de su asignatura; para ello se buscan nuevos métodos de enseñanza, herramientas, técnicas y soportes para ponerlos en práctica. Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), ofrecen medios para poder desarrollar la tarea en el aula de clase, colegio o institución educativa. Experiencias previas según Rey (2012), Puentes (2012), Arias (2012) muestran que el uso de nuevas tecnologías, ayudan a los estudiantes a aprender matemáticas, permitiéndoles descubrir por si mismos conceptos, ideas, analizar y mejorar la comprensión, propiciando en ellos un aprendizaje significativo y desarrollando competencias generales.

Hoy en día estamos en el auge de las tecnologías, de la comunicación web, del uso casi que obligatorio de diferentes herramientas tecnológicas debido a la Covid-19, hacer reuniones por diferentes tipos de aplicaciones. Pero no es la misma situación para todos en el país, en algunas partes del país todos los estudiantes no tienen las posibilidades ni los medios, haciendo difícil la constante comunicación e inclusive por vía telefónica, debido a ello se hace necesario recurrir a otro tipo de métodos, este es el caso de los niños del Municipio de Orocué-Casanare, donde la mayoría son de escasos recursos y algunos de ellos no viven

en el casco urbano, otros que permanecían en el centro con algún familiar o en lugar que facilita la alcaldía, han tenido que regresar a su vereda.

Como docentes hemos tenido que retornar a las guías donde se pretende que el estudiante la desarrolle sin ningún tipo de ayuda con la que contaba en el colegio cuando asistía de forma presencial, como la tecnología, sin colaboración del docente. Ellos deben apoyarse en padres, hermanos, primos o familia cercana para poder entender y desarrollar.

Por esta razón, para hacer más ameno el aprendizaje de las matemáticas en casa, se desarrolló una serie de guías con material didáctico, el cual lo debían hacer por ellos mismos, con el fin que ayudara al desarrollo y así poder superar los diferentes niveles, entre más niveles desarrollaran más conocimiento adquirirían.

Luego de este trabajo por parte de los estudiantes, como la creación de material, desarrollo de las guías, seguiría el trabajo por parte del docente en donde se presenta un análisis de resultados con relación al problema y los objetivos planteados, de tal forma que ayudara a encontrar unas conclusiones del trabajo desarrollado.

Capítulo I: Generalidades

Planteamiento del problema

El sistema educativo se encuentra inmerso en un ambiente que va hacia la virtualidad, donde el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), en poco tiempo, se convertirá en una necesidad para encontrarse actualizado y comunicado dentro de la sociedad y debe hacer uso de las modernidades tecnológicas, fácilmente dentro de un aula el docente puede decir; ya compartí el parcial en el grupo, el trabajo, etc. Casillas (2013) advierte que en un futuro tendrá tanta importancia el uso de las tecnologías para una sociedad que va a la digitalización, siguiendo con la misma idea, pero en diferentes momentos, la visión de Castells (2002) el cual dice que respecto a que la época histórica del momento “la era de la información” es tan representante para las culturas y economías del mundo, como lo fue en su momento la revolución industrial en el siglo XVIII Rodarte (2014).

En el año 1997, el Ministerio de Educación Nacional con su política educativa “Computadores para educar” (2001) otorgo a las instituciones educativas de una sala informática y otros recursos. Esto con el fin de contar con nuevas formas de poder enseñar a los jóvenes de este país, pero en momentos como estos donde ningún docente y estudiante, puede ir a las aulas, se hace recurrente volver, regresar, retroceder a formas antiguas de enseñar. Las herramientas tecnológicas no se pueden usar, por diferentes motivos ajenos a los docentes y hasta de los mismos estudiantes, llevando a un tradicionalismo a la hora de enseñar que se ha utilizado por más de doscientos años Muñoz (2013).

Se evidencia a nivel general que los niños se interesan por el uso de los artefactos tecnológicos, pues en su cotidianidad acceden e interactúan con ellos, pero sin un uso adecuado de los mismos, que esté orientado a su formación personal. Surge una nueva

responsabilidad y nuevos retos para todos los actores del sector, en el sentido de emprender un proceso de modernización de la educación, para que ésta no quede fija a sistemas tradicionales, sino que continúe de acuerdo con los desarrollos tecnológicos alcanzados en todo el mundo; para protegerla tanto de la obsolescencia tecnológica como de la pedagógica, así como del retraso en el sector educativo y del conocimiento Fandos (2003).

Siguiendo a Fandos (2003), es lo que se presentó con los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué- Casanare, donde se observa que algunos estudiantes de diferentes cursos hacen uso indiscriminado del celular sin ningún tipo de retribución a su parte académica. Esto se evidencia en los resultados encontrados, en donde se han presentado dificultades en el pensamiento numérico, sistemas numéricos y en las representaciones gráficas.

De tal forma que, en el desarrollo de las diferentes actividades propuestas se ha logrado evidenciar que cometen errores al momento de solucionar un ejercicio propuesto, se observó en el desarrollo de las fracciones, “aunque es bien conocido que la mayoría de los jóvenes tienen dificultad en este tipo de tema hasta grado once e inclusive en la universidad”. Fandiño (2015)

Es verdad que estamos en un momento de auge tecnológico donde proliferan diversas herramientas tecnológicas pero que sucede con aquellos estudiantes que aún en el siglo XXI no cuentan con ellas, que de pronto tienen el objeto tecnológico, pero no cuentan con la conectividad permanente y en algunos casos sin energía, dónde queda la educación inclusiva, dónde queda la educación para todos, es por ello que no se puede hacer uso de los recursos tecnológicos y se hace necesario buscar la forma de poder llegar a ellos, y la forma más práctica es el uso de las guías didácticas.

Por este tipo de evidencias encontradas surge la necesidad de diseñar y aplicar una propuesta didáctica para favorecer el aprendizaje, buscando responder a la pregunta:

¿Cómo las guías didácticas ayudan al aprendizaje de la fracción como parte del todo y además en las operaciones básicas como suma y resta con fracciones en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare?

Objetivos

Objetivo general

Analizar el proceso de aprendizaje de la noción de fracción mediado con guías didácticas sobre sus sistemas de representación, las operaciones suma y resta para estudiantes de grado séptimo en tiempos de estado de emergencia.

Objetivos específicos

- Caracterizar los procesos inherentes al aprendizaje de noción de fracción identificando las dificultades relevantes respecto a los sistemas semióticos de representación, específicamente en parte todo, las operaciones de suma y resta de fracciones.
- Diseñar y aplicar guías para que el estudiante interiorice y utilice el concepto de fracción con ayuda de material didáctico fortaleciendo la unión familiar.

- Construir el sentido de la experiencia didáctica al analizar los resultados encontrados, producto del procesamiento de la información en el desarrollo de las guías y el uso de material didáctico.

Justificación

El hacer uso de las matemáticas hoy en día y desde hace épocas es algo tan cotidiano, tan común que desde las altas esferas de la oligarquía hasta el colaborador debe tener un conocimiento mínimo, tener este conocimiento ayuda a desenvolverse en la vida cotidiana. Este se relaciona con otras áreas de igual o mayor importancia como por ejemplo las artes plásticas, la arquitectura, las grandes obras de ingeniería, economía, entre otros. Aprender y entender las matemáticas ayuda a tener un pensamiento lógico matemático, a tener criterio, poder liderar sucesos cotidianos, como: los negocios, realizar cuentas, desarrollar o entender fórmulas además de infinidad de actividades que se presentan en cualquier momento de nuestra vida, el desarrollo de las matemáticas implícitamente, también ayuda a generar grandes descubrimientos como se ha visto en la tecnología y la ciencia. MEN (2018)

Una de las pruebas más importantes tanto para estudiantes como para instituciones educativas, es la que se les realiza a los estudiantes en grado 11. El propósito principal de esta evaluación es hacer un aporte al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana, mediante la realización de valoraciones censales periódicas en las que se valoran las competencias básicas de los estudiantes donde analizan los factores que inciden en sus logros, con esta prueba a muchos estudiantes se les define su futuro profesional o por lo menos tienen una visión de lo que pueden hacer en su vida. MEN (2018)

Los resultados de estas evaluaciones permiten que los establecimientos educativos, las Secretarías de Educación, el Ministerio de Educación Nacional y la sociedad en general conozcan cuáles son las fortalezas y debilidades; y a partir de las mismas, puedan definir planes de mejoramiento en sus respectivos ámbitos de actuación ICFES (2018), pero también es de gran importancia para las instituciones educativas puntuar en el ranking a nivel nacional porque le da renombre estar en los primeros puestos y además otros beneficios otorgados por las diferentes Secretarías de Educación.

¿Pero cómo se logra que los estudiantes se ayuden a sí mismos y de paso a las instituciones educativas?, tendrá alguna importancia el uso de guías, el uso de material didáctico en tiempos de la Covid-19, ya que es la única forma que tenemos como docentes de llegar a todos los estudiantes en estos tiempos y algunos de ellos regresaron a la vereda, resguardo o viaje a otro lugar por motivos de alimentación y/o supervivencia, dejando atrás la cotidianidad que llevaban como estudiantes.

Todo esto nos lleva a reflexionar que, en la Educación Colombiana, se preparan más a los estudiantes para resolver unas pruebas de estado que para la vida, por eso podemos encontrar estudiantes que, si les fue mal en el examen, se les acaba la vida, porque no han adquirido un saber sabio, se han pasado 17 años de su vida como mínimo estudiando y salen del colegio y no saben desarrollar alguna actividad para ganarse la vida. Por eso es tan importante hacer uso de otro tipo de herramientas pedagógicas para que los estudiantes tengan un aprendizaje.

Con este tipo de sucesos y circunstancias que se presentan, se realizó una prueba a los estudiantes de grado séptimo, donde se pudo evidenciar que traen vacíos en el desarrollo de las operaciones como suma y resta en cuanto se refiere a fracciones, es de gran

importancia para nuestro desarrollo social y de la vida cotidiana tener un manejo básico sobre este tema matemático.

Con este trabajo se pretende orientar las operaciones como suma y resta de fracciones de forma diferente utilizando otro tipo de medio y recurso, a los que los estudiantes no están acostumbrados, presentando un reto muy grande puesto que las actividades se pretenden dirigir desde la distancia, ya que no se puede de forma presencial debido a la pandemia que se está presentando a nivel mundial (Covid-19) y por la situación del país, la cual no permite hacer clases de tipo presencial.

Debido al lugar y tipo de población no todos los estudiantes cuentan con los medios, ni los recursos tecnológicos para poder desarrollar la actividad de forma virtual, si ellos contaran con los medios y los recursos, esta sería una ayuda para los casos cuando los estudiantes les surja alguna duda o quieran hacer un aporte a la actividad. No solo se trata de que la información baya en un solo sentido, es decir Docente-Estudiante, sino que también sea Estudiante-Docente puesto que es una investigación y también se puede recoger información para mejorar, puede ser de forma profesional o retroalimentar la actividad.

Teniendo en cuenta los documentos que trabajan con guías didácticas se evidenció un artículo de Flores (2014) en el cual proponía hacer uso de estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas a través de la función que cumple el maestro y el alumno en el proceso de aprendizaje lógico-matemático determinando el uso de las estrategias didácticas con el uso de tecnología, juegos, recursos y material didáctico en los alumnos generando el desarrollo cognitivo a través del razonamiento, la imaginación, la creación y experimentación de cada contenido que se trasmite en el aula.

Todos los trabajos hechos hasta el momento en la historia de la humanidad en investigación con estudiantes, se habían podido realizar de forma presencial, en los años 2020 y 2021 por motivos de pandemia (Covid-19) se han tenido que modificar muchas cosas entre ellas la presencialidad en la escuela y trabajar con guías sin ningún tipo de ayuda adicional por parte del docente debido a la falta de conectividad por parte de los estudiantes, por esta razón y debido a la circunstancia se creó una serie de guías que hicieron uso de material didáctico para poderlas desarrollar, con el fin de que su aprendizaje fuera un poco más divertido, este reto es difícil.

Con este trabajo se pretende contribuir a que los estudiantes miren de una manera diferente las matemáticas, ayudarles a comprender el concepto de fracción y la gran utilidad que tiene dominar este concepto con ayuda de guías y material didáctico. Además, que trabajando desde sus casas se sientan cómodos, en armonía, en familia y lo más importante que descubran que desde el juego también se puede aprender matemáticas.

Capítulo II: Referentes teóricos

Antecedentes

Se pudo evidenciar que la mayoría de estudiantes efectúan de una manera errónea el procedimiento y análisis de las operaciones suma y resta de fracciones. En otros casos no saben la diferencia entre la representación de un número decimal y un número fraccionario o con otro tipo de números, no reconocen la importancia de las fracciones en la vida cotidiana, tampoco logran hacer la representación gráfica y/o numérica, dado que el tema central de esta investigación es la concepción, interpretación, representación de la fracción, para ello se hizo una investigación de aquellos trabajos más significativos y allegados al tema.

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que pueden superar el aprendizaje pasivo, gracias a que se generan contextos accesibles y cotidianos referente a los intereses, capacidades intelectuales, necesidades de los estudiantes, por tanto, les auto-genera la iniciativa de buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, llegando a formular diferentes estrategias de solución con el fin de utilizar productivamente materiales manipulativos, representativos y/o tecnológicos.

A nivel internacional

A continuación, se nombrarán, describirán y contextualizarán algunos trabajos relacionados con la temática de fracciones. Entre ellos Olfos & Guzmán (2011) quienes analizan por un lado las dificultades que muestran los alumnos en el aprendizaje de las fracciones como concepto, incluyendo sus representaciones, invariantes y situaciones que asocia a la noción, y por otro, la mirada del profesor frente a tales dificultades, las pruebas se

realizaron a estudiantes de grado cuarto básico, muestra estratificada de estudiantes de 43 establecimientos de las Comunas de Valparaíso, Viña del Mar y Quilpué, elegidos atendiendo a dos variables, Nivel Socioeconómico del Establecimiento (NSE) y Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE), la puntuación del establecimiento en la última prueba de Matemáticas de 4º básico en el marco de Chile, las conclusiones a las que llegaron fueron que es evidente encontrar errores en los alumnos y que los docentes ignoran las dificultades y sub-comprensiones de sus alumnos.

Para los autores Valdivé & Andonegui (2011) el estudio tiene como propósito determinar el efecto de la estrategia constructivista diseñada y aplicada para aprender a resolver operaciones de adición y sustracción de fracciones, es una secuencia del trabajo de Vargas (2000) el cual trabajo contextos parte todo continuo, expresión verbal, expresión decimal, porcentajes, parte todo discreto y recta numérica. La estrategia constructivista aplicada para las operaciones consistió en 9 sesiones de clase en las que se relacionaba los diferentes contextos de una fracción. Las conclusiones a las que llegaron los autores donde se demuestra que hubo riqueza de transferencia de contextos, también demostraron que la estrategia constructivista logro que el estudiante sea un sujeto activo en el proceso de enseñanza y aprendizaje. A nivel del docente al implementar la estrategia logro mostrar lo relevante que es en la enseñanza de las operaciones con fracciones el uso de ejemplos donde tengan sentido las operaciones y no solamente el desarrollo de ejercicios aritméticos.

Siguiendo otras investigaciones como la del investigador Butto (2013) el aprendizaje de las fracciones con estudiantes de grado sexto de primaria en una escuela pública del distrito federal de México, con el fin de diseñar y aplicar una secuencia didáctica que tomó en consideración tanto aspectos matemáticos, como, cognitivos y también verificar la evolución de las nociones matemáticas. El tipo de metodología es cualitativa, el estudio lo realizaron a

26 estudiantes, cuyas edades se encontraban entre los 11 y 12 años realizando el estudio en 3 etapas, la primera parte fue un cuestionario inicial con una entrevista clínica individual, en la segunda etapa se aplicó la secuencia didáctica haciendo uso de los dos ambientes y como tercera etapa, aplicaron un cuestionario final. Las conclusiones a las que llegó es que el proceso de transición de números enteros a fracciones es un poco lento y que adicionalmente requiere de unos constructos, además evidenció que los niveles de los estudiantes según el modelo matemático de Kieren, encuentran que están en un nivel muy bajo o básico con lo que respecta a herramientas intuitivas, como las ideas de partición, equivalencia y la formación de la unidad. Si ellos dominan este nivel básico en la escuela podrán pasar al nivel II donde están las ideas de medida, cociente, razón y operador sin trabajar la parte de representación si logran dominar este conocimiento podrán avanzar en ideas más poderosas.

Siguiendo con proyectos como los de los investigadores Perera & Valdemoros (2009), en un estudio doctoral, en el cual desarrollo una enseñanza experimental con un grupo de cuarto grado de primaria con niños de 9 años de edad en una escuela pública. El programa de enseñanza estuvo integrado por tareas vinculadas a la vida real de los niños, con el fin de promover soluciones que favorecieran en el estudiante el desarrollo de ciertos significados, como: medida, cociente intuitivo y los rudimentos de operador multiplicativo propiciando con lo anterior la construcción de noción de fracción, realizaron dos cuestionarios una anterior y otro posterior al programa de enseñanza, con entrevistas adicionales a tres niños, el trabajo fue de carácter cualitativo a un total de 30 estudiantes con la realización de 13 tareas organizadas en bloques. Este programa de enseñanza promovió que ellos mismos construyeran su conocimiento, con ayuda de su propio conocimiento, de las experiencias vividas a diario. Adicionalmente los conocimientos previos favorecieron la construcción de la

noción de fracción, realizaron confrontación de grupos donde se propició el enfrentamiento de ideas, generando respeto y confianza mutua.

En la extensa investigación que realizó Pruzzo (2012) “ las fracciones ¿problema de aprendizaje o problema de enseñanza?” donde se realizó a 23 escuelas con un total de 433 estudiantes de cuarto grado, de la ciudad de argentina, en forma inicial ya que este tema se ve de nuevo en grado quinto y sexto de una forma más profunda, el trabajo se desarrolló cualitativamente de tal forma que intenta asignar sentidos y significados a los desempeños escolares, en el ámbito curricular de las fracciones, la evaluación fue desarrollada y empleada por una docente del área de matemáticas y la conclusión a la que llego es: más de la mitad de los estudiantes de nivel medio, no han logrado aprender saberes priorizados por el ministerio de educación, ciencia y tecnología de la nación para el nivel primario.

A nivel nacional

En este apartado se hace un recuento de algunos trabajos realizados a nivel nacional con el fin de observar trabajos relacionados y uno de ellos es el realizado por Vargas (2013) quien realizó una investigación para implementar clases interactivas para la enseñanza de las operaciones suma y resta de números fraccionarios para grado sexto, en una institución pública y rural. La metodología que utilizó fue la de aula taller, donde los estudiantes utilizaron material didáctico realizando 6 talleres, trabajando dos horas semanales durante dos meses, con 30 estudiantes, haciendo un trabajo colaborativo entre estudiantes para promover su autonomía. La forma del análisis fue cualitativo, concluyendo en el trabajo que los estudiantes deben hacer una adecuada planeación, con actividades y preguntas orientadoras bien estructuradas, con el fin de hacer a sus estudiantes protagonistas, haciendo al maestro en un generador de ambientes propicios para el intercambio de saberes, el uso de aula taller es una

buena propuesta, para motivar a los estudiantes, ya que se realiza un aprendizaje activo, además, dejan claro que el docente no es el único que es el dueño del conocimiento y que los estudiantes bien guiados pueden llegar a construir su nuevo conocimiento, esto con ayuda de material.

En la investigación realizada por Bolaños & Mosquera (2018) habla sobre las regletas de colores como estrategia lúdica para la enseñanza de procesos aditivos con fracciones. La investigación hizo la entrevista a 10 docentes e igual número de alumnos. Realizaron un Pretest y un Posttest, la encuesta a los docentes se realizó con el fin de encontrar dificultades y relación de los estudiantes con la matemática y sus materiales, la entrevista se les realizó a los estudiantes de grado quinto, de dos escuelas con aspectos socio culturales iguales con el fin de observar la relación del estudiante, con el estudio de las matemáticas y sus materiales. Trabajaron en base la modalidad de escuela nueva en aula multigrado, donde la intervención se realizó en cuatro momentos (exploración, estructuración, práctica y evaluación) además, se hizo el uso de guías que coadyuvaron. El material en general es agradable para los estudiantes y permite contribuir con el proceso enseñanza-aprendizaje al despertar interés por las actividades, permitió llamar la atención hacia el área de matemáticas de los estudiantes, este proceso ayudo a que los estudiantes se volvieron más comunicativos, participativos, perdieron el temor a equivocarse, ya que tenían la posibilidad de iniciar y reiniciar un proceso, hasta llegar al objetivo de aprendizaje propuesto. Durante el proceso se realizaron cambios a las guías que se estaban trabajando, debido a las exigencias que se iban presentando, por tocar algunas temáticas que no se podían dejar de lado. Como final permitió generar una reflexión del trabajo docente, donde las prácticas de enseñanza deben ser transformadas para un aprendizaje significativo.

En la investigación realizada por Tibaduiza (2016), la Enseñanza-Aprendizaje de los números fraccionarios, se realizó de tal forma que se diseñaron e implementaron guías con un enfoque constructivista, desarrollándolo con un enfoque cuantitativo-descriptivo, realizando un test inicial y uno final. Para realizar el análisis, transformo los resultados en valores numéricos; con el fin de poder hacer gráficas, tablas y porcentajes. Esto con el fin de analizar la viabilidad de las actividades aplicadas. Los resultados que se obtuvieron con la aplicación y la realización del proyecto fueron positivos, tras la aplicación de las guías constructivistas acogiendo positivamente las actividades. Con esto se rompe los esquemas tradicionales de la enseñanza ayudando también a que los estudiantes sean forjadores de su propio conocimiento. También, en el trabajo se encontraron debilidades u obstáculos al representar la fracción como una razón o comparar dos cantidades, invertir el numerador y el denominador, equivalencia entre fracciones, ubicación y análisis numeral, confusión con otro tipo de números, como los naturales al momento de operar, y algunas fallas comunes como: el no aprendizaje de las tablas de multiplicar, mala interpretación lectora y confusión con los datos.

A nivel local

En la investigación realizada por Avella & Salazar (2019) se elaboró un artículo sobre la resolución de problemas matemáticos con fracciones, enfocados al contexto escolar desarrollándolo con un enfoque cualitativo de tipo acción educativa, este tipo de acción está orientada a desarrollar una propuesta didáctica, el proyecto se desarrolló con niños de grado sexto y se aplicó en tres momentos, el primero, revisión de antecedentes. Segundo aplicación y análisis de resultados y el tercero, aplicación y evaluación de la estrategia didáctica. Donde se obtuvieron resultados positivos en los cuales se evidencio que el trabajo de resolución de problemas en el contexto, ayudan a que comprendan conceptos matemáticos, usar material

concreto en la solución de problemas, esto le favorece y le facilita el desarrollo y comprensión de la actividad. El docente juega un papel importante, porque debe tener la capacidad de reformular el ejercicio inicial. Es importante el lugar en donde se desarrolle la actividad, siendo el salón de clase uno de los mejores lugares, porque se propicia el respeto, la tolerancia y la discusión de tipo pedagógico.

La investigación de Rodríguez (2019) titulada, fracciones y realidad donde el tipo de metodología que utilizó el autor asumió un corte cualitativo, de tipo descriptivo e interpretativo, con el fin de analizar una estrategia didáctica empleada en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, donde también incorporó la participación de los padres y la realidad de los estudiantes. Gracias a este estudio en la parte inicial se pudieron identificar, analizar y priorizar un gran número de problemas mediante diferentes técnicas e instrumentos inherentes a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, caso concreto fracciones, los cuales fueron tratados con toda la comunidad educativa. Este tipo de dificultades encontradas fueron tomadas como metas y objetivos a alcanzar de forma prioritaria, con esto y ayuda de la comunidad el docente puso en marcha su proyecto proporcionando nuevos métodos, aprendizajes, significados, diferentes posibilidades de interacción, creando también diferentes ambientes dentro del aula de clase, formando diferentes actitudes al recibir la clase los estudiantes, mejorando la relación entre docente y alumno, fomentando que ellos utilizaran otros recursos como la fotografía, formando un conocimiento espontáneo, trabajo autónomo, compromiso con el área, llevando el proyecto a un concurso de fotografía matemática.

Marco teórico

Siguiendo el planteamiento del problema, la pregunta de investigación y los sustentos teóricos de la Educación Matemática y principalmente en los aportes de la teoría de Raymond Duval, con la Teoría de los Registros de Representaciones Semióticas (TRRS). Es importante hacer un acercamiento a la historia de los números fraccionarios, aprendizaje autónomo, interiorizar en la teoría de representaciones semióticas y especificar sobre las fracciones en el colegio, mientras se presentó el estado de emergencia decretado por el gobierno nacional debido a la Covid-19 situación que se desarrolló en los años 2020 y 2021

Algunas representaciones de la fracción

Para comprender la fracción y los diferentes usos se analizaron algunas formas de representación como parte todo, operadores (suma, resta), complicación, simplificación, razón, lenguaje común y otras. Una de las investigaciones más destacadas se expone en el reconocido libro “archipiélago fraccionario”, donde involucra la imaginación y presenta los números fraccionarios como un “archipiélago”, formado por varias islas. Vasco (1994) lo escribió de la siguiente manera:

[...] para el archipiélago fraccionario, los autores de los programas de matemáticas de la Renovación Curricular hemos escogido como isla principal la de los operadores o transformadores achicadores y agrandadores. Estos operadores no son símbolos para escribir en papeles o tableros. Son construcciones mentales que se podrían describir como ciertos "monstruos" imaginarios que achican o agrandan a las víctimas que se les acerquen. La isla en la que viven estos monstruos sería pues la principal del archipiélago fraccionario (p.2).

Se ve que en matemáticas es muy recurrente que las fracciones son solo utilizadas para hacer particiones y se alejan del contexto de la realidad, donde no solo se parten unidades, también, cantidades; aludiendo a la magnitud física o matemática que se va a partir. Para Vasco (1994)

[...] hay un sistema concreto de partir objetos "en partes iguales", pero de ahí no se sigue que los operadores matemáticos fraccionarios sean las mismas acciones físicas, ni mucho menos sus resultados materiales. Es posible partir de esas acciones físicas para tratar de ver cuál es la magnitud de la que se trata cuando se dice en partes iguales (p.4).

Para Vasco es importante que los estudiantes comiencen su conocimiento (aprendizaje) mediante sistemas concretos y haciendo uso de objetos o implementos manuales, palpables, reales y que los puedan manipular sin ningún problema sin tener que imaginarlos.

[...] sino sistemas pre-matemáticos o matemáticos que ya maneja el alumno en alguna forma, para que, a través de la familiaridad con las regularidades de esos sistemas concretos, vaya construyendo el sistema conceptual respectivo; una vez iniciada la construcción de este, el mismo alumno puede desarrollar sistemas simbólicos apropiados, aprender los usuales y aún traducir de unos sistemas simbólicos (p.27).

Siguiendo la idea de Vasco (1994), para los estudiantes en primera medida se debe abarcar el tema de las fracciones, mediante la construcción; para luego llegar a lo simbólico, ya que según el autor se podría frustrar la construcción del concepto, y esto se puede presentar por la mala presentación que se le da al tema, por desarrollar el tema rápido y no dejar que el estudiante llegue por si solo y logre la representación, que es fundamental en cualquier momento

del aprendizaje. Sin importar que sea un proceso lento, el cual le garantiza al estudiante en el futuro un mejor desarrollo tanto de la representación pictográfica, aritmética o de lenguaje común y/o viceversa.

Otra apreciación viene de Fernandez (2006) el cual habla sobre, la parte-todo, es un tema que se trabaja desde la escolaridad y es bien acogida, donde al estudiante se le limita a la imitación y a la memorización sin permitir que los estudiantes desde edades tempranas tengan la posibilidad de explorar y de argumentar. Esto sucede cuando no se hace uso de un material didáctico.

Siguiendo con la misma idea, pero diferente autor, podemos encontrar a Fandiño (2015) la cual dice, que la fracción parte-todo, tiene en cuenta dos características, si la fracción está constituida por algo continuo o discreto, si la fracción está dada por algo continuo, se puede trabajar con:

[...] la superficie de un rectángulo, una pizza, una torta, la longitud de un segmento, el volumen de un cuerpo, etc. Hallar los a/b -ésimos puede hacerse siempre (teóricamente: porque hallar realmente los $\frac{874}{423}$ de una pizza sería tarea imposible). Y pierde todo sentido el caso en el que $a > b$, las llamadas fracciones impropias, para las cuales la definición (dividir la unidad en b partes iguales y tomar a partes) pierde su significado intuitivo (p.2).

Lo escrito anteriormente, se ve común en las aulas, ya que se enseña las fracciones por unidades y se olvida en algunas ocasiones las magnitudes, cantidades, etc. Son medidas que se dan en la vida diaria de cada ser humano, con el fin de desarrollar algunos conflictos en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes. Al realizar un análisis de las fracciones estas pierden validez al usarlas como un conjunto discreto ya que se usa con cantidades exactas, como

juguetes, electrodomésticos, personas, casas y otros más. Al trabajar con estos recursos que no se pueden porcionar, fraccionar, partir o dividir. Un ejemplo se puede dar cuando dos niños se quieren dividir un juguete, o en casos extraños, fraccionar un ser humano en partes iguales, son este tipo de situaciones las que generan confusión en el estudiante, como lo menciona Fandiño (2015) a continuación.

[...] se pueden hallar los $\frac{3}{4}$ de 12 personas (se trata de 9 personas), pero es imposible darle sentido concreto a los $\frac{5}{3}$. Sería necesario entonces distinguir: dada una unidad – todo discreta, existen algunas fracciones que tienen un sentido concreto y otras que no lo tienen. Hay más. Si queremos hallar los $\frac{6}{8}$ de 12 personas, a primera vista no se puede hacer debido a la imposibilidad de dividir 12 personas en 8 partes; pero un experto podría decir que la fracción $\frac{6}{8}$ se puede escribir en su forma equivalente $\frac{3}{4}$, haciendo posible hallar los $\frac{6}{8}$ de 12 (p.3).

Para Fandiño (2015), al momento de enseñar fracciones se debe tener complejidad al tratar de dejar el tema visto, abarcando lo desde diferentes e innumerables posibilidades con el fin de minimizar este tipo de obstáculos, que se puedan encontrar al momento de trabajar este tema, ya que es uno de los más controversiales, complicados y difíciles de entender para los jóvenes, tanto en el colegio como a nivel universitario, este tema se ve desde la escuela y luego en el colegio, se desglosa a diferentes interpretaciones, ampliando el uso que se le puede dar a las fracciones, como: relación, racional, medida, operador, razón, proporción, porcentaje, decimales, probabilidad, cociente y medida.

Aprendizaje autónomo

En estos momentos hablar de aprendizaje autónomo está importante como hablar de cualquier otra teoría, significa la importancia y el nivel de madures de los diferentes estudiantes que se va adquiriendo con los años. Al observar si este tipo de aprendizaje se aplicaba o desarrollaba en los estudiantes de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare grado séptimo, se pudo evidenciar que varios tenían otros motivos para ir al colegio, tan pronto inicio el aislamiento obligatorio, algunos estudiantes decidieron no seguir estudiando o dejar de cumplir con trabajos escolares, por pereza a estudiar, por cumplir con otras obligaciones diferentes a las que estaban acostumbrados desde casa, también quedo en evidencia la falta de costumbre, espacios inadecuados, falta de recursos y en la mayoría de los casos falta de autonomía. Docentes de la institución (2020)

La descripción que hace Aebli (2001) sobre el aprendizaje autónomo lo hace de una forma en la cual involucra en este caso los dos autores principales, docente y estudiante resaltando el rol que el estudiante juega. A continuación, se presenta una descripción del aprendizaje autónomo:

Los tres pilares del aprendizaje autónomo: saber, saber hacer y querer. El componente del saber, conocer el aprendizaje propio. Muy pocos hombres tienen un buen conocimiento de su comportamiento propio, menos aún niños y jóvenes. Conocer el comportamiento propio implica auto observación... No se trata de convertir a todos los alumnos en filósofos o psicólogos del aprendizaje... La expresión correcta si se le capta en toda su amplitud es la Meta Cognición, es el saber sobre el saber. En última instancia deberíamos hablar de meta-aprendizaje, meta-comprensión, meta-solución de problemas, y meta-motivación. Sin embargo, no se trata de un saber teórico aprendido,

sino de un saber relativo a nosotros mismos; saber sobre mi proceso ideal de aprendizaje y sobre mi proceso real de aprendizaje.

El componente de saber hacer: aplicar prácticamente procedimientos de aprendizaje. El aprendizaje es una actividad. Pretendemos que los alumnos la desencadenen por sí mismos y la puedan dirigir correctamente. El objetivo de aprendizaje es por tanto la auto-orientación del aprendizaje. Para ello el saber se debe convertir en saber hacer. El alumno no debe solo hablar sobre el proceso. Debe estar en la capacidad de orientar su correcta realización. Eso ocurre fundamentalmente por medio de la auto-instrucción. Finalmente, el componente del querer. El alumno debe estar convencido de la utilidad del procedimiento de aprendizaje... y querer aplicarlo. Este tercer pilar del aprendizaje autónomo es cuestión del convencimiento y del querer. El alumno debe por tanto poder aplicar procedimientos correctos de aprendizaje y de trabajo, no solo cuando se le solicita. Debe estar de tal manera convencido de su utilidad, que los aplica también sin que nadie se lo pida, y cuando nadie lo controla; por *ejemplo*, cuando hace los deberes en casa, o al salir de la escuela (Aebli, 2001 citado en Martínez, 2014, p.32).

Tomando lo que plantea Aebli (2001) y vinculando lo con lo que estaba sucediendo en estado de emergencia decretado por el gobierno, debido a la pandemia por la (Covid-19), el aprendizaje autónomo juega un papel importante donde los estudiantes son los principales autores y deben tener una inteligencia cognitiva y meta-cognitiva súper desarrollada, por lo general este tipo de proceso se realiza lento y a una edad más tarde con referente a la que se aplicó el proyecto, se pudo evidenciar casos de jóvenes que les gusta estudiar y presencialmente eran muy buenos académicamente (según reporte de Docentes Colegio la Inmaculada) pero en épocas de estado de emergencia por alguna razón bajaron el nivel o casos donde aquellos que no iban tan bien, ahora en el trabajo a distancia les va mejor que

en la presencialidad y casos de estudiantes que les iba mal y ahora no se sabe nada de ellos. Siguiendo otros autores como Chica (2010) esto es lo que dice:

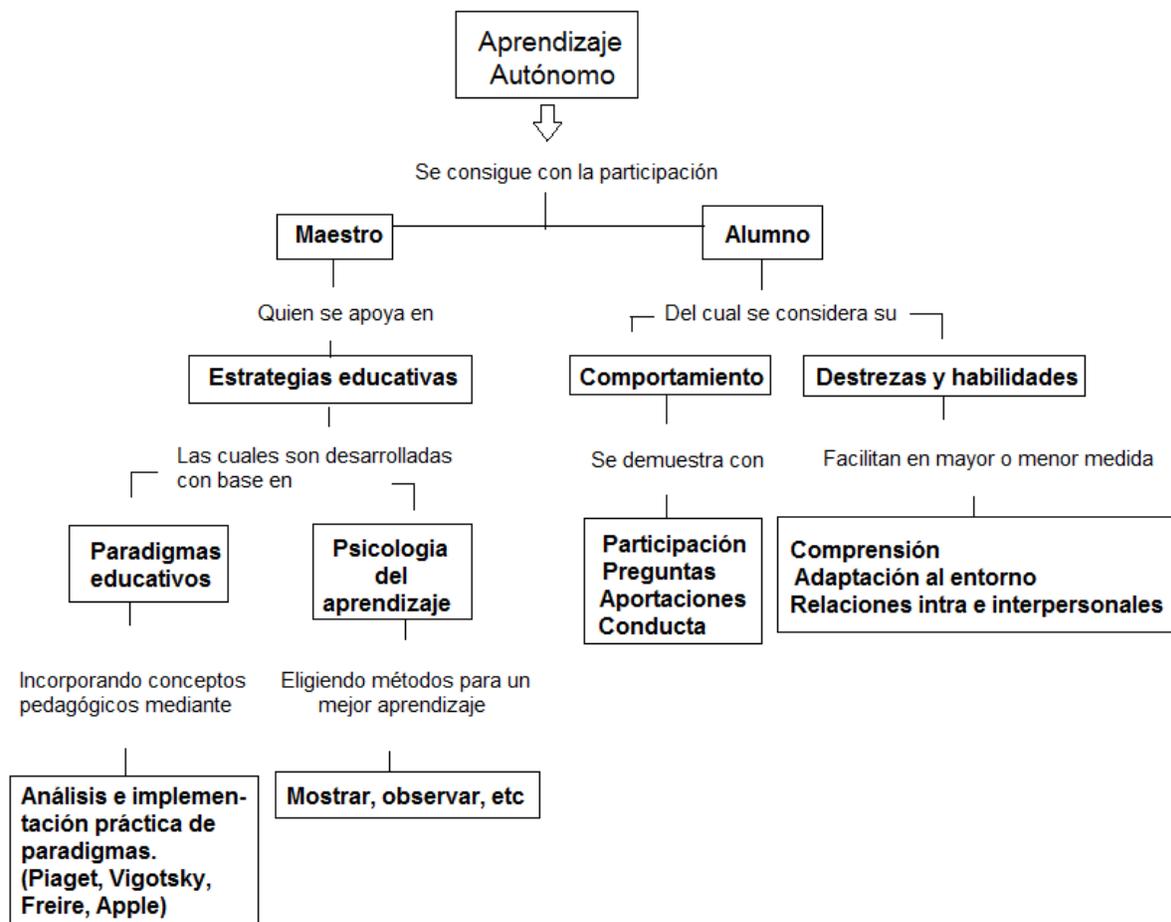
El aprendizaje autónomo es una forma de aprender a educarse para la vida laboral, profesional, familiar y sociocultural, a partir de la autogestión del conocimiento individual y el trabajo cooperativo. Por lo tanto, se debe aprender con el otro para potenciar la inteligencia imaginativa, sintética, creativa, disciplinar, la ética y el respeto. Esto implica desarrollar estrategias y habilidades de aprendizaje cognitivas, metacognitivas, éticas, contextuales, ciberculturales y socioculturales (p.23).

Lo cual indica que el estudio es una formación pre-laboral, pre-profesional, pre-familiar que ayuda a formar principios, valores y actos para poder convivir en la sociedad formando un conocimiento individual que mas adelante se utilizará para el el bien personal o grupal. Todo esto se puede lograr de varias maneras, involucrando la familia, la sociedad, los amigos, la cultura, las redes sociales, donde todas y cada una de estas circunstancias pueden jugar un papel a favor o en contra, para lo cual el estudiante debe formar una personalidad y un aprendizaje autónomo.

En el aprendizaje autónomo Aebli (2001) se refiere a una etapa del “querer aprender” en la cual dice que se tendrá a un estudiante que ha llegado al nivel de madurez, en cuanto él pueda, generar una cierta cantidad de cualidades para un aprendizaje autónomo y autodidacta donde se evidencie el progreso del aprendizaje. Para describir mejor ha creado un mapa conceptual en el cual involucra a estudiante y docente describiendo el proceso que cada uno realiza como lo muestra la figura 1.

Figura 1:

Mapa conceptual aprendizaje autónomo.



Nota: El mapa conceptual muestra un paralelo de aprendizaje autónomo entre docente y alumno según Aebli (2001)

Del mapa conceptual para Aebli, 2001 se puede comprender que las dos partes, tanto estudiantes como docentes son participes del aprendizaje autónomo. La falta de recursos tecnológicos, de cobertura telefónica y de otros recursos, permite evidenciar con mayor facilidad la responsabilidad que tienen los estudiantes para continuar con su proceso educativo.

Es, entonces donde el aprendizaje autónomo toma un mayor peso, en esta circunstancia es donde sale a flote su comportamiento, destrezas y habilidades para facilitar la comprensión, una rápida adaptación al entorno y lograr desarrollar las actividades propuestas por los docentes, logrando habilidades distintas, a las desarrolladas comúnmente en un salón de clase o en el colegio, haciendo referencia cuando las clases eran presenciales.

El trabajo del docente con todos estos inconvenientes se limita, a diferencia cuando se podía trabajar en la presencialidad, en donde el papel del docente podía ser más activo, como, por ejemplo: colaborarles en primera circunstancia o en el momento en que surjan las dudas, preguntas, quieran dar sus aportes o ideas. El aprendizaje básicamente se basa en un 98% en los estudiantes y su autonomía, el papel del docente paso de ser activo a pasivo.

Con esta nueva forma de trabajo por parte del estudiante, el docente debe utilizar la psicología del aprendizaje y no solo eso, debe evaluar con cuál medio puede llegar a la mayoría de los estudiantes con el fin de que la educación siga su rumbo y cumpla con su propósito. Además, debe buscar más de tres alternativas por la variedad que se presenta en los estudiantes.

Teoría de los Registros de las Representaciones Semióticas (TRRS)

Este proyecto se basó en una importante teoría que habla sobre los Registros de Representación Semiótica propuesta por Duval (1998) dentro de la investigación es importante resaltar que los procesos de enseñanza y aprendizaje forman un campo importante, además se resalta algunos otros procesos y factores que se deben tener en cuenta en el momento de aprender cómo es la automotivación, los recursos de los estudiantes, la formación de los docentes, factores internos, externos y psicosociales. Esto

nos lleva a utilizar un enfoque semiótico según como el que propone Duval (1998), con el fin de que en esta investigación se refleje los diferentes sistemas de representación y sistemas de expresión para la aprehensión y comprensión del concepto de fracción.

Siguiendo diferentes autores destacados en el campo de la didáctica de la matemática y que además resaltan el papel de la semiótica para la enseñanza de las matemáticas, como lo son: Duval (1993), Radford (1997), D'Amore (1999) y Fandiño (2009), gracias a estos autores, se pudo evidenciar la importancia de realizar este tipo de trabajos con los estudiantes, además, el gran aporte que se les puede hacer, por tal razón se realiza y desarrolla el siguiente estudio.

D'Amore & Fandiño (2015) hablan de más de 40 años de historia aproximada en lo que se refiere a la didáctica de la matemática, nombrando a diferentes autores como Artigue, Gras, Laborde, y Tavinot. En un intento por escribir la evolución histórica de dicha disciplina describieron el siguiente camino.

Didáctica A (“A” de “ars docendi”, traducción del latín de la palabra “didáctica”): la didáctica de los orígenes, en la cual los estudiosos centraban toda su actividad en las prácticas relacionadas con la enseñanza de la matemática (qué enseñar, cuándo y cómo: currículos, proyectos educativos, instrumentos para la enseñanza). Temporalmente, esta fase se ubica entre los años 1950 y mediados de los años 1980, aunque continúa todavía hoy, puesto que en algunos centros de estudios de diversos países se persiguen sólo objetivos de este tipo.

Didáctica B (“B” en cuanto sucesiva de “A”) o epistemología del aprendizaje de la matemática: es aquella que considera el aprendizaje de la matemática como un

hecho específico y tema principal de la investigación. Pensamos en 1986 como fecha aproximada de la transición de la investigación en didáctica A. La investigación en didáctica B, basándonos en el artículo de Brousseau (1986). El artículo es el último de una sucesión de trabajos que tenían como objetivo dismantelar una manera no científica de considerar la investigación en didáctica de la matemática para pasar a una fase nueva. En este artículo, por ejemplo, se funda la teoría de las situaciones didácticas, esencial para el nacimiento de la teoría moderna de la Didáctica de la Matemática (Brousseau, 2015, p.25).

Didáctica C (“C” en cuanto sucesiva a “B”): es aquella fase en la cual los investigadores cambian la tipología del sujeto de estudio, pasando del estudiante al docente y a sus convicciones, decisivas para la creación y el análisis de las situaciones de aula. (D’Amore, 2006, p.12)

Se puede considerar los primeros años del siglo XXI como el inicio de esta aproximación. Con lo anterior podemos deducir que la semiótica se viene trabajando desde hace tiempo y que se ve de diferentes formas o se puede tomar de varias maneras, que depende del maestro y del tipo de contexto o medio en el que se encuentre, ya que el medio influye demasiado. Otro autor y no menos importante que también se expresa sobre la semiótica es el que a continuación se nombra.

Según los estudios realizados por Radford (2006) habla sobre el creciente interés por la semiótica en el campo de la educación matemática, lo cual se debe a razones de diferente índole: por un lado habla de que se ha tenido una toma de conciencia progresiva del hecho de que, dada la generalidad de los objetos matemáticos, la actividad matemática es, esencialmente una actividad simbólica esto lo dicen diferentes autores como: Godino &

Batanero (1999), Duval (1998), Radford (2004), D'Amore (2001). Por otro lado, nos habla por el interés que revivió en los años 1990 por la comprensión de la comunicación que se genera dentro de las aulas donde se resalta la importancia que tiene tanto para el investigador como para el docente, comprender la naturaleza del discurso matemático.

Otros autores que hablan sobre este enfoque son: (Steinbring, Bartolini Bussi, Sierpiska, 1998 citado en Cobb, Yackel, McClain, 2000) otro factor que hace aumentar el interés por la semiótica, es el uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas donde la semiótica ayuda a describir el papel que cumplen los artefactos.

Según Radford (2006) la semiótica se presenta con un amplio y ambicioso portafolio de aplicaciones. Esto, sin embargo, no debe dar la impresión de que la semiótica es una teoría reciente o unificada por una serie de principios comunes. Hay, por lo menos, tres tradiciones semióticas claramente diferenciadas. Como se evidencian a continuación:

Primera: la tradición Saussureana, iniciada por el suizo Ferdinand de Saussure (1857-1913) en una serie de cursos dictados entre 1907 y 1911, tradición que emplea el término *semiología*; Segunda: la tradición Peirceana, iniciada por el estadounidense Charles Sanders Peirce (1839-1914) quien acuñó el término semiótica; tercera: la Vygotskiana, iniciada por el psicólogo ruso Lev S. Vygotski (1896-1934). Cada una de esas tradiciones emergió y fue desarrollada dentro de problemáticas precisas y diferentes.

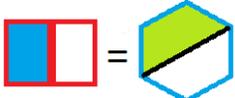
Desde el punto de vista de la Teoría de las Representaciones Semióticas y teniendo en cuenta el propósito de esta investigación, se hace necesario hacer énfasis en dos conceptos fundamentales, "la semiosis, como la aprehensión o producción de una

representación semiótica, y la noesis, relacionada con los actos cognitivos tales como la aprehensión conceptual de un objeto” Duval (2017).

Teniendo claro que si no se tiene la semiosis no se alcanzará la noesis, lo que significa que las representaciones semióticas son importantes para lograr tener una comunicación matemática y que pueda ser asertiva, logrando una retroalimentación en diferentes direcciones.

Un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis: La formación, el tratamiento y la conversión. La formación o presencia de una representación identificable, utilizada para expresar una representación mental o evocar un objeto real, implica la selección de caracteres y de las determinaciones de lo que se quiere; el tratamiento de una representación que significa la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada y la conversión de una representación que es la transformación de la representación a otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial (Duval, 2017). En la tabla 1, se hace una representación gráfica de las tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis.

Tabla 1:*Actividad cognitiva ligada a la semiosis*

Actividad	Formación	Tratamiento	Conversión
La mitad de una unidad.	Se debe hacer una representación identificable.	Debe hacer una transformación interna.	Una doble representación manteniendo lo inicial.
			

Nota: La tabla muestra la Semiosis, elaboración propia basado en Duval (2017).

Los conceptos matemáticos no son objetos reales, por lo tanto, se debe hacer uso de distintas representaciones para su comprensión, al mismo tiempo es necesario diferenciar el objeto matemático con su representación. El paso de un sistema a otro o la utilización simultánea de varios sistemas de representación, al desarrollarse una clase, no es tan evidente para los estudiantes, y hace que se le dificulte reconocer el mismo objeto a través de sus representaciones en distintos registros semióticos. La adquisición conceptual de un objeto matemático se basa en dos características: número uno: el uso de más de un registro de representación semiótica, número dos: en la creación y el desarrollo de sistemas semióticos distintos, que constituyen un símbolo de avance en el conocimiento. Duval & Sáenz-Ludlow (2016). En la tabla 2 se presenta algunas representaciones semióticas que se presentan en el objeto fracción:

Tabla 2:*Representaciones semióticas del objeto fracción*

Registro semiótico	Representación semiótica	Ejemplo
Registro verbal	Lenguaje Natural	Un medio.
	Lenguaje coloquial	La mitad.
Registro aritmético.	Escritura fraccionaria	$\frac{1}{2}$
	Escritura decimal	(0,5)
Registro gráfico.	Lenguaje pictográfico.(Imagen)	
	Lenguaje gráfico.(Recta numérica)	
Registro Algebraico.	Lenguaje algebraico	$\left\{ \frac{1}{x} \in Q^+ / x \in N \right\}$

Nota: registros semióticos presentados en los diferentes momentos, tomado de Rodríguez (2019, p.31)

Fracciones en el colegio

De acuerdo con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar con los números y de usarlos en contextos significativos, se manifiesta de diversas formas con base en el desarrollo del pensamiento matemático. La comprensión del significado de los números, y de sus diferentes representaciones e interpretaciones, el reconocimiento del tamaño relativo y absoluto de los números, la apreciación del efecto de las distintas operaciones, el desarrollo de puntos de referencia para considerar números, son algunas situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico.

Siguiendo lo que emana el MEN, en el módulo 1, titulado “Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos”, de la Serie Didáctica de las Matemáticas: en el cual habla sobre el Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Casanare (2006), se enuncia: en el currículo actual se pueden identificar segmentos dedicados al estudio de los diferentes sistemas numéricos, los cuales se encuentran alejados en el tiempo de acuerdo a niveles formales de dificultad lógica creciente. Pero a pesar de este trabajo diferenciado, la conceptualización que se alcanza es muy pobre, lo cual pone en evidencia que realmente los alumnos no logran trascender de un pensamiento matemático más allá de los números naturales (p. 55).

Algunos de los problemas en la enseñanza actual de los números fraccionarios se debe a que, en el ámbito escolar, su estudio inicia a través de estrategias metodológicas, conteo, en la mecanización de reglas, algoritmos y fases conceptuales centradas en la partición; en consecuencia, el proceso de conceptualización de las fracciones, la medición no es el eje central, ni hay un tratamiento cuidadoso del tipo de magnitud y del tipo de unidad. MEN (2006)

Muchos de los significados y usos de las fracciones no están relacionados en las mentes de los niños. Dickson (1991) comenta: “El concepto de fracción es complejo y no es posible aprehenderlo enseguida. Es preciso adquirirlo a través de un prolongado proceso de desarrollo secuencial” (p. 296).

Para Dickson enfatizar la enseñanza actual en actividades de partir, contar, y no en la relación cuantitativa entre las cantidades de magnitud de la parte y el todo. Hace que los alumnos centren el proceso de conceptualización en el número natural y no en la fracción

como tal, haciendo ver las fracciones como dos números naturales, separados por una rayita en el medio, sea en diagonal o de forma horizontal.

A su vez (Kieren,1976, referenciado en Dickson,2003) afirma: “A causa de que cada interpretación de los números racionales (los quebrados o fracciones) y de los números decimales, está relacionada con estructuras cognitivas determinadas, si durante el proceso de instrucción se deja de lado esta imagen de conglomerado o se dejan de identificar estructuras concretas necesarias, se puede provocar falta de comprensión en el niño” (p. 296).

Por ello, Kieren (1976) indica que el trabajo formal en sistemas numéricos diferentes a los números naturales se debe desarrollar a partir de situaciones que permitan la construcción de múltiples sentidos, significados e interpretaciones a cada uno de ellos. Así, los números fraccionarios debe permitir la construcción de los sentidos y significados relativos como; proporciones, razones, porcentajes, medida y cocientes indicados. Como lo indica a continuación:

La relación parte-todo es la base para comprender los diferentes significados de una fracción y la medida es el eje básico, porque establece la relación cuantitativa entre dos magnitudes (la parte y el todo). Las fracciones tienen en los procesos de medición un elemento importante para su conceptualización. Al respecto, la Serie Didáctica de las Matemáticas (2006) afirma: “La medición (el acto de medir) es importante en el proceso de conceptualizar los números racionales, pues de ella se derivan las fracciones, cuando lo que se mide no es un múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada” (p. 63).

Haciendo referencia a la comprensión de las operaciones, expresa: tradicionalmente al aprendizaje de las cuatro operaciones básicas se le destina una buena parte de los cinco primeros años de la educación básica. Además, este aprendizaje prácticamente está reducido al aprendizaje de los algoritmos convencionales y a la aplicación de estos algoritmos la solución de problemas típicos, clasificados según la operación que se esté estudiando en el momento. El trabajo así realizado no permite a los alumnos desarrollar habilidades y destrezas en el cálculo mental, en la comprensión y la solución de problemas, en la comprensión misma del sentido y significado de las operaciones (p. 97).

De igual forma coincidiendo con Kieren (1976) se puede encontrar otro autor como lo es Linares (2003) considera que la dificultad en la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, se basa en que: “Están relacionados con diferentes tipos de situaciones (de medida, con el desarrollo de parte de un todo, como parte de un conjunto de objetos de reparto utilizadas como cociente, como índice comparativo usadas como razón y como un operador). Además, pueden representarse de varias maneras ($\frac{3}{4}$, fracciones; $\frac{75}{100}$, fracciones decimales; 0,75; expresiones decimales; 75%, porcentajes)” (p. 188).

Para Kamii (1995) en su libro “Reinventando la Aritmética III” postula que este énfasis en la enseñanza de los algoritmos, no hace bien y que por el contrario desmejora, el desarrollo del pensamiento matemático en los niños. El uso de los algoritmos convencionales, desde los años iniciales en la educación básica, no permite que los niños puedan hacer sus propias formas de realizar cálculos que deba realizar o considere apropiadas para lograr el buen desarrollo de la actividad, sin tener el apoyo de ningún material adicional, esto a generando

una excesiva desconfianza en los resultados que obtienen a través de ellos, así al conseguir resultados erróneos o verdaderos, no tiene ninguna otra herramienta adicional que la aprobación de su profesor, padre de familia, allegado u otra forma de viabilidad de su resultado. Es este tipo de proceso es el que atenta contra la autonomía intelectual de los alumnos. Sin permitirles su libre desarrollo generando todo tipo de desconfianza hasta en aspectos diferentes a los académicos.

Con base en lo anterior y en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) se hace la recomendación de iniciar el trabajo en la escuela, por el estudio de las operaciones (no de los algoritmos), apoyado sobre formas de cálculo no convencionales (tales como las inventadas por los propios alumnos, o a través de ábacos, calculadoras, etc.) Llegado a estas estrategias particulares, fundamentar el aprendizaje de los algoritmos convencionales, sobre la base de una buena comprensión de los números, las operaciones y el sistema de numeración decimal. Así, los algoritmos estarán en la escuela no como la única manera de calcular, sino como una forma entre otras, eficiente.

La teoría de los campos conceptuales del profesor Vergnaud (1990) deja ver de manera coherente y organizada la compleja estructura conceptual que se teje detrás de las estructuras aditivas (situaciones relacionadas con la adición o la resta) y de las estructuras multiplicativas (situaciones relacionadas con la multiplicación o la división). Su idea se constituye en una herramienta potente para el diseño de situaciones problema que permitan una sólida conceptualización, no solo en las cuatro operaciones básicas, sino también de conceptos matemáticos ligados a lo aditivo y lo multiplicativo como son, entre otros, los cálculos, la proporcionalidad, las fracciones y la función lineal (p. 12).

Desde la perspectiva de los campos conceptuales se hace un acercamiento conceptual a las operaciones aditivas y multiplicativas a través de situaciones problema y de distintos modelos para cada una de las distintas operaciones como lo considera Vergnaud (1990) a continuación.

Un concepto es una tripla de conjuntos, $C = (S, I, R)$ donde S es el conjunto de situaciones que dan significado al concepto, I es el conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) y que pueden ser reconocidas y utilizadas por los sujetos para analizar y adueñarse de esas situaciones, y R es el conjunto de representaciones simbólicas que pueden ser usadas para enfrentar y representarse esas invariantes, y por tanto, representar las situaciones y procedimientos para manipularlas (p.25).

Para Vergnaud (2006) la enseñanza de los conceptos no puede hacerse de una manera aislada donde no tenga que ver con la realidad del estudiante, ni a partir de una sola situación problema, debe ser enmarcados dentro de un campo conceptual. Dice que para el aprendizaje de un determinado concepto es necesario el uso de una gran variedad de situaciones, de contextos, pero, además, se tiene que cada situación o contexto puede poner en juego una infinidad de conceptos, y que para el tratamiento de estas situaciones se deben tener distintos sistemas de representación. haciendo que el aprendizaje de un determinado concepto sea de largo período de tiempo, y para el cual se requiere una variedad de situaciones que pongan en juego las características de dichos conceptos.

De tal forma que comparando los diferentes autores anteriormente mencionados como lo son Kieren (1976), Dickson (1991) y Linares (2003) son autores que desde diferentes visiones y puntos de vista llegan prácticamente a la misma opinión, en donde coinciden que se debe iniciar con trabajo real, manejable, palpable con el fin de que sean los estudiantes

quienes llegan a la formalidad de la fracción, y que por parte del docente no debe quedarse con ese solo tipo de desarrollo sino que se deben ver desde diferentes situaciones, incluyendo y planteando ejercicios de la vida cotidiana.

Capítulo III: Diseño metodológico

En este capítulo se presentan las diferentes etapas metodológicas utilizadas en la investigación, se describe el tipo de estudio que se realiza, los diferentes procedimientos, actividades, unidades de análisis, metodología utilizada, categorías y subcategorías de análisis y como parte final las técnicas de recolección de la información y su procesamiento para el análisis didáctico.

Marco metodológico

Tipo de estudio

El estudio se desarrolló con un corte cualitativo, de tipo descriptivo e interpretativo según el objetivo planteado, con el fin de analizar el aprendizaje de noción de fracción mediante el uso de guías didácticas, que fue diseñada, aplicada y evaluada para el desarrollo de competencias matemáticas, en el concepto parte todo, suma y resta de fracciones, con estudiantes de grado séptimo del sector urbano de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare, en tiempos de estado de emergencia declarado por el gobierno nacional debido a la Covid-19. Se pretende hacer una retroalimentación con el fin de aclarar dudas y apropiación de los conocimientos. Esto con el fin mejorar el tipo de formación que reciben los estudiantes en esta nueva forma recurrente de trabajar, y que por motivos ya mencionados anteriormente todos los estudiantes tenían que desarrollar sus actividades escolares desde casa.

Teniendo como referencia las características planteadas por (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014 citado en Rodríguez, 2019), la investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización

del ambiente, detalles y experiencias únicas. Así mismo, permite aportar un punto de vista personal dejando reflejar lo observado durante la investigación permitiendo escribir de forma natural e integral de los fenómenos, así como flexibilidad en el tratamiento de la información. La investigación se orientó en comprender los diferentes fenómenos referentes a los procesos de aprendizaje, explorándolos desde la perspectiva de los estudiantes los cuales los solucionaron en un ambiente natural y en relación con su contexto (p.37).

En la investigación se abordó el elemento cualitativo y de tipo descriptivo según Arias (2012) es la caracterización de los hechos, fenómenos, de un individuo o grupo para definir su estructura o comportamiento. Permitiendo organizar, clasificar y comparar los datos, las respuestas y/o información recogida, de los estudiantes de la I.E. la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare, de las diferentes problemáticas que se presentan en los procesos de aprendizaje, con respecto a este estudio, el cual es el objeto, fracción. Con los diferentes resultados encontrados se procederá a examinar de tal forma que se realice una exploración, se describan y se puedan generar perspectivas para la solución. Hernández, Fernández & Baptista (2014)

Según (Bogdan & Biklen, 1982, citado en Cotán, 2016) éste enfoque tiene las siguientes características:

- a) Son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre la persona.
- b) Se centran en comprender a la persona en su contexto.
- c) Deben de suprimir o separar sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones.
- d) Deben de aceptar todas las perspectivas como valiosas y

- e) Dan énfasis a la validez de su propia investigación (p.6).

Siguiendo cada una de estas características se vio el alcance que podía tener la investigación analizada desde ambientes naturales, desde cada uno de los puntos de vista de los diferentes participantes, explicando lo que ellos observan, su forma de afrontar diferentes situaciones de forma individual o grupal, pero en este caso es diferente ya que no se encuentran con pares académicos, compañeros del salón o amigos cercanos, ellos se encuentran junto a familiares que no comparten la misma edad cronológica, estas y otras variables hacen que los resultados varíen de un estudiante a otro, pero lo más importante es aceptar todos los puntos de vista de cada uno de los estudiantes.

En un estudio descriptivo según Hernández, Fernández, & Baptista (2014), el investigador define las propiedades, las cualidades, los procesos, los fenómenos, los perfiles de las personas, grupos, comunidades u objetos que se sometan a un análisis. Lo cual quiere decir que se debe tener siempre presente los diferentes procesos a llevarse a cabo, dejarse llevar por el contexto sin ir en contravía, hacer uso de los pocos recursos y medios disponibles, con el fin de alcanzar los objetivos planteados en el inicio del proyecto, donde se debe asumir sin importar las condiciones o las dificultades una actitud que sea cien por ciento útil, práctica y razonable para encontrar soluciones a los diferentes problemas de la realidad que aquejan la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare.

Esta investigación se inició a partir de experiencias y observaciones dentro del aula que permitieron descubrir, analizar e interpretar una realidad que favoreciera el proceso educativo mediante el análisis de una estrategia didáctica apropiada para la enseñanza del objeto fracción, parte todo, sus operaciones suma y resta con situaciones del entorno, llegando a estudiantes de grado séptimo. Permitiendo un panorama casi preciso de la

magnitud del problema y de sus resultados, mediante un análisis de tipo descriptivo. La observación se realizó en el momento de la presencialidad, pero la actividad se desarrolló en el momento en el que el gobierno decreto estado de emergencia debido a la Covid-19

La investigación inicialmente se pensaba desarrollar en el aula, pero por situaciones ajenas y conocidas en todo el mundo (Covid-19) solo se pudo trabajar con algunos estudiantes, en especial aquellos que podían ya que, al momento de desarrollar la, debían enviar evidencia, contar con celular para tomar fotos o evidencias era esencial, además, contar con acceso a internet, para poder enviar las evidencias debido a la distancia a la que nos encontrábamos, esto fue una gran limitante para que la mayoría de estudiantes pudieran participar y en algunos casos que terminaran con la actividad planteada, en algunos casos contaban con el equipo pero no con conexión a internet y hacer recargas es muy caro. Palabras de los padres de familia de la Institución Educativa la Inmaculada.

Diseño de la investigación

Siguiendo el planteamiento de Arias (2012) se buscó llegar a comprender la particularidad de cada uno de los estudiantes, tratando de interpretar la realidad con la experimentación, con la indagación, con la socialización, y el recuento de las experiencias significativas de los diferentes participantes. La investigación presentó un diseño de campo, gracias a su estructura de carácter flexible que sigue el proceso investigativo para responder al problema.

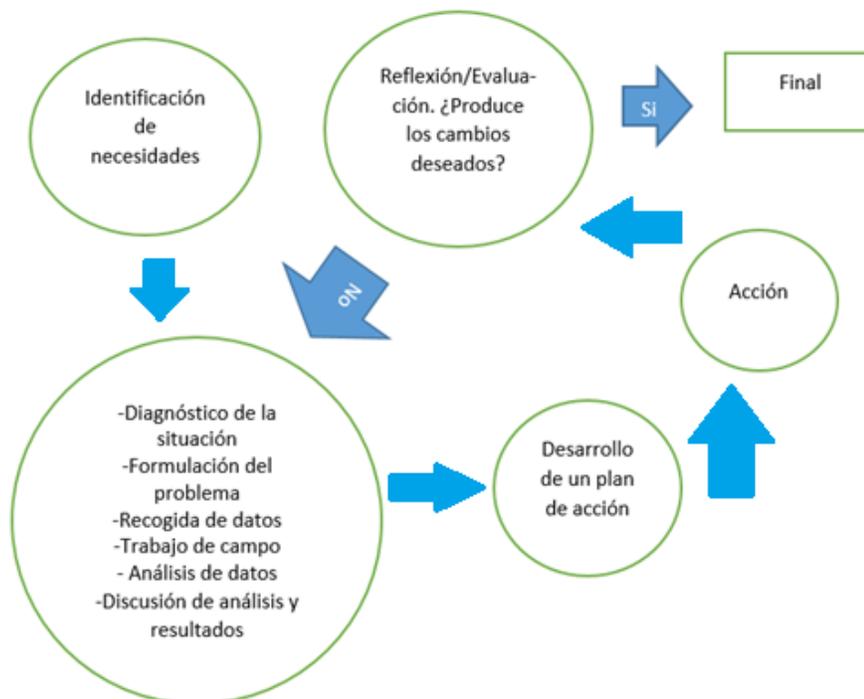
De acuerdo al trabajo de campo, al ambiente y a los participantes se abordó un diseño de investigación- acción según Hernández, Fernández, & Baptista (2014) este debe conducir a realizar cambios en las personas que participaron del estudio y por tanto este cambio se

debe incorporar durante el proceso de investigación. Con el cual se investiga al mismo tiempo que se avanza en el proyecto. Con el único fin de comprender y dar solución a los problemas específicos de las comunidades.

En el plan metodológico se basó en Elliot (2000) el cual habla sobre las fases esenciales del proceso empleado en la investigación- acción, donde se parte de la problemática diagnosticada en la institución o población sujeto de la investigación. Referente a los procesos de enseñanza de las matemáticas, teniendo en cuenta las diferentes acciones pertinentes para interpretar la situación, los respectivos análisis de los resultados y finalmente las reflexiones finales, también explica en caso de no poder lograr los cambios deseados, como se muestra a continuación en la figura número dos.

Figura 2:

Fases de la metodología que se aplica desde la investigación-acción



Nota: En el mapa se muestra las diferentes fases de la metodología que se aplica a la investigación-acción tomado de Elliot (2000)

En la figura 2, explica cuál sería la metodología que se debe seguir en una investigación acción y también explica en su grafico que se debe hacer en caso de que no se encuentre lo que se estaba buscando, con el fin de que la investigación acción sea un éxito. Este tipo de investigación se propone como una herramienta para el desarrollo profesional del docente, y con el fin de que sea conocida por el gremio. En una revisión realizada por Colas (1992) sobre las prácticas de la investigación acción en España, gran parte de ellas se centran en la formación del profesorado y en el desarrollo curricular como eje central.

Fases de la investigación.

Para poder iniciar, desarrollar, profundizar y analizar el proyecto, las actividades que se llevaron a cabo sobre el tema de fracciones (suma y resta) y parte-todo. Se tuvo en cuenta el trabajo en casa debido a la pandemia (Covid-19), desde el inicio del proyecto se planteó que la conexión con los estudiantes iba hacer casi nula. Se tuvo en cuenta las siguientes fases de la investigación acción dadas por Elliot (2000)

Observación (etapa diagnóstica). Mientras se pudieron realizar clases de tipo presencial se pudo observar que los niños de grado séptimo del Colegio la Inmaculada de grado Séptimo, llegaban con falencias en el manejo de fracciones, situación que se cree, aumentó con el trabajo en casa, por falta de interacción con la institución, compañeros, docentes y su entorno al que estaban acostumbrados diferente al hogar o lugar de residencia.

Para realizar el proyecto, desde la prueba diagnóstica, se debio realizar por modo virtual, con ayuda de la tecnología para poder desarrollar el proyecto, se hizo uso de la aplicación whatsapp (ver anexo 2), con el fin de poder identificar específicamente las fallas al momento de desarrollar suma-resta de fracciones y la interpretación de la fracción como parte del todo.

Planeamiento. Siguiendo la etapa inicial, debido a las dificultades encontradas se diseñaron ambientes de aprendizaje, los cuales tienen como enfoque al estudiante o sujeto ya que es el que actúa y transforma, propiciando de esta manera el aprendizaje en los diferentes entornos en los que él actúa o interactúa (Naranjo & Torres, 1999, citado en Florez, Castro, Vasquez, Acuña, & Zea, 2016). Estos ambientes de aprendizaje fueron explorados desde la visión y observación de los estudiantes de tal forma que usaran recursos y material

en un contexto natural, además, de tener en cuenta la cotidianidad de cada uno de ellos y los duros momentos que se están presentando a causa de la pandemia (Covid-19), de tal forma que cada estudiante pudiera desarrollar y hacer su material didáctico con elementos básicos como papel y colores.

Desarrollo o acción. Para ello se hizo una investigación sobre la Teoría de Registros de Representación Semiótica para poder realizar los ambientes de aprendizaje, donde se involucró a los estudiantes en diferentes contextos, usando los números fraccionarios en sus diferentes contextos, recurriendo al trabajo en casa, basados en que “el aprendizaje no debe ser pasivo, debe generar transformación y cambio tanto en la persona como en el contexto en el cual actúa” (Dewey, 1938 citado en Jiménez & Gutiérrez, 2016), estas actividades estuvieron enfocadas en brindar a cada uno de los estudiantes nuevas oportunidades con el fin de que cada estudiante pueda identificar, comprender, analizar y contextualizar algo de las fracciones desde un punto de vista diferente como lo es la interacción con material didáctico creado por ellos mismos y al alcance de los recursos de cualquier estudiante.

Reflexión y análisis. En esta fase se analizó el tipo de procedimiento y manejo que le dieron los estudiantes al desarrollo de las guías, con el fin de saber si se pudo lograr llegar al propósito de sumar y restar fracciones, utilizando diferentes medios de recolección de la información como los son las fotos, trabajos escritos y preguntas abiertas por medio telefónico. Luego de ello se hizo una comparación con la teoría con el fin de analizar si los procesos de interiorización y comprensión fueron los adecuados para generar un aprendizaje.

Validación de instrumentos para la recolección de información

Se realizaron bajo un riguroso seguimiento de expertos en el tema y ayuda de pares académicos simulando el desarrollo que se iba a realizar con los estudiantes de grado séptimo del Colegio la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare en el sector urbano, debido a que algunos niños y niñas retornaron a sus hogares, por motivos de la pandemia (Covid-19)

Para los aportes de los diferentes procesos como lo fueron el pretest, las guías se contó con el aporte de diferentes docentes como: *Publio Suárez Sotomonte*, Doctor en Ciencias de la Educación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC), *Alfonso Jiménez Espinosa*, Posdoctor en Educación, Universidade Estadual de Campinas-Brasil, *Francisco Javier Vargas Mancera*, Magister en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia. *William Andres Sissa Sosa*, Magister en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, *Yesid Becerra*, Magister en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, y de los Estudiantes: *Adriana Pérez Machuca* del Colegio Nacionalizado de Cerinza y *Juan Gabriel Bautista Montañez* del Colegio Nacionalizado Santo Tomas de Aquino de la Ciudad de Duitama, quienes se les aplicó las pruebas de forma presencial debido a la cercanía, también se les aplicó las pruebas y demás de forma virtual a dos estudiantes colaboradores de la misma institución en la cual se desarrollaría el proyecto. Estudiantes de grado Séptimo del Colegio Nacionalizado la Inmaculada de Orocué-Casanare, esto con el fin de observar si los estudiantes respondían lo que se quería investigar. Quienes dieron su aporte y desarrollaron la secuencia didáctica “EL APRENDIZAJE DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES (GUÍAS DIDACTICAS EN VIRTUALIDAD)” (ver anexo 2) teniendo en cuenta las sugerencias y obstáculos presentados por los estudiantes se hicieron los respectivos ajustes para la aplicación de los instrumentos.

Procedimiento para el análisis de los datos

Inicialmente se realizó un pretest donde se reflejaron los obstáculos cometidos por parte de los estudiantes al momento de exponer los conocimientos matemáticos, más exactamente en el caso particular sobre el concepto de fracción, este se realizó en el grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare, luego de ello se analizaron los resultados para comparar los con la teoría utilizada y darle validez.

Descripción de las guías. El siguiente paso fue la construcción de una secuencia didáctica con el propósito de enseñar el concepto de fracción como parte todo, de realizar la suma y resta de fracciones, indagando sobre el concepto, interpretación y percepción que los estudiantes tenían sobre el tema, se propusieron 4 guías y cada una de ellas tenía 4 niveles como máximo, las cuales explican sobre la fracción, tipos de fracciones, juego de fracciones propias, suma y resta de fracciones, dominó de fracciones propias, indicaciones de creación de material (ver anexo 3, 4, 5, 6). Estas guías contaban con el uso permanentemente de registros de representación, lenguaje común, lenguaje gráfico y lenguaje aritmético. La idea final era que los estudiantes lograron dar solución a los 15 niveles propuestos en las guías, con el paso de una representación a otra, teniendo en cuenta los procesos de formación, tratamiento y conversión Duval (2017).

Luego, se buscó la aceptación por parte de los padres de familia y de los estudiantes en el proceso de la intervención frente a la estrategia didáctica, para este proceso se tuvo en cuenta el cumplimiento, el desarrollo, la organización y la participación, tanto de los estudiantes como de los padres de familia ya que también en una de las guías se pedía la participación de la familia para lograr desarrollar la.

Capítulo IV: Resultados y discusión

Análisis de resultados

En este capítulo se presentan los resultados en relación con el problema planteado y los objetivos propuestos en la investigación. Se centra en el análisis de la información recolectada mediante los instrumentos y técnicas utilizadas, mencionadas en el marco metodológico. Se presentan los resultados mediante un análisis cualitativo, previsto en la metodología. Igualmente, se construyen las relaciones entre los análisis de cada categoría. Realizando un análisis detallado del desempeño que obtuvieron los participantes de la investigación. (sus aciertos y desaciertos)

Unidades de análisis

Esta investigación se desarrolló con estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare, la cual es de carácter público. Es una única sede y cuenta con jornada en la mañana y en la tarde, en la mañana trabaja la primaria y en la tarde secundaria, en el sector urbano del Municipio de Orocué-Casanare, el Municipio se encuentra ubicado a seis horas de la capital del Casanare y por río a 6 horas de la capital del Meta-Villavicencio y cuenta con 8 resguardos indígenas. La Institución cuenta con 700 estudiantes desde preescolar hasta undécimo grado, de los cuales sesenta y uno (61) de ellos corresponden a la población es decir que se encuentran en grado séptimo pero por condiciones de pandemia Covid-19 y por falta de recursos de comunicación, solo 13 estudiantes son el objetivo (sujetos de investigación) con edades de entre 11 y 12 años que pertenecen a una población, que, en su mayoría, se dedica a actividades económicas relacionadas con agricultura, ganadería, producción de especies, la pesca, el petróleo, el comercio informal, del transporte y otras actividades.

Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica

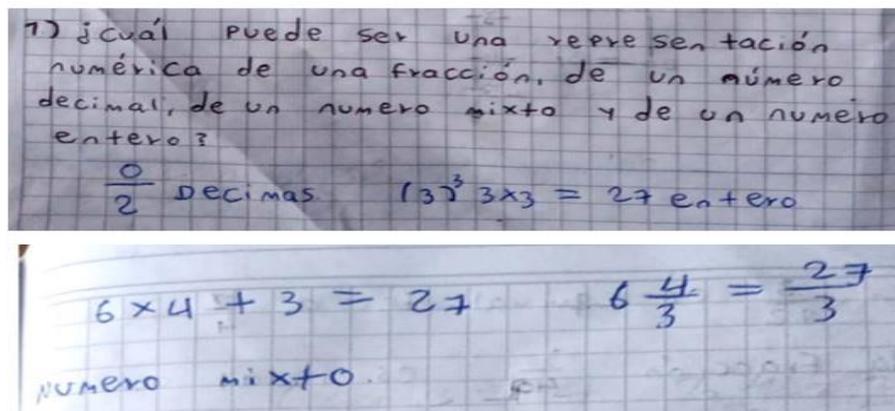
La primera actividad que se aplicó fue la prueba diagnóstica (Ver Anexo 2), teniendo como objetivo identificar fortalezas y debilidades que tenían los estudiantes sobre el concepto fracción.

Esta prueba se desarrolló con la intención de tener información para analizar cinco focos importantes relacionados con el tema fracción, de otra forma la selección de una representación semiótica, la transformación o tratamiento de una representación dentro del mismo registro y la conversión de una representación que es la transformación en otro registro. Duval (1998), la primera parte se refirió al reconocimiento de la fracción (pregunta 1 y 2), la segunda parte, amplificación, simplificación, mayor y menor que (pregunta 3 - 8). La tercera parte, interpretación de la representación gráfica y algebraica (pregunta 9 - 13). la cuarta parte de lenguaje común (preguntas 14 y 15) y la quinta parte, solucionar situaciones en contexto (preguntas 16 - 25).

Análisis foco uno. El objetivo de la pregunta uno y dos, era identificar si los estudiantes reconocían y diferenciaban la fracción de los demás números. Se pudo evidenciar que el 50% de los estudiantes no lograron identificar tanto al numerador como al denominador, haciendo incorrecta su representación aritmética entre los demás, confundiendo su representación. Los estudiantes que fallaron en el foco 1 fueron E1, E2, E3, E4, E6 y E8 a continuación algunas evidencias de los estudiantes E3 y E8

Figura 3

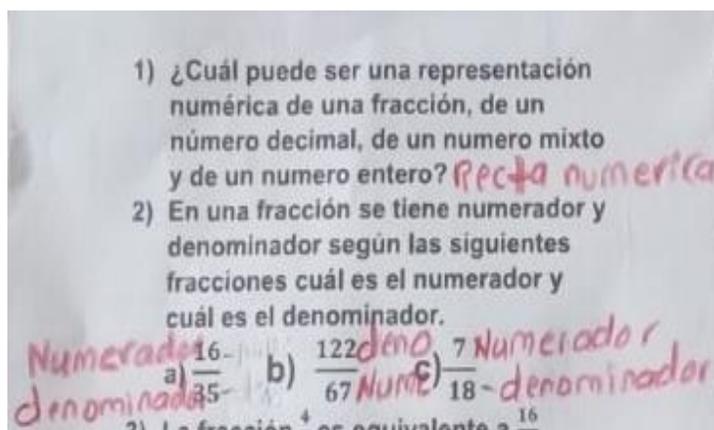
Respuesta del Estudiante número tres, foco uno



Nota: Respuesta del estudiante 3 donde se evidencia que no tiene claro la representación de los diferentes números como la fracción.

Figura 4

Respuesta del Estudiante número ocho, foco uno



Nota: Respuesta del estudiante 8 donde se evidencia que no tiene claro la representación de los diferentes números, en la fracción no diferencia sus componentes.

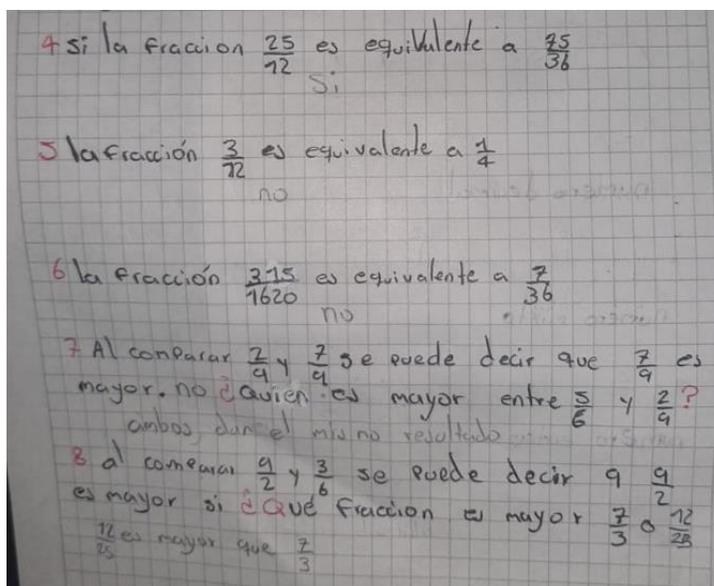
En las imágenes se pudo observar que los estudiantes antes mencionados en el foco uno, confundieron al hacer la notación de los números enteros, decimales y en específico las

fracciones, además que no tenían bien claro quién es el numerador y el denominador, evidenciándose que el número mayor debe ser siempre el denominador y que al representarlos debe ser en la recta numérica.

Análisis foco dos. El objetivo de la pregunta tres hasta la ocho, fue identificar como los estudiantes realizaban la comparación entre fracciones, amplificación, simplificación, dejando en evidencia que el 70% de los estudiantes no realizan ningún tipo de procedimiento para estos puntos, los estudiantes que no desarrollaron este foco fueron los estudiantes E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 y E11 a continuación algunas evidencias de los desarrollos por parte de los estudiantes E4 y E11.

Figura 5

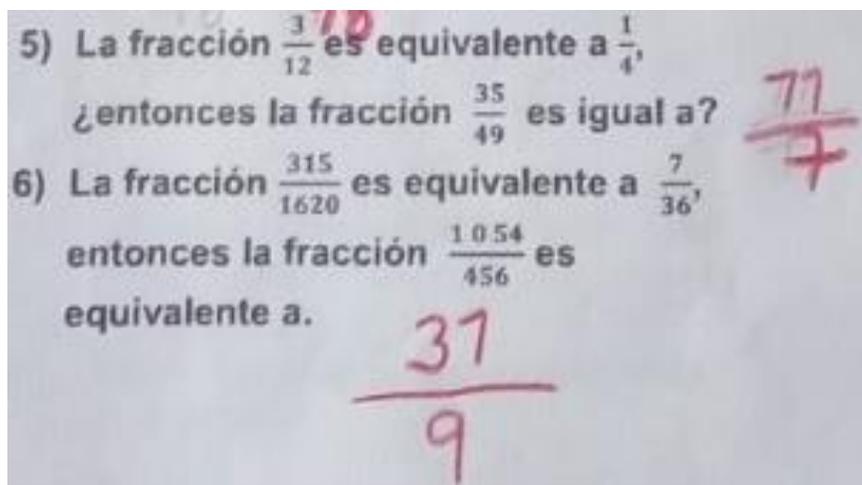
Respuesta del estudiante cuatro, foco dos



Nota: En la gráfica se representa las respuestas del estudiante cuatro.

Figura 6

Respuesta del estudiante once, foco dos



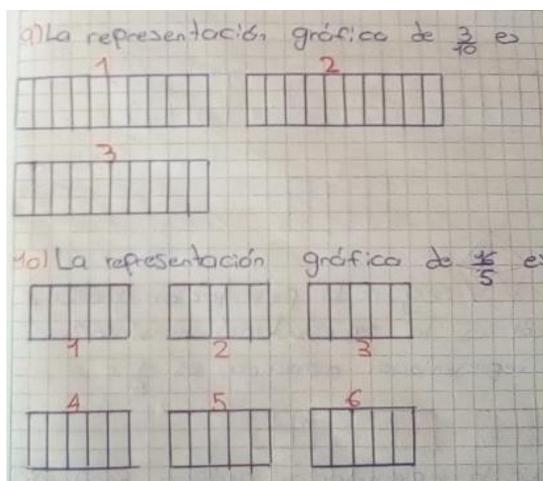
Nota: El gráfico representa la falta de procedimiento del estudiante número once

En el foco dos, se evidenció que hay más estudiantes que en el foco uno, no realizaron ningún tipo de procedimiento, dan respuestas solamente, se dejaron llevar porque el número se ve mayor, escribieron afirmaciones como “solo se debe ver el numerador que es el que importa”, se evidencio un procedimiento erróneo al numerador lo amplifica por dos y en el denominador divide por dos. Llinares y Sánchez (1988 p. 129)

Análisis foco tres. El objetivo de las preguntas nueve hasta la trece era investigar si los estudiantes tenían claro la fracción como parte del todo como una relación discreta, que según Fandiño (2015) “consiste en dividir el todo en partes congruentes entre sí y la fracción vendría a expresar la relación entre el número de partes pedido y el número total de partes” según lo anterior se pudo evidenciar que en un 80% los estudiantes no hacen la representación de la unidad como parte del todo. Los estudiantes que están en este foco son E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9 y E11, a continuación, se muestran algunas evidencias de los estudiantes uno y siete.

Figura 7

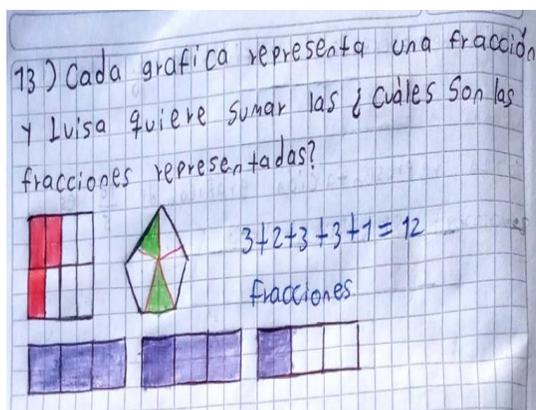
Respuesta estudiante uno, foco tres



Nota: La gráfica muestra la mala interpretación de la fracción propia e impropia.

Figura 8

Respuesta del estudiante siete, foco tres



Nota: Se muestra que no se tiene comprensión del lenguaje gráfico al lenguaje aritmético.

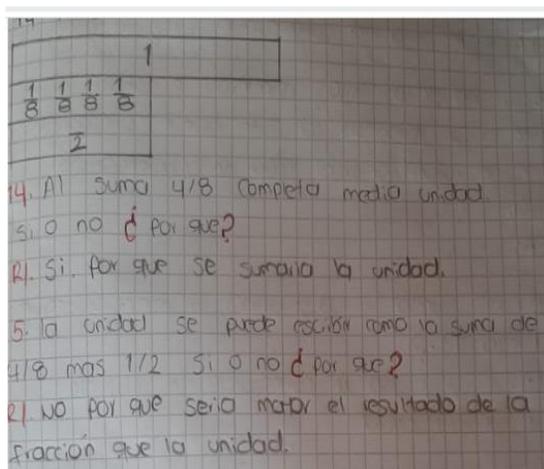
La cantidad de estudiantes del foco tres se mantuvo con respecto a la del foco dos, se observó que los estudiantes al hacer la representación gráfica o aritmética de la fracción presentaron dificultades, confundiéndola con números enteros, realizando graficas equivocadas o dividiendo en partes desiguales, también se evidencio que la fracción como

parte del todo la manejan mejor a diferencia de la fracción impropia donde la mayoría de los estudiantes cometen errores de representación gráfica y aritmética.

Análisis foco cuatro. El objetivo de las preguntas catorce y quince fue identificar la interpretación que tienen los estudiantes del lenguaje común y de la interpretación de la fracción como parte del todo, podían llevarla al lenguaje de la aritmética o a la representación gráfica y/o pictográfica. Se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes no realizan ese procedimiento y que consideran que la suma de las partes es mayor que la unidad, además, no hacen la conversión del lenguaje común al aritmético pictográfico y viceversa. Un 70% no interpreta la fracción en lenguaje común. Los estudiantes que están en este foco fueron E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E11, Como se evidencia en la figura 9 y 10 a continuación mostradas.

Figura 9:

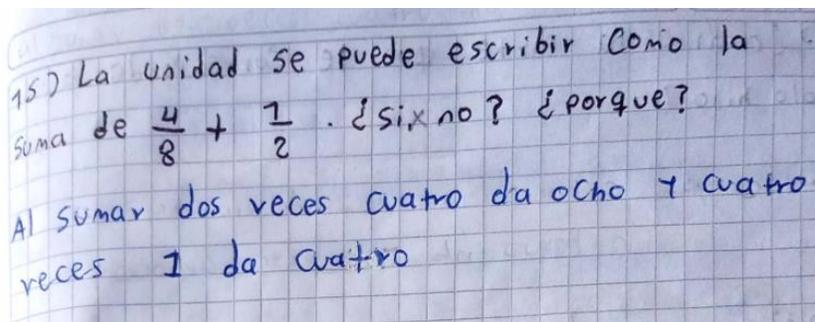
Respuesta del estudiante siete, foco cuatro



Nota: En la gráfica se representa la mala interpretación de la fracción como parte del todo

Figura 10:

Respuesta del estudiante ocho, foco cuatro



Nota: Se muestra que el estudiante no realiza la parte operativa, suma de fracciones.

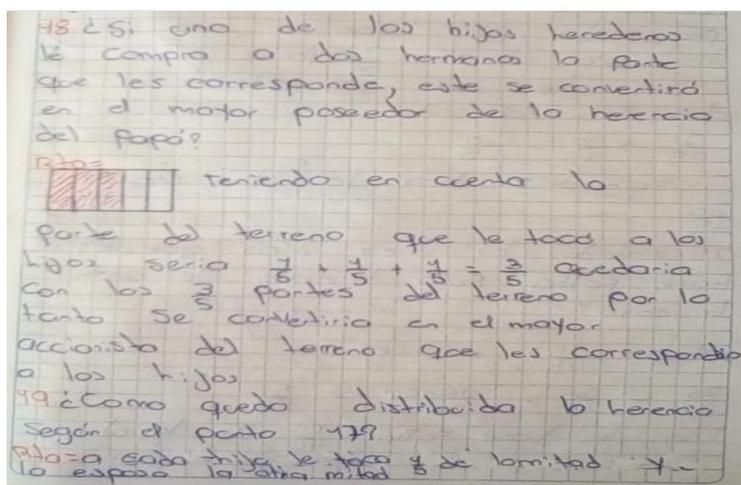
En el foco cuatro se disminuyó la cantidad de estudiantes que en el foco dos y tres. En la transcripción del lenguaje común a la representación numérica de la fracción, se pudo observar que el procedimiento lo desarrollaron bien, pero al dar la respuesta confunden la mitad con la unidad, además sin desarrollo o representación alguna. Consideraron que la suma de las partes es mayor que el todo, asegurando que al sumar sería mayor el resultado de la fracción que la unidad. Haciendo afirmaciones como sumar dos veces cuatro da ocho y cuatro veces 1 da cuatro, lo cual está bien, pero dejando en evidencia que la parte operativa de fracciones no la realizan.

Análisis foco cinco. El objetivo de las preguntas dieciséis hasta la pregunta veinte cinco del foco cinco, fue identificar la interpretación, el análisis y procedimientos que realizan los estudiantes para resolver problemas en situaciones en contexto; sobre esto se pudo evidenciar que en un 80% los estudiantes no se apropiaron de la pregunta, que dando en evidencia que la parte algorítmica la desarrollaron mejor, pero la solución de los problemas no la dominan, los estudiantes que se encuentran en este foco son E1, E2, E3, E4, E5, E6,

E7, E8, E9, E11 y E12 a continuación se muestra evidencia de las respuestas en la figura 11 y 12

Figura 11:

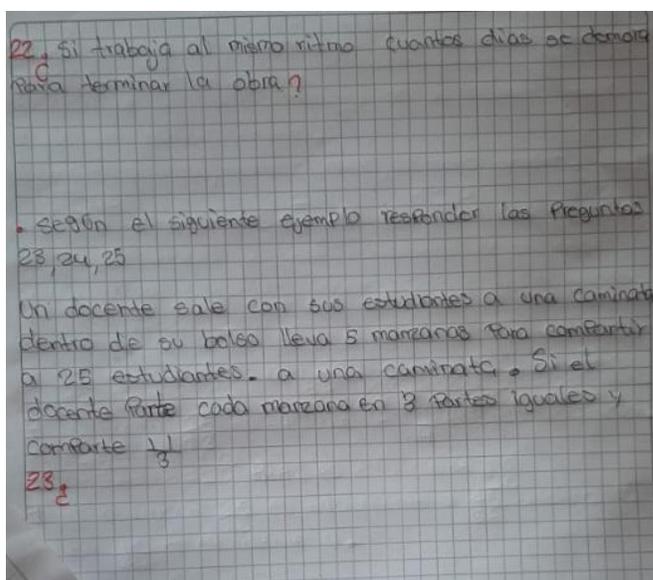
Respuesta del estudiante dos, foco cinco



Nota: El gráfico representa la mala interpretación de problemas en contexto

Figura 12:

Respuesta del estudiante doce, foco cinco



Nota: En la gráfica se evidencia que los estudiantes no dan respuesta a lo preguntado.

En el foco número cinco aumenta la cantidad de estudiantes referente al foco cuatro y aumenta con referencia al foco dos y tres, en el foco cinco se evidencio que los estudiantes no realizaron un procedimiento, grafico, ni algebraico, no tomaron la unidad como parte del todo para poder hacer un análisis de las situaciones que se les planteo, se evidencio en el ejercicio donde deben dividir la tierra, además realizaron operaciones de multiplicación, suma y resta reflejando un mal procedimiento, en donde sumaron un número positivo y uno negativo dando como resultado un número mayor pero negativo, además solo hicieron registro del ejercicio sin solución y en otros casos ni registraron el ejercicio con el fin de no dejar en evidencia la falta de los ejercicios. En la tabla tres se hace un resumen de los diferentes estudiantes donde se evidencia el total de los estudiantes que se encuentran ubicados por focos haciendo un resumen general.

Tabla 3:

Ubicación por focos de los estudiantes que presentaron el pretest

Foco 1	Foco 2	Foco 3	Foco 4	Foco 5
No reconoce o identifica la fracción	No amplifica, simplifica, o encuentra equivalencia	No hace una correcta representación de la fracción como parte del todo	No identifica a la fracción en lenguaje común	No soluciona ejercicios en situaciones contexto
E1, E2, E3, E4, E6, E8	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11	E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E11,	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12

Nota: La tabla muestra los resultados de los diferentes estudiantes según el pretest por focos.

Análisis de resultados de las guías didácticas

Luego de haber analizado y encontrado el tipo de falencias se clasificaron según la prueba diagnóstica. Se realizaron cuatro secuencias didácticas con el fin de corregir los

errores en el reconocimiento de la fracción como parte del todo, amplificación y simplificación, fracciones propias e impropias, la conversión y tratamiento de las mismas (Duval, 1998). Para ello también se hizo un dominó de fracciones propias con el fin de aprender a realizar el procedimiento de suma y resta de fracciones, reconocimiento de los diferentes lenguajes de la fracción, solución de problemas en contexto, manejo de material didáctico. Todo ello teniendo presente que los estudiantes debían trabajar desde casa debido a la emergencia sanitaria decretada por el gobierno en el 2020 debido a la Covid-19

Análisis primera actividad

La primera actividad se tituló “La fracción como parte del todo” esta actividad tenía cuatro momentos o niveles, el primer momento o nivel consistió en armar su propio material didáctico siguiendo unas instrucciones, cortando y coloreando. El segundo momento o nivel consistía en que representaran el procedimiento que habían realizado en el nivel uno de forma aritmética y gráfica, en el momento o nivel tres se pretendía que el estudiante analizara cuantas partes del mismo color se debían unir o sumar para completar la unidad (hoja) con el fin de interpretar la unidad como parte del todo y en el último momento o nivel se pretendía que el estudiante comparara las partes o colores.

Registros de la teoría utilizada. Los estudiantes van de un lenguaje verbal, es decir se inicia con indicaciones y se pide que realicen la conversión a uno gráfico que es la representación de lo dicho anteriormente, y del lenguaje gráfico pasar al aritmético y hacer el proceso inverso. Duval (1998)

Observado. En total todos los estudiantes del proyecto desarrollaron la guía número uno, en esta actividad se pudo evidenciar que los estudiantes E1, E9, E10, E13 realizaron un procedimiento destacado como se evidencia en la tabla 4.

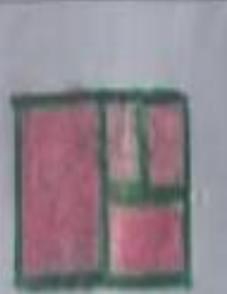
Tabla 4:

Evidencia de los estudiantes E1, E9, E10 y E13 en la primera actividad

E1	
E9	
E10	

	<p>media roja.</p> <p>i. Si se suma una parte de color verde más una de color azul, ocupan la misma área del color rojo.</p>	<p>Falso</p>		<p>No ocupan la misma área porque el color verde y el color azul ocupan una zona igual a la del color rojo pero con diferentes formas.</p>
<p>b) ¿Cuántas partes de color azul completan la hoja?</p>			<p>Si completan una hoja, porque tienen la misma medida. Y si dejas dos de ellas sería la mitad de la hoja.</p>	

E13

	<p>Rojo.</p>		<p>2</p>	<p>La 1</p> <p>$A = 26.5 \text{ cm} \times 23.9 \text{ cm}$</p> <p>$A = 36.735 \text{ cm}^2$</p>
<p>bxi) Cuántas partes del color azul completan la hoja</p>	<p>$\frac{1 \text{ hoja}}{4 \text{ partes}}$</p>	<p>Parte 4</p> <p>Parte 3</p> <p>Parte 2</p> <p>Parte 1</p>	<p>Si se divide en 4 partes iguales al color azul completan la hoja inicial.</p> <p>Cada parte de color azul es = $\frac{1}{4}$</p>	
<p>m. Si se tiene la parte de color rojo y se le quita la parte de color azul más la de color verde, queda una parte igual de grande a la de color verde.</p>	<p>Verdadero</p>		<p>Si queda igual porque en las partes que no se quita se le quita y queda del mismo tamaño del color verde.</p>	

Nota: Los gráficos muestran el desarrollo de la primera actividad, de diferentes estudiantes.

Luego de recibir los trabajos por medio de Whatsapp se hacia una retroalimentación con cada uno de los estudiantes con el fin de saber si tubieron dificultades, se les facilitó o buscaron ayuda externa, con el fin que se expresaran de una forma verbal y abierta.

El estudiante E1, E10 y E13 desarrollaron la actividad de forma similar adiferencia del estudiante E9 quien hizo el corte de otra forma, ademas, le hizo la representación aritmetica de la fracción, tambien, escribe medidas en centímetros, lo cual, no quiere decir que esta mal. En la tabla 5 se relaciona el desarrollo de la actividad número uno por estudiante.

Se pudo observar que mediante las indicaciones propuestas dentro de la guía número uno los estudiantes lograron desarrollar y aplicar los diferentes momentos propuestos por Duval (1998) en su Teoria de Registros de Representacion Semiotica, logrando comprender que sus partes no son mayor al todo, y que gracias a dividir una hoja en partes iguales lo relacionaron con el concepto fracción, identificando numerador y denominador, haciendo la representación grafica, aritmetica y de conversión logrando representar en la recta numérica y a su vez en una gráfica. En la tabla cinco se muestran los resultados de la primera actividad por niveles de los diferentes estudiantes.

Tabla 5

Resultados primera actividad de los diferentes estudiantes

Niveles / Estudiantes	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
Nivel uno	Si	Si	No	Si	Si	Si	Si						
Nivel dos	Si	Si	No	Si	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel tres	Si	Si	No	Si	Si	No	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel cuatro	Si	Si	No	Si	Si	No	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si

Nota: En la tabla se muestra el desarrollo de la actividad número uno por niveles de los trece estudiantes que participaron en el proyecto.

La tabla anterior muestra que diez estudiantes de trece, desarrollaron completamente la actividad número uno, el estudiante tres no desarrollo nada de la actividad por fallas en la tecnologia, el estudiante número seis solo desarrollo el primer nivel y el estudiante ocho no desarrollo los dos ultimos niveles, los dos ultimos no lo desarrollaron por falta de tiempo.

Análisis segunda actividad

La actividad dos se titulo “Fracciones propias e impropias” esta actividad se dividió en cuatro niveles, en el primer nivel se hizo un refuerzo de la guía número uno, en el segundo nivel se trabajo la grafica de la fracción propia, tambien mayor, menor o igual entre las fracciones, en el tercer nivel se trabajo las fracciones impropias, mirando diferentes representaciones, En el cuarto nivel se trabajo la fracción con el manejo del dinero. Trabajando en los diferentes niveles la acción, el tratamiento y conversión, Duval (1998).

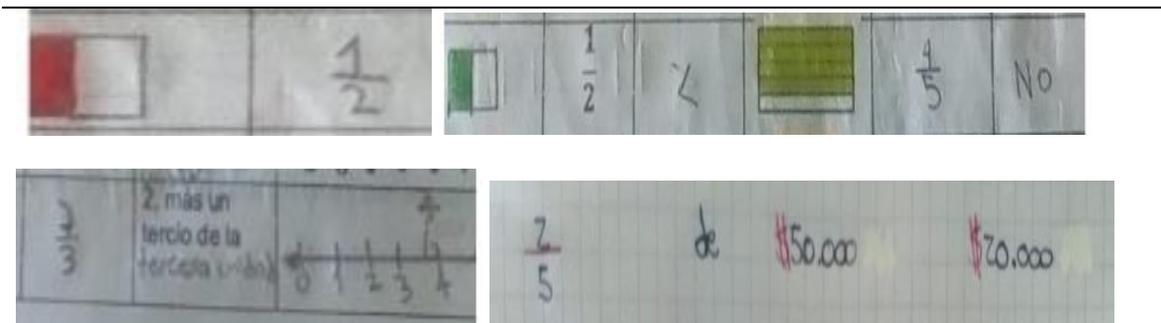
Registros de la teoría utilizada. Se evidencio que los estudiantes lograron hacer manejo de los diferentes momentos de la teoría, el estudiante va de un lenguaje verbal, a uno gráfico, del lenguaje gráfico pasa al aritmético y viceversa.

Observado. La gran mayoría de los estudiantes del proyecto desarrollaron la guía número dos, se observó que los estudiantes E1, E4, E7, E10 realizaron un procedimiento destacado.

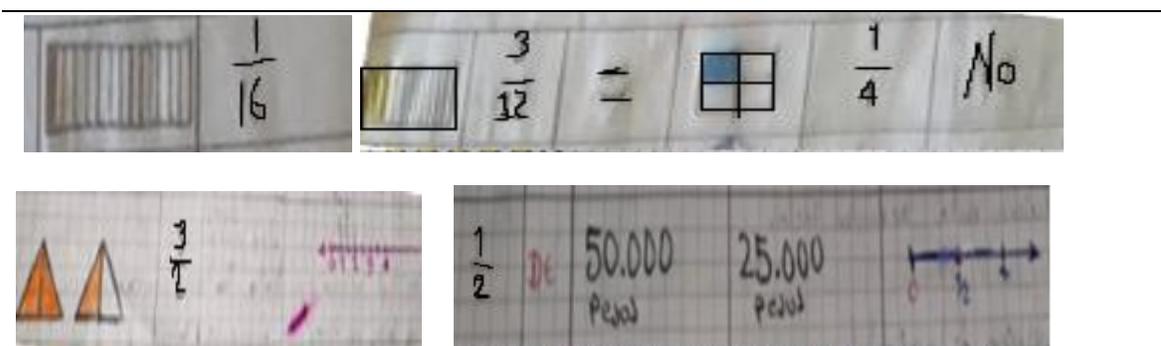
Tabla 6:

Evidencia de los estudiantes E1, E4, E7 y E10 de la segunda actividad

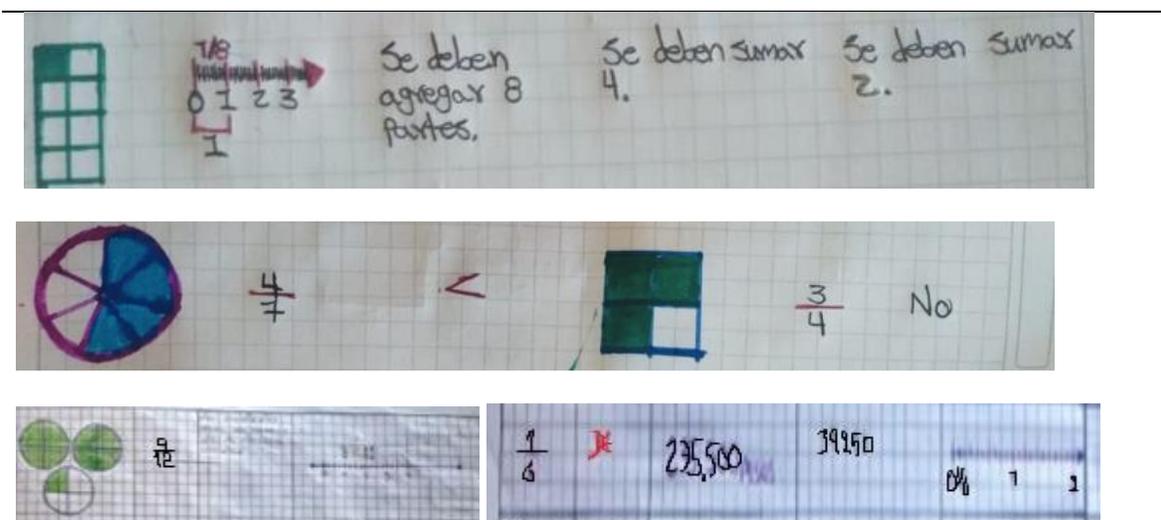
E1



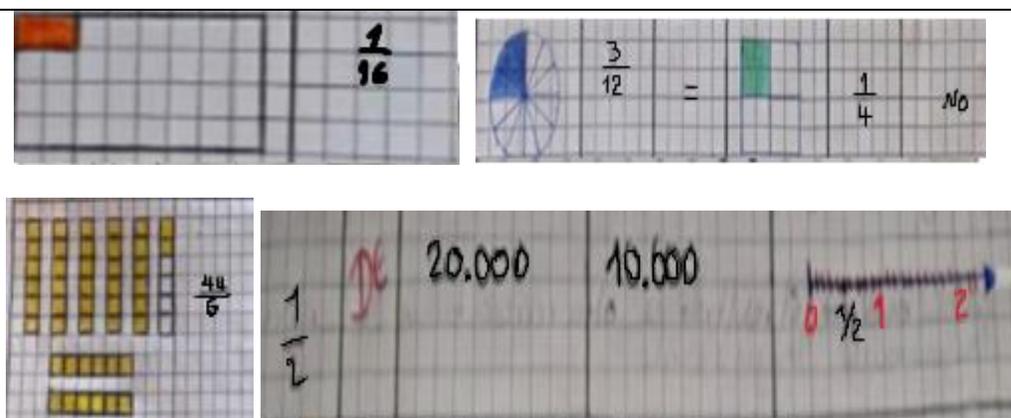
E4



E7



E10



Nota: La gráfica muestra el desarrollo de la actividad número dos de los estudiantes E1, E4, E7 y E10.

Se evidencia que durante el desarrollo de la segunda actividad, los estudiantes manejaron la acción, el tratamiento y la conversión en los diferentes niveles, en el primer nivel se evidenció un mejor manejo de la unidad como parte del todo y su representación, mejorá. En el segundo nivel se evidenció que el manejo de la igualdad, mayor y menor se presentaron errores al momento de la comparación pero de la representación y análisis de la misma no se presentaron. En el nivel tres los estudiantes manejaron y diferenciaron las fracciones propias e impropias correctamente interpretando que para la fracción propia no se necesitaba más de una unidad para representar la, a diferencia de la fracción impropia. Concordando con Fandiño (2009) donde afirma que “las fracciones impropias o iguales a la unidad, necesitan una justificación específica posible” (p.3). Los estudiantes la encontraron o la evidenciaron en el desarrollo de la actividad número dos. En el nivel cuatro se evidencia que manejan muy bien el dinero. En la tabla número siete se hace un resumen de los estudiantes participantes del proyecto y el desarrollo que tuvieron en los diferentes niveles.

Tabla 7

Resultados segunda actividad de los diferentes estudiantes

Niveles / Estudiantes	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
Nivel uno	Si	Si	No	Si	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel dos	Si	Si	No	Si	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel tres	Si	Si	No	Si	No	No	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel cuatro	Si	Si	No	Si	No	No	Si	No	Si	Si	Si	Si	Si

Nota: La tabla muestra a los estudiantes participantes del proyecto y el desarrollo que tuvieron en los diferentes niveles.

Se evidenció que en la guía número dos, nueve de doce estudiantes desarrollaron por completo la actividad, que los estudiantes tres, cinco y seis no la desarrollaron, el estudiante ocho no desarrollo los dos ultimos niveles, los estudiantes que no desarrollaron por completo las guías comentaron que fue por falta de conectividad y el estudiante que no termino, fue por que no entendio los dos ultimos niveles.

Análisis tercera actividad

La actividad tres se llamó “Dominó de Fracciones Propias” con la cual se pretendía reforzar lo visto en la guía uno y dos en forma de juego aprovechando que los estudiantes estaban en la casa con los padres los cuales son partícipes del aprendizaje de los niños en épocas normales y aún más en época de pandemia. Este dominó igual que cualquier otro contaba con 28 fichas, con la diferencia que se tiene la fracción representada numérica, gráfica y en lenguaje común reemplazando los puntos del común. La guía número tres estaba dividida en tres niveles, el nivel número uno, se hizo un repaso de ampliación, simplificación, igualdad y representación de fracciones. Concordando con Llinares & Sánchez (1988) donde se refieren hacer uso de las fracciones impropias desde un primer momento sin hacerles un tratamiento especial. En el nivel dos la preparación de las fichas del dominó, hacer lectura y

comprensión del juego, este hace énfasis en las tres etapas de la teoría de registros de representación semiótica formación, tratamiento y conversión, Duval (1998). En el nivel tres se hacen preguntas teóricas y de comprensión del juego.

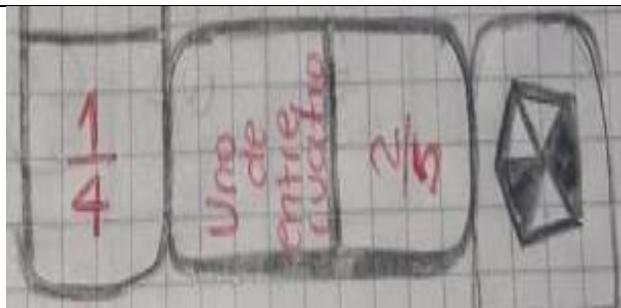
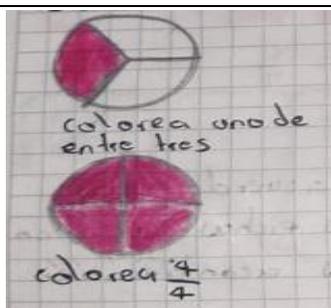
Registros de la teoría utilizada. Se evaluó con el juego, dominó de fracciones propias, el manejo de los tres momentos de la teoría trabajada, Acción-Tratamiento- Conversión, Duval (1998). Dentro del juego se encuentra lenguaje algebraico, representaciones pictográficas, gráfico y lenguaje común en diferentes fichas con el fin de que los estudiantes asimilen la presentación de las fracciones de diferentes maneras y le puedan dar uso en otros contextos.

Observado. La gran mayoría de los estudiantes del proyecto desarrollaron la guía número tres, observando que los estudiantes E1, E4, E8, E10 realizaron un procedimiento destacado como se evidencia en la siguiente tabla ocho.

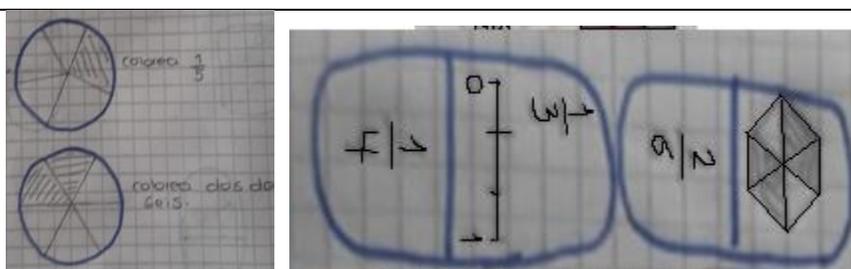
Tabla 8

Evidencia de los estudiantes E1, E4, E8 y E10, tercera actividad

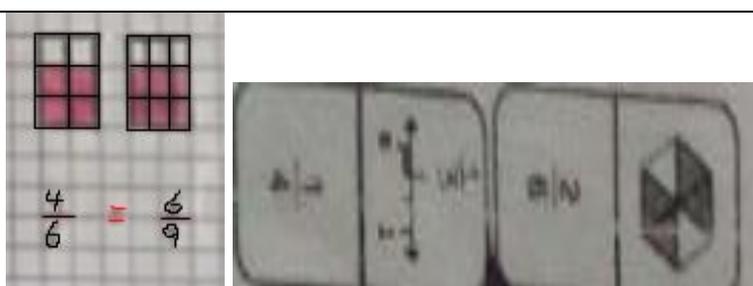
E1



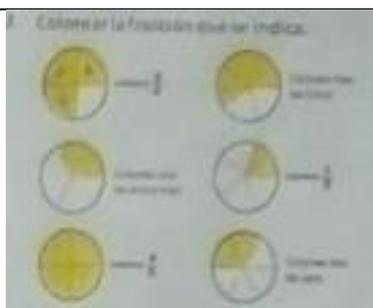
E4



E8



E10



$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Si se toman un cuarto del total de las fichas del dominó. Cuántas fichas serán? ¿quedan completos los grupos?

* total de las fichas del dominó para cada jugador
son de 7 fichas

* quedan completos los grupos

Nota: La gráfica muestra el desarrollo de los diferentes niveles de los estudiantes E1, E4, E8 y E10

Tabla 9

Resultados tercera actividad de los diferentes estudiantes

Niveles / Estudiantes	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
Nivel uno	Si	Si	Si	Si	Si	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel dos	Si	Si	Si	Si	Si	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si
Nivel tres	Si	Si	Si	Si	Si	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	No

Nota: La tabla muestra el desarrollo por niveles, de la actividad número tres, por estudiante.

En la tabla nueve se evidencia que la mayoría de los estudiantes desarrollaron la actividad tres, el estudiante tres retorno al desarrollo de las actividades, los estudiantes seis y siete no desarrollaron la actividad, y el estudiante trece no desarrollo el ultimo nivel de la actividad. En general se pudo observar que los estudiantes lograron desarrollar esta actividad, y que se propició para la unión familiar. Los estudiantes desarrollaron la guía de forma muy parecida llegando a diferentes soluciones, pero todas correctas. Es satisfactorio que la actividad número tres pueda generar esos espacios que son tan elementales para la unión de la familia y que de alguna u otra manera se deben alimentar, es bueno saber que se puede ser quien propicia esos encuentros, y más en un momento de auge tecnológico donde la unión familiar y los momentos para hablar, reunirse en familia se han perdido. Se relaciona en la siguiente tabla los niveles y la cantidad de estudiantes encontrados por nivel en la actividad tres.

Análisis cuarta actividad

La actividad cuatro y la del cierre se llamó “Aplicando operaciones” en esta guía también se presentaron cuatro niveles como en la guía número uno y dos, en el primer nivel se trabajó sobre las fracciones propias e impropias, en el nivel dos se trabajó las fracciones homogéneas y heterogéneas trabajando la representación algebraica y pictográfica. En el

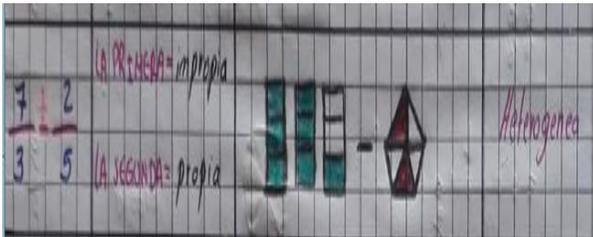
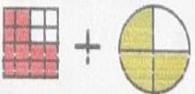
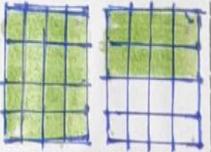
nivel tres se trabajó como realizar la parte operativa de suma y resta de fracciones explicando lo de la forma del mínimo común múltiplo y en el nivel cuatro se realiza un desarrollo de ejercicios aplicados al contexto.

Registros de la teoría utilizada. En el desarrollo de la actividad número cuatro se evaluó los diferentes momentos de la teoría, donde se trabajó la acción, el tratamiento y la conversión, Duval (1998). En los diferentes niveles de la guía.

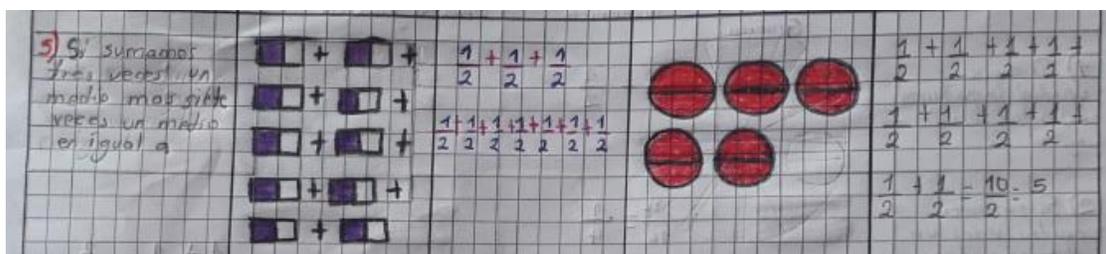
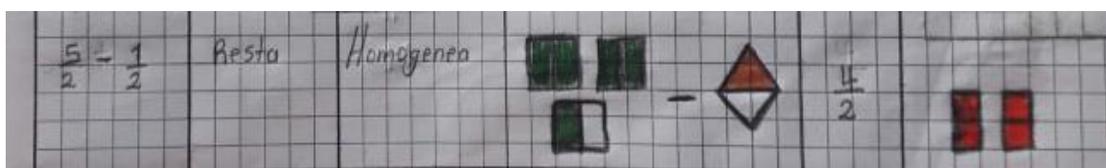
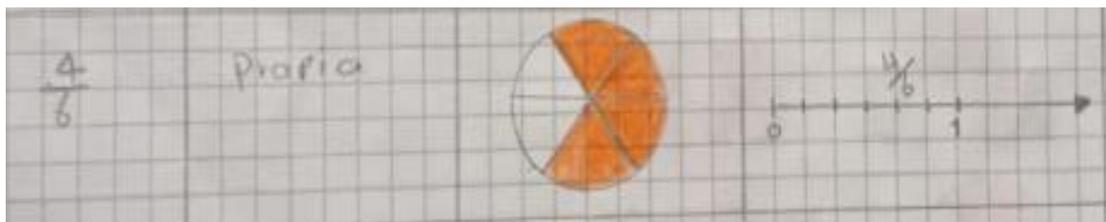
Observado. La mayoría de los estudiantes del proyecto no desarrollaron la guía número cuatro, solo los estudiantes E1, E5, E6 y E10 realizaron el procedimiento y desarrollo. Como lo muestra la siguiente tabla número diez

Tabla 10

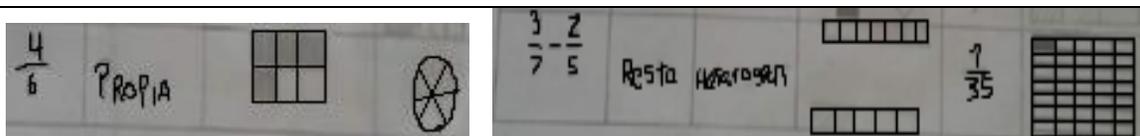
Evidencia de los estudiantes E1, E5, E6 y E10, cuarta actividad

E1					
					
$\frac{12}{16} + \frac{3}{4}$	SUMA	Heterogenea		$\frac{12 \times 4}{16 \times 1} + \frac{3 \times 4}{4 \times 4}$ $\frac{12}{16} + \frac{12}{16} = \frac{24}{16}$	

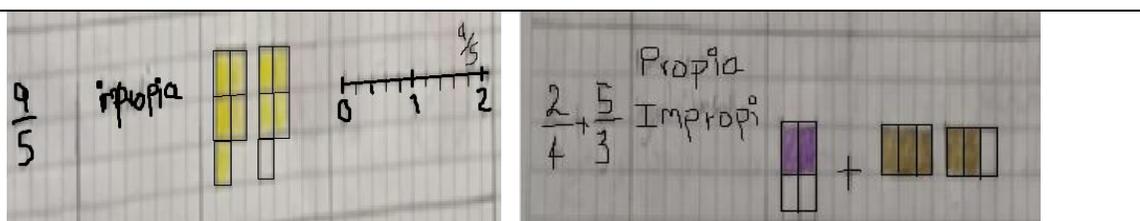
E5

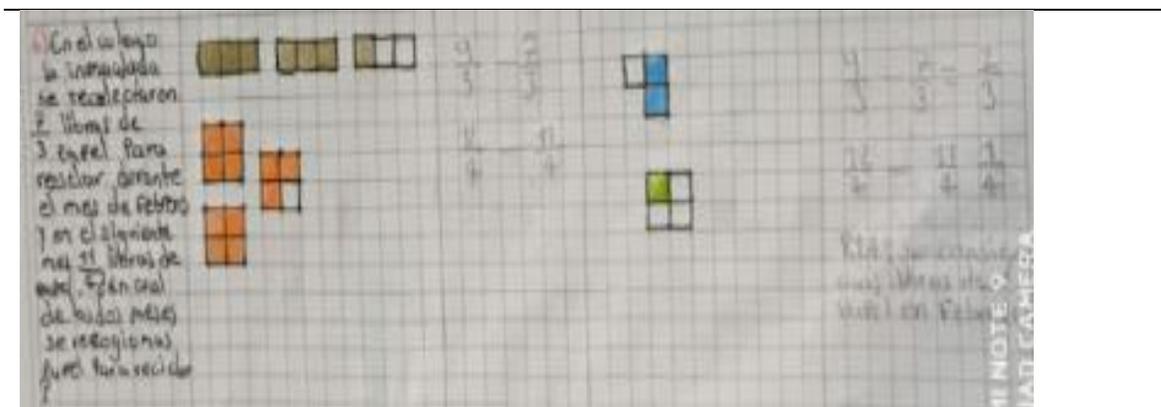


E6



E10





Nota: La gráfica muestra el desarrollo de los diferentes niveles de los estudiantes E1, E5, E6 y E10

La mayoría de los estudiantes que desarrollaron esta guía, por premura de tiempo no lograron terminar la, algunas de las causas fueron por problemas de conexión, los estudiantes E5 y E6 desde la guía anterior ya estaban quedados, se pudo observar que los estudiantes que terminaron, tuvieron algunos errores de tratamiento y conversión, todos los participantes intentaron responder el ejercicio. En la tabla once se evidencia el desarrollo de cada uno de los estudiantes participantes por niveles.

Tabla 11

Resultados cuarta actividad por estudiante

Niveles / Estudiantes	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
Nivel uno	Si	No	No	No	Si	Si	No	No	No	Si	No	Si	No
Nivel dos	Si	No	No	No	Si	Si	No	No	No	Si	No	Si	No
Nivel tres	Si	No	No	No	Si	Si	No	No	No	Si	No	Si	No
Nivel cuatro	No	No	No	No	Si	Si	No	No	No	Si	No	Si	No

Nota: La tabla muestra el desarrollo de la actividad número cuatro de los estudiantes por niveles.

La tabla número once refleja que la mayoría de los estudiantes no desarrollaron la actividad número cuatro y que solo unos pocos la terminaron como es el caso de los estudiantes cinco, seis, diez y doce terminaron la actividad de forma completa, el estudiante uno no termino el cuarto nivel. Todo se presento por premura del tiempo y por lo extenso de las actividades uno, dos y tres, ademas, sobrecarga de trabajos, las demas áreas tambien dejaban trabajos largos. Palabras de los mismos estudiantes del proyecto y padres de familia

Conclusiones

En la fase inicial de esta investigación se identificaron algunas dificultades, caso concreto, el concepto parte-todo, en la suma de fracciones, en la resta de fracciones y en el desarrollo de ejercicios en contexto, también se evidenció que el trabajo se debía desarrollar de forma virtual, debido a la emergencia sanitaria decretada por el gobierno nacional debido a la Covid-19, que se presentó a nivel mundial, nacional y local. También se pudo identificar que la gran mayoría de estudiantes no podrían desarrollar las guías debido a la falta de conexión a internet y la falta de un móvil inteligente, debido a que la población carece de recursos económicos y la señal de telefonía móvil es baja y no cubre el 100% del municipio.

Al evidenciar estas dificultades y con ayuda de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare se hicieron ajustes de como poder llegar a todos aquellos niños que se encontraban cerca y lejos, distancias que fácilmente se podían encontrar con horas y horas de camino al lugar de estudio, donde en épocas de invierno se hace intransitable la vía, con el fin de que todos los estudiantes pudieran seguir con el estudio y no se desescolarizaran, se tomó como única alternativa el uso de guías, en ese momento se evidencio que se podía hacer el proyecto con guías didácticas, con el fin de realizar las actividades llamativas y hacer uso de recursos económicos como colores, hojas de papel, trazos, cortes y otros con el fin de ayudar a la economía de las familias que por estas épocas no es muy buena, con el fin de no generar gastos adicionales además como valor agregado hacer que la familia estudiara unida.

Con más contras que puntos a favor se puso en marcha el diseño de las guías didácticas con el fin de enseñar la fracción, como forma inicial parte todo, fracciones propias e impropias, amplificación, simplificación, operaciones de suma y resta, juego de dominó de

fracciones propias, desarrollar problemas en contexto, e ir evaluando el procedimiento. De este proceso resultaron cuatro guías cada una con cuatro niveles, donde se inició con la creación de su propio material, con la investigación se logró resaltar que las matemáticas utilizan otros campos como el arte, la imaginación, la recursividad, etc. En la guía número tres funcionó la adaptación de un juego de mesa conocido por la mayoría, como lo es el dominó, pero con modificaciones aplicadas al tema de trabajo, haciendo lo de fracciones propias, con uso de los Registros de Representación Semiótica propuesta por Duval (1998) todo esto propició la participación de los estudiantes quienes al principio no querían porque no tenían conexión y al conocer el proyecto se animaron tanto los estudiantes como los padres de familia.

Funcionó el desarrollo de las guías por parte de los estudiantes de otras instituciones, con los cuales, se hizo una prueba piloto presencial con algunos estudiantes del mismo grado con el fin de simular lo que pudieran pensar o necesitar al momento de desarrollar las guías para facilitar el desarrollo de las mismas, proceso que sirvió y se vio bien reflejado en el desarrollo de los estudiantes participes del proyecto. Además, se evaluó o evidenció que no todos los estudiantes podrían estar dentro del proyecto por lo cual solo se les hizo participes de la guía inicial ya que con ellos la conexión sería cada mes y para el desarrollo del proyecto la conexión debería ser más seguida, como eran cuatro guías acarrearía cuatro meses y por desarrollo de tema no sería viable, así que se creó un grupo por WhatsApp y se pidió el favor a aquellos estudiantes que quisieran participar y tuvieran la oportunidad de hacerlo, a lo cual 13 estudiantes decidieron aceptar el desarrollo de la actividad.

Para el desarrollo de las actividades se tuvo presente las diferentes opiniones de investigadores relacionados en el trabajo y las diferentes conclusiones que ellos aportaron con el fin de que esta investigación pudiera tener una mayor trascendencia, tomando como

pilares los autores Kieren (1976), Linares (2003), Vergnaud (2006), Duval (2017) y Fandiño (2013), D'Amore (2013) y otros autores importantes que sirvieron como base de la investigación. En el desarrollo de la investigación se lograron realizar con éxito diferentes pasos, cómo la construcción de la fracción, el uso de la fracción y la relación de la fracción en la vida cotidiana de los estudiantes.

En el desarrollo de las guías se pudo evidenciar que los estudiantes fueron recursivos y que de la mejor manera sacaron el desarrollo de la actividad adelante, algunos de ellos, como el docente no se encontraba para ayudarlos, para guiarlos le pidieron ayuda a un hermano mayor, tío o papá. Cada guía contaba con niveles, facilitando el trabajo en la misma hoja, en dos de las guías se apoyó con un juego de mesa, como lo es el uso de una hoja y dominó. Con respecto a la aplicación de una secuencia didáctica mediante juegos de mesa, Reyes (2018) deduce que este tipo de actividades planteadas contribuyen a favorecer el aprendizaje del objeto fracción a partir de la comprensión de representaciones, siendo esta una de las actividades más representativas de las guías, ya que enseña a través de los juegos. Se logró desarrollar uno de los objetivos el cual considero es más importante que el excelente desarrollo de todas las guías, la unión familiar y la conexión que tuvieron los estudiantes con sus seres queridos en un momento tan difícil como el que estaba atravesando el mundo por motivos de emergencia sanitaria debido a la Covid-19 en el año 2020. Situación que resultó muy productiva gracias a la participación realizada por las familias de los estudiantes.

Dentro del desarrollo de las diferentes actividades se pudo evidenciar que los estudiantes le pusieron el corazón y las ganas ya que en estas épocas tan difíciles a los estudiantes no se les estaba exigiendo mucho, debido a la pandemia. El trabajo en casa que estaban realizando no era ni la mitad comparado con lo que debían avanzar en la presencialidad. En el desarrollo del proyecto debían trabajar como si estuvieran asistiendo

normal al colegio debido a la exigencia de las mismas y para ellos les hubiera quedado más fácil no hacer el desarrollo del proyecto. Se presentaron algunas dificultades por la conexión y algunos estudiantes desarrollaron las guías, pero no las pudieron enviar.

La emergencia sanitaria nos puso a todos, tanto estudiantes como docentes a entrar en un campo nuevo, un campo no explorado, un campo que estaba ahí pero que había sido necesario utilizarlo con tanta necesidad para poder seguir en conexión con los estudiantes, pero esos campos son diferentes en la ciudad que, en un pueblo. Durante el desarrollo del proyecto se podía acompañar, guiar a los estudiantes que tenían conexión, pero aquellos estudiantes que estaban lejos en el campo se les dificultaba, lo cual dejó en evidencia que en este momento se va a abrir una brecha inmensa a nivel de conocimientos, haciendo una comparación de estudiantes del campo vs los estudiantes de la ciudad, puesto que los estudiantes que están en el centro del pueblo tienen la oportunidad de investigar, buscar la información con algún vecino cercano, llamar a su docente en el momento que lo deseen, ver videos o tutoriales, cosas que los estudiantes del campo, le son difíciles por su ubicación y la no tano nula accesibilidad a la red móvil o de internet.

La investigación de forma virtual es más difícil, comparándola con la investigación de forma presencial, son muchos los aspectos que cambian, uno de ellos es la parte humana, ya que no se puede tener ese contacto directo con los agentes participantes. Otro puede ser algunos cambios, modificaciones o indicaciones al momento de desarrollar la actividad, ya que en las investigaciones o el desarrollo de cualquier proyecto se planea, pero al momento de poner en marcha surgen cambios, eventos inesperados. Dentro de la investigación realizada no fue la excepción, al aplicar el proyecto de forma virtual se tenía pensado para un mes, pero por tiempos, conexión, desarrollo y trabajo por parte de los estudiantes se extendió por dos meses y algunos estudiantes por más tiempo.

Con respecto a la aplicación de una secuencia didáctica mediante juegos de mesa, construcción de material didáctico y aprendizaje con juegos de mesa, Reyes (2018) deduce que este tipo de actividades planteadas contribuyeron a favorecer el aprendizaje del objeto fracción a partir de la comprensión de representaciones. Situación que se ve reflejada en el material que se elaboró para esta investigación donde se incluyó los diferentes tipos de representaciones con lenguaje aritmético, pictográfico, gráfico y común siguiendo la teoría base de la investigación, Teoría de Registros de Representación Semiótica propuesta por Duval (1998). Situaciones que se evaluaron durante las diferentes guías con sus respectivos niveles, evidenciando que le dieron un buen uso al material que ellos mismos crearon, deduciendo fácilmente la parte todo, las diferentes representaciones de la fracción y las operaciones suma y resta de fracciones.

La evaluación de las actividades se realizó de tal forma que los estudiantes que decidieron participar pudieran seguir con su aprendizaje planteado en el Sistema Institucional de Evaluación Educativa (SIEE) con el fin de poder evaluar de otra forma y que con ello se sintieran cómodos al desarrollar las diferentes actividades coincidiendo con Godino, Batanero & Font (2014) de tal forma que, al terminar la investigación, los estudiantes que participaron y los que no, sin necesidad de hacer un empalme pudiera seguir con la temática del SIEE sin ningún problema, solo que los estudiantes que participaron en la investigación recibieron la temática con un enfoque diferente y los que no participaron la recibieron de forma tradicional, eso era lo que se tenía planeado pero por el atraso de la actividad en el grupo de investigación se les recorto un tema para poder seguir con el grupo y no generar traumatismos.

Haciendo una comparación con la investigación desarrollada en proyecto de aula realizada de forma presencial en el pregrado y la investigación realizada de forma virtual, se pudo llegar a la conclusión que es más beneficioso tanto para los estudiantes como para el

docente poder desarrollar investigaciones de forma presencial. Debido a que si surgen cambios dentro de la investigación de forma presencial se pueden hacer instantáneamente, a diferencia de la forma virtual que es más fija y un poco invariable, que si surgen dudas o preguntas no se pueden solucionar inmediatamente que si no se tiene un buen hábito de estudio en donde se puedan escribir para luego preguntar se tiende a que la pregunta se olvide y que no tenga relevancia sin importar que quede la duda el hecho es terminar, también las indicaciones para los estudiantes fueron confusas debido a la mala lectura y comprensión que realizan al hacer lectura del texto, varios estudiantes dijeron que había sido difícil al principio debido a que eran indicaciones escritas y no orales, también les hizo falta la parte visual.

Al momento de evaluar las diferentes actividades se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes lograron desarrollarlas, la forma de calificar fue llenando unos espacios incompletos seguidos de unas explicaciones previas, los estudiantes manejaron los diferentes momentos de la teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval(2017) manejando como mínimo dos momentos, esto es lo que se pudo observar en el desarrollo de las guías, pero como no se hizo de forma presencial, no se puede ahondar si realmente los estudiantes interiorizaron en su totalidad, o si realmente fueron ellos mismos quienes realizaron las diferentes actividades, desde el principio de la actividad se pidió evidencia fotográfica, pero al no tener acceso a un celular con buena resolución no enviaban en su totalidad la evidencia. Al hacer el retorno a clase de forma presencial después de año y medio de formación virtual, algunos estudiantes que tenían excelente desarrollo en las guías no presentaron el mismo desarrollo en la presencialidad.

Con las actividades virtuales se pudo evidenciar que la presencialidad es más importante, el aprendizaje es más significativo, que la parte humana genera más

conocimiento, los mismos estudiantes son conscientes de que en casa, con lo referente a educación no aprendieron mucho o casi nada, sienten que fue tiempo perdido y por tal razón estaban ansiosos de regresar a la presencialidad. La ausencia en el salón dejó claro que en temas de educación la presencialidad no se reemplaza y en el desarrollo del proyecto se logró llegar a la misma conclusión. “El desarrollo de proyectos educativos es más productivo y satisfactorio desarrollarlos de forma presencial” Cuy 2021

En general, se considera que la investigación requiere de mucho tiempo, y que para poder hacer y desarrollar cualquier investigación, se debe hacer de un gran sacrificio laboral, personal, familiar, dejar en segundo plano actividades que se realizan normalmente. A lo cual considero que es un esfuerzo que vale la pena, de forma general, es gratificante como persona y como docente formarse en lo profesional para poder seguir con la labor de enseñar. Proyecto que lo seguiré replicando de forma presencial por muchas generaciones debido a que es un tema muy controversial tanto para los estudiantes como para el docente.

El desarrollo del proyecto se hizo en un momento no convencional, muy atípico, en un momento que la humanidad no esperaba, con unas situaciones difíciles y considero que son momentos que no se volverán a repetir, con estos antecedentes como experiencia no se puede aplicar un tema tan extenso, ser más específico con la secuencia con el fin de lograr hacer la en su totalidad, el involucrar juegos hace que la experiencia sea más significativa dando otro sentido al área, en lo posible si la comunidad lo permite y se tienen los medios por parte del investigador y de las personas intervenidas hacer uso de la tecnología.

Para futuros proyectos se recomienda a criterio de los investigadores, que hagan, creen y desarrollen actividades nuevas que tengan que ver con juegos de mesa, siempre y cuando se den las mismas condiciones actuales en las que se desarrolló esta investigación,

que se realicen las adaptaciones necesarias a diferentes juegos conocidos para el fácil desarrollo de los mismos.

Referencias bibliográficas

Aebli, H (1998) Factores de la enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo, Madrid Narcea

Arias Odón, F. (2012). El proyecto de investigación: introducción a la metodología científica. Caracas. Editorial Episteme, C.A.

Avella Tuta, D., Salazar Pérez, F.y Miguez García, J. (2019). Resolución de problemas matemáticos con fracciones enfocados al contexto escolar. *EDUCACIÓN Y CIENCIA*.

Bogdan, R. y Biklen, S. (1982). *Qualitative of Research For education: and introduction to theories and Methods*. Syracuse University, London.

Bolaños, J., y Mosquera, S. (2018). *Las regletas de colores como estrategia lúdica para la enseñanza de procesos aditivos con fracciones* [Tesis de maestría, Universidad del Cauca]. Recuperado de <http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/1164/LAS%20REGLETAS%20DE%20COLORES%20COMO%20ESTRATEGIA%20LUDICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Butto Zarzar, C. (2013). *El aprendizaje de fracciones en educación primaria: Una propuesta de enseñanza en dos ambientes* [Trabajo investigativo, Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco México].

Casillas (2013) uso de la tecnología

Castells, M. (2002). La Dimensión Cultural de Internet. Recuperado de <https://www.uoc.edu/culturaxxi/esp/articles/castells0502/castells0502.html>

Chica Cañas, F. (2010). *Factores de la enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo en torno a las actividades de aprendizaje*. Bogotá, Colombia. ISSN 2011-1991

Colas, B., & Eisman, B. (1992). *Investigación educativa*. Sevilla: Alfar.

Cotán, A. (2016). *El sentido de la investigación cualitativa*. Departamento de educación. Universidad Isabel I. Recuperado de http://www.ceuandalucia.es/escuelaabierta/pdf/articulos_ea19/EA19-sentido.pdf

D`Amore, B. y Fandiño, M. (2015). Propuestas metodológicas que constituyeron ilusiones en el proceso de la enseñanza de la matemática. *Educación matemática*. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262015000300007&lng=es&tlng=es.

Dickson, L. Brown, M. Gibson, O (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. España. Editorial labor. Recuperado de <https://www.worldcat.org/title/aprendizaje-de-las-matematicas/oclc/318358964>

Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano*. Grupo de educación matemática, Cali. Recuperado de <http://sintesis.univalle.edu.co/saladelectura/semiosis.html>

Duval, R. y Sáenz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas : perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/comprension_y_aprendizaje_en_matematicas_perspectivas_semioticas_seleccionadas

Elliot, J. (2000). *La investigación-acción en educación*. Madrid, España. Recuperado de <https://www.terras.edu.ar/biblioteca/37/37ELLIOT-Jhon-Cap-1-y-5.pdf>

Fandiño, M. (2015). *Las fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos*. Puebla de México.: BUAP Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Recuperado de <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/fandino/261%20Fandino%20Capitulo%20Tendencias%20Puebla.pdf>

- Fandos, M. (2003). Formación basada en las Tecnologías de la Información y Comunicación . [Tesis doctoral]. Recuperado de https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8909/Etesis_1.pdf
- Fernandez, J. (2006). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. *Revista Sigma*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/28272178_Algo_sobre_resolucion_de_problemas_matematicos_en_Educacion Primaria
- Flores, M. (2014). *Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria*. Textos y Contextos .
- Florez, R., Castro, J., Vasquez, D. G., Acuña, I. y Zea, L. (2016). *Ambientes de aprendizaje y sus mediaciones en el contexto educativo de Bogotá*. Serie Investigación IDEP, Bogotá. Recuperado de <http://www.idep.edu.co/sites/default/files/libros/Libro%20%20IDEP%20-%20Ambientes%20de%20aprendizaje.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill/ interamerica.
- Jiménez, A. y Gutiérrez, A. (2016). *Realidades escolares en las clases de matemáticas*. [Artículos de investigación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia]. Recuperado de <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Kamii, C. (1995). *Reinventando la Aritmética III (Implicaciones de la teoría de Piaget)*. España. Editores Visor.
- Kieren, T (1976) On Mathematical cognitive and instrumental foundations of rational numbers, in Lesh, R(ED) Number and Measurement, Columbus, OH. Eric/ Smeac*
- Linares, S. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. España. Pearson Educación. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=2960>

- Marcilla, C. M. (2013). Las TIC en la Didáctica de las Matemáticas. Recuperado de https://riubu.ubu.es/bitstream/handle/10259.1/182/Marcilla_de_Frutos.pdf;jsessionid=EF9F2A50A8DC5DCDF162F68E0EBB5510?sequence=1
- Ministerio de Educación Nacional. (2018). Reporte de la Excelencia. Institución Educativa la inmaculada de Orocué. Recuperado de <https://ielainmaculadaorocue.edu.co/wp-content/uploads/2021/03/I-SEMESTRE-2020.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Muñoz, H. (2013). Modelos conceptuales de profesores de educación básica sobre las matemáticas y su enseñanza . [*Tesis doctoral*]. Universidad Autónoma, de Manizales, Colombia . Recuperado de http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/479/1/Modelos_conceptuales_profesores_educaci%C3%B3n_b%C3%A1sica_matem%C3%A1ticas_ense%C3%B1anza.pdf
- Olfos, R., & Guzmán, I. (2011). Dificultades en el aprendizaje de las fracciones y el conocimiento del profesor. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Recuperado de <https://docplayer.es/76814656-Dificultades-en-el-aprendizaje-de-las-fracciones-y-el-conocimiento-del-profesor-1.html>
- Perera, P., & Valdemoros, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado [*Investigación doctoral*]. Instituto Politécnico Nacional, México. Centro de investigación y de estudios avanzados. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n1/v21n1a3.pdf>
- Pruzzo, V. (2012). Las fracciones: ¿Problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? . Universidad Nacional de La Pampa. Revista Pilque.
- Radford, L. (2006). Introducción Semiótica y Educación Matemática. [*Artículo*]. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

Recuperado de https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/8913

Rey, M. (2012). Una experiencia con TIC en la clase de Matemáticas. DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia. Recuperado de <https://raco.cat/index.php/DIM/article/view/214714>

Rodarte, R (2014) Uso de las TIC en los profesores de tiempo completo de la Licenciatura en Música de la Universidad Veracruzana, recuperado de https://www.uv.mx/mie/files/2012/10/Tesis_Ricardo-Rodarte-Ramirez.pdf

Rodriguez, Y. (2019). Fracciones y Realidad [Tesis de Maestría]. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Recuperado de https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2995/1/TGT_1616.pdf

Sánchez Hípola, M. del P. (1992). *Factores de la enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo*. *Revista Complutense De Educación*, 3(1), 297. Recuperado de <https://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/RCED9292110297B>

Tibaduiza, J. (2016). Enseñanza- Aprendizaje de los números fraccionarios en estudiantes del grado quinto. [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/56016/1054992713.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Valdivé, C., & Andonegui, M. (2011). El dominio de las operaciones de adición y sustracción con fracciones. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado y Universidad Pedagógica Barquisimeto Venezuela. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/15421/>

Vargas, J. (2013). Implementación de clases interactivas para la enseñanza de las operaciones suma y resta de números fraccionarios en el grado sexto la institución educativa Rosalia Hoyos [Tesis de maestría]. Univesidad Nacional de colombia. Recuperado de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/21057>

Vasco, C. (1991). *El archipiélago fraccionario*. Notas de matemáticas.

Vasco, C. (1994). *El archipiélago fraccionario, un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas* (Vol. II). Bogotá: Ministerio de educación nacional-serie pedagogía y currículo .

Vergnaud, G. (1990). *La Teoría de los campos conceptuales* Recherches en didactiques des mathematiques.

Anexos

En este capítulo se agregaron y dejaron las diferentes evidencias realizadas antes, durante y después del desarrollo del proyecto.

Anexo 1: Consentimientos informados

Orocué 21 de octubre del 2020

Señor Rector:

Lic. JORGE NIXON VARGAS SANDOVAL

Saludo cordial,

Por medio de la presente me permito solicitar permiso para desarrollar el proyecto de investigación titulado “EL APRENDIZAJE DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES (GUÍAS DIDÁCTICAS EN VIRTUALIDAD)” este proyecto estará desarrollado por el Licenciado Duvan Alberto Cuy Bautista con CC 1050200352 de Cerinza-Boyacá, estudiante de la Maestría en Educación Matemática y estará bajo la dirección del profesor (Doctor) Publio Suárez Sotomonte. El objetivo general de este estudio, es el Diseño y aplicación de una propuesta didáctica para favorecer el aprendizaje de las operaciones básicas como suma y resta con fracciones haciendo uso de guías y material didáctico en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare.

Gracias por la atención prestada.

Atentamente:



1050200352

Lic. DUVAN ALBERTO CUY BAUTISTA.

Estudiante de Maestría en Educación Matemática.

Doctor: PUBLIO SUAREZ SOTOMONTE.

Docente titular UPTC.

Consentimiento informado a estudiantes

Saludo cordial

Estimados padres de familia; el presente documento tiene como propósito informarle y solicitar su autorización para el estudiante: _____ del grado: _____ de la Institución Educativa la Inmaculada; para la participación en el Trabajo final de Maestría titulado “EL APRENDIZAJE DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES (GUÍAS DIDACTICAS EN VIRTUALIDAD)”. Dirigido y aplicado por el Licenciado Duvan Alberto Cuy Bautista con CC 1050200352 de Cerinza-Boyacá, quien es estudiante de la Maestría en Educación Matemática donde se trabajara el objetivo general de este estudio, el cual es el Diseño y aplicación de una propuesta didáctica para favorecer el aprendizaje de las operaciones básicas

como suma y resta con fracciones haciendo uso de guías y material didáctico en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa la Inmaculada, del Municipio de Orocué-Casanare.

Dicha participación en este estudio, se realizará, por medio de cuatro guías didácticas para ser desarrolladas en casa, los estudiantes deben leer muy bien, interpretar y seguir las instrucciones al pie de la letra. Cabe aclarar que el tiempo que se utilizará para el desarrollo de las guías didácticas, mencionadas anteriormente, serán las 4 horas semanales destinadas al área de matemáticas.

Toda la información proporcionada durante el desarrollo de las actividades será por medio de guías y WhatsApp, haciendo uso de una educación virtual y remota los estudiantes suministrarán información relacionada con los propósitos del proyecto, la cual será registrada en diferentes formatos y se realizará la entrega de los trabajos por vía WhatsApp y escrito (el escrito se debe llevar a la institución). En este sentido, dicha información será confidencial, sólo se usará con fines académicos, como parte del proceso de análisis de los datos y que permitirá cumplir con los objetivos planteados en la investigación.

Como padre de familia, acudiente o adulto responsable, es importante su autorización, para lo cual le solicitamos diligenciar los siguientes datos:

Yo _____, con

CC _____ de _____ Colombia, en calidad de representante legal y en uso

de mis plenas facultades legales autorizo, por medio del presente documento, la participación del estudiante _____ del grado _____ en el proceso de

investigación descrito en este documento. Así mismo certifico que he sido informado de los

propósitos del estudio y los fines con los que será utilizada la información recolectada mediante

fotos, videos y demás instrumentos planteados por el investigador. Reconozco que la información

que yo provea en el curso de esta investigación es estrictamente confidencial y no será usada para ningún otro propósito fuera de los de este estudio sin mi consentimiento.

Firma del acudiente.

Anexo 2: Prueba diagnóstica



Institución Educativa

LA INMACULADA

Sin límites, fortaleciendo la unidad y la excelencia



Prueba diagnóstica de números racionales.

Nombre: _____ Grado: _____ fecha: _____

Objetivo: Identificar debilidades y fortalezas que tengan los estudiantes de grado 7 del Colegio la Inmaculada del Municipio de Orocué-Casanare al solucionar situaciones problema con el tema relacionado a fracciones.

Instrucciones:

- Realizar el respectivo procedimiento para encontrar la solución de cada uno de los siguientes ejercicios.
- La prueba consta de 25 preguntas para desarrollar en máximo 2 horas.

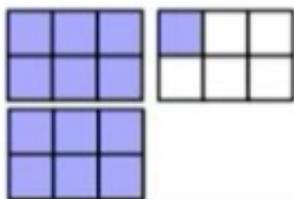
- 1) ¿Cuál puede ser una representación numérica de una fracción, de un número decimal, de un numero mixto y de un numero entero?
- 2) En una fracción se tiene numerador y denominador según las siguientes fracciones cuál es el numerador y cuál es el denominador.

a) $\frac{16}{35}$ b) $\frac{122}{67}$ c) $\frac{7}{18}$

- 3) La fracción $\frac{4}{5}$ es equivalente a $\frac{16}{20}$ entonces la fracción $\frac{10}{20}$ es equivalente a.
- 4) Si la fracción $\frac{25}{12}$ es equivalente a $\frac{75}{36}$ entonces la fracción $\frac{8}{6}$ es equivalente a.
- 5) La fracción $\frac{3}{12}$ es equivalente a $\frac{1}{4}$, ¿entonces la fracción $\frac{35}{49}$ es igual a?
- 6) La fracción $\frac{315}{1620}$ es equivalente a $\frac{7}{36}$, entonces la fracción $\frac{1054}{456}$ es equivalente a.
- 7) Al comparar $\frac{2}{5}$ y $\frac{7}{9}$ se puede decir que $\frac{7}{9}$ es mayor, ¿Quién es mayor entre $\frac{5}{6}$ y $\frac{2}{9}$?
- 8) Al comparar $\frac{9}{2}$ y $\frac{3}{6}$ se puede decir que $\frac{9}{2}$ es mayor, ¿Qué fracción es mayor $\frac{7}{3}$ o $\frac{12}{25}$?
- 9) La representación gráfica de $\frac{3}{10}$ es.
- 10) La representación gráfica de $\frac{16}{5}$ es.

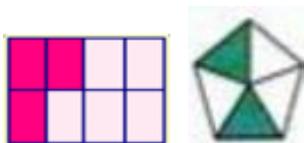


- 11) Según la presentación gráfica, ¿Cuál es la representación numérica?

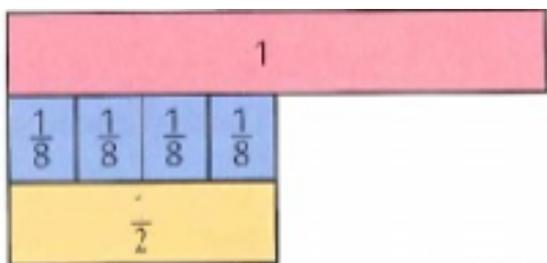


- 12) Según la representación gráfica, ¿Cuál es la representación numérica?

- 13) Cada grafica representa una fracción y Luisa quiere sumar las ¿Cuáles son las fracciones representadas?



De acuerdo con la siguiente gráfica responder pregunta 14 y 15.



14) Al sumar cuatro octavos se completa media unidad. Si__ No__ ¿Por qué?

15) La unidad se puede escribir como la suma de cuatro octavos más un medio. ¿si, no? ¿Por qué?

Según el siguiente ejemplo responder las preguntas 16,17,18 y 19.

Hace poco tiempo el papá de Rumelcindo falleció dejando a la esposa y cinco herederos, por derecho legal a la esposa del papá de Rumelcindo le corresponde la mitad de los Bienes y a los 5 hijos la otra mitad.

16) ¿Cuál es la representación gráfica del anterior ejemplo tomando como base un rectángulo?

17) ¿Cuál es la parte que le corresponde a un solo hijo?

18) ¿Si uno de los hijos herederos le compra a dos hermanos la parte que les corresponde, este se convertirá en el mayor poseedor de la herencia del papa?

19) ¿Cómo quedo distribuida la herencia según el punto 17?

Según el siguiente ejemplo responder las preguntas 20,21 y 22.

Un arquitecto y su grupo de trabajo realizan una obra en la cual está proyectada para hacer en un mes y diariamente avanzan $\frac{2}{25}$ partes.

20) ¿En diez días que parte de la obra llevan fabricada?

21) ¿Contados los diez días que parte les hace falta para terminar de construir la casa?

22) ¿Si trabajan al mismo ritmo cuantos días se demoran para terminar la obra?

Según el siguiente ejemplo responder las preguntas 23, 24 y 25.

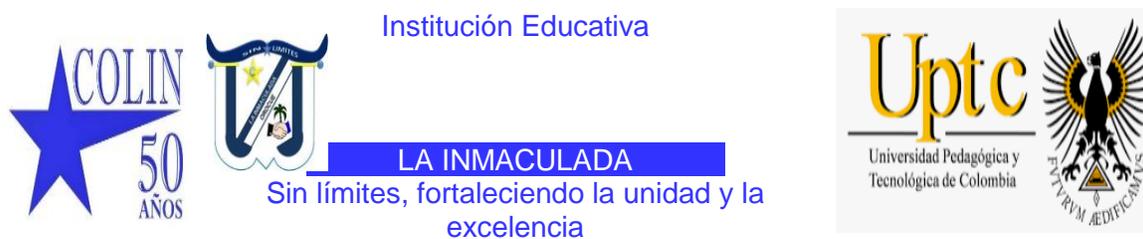
Un docente sale con sus estudiantes a una caminata, dentro de su bolso lleva 5 manzanas para compartir a 25 estudiantes. Si el docente parte cada manzana en 3 partes iguales y comparte $\frac{11}{3}$.

23) ¿Cuántas manzanas a dividido?

24) ¿Cuántas le quedan por dividir?

25) Si divide las cinco manzanas en 3 partes iguales cada una, ¿Le alcanza para el total de los estudiantes?

Anexo 3: Primera guía “Fracción como parte del todo”



Actividad número uno

La fracción como una parte del todo

Objetivo: Reconocer la fracción como una parte del todo.

Materiales: Tres hojas preferiblemente de tamaño oficio, carta o cuaderno bien rectangular, tijeras y colores.

A continuación, encontraras un procedimiento que deberás seguirlo rigurosamente el cual está dividido por niveles, cuantos más niveles complete mayor será tu aprendizaje.

1) Nivel uno

Parte manual

- a. Primero tomas una hoja de cualquier tamaño. Anteriormente mencionada.
- b. La corta en dos partes iguales. Una parte de ellas la pinta de color rojo por completo, la otra parte la dejas sin pintar.
- c. La parte blanca la cortas en dos partes iguales, una parte de ellas la coloreas de color azul, la otra parte la dejas sin pintar.
- d. La parte blanca la cortas en dos partes iguales, una parte de ellas la coloreas de color verde, la otra parte la dejas sin pintar.
- e. La parte blanca la cortas en dos partes iguales, una parte de ellas la coloreas de color Naranja, la otra parte la dejas sin pintar.

- f. La parte blanca la cortas en dos partes iguales, una parte de ellas la coloreas de color Negro, la otra parte la dejas sin pintar.
- g. La parte blanca la cortas en dos partes iguales, una parte de ellas la coloreas de color café, la otra parte la dejas sin pintar.
- h. La parte blanca la dobla y la pinta de color amarillo.

2) Nivel dos

Parte representativa

Según cada uno de las indicaciones anteriores llenar la siguiente tabla. Superponer en una hoja del mismo tamaño inicial las partes indicadas en cada paso, esto te servirá como ayuda, luego dejar sobre la hoja solo la parte de la que preguntan.

Seguir las indicaciones del nivel uno.	Dibujar la hoja completa y sobre ella la parte que se coloreó, según cada indicación del nivel uno. Teniendo como referencia la hoja inicial.	Número de veces que se puede representar la parte indicada en la hoja inicial.	¿Qué parte de la hoja inicial es?	¿Cuál es el área de la parte coloreada según cada color? Recuerda que el área de un rectángulo se halla multiplicando base por altura.
Rojo.				
Azul.				

Verde.				
Naranja.				
Negro.				
Café.				
Amarillo.				

3. Nivel tres

Rearmando las partes

Responder las siguientes preguntas según el cuadro anterior

Preguntas	Representación numérica	Representación gráfica	Conclusiones
a) ¿Cuántas partes de color rojo completan la hoja?			
b) ¿Cuántas partes de color azul completan la hoja?			
c) ¿Cuántas partes de color verde completan la hoja?			
d) ¿Cuántas partes de color naranja completan la hoja?			

e) ¿Cuántas partes de color Negro completan la hoja?			
f) ¿Cuántas partes de color café completan la hoja?			
g) ¿Cuántas partes de color amarillo completan la hoja?			

Nivel numero 4

Es verdadero o falso las siguientes afirmaciones, ayudarse con una representación gráfica y el material hecho en el nivel uno.

Afirmación	Verdadero o falso	Hacer la representación gráfica	Conclusiones
a. Si se suma dos partes pintadas de negro ocupan la misma área del color café.			
b. Si se suma cuatro partes de color verde ocupan la misma área de media hoja.			
c. Si se suma una parte de color verde más una de color azul, ocupan la misma área del color rojo.			
d. Para que ocupen la misma área de la hoja inicial se necesitan 32 partes de color azul.			
e. La suma de los colores azul,			

verde, naranja, negro y café son igual a la de color rojo.			
f. La suma de dos partes de color rojo ocupan la misma área de la hoja inicial.			
g. Cuatro partes de color café ocupan la misma área de color naranja.			
h. Si se suman 7 partes de color rojo, el total da la misma área de la hoja completa.			
i. Si se suman dos partes de color negro, ocupan la misma área de la de color azul.			
j. Si se suma una parte de color Azul y dos partes de color verde ocupan la misma área de color rojo.			
k. Si se tiene la parte inicial es decir la hoja y se le quita la parte de color rojo, queda otra parte del mismo tamaño a la de color rojo.			
l. Si se tiene la parte de color verde y se le			

quita la parte color amarillo queda igual a la de color naranja.			
m. Si se tiene la parte de color rojo y se le quita la parte de color azul más la de color verde, queda una parte igual de grande a la de color verde.			
n. Si se le quita 10 partes del mismo tamaño del color amarillo a la de color azul el resultado final será el mismo tamaño de la de color negro.			
o. Si se le quita dos partes de color café al color negro no queda nada.			
p. Al quitar cuatro partes de color verde a la hoja inicial, queda una parte del mismo tamaño de color rojo.			
q. Si a la hoja inicial se le quita la parte de color rojo, más la parte de color azul, más la parte de color verde, más la parte de color naranja, más la			

parte de color negro, la parte que queda es de color amarillo.			
--	--	--	--

Según los anteriores puntos se puede concluir.

Escribir una reflexión de la actividad.

Anexo 4: Segunda guía “Fracciones propias e impropias”



Institución Educativa

LA INMACULADA
Sin límites, fortaleciendo la unidad y la
excelencia



Fracciones Propias e Impropias

Actividad número 2

Objetivo: Representar gráfica y numéricamente las fracciones propias e impropias.

Realiza el siguiente procedimiento y al mismo tiempo vas completando la tabla que sigue a continuación según lo observado.

Nivel uno

- Toma todas las partes que dividió en la actividad anterior y la dejas sobre una hoja del mismo tamaño de la hoja inicial, esta nos sirve como base. Como si fuera un rompecabezas armado.
- Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que pinto de color Rojo y resuelve en la tabla las preguntas.
- Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que pinto de color Azul y resuelve en la tabla las preguntas.
- Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que pinto de color Verde y resuelve en la tabla las preguntas.

- e. Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que pinto de color Naranja y resuelve en la tabla las preguntas.
- f. Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que pinto de color Negro y resuelve en la tabla las preguntas.
- g. Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que pinto de color Café y resuelve en la tabla las preguntas.
- h. Sobre la hoja completa, dejar solamente la parte que doblo y pinto de color amarillo, resuelve en la tabla las preguntas.

Procedimiento	Representación gráfica	Representación numérica	Para completar la unidad (hoja), ¿Cuántas partes se deben agregar o sumar?	Para completar la mitad de la unidad (hoja) , ¿Cuántas partes se deben agregar o sumar?	Para completar un cuarto de la unidad (hoja), ¿Cuántas partes se deben agregar o sumar?
b.					
c.					
d.					
e.					
f.					

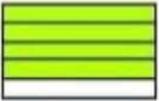
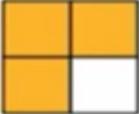
g.					
h.					

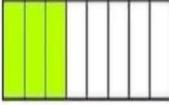
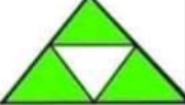
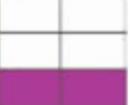
Nivel dos

Recordemos que la fracción tiene numerador y denominador. Ej. $\frac{7}{9}$. 9 es el denominador y nos indica las partes en las que debemos dividir la unidad, 7 es el numerador y nos indica cuantas partes de las que dividimos debemos tomar. se puede leer siete de nueve, siete novenos, siete dividido en nueve, siete entre nueve, etc.

Según el primer ejemplo de la tabla podemos observar que al graficar $\frac{1}{4}$ ocupa menor espacio que al graficar $\frac{2}{4}$ por lo tanto podemos decir que $\frac{1}{4}$ es menor que $\frac{2}{4}$ y si simplificamos $\frac{2}{4}$ podemos decir que es igual a $\frac{1}{2}$.

identifica cuál fracción es mayor, menor o igual según corresponda. Representa la palabra mayor con el símbolo (>), menor con el símbolo (<) o igual con el símbolo (=). Completa los espacios que hacen falta dentro de la tabla, siguiendo el primer ejemplo.

Representación.	Representación numérica	Escribir el símbolo mayor, menor o igual según corresponda.	Representación	Representación numérica	Se necesita más de una unidad para hacer las diferentes representaciones
	$\frac{1}{4}$	<		$\frac{2}{4}$	No
	$\frac{1}{2}$				
		<			
	$\frac{3}{12}$			$\frac{1}{4}$	
	$\frac{2}{3}$				

					
		=		$\frac{1}{3}$	

¿En todos los ejercicios anteriores para hacer la representación gráfica fue suficiente la unidad?

Si ___ No___ ;si, su respuesta es SI, continúe desarrollando la guía, si su respuesta es, NO, verificar ;

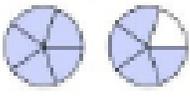
Nivel tres

¡Pero No siempre va hacer así!

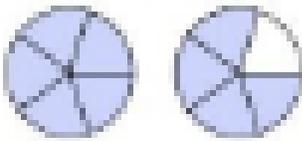
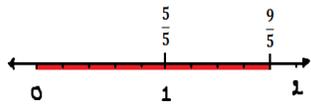
En algunos casos el denominador es mayor al numerador, en ocasiones encontramos que el denominador es menor que el numerador y en esta ocasión la representación gráfica sigue el mismo patrón que cuando el denominador es mayor que el numerador. El denominador nos indica las partes en las que debemos dividir la unidad y el numerador las partes que debemos tomar. Ejemplo: $\frac{9}{5}$ podemos observar que el numerador es mayor que el denominador, por lo tanto la representación gráfica se realiza de la siguiente manera. Tomamos una unidad y la

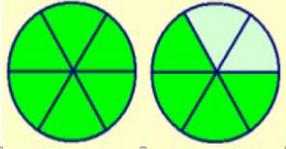
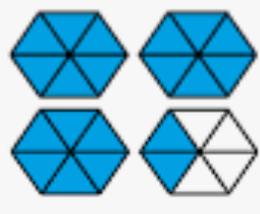
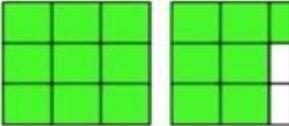
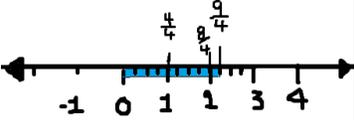
dividimos en las partes que nos indica el denominador en este caso, cinco partes , pero como nos dicen que debemos tomar nueve y no nos alcanza, debemos tomar otra unidad

y también la dividimos en cinco partes;  si sumamos las partes en las que dividimos en total serían 10 pero nos indican que deben ser nueve, por lo tanto la

representación gráfica de $\frac{9}{5}$ queda así. . Como se ve, para poder hacer la representación gráfica se tomaron dos unidades y en total se tomó una unidad, más cuatro quintos ($\frac{4}{5}$) de la segunda.

En la siguiente tabla encontrará el ejemplo anterior de primeras, desarrollar los demás ejercicios que hacen falta.

Representación de la fracción.	Representación Numérica	¿Cuántas unidades se deben tomar para poder hacer la representación gráfica?	Otra representación de la fracción
	$\frac{9}{5}$	Una, más cuatro quintos de la segunda unidad.	

			
			
			
			
	$\frac{20}{5}$		
	$\frac{35}{8}$		
	$\frac{19}{3}$		

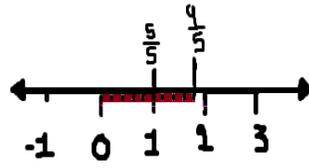
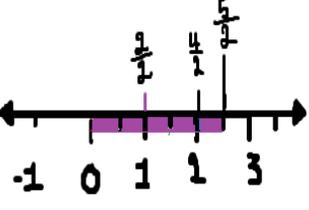
		2, más un tercio de la tercera unidad.	
		4 ,más tres cuartos de la quinta unidad.	
		1, más la mitad de la segunda unidad	
		7, más dos sextos de la octava unidad.	

Si, en esta unidad utilizó para todos los casos anteriores más de una unidad vas bien, continua al siguiente nivel.

Nivel cuatro

Desde muy pequeños se hace uso del dinero, en momentos como al hacer compras, recibir vueltas, hacer pagos de facturas y muchas otras diligencias más.

Según el manejo del dinero realizar las equivalencias propuestas.

Frac ción	De	Cantidad en dinero (imagen o escrito)	El resultado es (imagen o escrito)	Otra representación de la fracción
$\frac{1}{2}$	De			
$\frac{2}{5}$	De			
$\frac{9}{2}$	De			
	De			
	De		12.500 pesos. 	
$\frac{1}{6}$	De	235.500 pesos. 		
	De			

¿Por qué en algunas fracciones solo se utiliza una sola unidad y en otras se debe hacer uso de más de una unidad?

¿Cómo se identifica que una fracción sea mayor a otra?

¿Se puede representar una fracción gráficamente o numéricamente de varias formas?

Dar ejemplos.

Según los anteriores puntos se puede concluir.

Escribir una reflexión de la actividad.

Anexo 5: Tercera guía “Dominó de fracciones propias”



Institución Educativa

LA INMACULADA

Sin límites, fortaleciendo la unidad y la excelencia



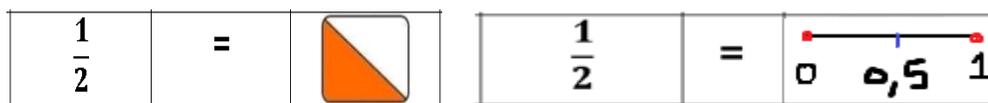
ACTIVIDAD NUMERO 3

Aprendiendo en casa con dominó de fracciones propias

Objetivo: Afianzar conocimientos, jueguen y compartan en familia en tiempos de covid-19.

Primer Nivel

Recordar que las fracciones se pueden representar de diferentes formas numéricas, gráficas, pictográficas y también, con lenguaje común, ejemplo:



Desarrollar los siguientes puntos.

1. Escribe el número por el que tendremos que multiplicar o dividir el numerador y el denominador para obtener la fracción equivalente.

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

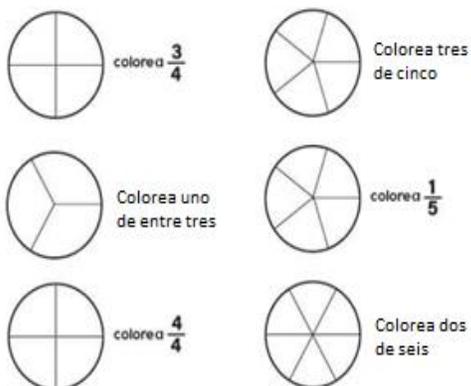
$$\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$$

$$\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

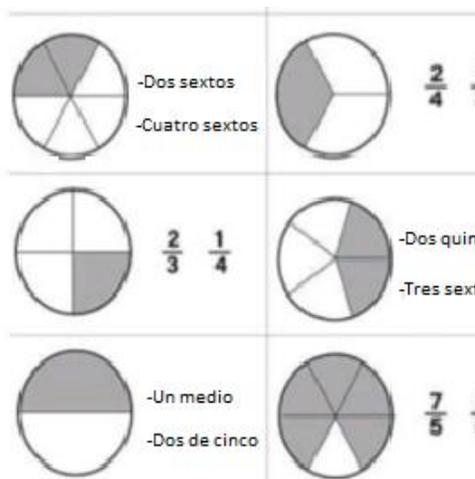
$$\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$$

$$\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

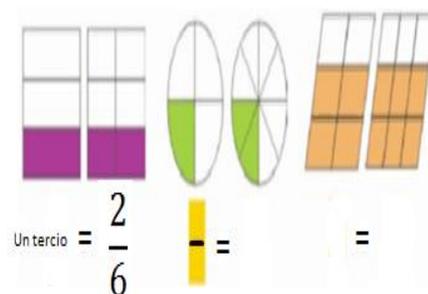
2. Colorear la fracción que se indica.



3. Encierra la fracción que representa el área sombreada.



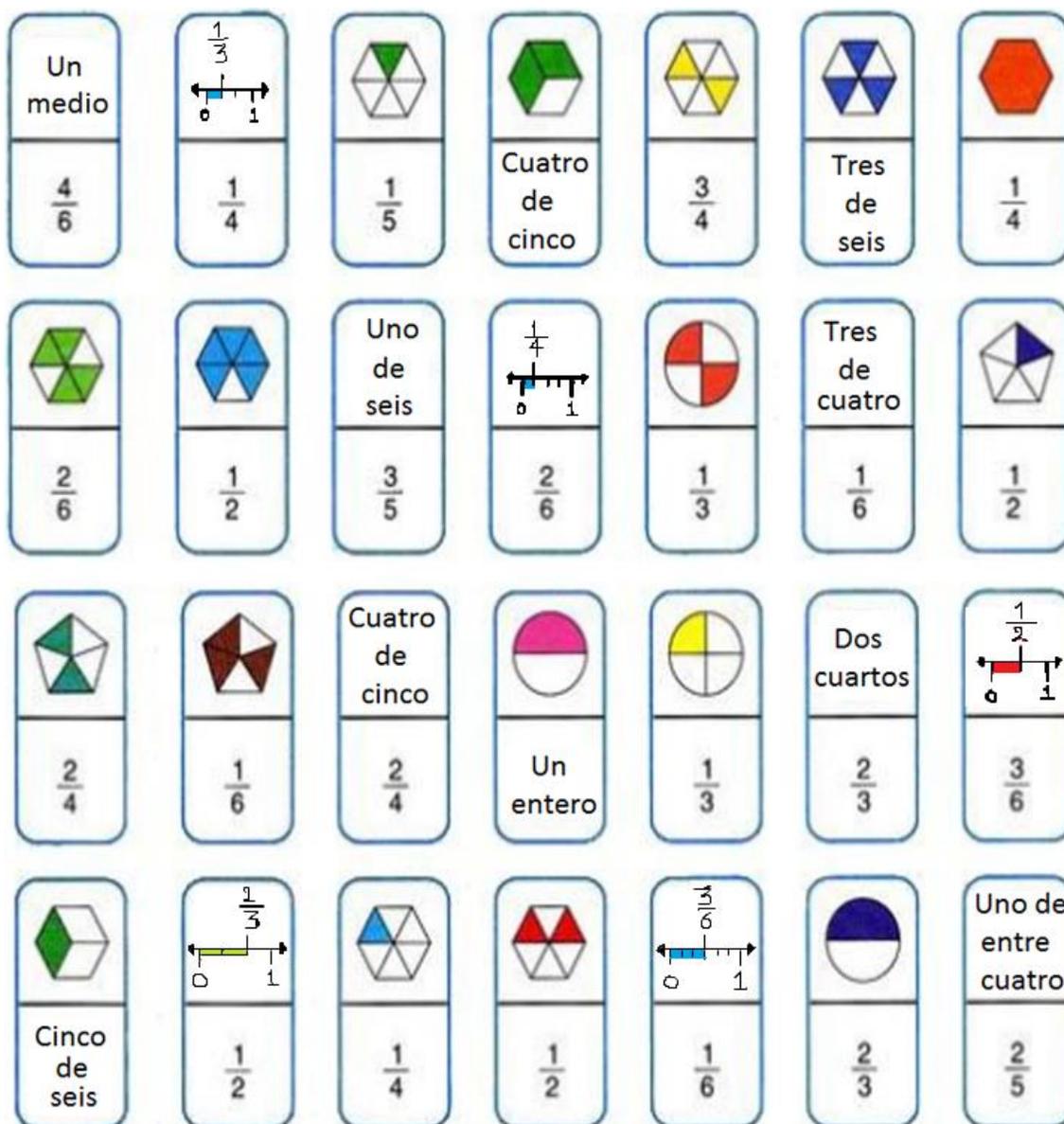
4. Observa las regiones pintadas y escribe el par de fracciones equivalentes que corresponde en cada caso.



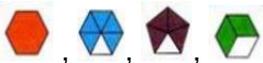
Segundo Nivel

Cada estudiante deberá cortar con ayuda de una tijera el material anexo con el fin de separar cada ficha (en lo preferible adherirlo a un material más grueso como cartón, madera

o cartulina) y formar un dominó de 28 fichas. Las figuras que se encuentran representadas son hexágonos, pentágonos y círculos, además son figuras planas.



REGLAS DEL JUEGO: (Armar como un dominó, tomar una foto que se evidencie jugando con la familia)

1. Se reparten las fichas de acuerdo al número de jugadores, en el caso de dos jugadores se reparten de a ocho fichas cada uno, para tres jugadores se reparten de a seis fichas cada uno, para cuatro jugadores se reparten de a 5 fichas cada uno, para cinco jugadores de a cuatro fichas, las figuras restantes se dejan sobre la mesa boca abajo para ser tomadas posteriormente.
2. Inicia la partida el jugador que tenga en alguna de sus fichas la mayor representación de fracción o representación gráfica , ejemplo la fracción, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, ..., $\frac{1}{2}$, ... o la representación  así sucesivamente hasta la fracción más pequeña.
3. Luego jugará la persona que está a la derecha del jugador que inicio y así sucesivamente, este debe ubicar o enlazar en alguna de las dos partes de la ficha una fracción equivalente a la que este allí representada. (se puede figura con figura, fracción con fracción, fracción con letra, letra con figura o figura con fracción.)
4. Si un jugador no tiene una ficha con la fracción adecuada debe tomar una de las fichas que están sobre la mesa hasta encontrar la fracción o agotarlas todas, si no encuentra la ficha adecuada deberá decir, paso.
5. si llegado el caso no encuentran la fracción adecuada o se cierra el juego, en primer lugar, se contarán la cantidad de fichas en la mano, si hay empate se procederá a sumar las fracciones representadas en cada una de las fichas. (numérico, gráfico y escrita)
6. recomendación general, se juega como el dominó, pero en este caso con fracciones.
7. Buen juego. (recuerda gana quien se quede sin fichas en la mano)

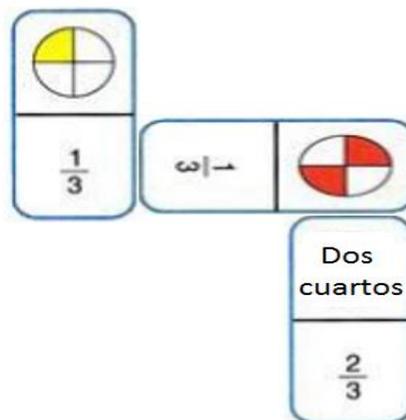
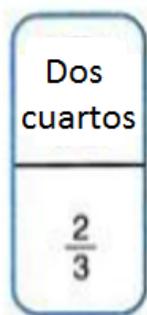
Tercer nivel

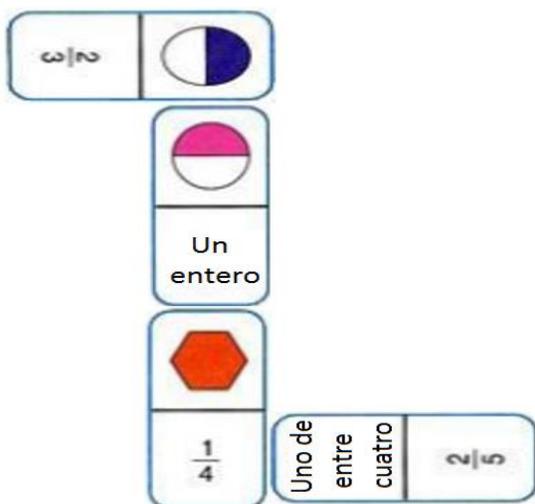
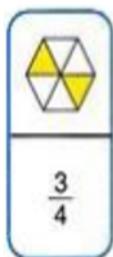
Después de terminar el juego. Tomar una foto al material de tal forma que se vea armado y completo.

Verificación del juego.

Responder las siguientes preguntas de acuerdo a como quedo armado el juego, Dibujando las fichas que están antes y después de la o las indicadas a continuación.

1.

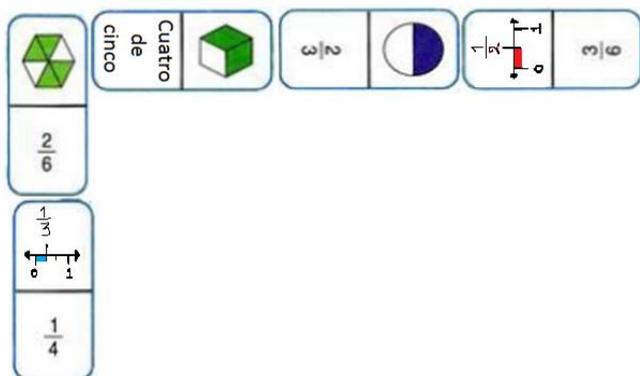




¿Qué fracciones son equivalentes en las fichas de dominó?

¿Qué tipo de fracciones representan las fichas de dominó propias o impropias?

¿Encontrar el error en el siguiente juego armado y decir cuál es?

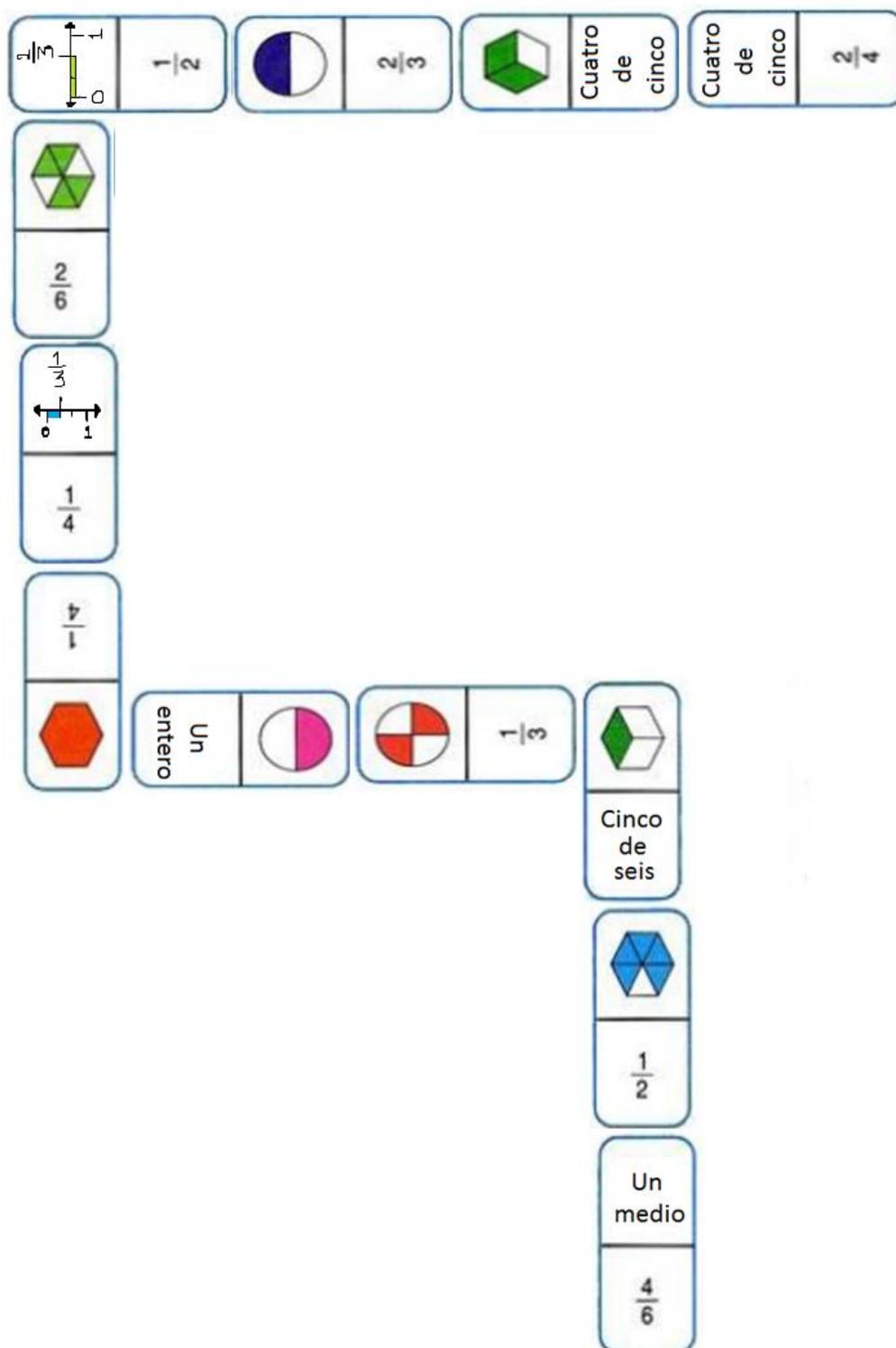


Si se toma un cuarto del total de las fichas de dominó ¿Cuántas fichas serán? ¿Quedan completos los grupos?

Si se toma un quinto del total de las fichas de dominó ¿Cuántas fichas serán? ¿Quedan completos los grupos?

¿Escribir una reflexión sobre la actividad?

A continuación, un ejemplo de cómo quedaría armado una parte del juego.



Anexo 6: Cuarta guía “Suma y resta de fracciones”



ACTIVIDAD NUMERO 4

Aplicando operaciones

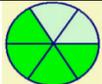
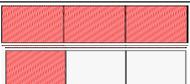
Objetivo: realizar la suma y resta de fracciones

En las guías anteriores se evidenciaron diferentes tipos de fracciones algunas tenían el mismo denominador (homogéneas), otras diferente denominador(heterogéneas), algunas fracciones eran propias (que se pueden representar con una sola unidad), otras fracciones impropias (que se deben representar con más de una unidad).

NIVEL UNO

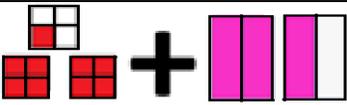
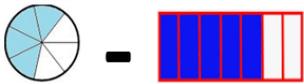
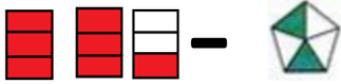
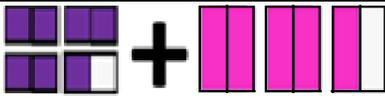
1. Siguiendo los siguientes ejemplos terminar de completar los espacios que hacen falta en la siguiente tabla:

Fracción	Tipo de fracción	Representación	Otra Representación
$\frac{1}{3}$	PROPIA.		
$\frac{7}{4}$	IMPROPIA.		
	PROPIA.		

			
$\frac{9}{5}$			
	IMPROPIA.		
			

NIVEL DOS

2. Siguiendo los siguientes ejemplos terminar de completar los espacios que hacen falta en la siguiente tabla:

FRACCION.	TIPO DE FRACCIÓN.	REPRESENTACION DE CADA UNA DE LAS FRACCIONES.	HOMOGENEA O HETEROGENEA.
$\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$	LA PRIMERA: Propia LA SEGUNDA: Propia		HETEROGENEA.
$\frac{9}{4} + \frac{3}{2}$	LA PRIMERA: Impropia LA SEGUNDA: Impropia		HETEROGENEA.
$\frac{4}{7} - \frac{5}{7}$	LA PRIMERA: Propia LA SEGUNDA: Propia		HOMOGENEA
$\frac{7}{3} - \frac{2}{5}$	LA PRIMERA: Impropia LA SEGUNDA: Propia		HETEROGENEA.
$\frac{5}{2} + \frac{7}{2}$	LA PRIMERA: Impropia LA SEGUNDA: Impropia		HOMOGENEA
$\frac{3}{5} + \frac{8}{9}$			
	LA PRIMERA: Propia LA SEGUNDA: Impropia		
			

			HOMOGENEA.
	LA PRIMERA: Propia LA SEGUNDA: Propia		
$\frac{15}{3} - \frac{12}{3}$			

Todo lo anterior se debe tener presente en el momento de desarrollar la suma o la resta entre fracciones. Pero, ¿no es suficiente ¡¿Qué procedimiento se debe realizar?

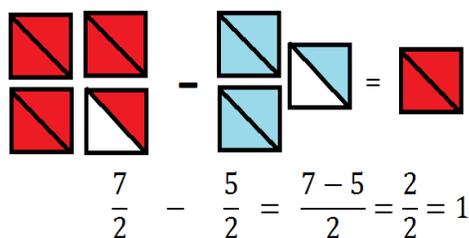
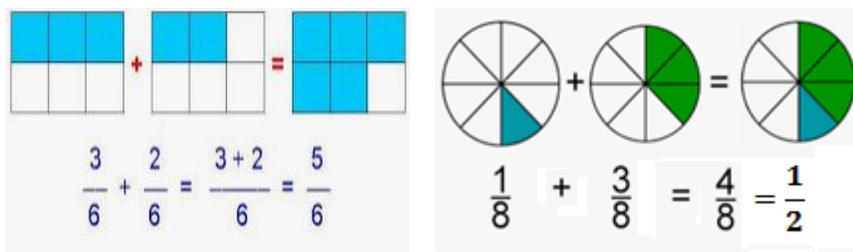
NIVEL 3

Si llego a este nivel, vas súper bien. Continua, faltan aún dos niveles.

Al momento de realizar las operaciones de suma o resta entre las fracciones las diferenciamos en homogéneas o heterogéneas.

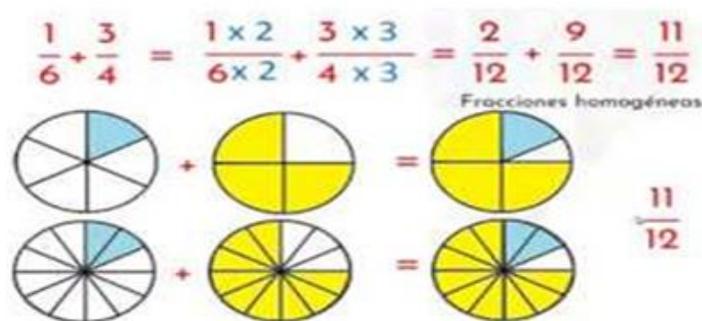
Suma o resta de fracciones:

Fracciones Homogéneas: por si no lo recuerda (Poseen el mismo denominador) Como las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador se suma o se resta solo los numeradores según corresponda la operación. Ejemplos



Fraciones Heterogéneas: por si no lo recuerda (Poseen distinto denominador) Es necesario calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores con la finalidad de amplificar o simplificar las fracciones y convertirlas en homogéneas. Ejemplo:

Realizar la suma de $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$:



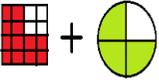
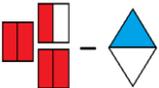
Minimo común múltiplo de 6 y 4

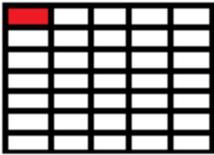
Múltiplos de 6					
6x1	6x2	6x3	6x4		
M ₆ = (6	12	18	24)	
Múltiplos de 4					
4x1	4x2	4x3	4x4	5x4	
M ₄ = (4	8	12	16	20)

Minimo Común Múltiplo por Descomposición Simultánea.

4	6	2	2x2x3=12
2	3	2	
1	3	3	
	1		

De los siguientes ejercicios realizar la operación propuesta completando cada uno de los espacios de la tabla según corresponda.

FRACCIÓN	OPERACIÓN A REALIZAR	HOMOGENEA O HETEROGENEA	REPRESENTACIÓN FRACCIONES	RESPUESTA NÚMERICA	REPRESENTACIÓN RESPUESTA
	SUMA			$\frac{2}{16}$	
$\frac{9}{4} + \frac{12}{7}$					
$\frac{12}{9} - \frac{5}{8}$		HETEROGENEA			
	SUMA				
		HOMOGENEA			

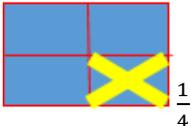
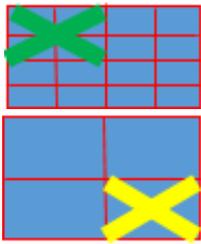
$\frac{3}{7} - \frac{2}{5}$					
-----------------------------	--	--	--	--	---

NIVEL CUATRO.

“Es el ultimo nivel, animo falta poco para terminar”

En este nivel se puede utilizar el material que se utilizó en el nivel de la primera actividad y todo lo aprendido en las diferentes guías y niveles.

Según los siguientes ejercicios planteados hacer la representación numérica, gráfica, dar una respuesta gráfica y numérica como se realiza en los dos primeros ejercicios según cada ejercicio.

Planteamiento	Representación gráfica	Representación numérica	Solución gráfica	Solución numérica
1) Si a una unidad le quitamos la mitad esta es igual a.		$\frac{1}{1} - \frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
2) Si sumamos cuatro veces un dieciseisavo más un cuarto es igual a.	 $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4}$ 	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$		$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ $= \frac{1}{2}$

3) Un cuarto de fracción más un cuarto de otra fracción es igual a.		$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$		
4) Si a un dieciseisavo se le suma un medio es igual a.		$\frac{1}{16} + \frac{1}{2}$		
		$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $+ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$		
6) En el colegio la inmaculada se recolectaron $\frac{7}{3}$ libras de papel para reciclar durante el mes de febrero y en el siguiente mes $\frac{11}{4}$ libras de papel. ¿En cuál de los dos meses se recogió mas papel para reciclar?				
7) Martina tenía una cuerda que cortó por la mitad. A uno de esos trozos le cortó un tercio y el trozo menor de estos lo volvió a cortar por la mitad. ¿Qué parte de la cuerda es uno de los trozos finales?				

<p>8) Un campesino tiene un terreno de forma rectangular. La mitad de ese terreno lo tiene sembrado de yuca, la mitad del terreno de yuca lo tiene sembrado con plátano y la mitad del terreno del plátano lo tiene sembrado con maíz. ¿Qué fracción del terreno está sembrado de plátano? ¿Qué fracción del terreno está sembrado con maíz?</p>				
<p>9) Un bloguero o ciclista que es amante de salir hacer largas etapas decide hacer la ruta desde Orocué hasta el nevado del Cocuy. Sabe que en total son 408km. En el primer día hace la mitad del recorrido, en el segundo día hace la mitad de lo que le hacía falta, en el tercer día recorre $\frac{2}{3}$ de lo que le hacía falta. ¿terminado el segundo día cuantos</p>				

kilómetros habría recorrido el bloguero? ¿Terminado el tercer día cuantos kilómetros recorrió en total? ¿cuantos kilómetros le hacen falta terminado el tercer día?				
---	--	--	--	--